

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DESPACHO ECONÔMICO DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA

por

JOSE TAVARES DE OLIVEIRA

ORIENTADOR: DR. DRUMOND XAVIER C. LIMA

CAMPINA GRANDE - Pb., 1979



048d Oliveira, José Tavares de.  
Despacho econômico de potência ativa e reativa / José Tavares de Oliveira. - Campina Grande, 1979.  
66 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1979.  
"Orientação: Prof. Dr. Drumond Xavier C. Lima".  
Referências.

1. Sistemas Elétricos. 2. Sistemas Elétricos de Potência. 3. Potência Ativa e Reativa. 4. Dissertação - Engenharia Elétrica. I. Lima, Drumond Xavier C. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.311(043)

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Drumond Xavier Cavalcanti Lima, pela orientação e colaboração; sem as quais este trabalho não teria sido possível.

À Universidade Federal do Rio Grande do Norte, pela oportunidade que nos deu para realizarmos este trabalho.

Ao Centro de Computação do C.C.T. da UFPb., e a todos os seus funcionários, pelo uso do Computador.

À Coordenação Setorial de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e ao Grupo de Sistemas de Potência do C.C.T. da UFPb., pelo apoio e atenção que me dispensaram.

A todos os amigos que, por várias formas, contribuíram para a realização deste trabalho.

DEDICATÓRIA

Ao meu falecido pai, João Tavares Sobrinho e, à mi  
nha mãe, Ana Gomes Tavares, que foram meus primeiros e princi  
pais mestres.

## RESUMO

Apresentaremos o Despacho de Potência Ativa e Reativa com o objetivo de minimizar o custo total de combustível das usinas térmicas, supondo conhecida a Geração Hidráulica.

Para o Despacho de Potência Ativa, utilizamos duas maneiras: a maneira de Dopazo e a maneira Simplificada. Ambas usam o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

Para o Despacho de Potência Reativa, utilizamos o método desenvolvido por N. F. Tsang.

Propomos uma variante ao Método de Tsang, no tocante à Introdução da Restrição de Tensão.

São dados vários exemplos de aplicação.

# S U M Á R I O

## CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO.....	1
-----------------	---

## CAPÍTULO II

DESPACHO DE POTÊNCIA ATIVA.....	4
2.1 - Fôrmla das Perdas Ativas.....	5
2.1.1 - Cálculo de $\partial P_L / \partial P_{gi}$ .....	10
2.2 - Cálculo de $P_{gi}$ pelo modo de Dopazo.....	13
2.3 - Cálculo de $P_{gi}$ pelo modo Simplificado.....	15

## CAPÍTULO III

DESPACHO DE POTÊNCIA REATIVA.....	19
3.1 - Método de N. F. Tsang.....	20
3.2 - Processo Computacional para o Despacho de Potência Ativa e Reativa.....	28

## CAPÍTULO IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	30
----------------------------	----

4.1 - Sistema de Pequeno Porte.....	30
4.1.1 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa sem Restrição nos Níveis de Tensões...	32
a) Sem Restrição de Potência Ativa.....	32
a.1) Apenas Geração Térmica.....	32
a.2) Sistema Hidro-Térmico.....	33
b) Com Restrição de Potência Ativa.....	34
b.1) Apenas Geração Térmica.....	34
b.2) Sistema Hidro-Térmico.....	35
4.1.2 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa com Restrição nos Níveis de Tensões...	36
a) Sem Restrição de Potência Ativa.....	36
a.1) Apenas Geração Térmica.....	36
a.2) Sistema Hidro-Térmico.....	37
b) Com Restrição de Potência Ativa.....	37
b.1) Apenas Geração Térmica.....	37
b.2) Sistema Hidro-Térmico.....	38
4.2 - Sistema de médio Porte.....	39
4.2.1 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa sem Restrição nos Níveis de Tensões...	43

a) Sem Restrição de Potência Ativa.....	43
a.1) Apenas Geração Térmica.....	43
a.2) Sistema Hidro-Térmico.....	44
b) Com Restrição de Potência Ativa.....	45
b.1) Apenas Geração Térmica.....	45
b.2) Sistema Hidro-Térmico.....	46
4.2.2 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa com Restrição nos Níveis de Tensões...	47
a) Sem Restrição de Potência Ativa.....	47
a.1) Apenas Geração Térmica.....	47
a.2) Sistema Hidro-Térmico.....	48
b) Com Restrição de Potência Ativa.....	49
b.1) Apenas Geração Térmica.....	49
b.2) Sistema Hidro-Térmico.....	50

## CAPÍTULO V

AJUSTE NA GERAÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA E RESTRIÇÃO DOS NÍVEIS DE TENSÃO.....	51
5.1 - Restrição dos Níveis de Tensão.....	51



5.2 - Ajuste na Geração de Potência Reativa..... 57

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES..... 59

BIBLIOGRAFIA..... 65

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O Despacho Econômico é aqui considerado como sendo a minimização do custo de combustível das usinas térmicas. Supõem-se como conhecidas a geração hidráulica, configuração do sistema e as cargas. São também conhecidas as usinas térmicas em atividade, os seus limites de operação e as respectivas funções - custo de combustível que, para efeitos práticos, dependem apenas da potência ativa gerada.

Há grande número de publicações a respeito deste problema em revistas especializadas. Existem sistemas de potência que são operados com o despacho em tempo real. As primeiras aplicações deste tipo surgiram por volta de 1960. Elas foram precedidas por mais de quinze anos de trabalho teórico e despachos manuais ou semi-manuais. Nas primeiras aplicações de solução, as perdas ativas na transmissão foram desprezadas. Na condição ótima, as várias unidades operavam ao mesmo custo incremental, res

peitando os limites de operação. Depois disto, têm surgido novas técnicas no sentido de generalizar o problema.

Chandler, Dandeno, Glimn, Kirchmayer [1], G. W. Watchorn [2] e Glimn, Kirchmayer [3] tratam o problema fazendo o despacho hidráulico e térmico simultaneamente.

Hill e Wm. D. Stevenson Jr. [4] apresentam um método para reduzir os cálculos das derivadas parciais das perdas incrementais de transmissão, utilizadas no Despacho Econômico de Potência Ativa.

Norimatsu e Tazumi Deido [5] utilizam o método do gradiente para o despacho de potência ativa e reativa.

Dopazo, Klitin, Stagg e M. Watson [6] utilizam o método dos multiplicadores de Lagrange para o despacho de potência ativa, com o objetivo de minimizar o custo total de combustível das usinas térmicas. Para o despacho de potência reativa utilizam o método do gradiente, com o objetivo de minimizar as perdas ativas do sistema.

N. F. Tsang [7] desenvolveu uma maneira para fixação ótima de potência ativa e reativa, ambas com o objetivo de minimizar o custo total de combustível das usinas térmicas.

Sasson e Hyde M. Merril [8] fazem uma revisão geral das técnicas de otimização utilizadas em Despacho Econômico e Planejamento.

Drumond Xavier Cavalcanti Lima [9] desenvolveu uma maneira simplificada de calcular a geração de potência ativa ótima para o despacho econômico, a partir da maneira de Dopazo [6].

Aqui vamos fazer o Despacho de Potência Ativa utili-

zando o Método Simplificado [9] e o Despacho de Potência Reativa utilizando o Método de N. F. Tsang [7]. O Despacho, em ambos os casos, tem como objetivo minimizar o custo total de combustível das usinas térmicas em operação, suposta conhecida a geração hidráulica.

## CAPÍTULO II

### DESPACHO DE POTÊNCIA ATIVA

Neste Capítulo apresentaremos duas maneiras de cálculo para o Despacho Econômico da Potência Ativa: a maneira de Dapazo e a maneira Simplificada, ambas com o objetivo de minimizar o custo total de combustível das usinas térmicas. Para isto, utiliza-se o Método dos Multiplicadores de Lagrange. Levaremos em consideração as perdas ativas do sistema e as perdas incrementais de transmissão que são funções das tensões, das potências líquidas injetadas em cada barra e dos elementos da matriz  $Z_{bus}$ .

## 2.1 - FÓRMULA DAS PERDAS ATIVAS [11] , [12]

Neste ítem deduziremos a Fórmula de Perdas Ativas no Sistema, Função dos Elementos da Matriz  $Z_{bus}$  e das Potências Líquidas Injetadas nas Barras. A Fórmula das Perdas Ativas será usada no Despacho Econômico de Potência Ativa e Reativa.

As Perdas Aparentes de um Sistema de Potência são dadas por:

$$S_L = P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^N V_i I_i^* \quad ( 1 )$$

onde

$P_L$  - Perdas Ativas do Sistema

$Q_L$  - Balanço de Reativos

$V_i$  - Tensão na Barra  $i$

$I_i$  - Corrente Injetada na Barra  $i$

$N$  - Número de Barras do Sistema

Em Forma Matricial:

$$P_L + jQ_L = \bar{V}_{bus}^t \bar{I}_{bus}^* \quad ( 2 )$$

onde

$\bar{V}_{bus}$  - Vetor das Tensões de Barra

$\bar{I}_{bus}$  - Vetor das Correntes de Barra

mas

$$\bar{V}_{bus} = Z_{bus} \bar{I}_{bus} \quad ( 3 )$$

$Z_{bus}$  - Matriz Impedância de Barra (Simétrica)

$$Z_{bus} = R + jX$$

R - Matriz Resistência

X - Matriz Reatância

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad e$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix}$$

Logo:

$$\bar{V}_{bus}^t = \bar{I}_{bus}^t Z_{bus}^t \quad (4)$$

Como  $Z_{bus}$  é Simétrica:

$$Z_{bus}^t = Z_{bus}$$

Então:

$$\bar{V}_{bus}^t = \bar{I}_{bus}^t Z_{bus} \quad (5)$$

Substituindo a Equação (5) na Equação (2), teremos:

$$P_L + jQ_L = \bar{I}_{bus}^t Z_{bus} \bar{I}_{bus}^* \quad (6)$$

O Vetor Corrente é decomposto em:

$$\bar{I}_{bus} = \bar{I}_p + j\bar{I}_q \quad \text{onde}$$

$$\bar{I}_p = \begin{bmatrix} I_{p1} \\ I_{p2} \\ \vdots \\ I_{pn} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{I}_q = \begin{bmatrix} I_{q1} \\ I_{q2} \\ \vdots \\ I_{qn} \end{bmatrix}$$



A Equação ( 6 ) pode ser expressa da seguinte maneira:

$$P_L + jQ_L = (\bar{I}_p + j\bar{I}_q)^t (R + jX) (\bar{I}_p - j\bar{I}_q).$$

Desenvolvendo esta Equação e separando a parte real, teremos:

$$P_L = \bar{I}_p^t R \bar{I}_p + \bar{I}_p^t X \bar{I}_q + \bar{I}_q^t R \bar{I}_q - \bar{I}_q^t X \bar{I}_p$$

Como X é Simétrica

$$\bar{I}_p^t X \bar{I}_q = \bar{I}_q^t X \bar{I}_p$$

Logo,

$$P_L = \bar{I}_p^t R \bar{I}_p + \bar{I}_q^t R \bar{I}_q$$

Usando a Notação com Índices:

$$P_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N r_{jk} (I_{pj} I_{pk} + I_{qj} I_{qk}) \quad ( 7 ).$$

A Equação ( 7 ) está expressa em função das Correntes de Barras, mas, em geral, nós conhecemos as potências e tensões de barras. Neste caso é mais conveniente obter  $P_L$  em função dessas grandezas.

Para a Barra i

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* = V_i (I_{pi} - jI_{qi})$$

$$P_i + jQ_i = |V_i| (\cos\delta_i + j\text{sen}\delta_i) (I_{pi} - jI_{qi})$$

$\delta_i$  - Ângulo de Fase da Tensão  $V_i$

Logo:

$$P_i + jQ_i = |V_i| I_{pi} \cos\delta_i - j|V_i| I_{qi} \cos\delta_i + j|V_i| I_{pi} \text{sen}\delta_i + |V_i| I_{qi} \text{sen}\delta_i$$

Separando a parte real e a parte imaginária, teremos:

$$P_i = |V_i| I_{pi} \cos\delta_i + |V_i| I_{qi} \text{sen}\delta_i$$

$$Q_i = |V_i| I_{pi} \text{sen}\delta_i - |V_i| I_{qi} \cos\delta_i$$

Explicitando  $I_{pi}$  e  $I_{qi}$  nas Equações acima,

$$I_{pi} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \cos\delta_i + Q_i \text{sen}\delta_i) \tag{ 8 }$$

$$I_{qi} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \text{sen}\delta_i - Q_i \cos\delta_i)$$

Substituindo ( 8 ) em ( 7 ),

$$P_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{r_{jk}}{|V_j||V_k|} \left[ (P_j \cos \delta_j + Q_j \sin \delta_j)(P_k \cos \delta_k + Q_k \sin \delta_k) + \right. \\ \left. (P_j \sin \delta_j - Q_j \cos \delta_j)(P_k \sin \delta_k - Q_k \cos \delta_k) \right]$$

$$P_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[ \alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(P_j Q_k - Q_j P_k) \right] \quad ( 9 )$$

onde

$$\alpha_{jk} = \frac{r_{jk}}{|V_j||V_k|} \cos(\delta_j - \delta_k) \quad e$$

$$\beta_{jk} = - \frac{r_{jk}}{|V_j||V_k|} \sin(\delta_j - \delta_k).$$

### 2.1.1 - Cálculo de $\partial P_L / \partial P_{gi}$

$\partial P_L / \partial P_{gi}$  - Perda Incremental de Transmissão Associada ao Gerador  $i$ .

Pelo fato de  $P_i = P_{gi} - P_{ci}$ ,  $\partial P_L / \partial P_{gi} = \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ .

$P_{gi}$  - Potência Ativa gerada na barra  $i$

$P_{ci}$  - Potência Ativa de carga da barra  $i$

$\partial P_L / \partial P_{gi}$  é obtida pelas derivadas parciais, com relação às potências ativas na Equação ( 9 ).

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(P_j Q_k - Q_j P_k) \right].$$

Vamos usar derivadas parciais  $\partial/\partial P_i$  em quatro termos diferentes para cada par de índices  $j, k$ . Consideremos  $\alpha$  e  $\beta$  constantes [7] :

Í N D I C E S		T E R M O S			
j	k	$\alpha_{jk} \frac{\partial}{\partial P_i} (P_j P_k)$	$\alpha_{jk} \frac{\partial}{\partial P_i} (Q_j Q_k)$	$\beta_{jk} \frac{\partial}{\partial P_i} (P_j Q_k)$	$-\beta_{jk} \frac{\partial}{\partial P_i} (Q_j P_k)$
$j=i$	$k=i$	$2P_i \alpha_{ii}$	0	0	0
$j=i$	$k \neq i$	$P_k \alpha_{ik}$	0	$Q_k \beta_{ik}$	0
$j \neq i$	$k=i$	$P_j \alpha_{ji}$	0	0	$-Q_j \beta_{ji}$
$j \neq i$	$k \neq i$	0	0	0	0

Com posse das derivadas parciais, podemos expressar  $\partial P_L / \partial P_i$  da seguinte maneira:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2P_i \alpha_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N (P_k \alpha_{ik} + Q_k \beta_{ik}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (P_j \alpha_{ji} - Q_j \beta_{ji})$$

como

$$\alpha_{jk} = \alpha_{kj} \quad e$$

$$\beta_{jk} = -\beta_{kj}$$

Teremos:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2P_i \alpha_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N (P_k \alpha_{ik} + Q_k \beta_{ik}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (P_j \alpha_{ij} + Q_j \beta_{ij})$$

Substituindo j por k

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2P_i \alpha_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N (P_k \alpha_{ik} + Q_k \beta_{ik}) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N (P_k \alpha_{ik} + Q_k \beta_{ik})$$

ou

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2P_i \alpha_{ii} + 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N (P_k \alpha_{ik} + Q_k \beta_{ik})$$

$$\beta_{ii} = 0,$$

então:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{k=1}^N (P_k \alpha_{ik} + Q_k \beta_{ik})$$

$$\text{como } \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$$

logo:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}} = 2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{ik} P_k + \beta_{ik} Q_k) \quad (10).$$

## 2.2 - CÁLCULO DE $P_{gi}$ PELO MODO DE DOPAZO [6]

O Despacho Econômico de Potência Ativa tem como objetivo minimizar o custo de combustível das usinas térmicas. O custo operacional depende do tipo da usina e da potência ativa gerada. Para o processo de otimização vamos utilizar o método dos multiplicadores de Lagrange. O custo individual  $C_i$  da unidade geradora  $i$  é, para efeitos práticos, função apenas da potência ativa gerada. O custo total da geração é dado por:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \quad (11)$$

onde

$$C_i = C_i(P_{gi}).$$

No Despacho de Potência Ativa vamos minimizar  $C$  sujeita às restrições:

$$\phi = \sum_{i=1}^N (P_{gi} - P_{ci}) - P_L = 0 \quad (12)$$

e

$$P_{gimin} \leq P_{gi} \leq P_{gimax}, \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (13)$$

$G$  - Número de barras que possuem geração térmica

$P_{gimin}$  e  $P_{gimax}$  - Potência Ativa mínima e máxima do Gerador  $i$ .

Usando o Método dos Multiplicadores de Lagrange para minimizar  $C$ , definiremos uma função de custo aumentada  $C^*$  (10).

$$C^* = C - \lambda \phi \quad (14)$$

onde

$\lambda$  - Multiplicador de Lagrange.

Substituindo (11) e (12) em (14) teremos:

$$C^* = \sum_{i=1}^N C_i - \lambda \left[ \sum_{i=1}^N (P_{gi} - P_{ci}) - P_L \right] \quad (15)$$

A função custo é da forma

$$C_i = k_{i1} P_{gi}^3 + k_{i2} P_{gi}^2 + k_{i3} P_{gi} + k_{i4}$$

Sendo  $k_{i1} \geq 0$ ,  $k_{i2} \geq 0$ ,  $k_{i3} \geq 0$  e  $k_{i4} \geq 0$ . Dessa maneira a condição de custo mínimo com a restrição de igualdade é dada por:

$$\frac{\partial C^*}{\partial P_{gi}} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (16)$$

ou

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{gi}} - \lambda \left( 1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (17)$$

Substituindo  $\partial P_L / \partial P_{gi}$  dada na Equação (10), em (17) teremos:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{gi}} - \lambda \left[ 1 - 2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{ik} P_k + \beta_{ik} Q_k) \right] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (18).$$

O custo incremental da unidade  $i$ ,  $\partial C_i / \partial P_{gi}$ , é expresso como função da Potência Ativa Gerada  $P_{gi}$ . Logo, a Equação (18) será resolvida para  $P_{gi}$  dentro da restrição (13) para sucessivos valores de  $\lambda$ , até que a Equação (12) seja satisfeita.

### 2.3 - Cálculo de $P_{gi}$ pelo Modo Simplificado 9

Aqui iremos desenvolver uma maneira de calcular  $P_{gi}$  diretamente, sem precisar estimar  $\lambda$ . Para isto consideramos que a função custo é quadrática. Seja a função:



$$C_i = \frac{1}{2} a_i P_{gi}^2 + b_i P_{gi} + d_i \quad (19)$$

A condição de ótima, dada na Equação (17), a função (19) teremos:

$$a_i P_{gi} + b_i - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}}\right) = 0$$

ou

$$\lambda = \frac{P_{gi} + \frac{b_i}{a_i}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}}} \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (20)$$

como

$$\frac{P_{g1} + \frac{b_1}{a_1}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}}} = \frac{P_{g2} + \frac{b_2}{a_2}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g2}}} \dots = \frac{P_{gG} + \frac{b_G}{a_G}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gG}}}$$

logo:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^G P_{gi} + \frac{b_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^G \frac{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}}}{a_i}} \quad (21)$$

A partir da Equação ( 12 ):

$$\sum_{i=1}^G P_{gi} = \sum_{k=1}^N P_{ck} + P_L$$

e substituindo em ( 21 )

$$\lambda = \frac{\sum_{k=1}^N P_{ck} + P_L + \sum_{i=1}^G \frac{b_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^G \frac{1 - \partial P_L / \partial P_{gi}}{a_i}} \quad ( 22 )$$

Substituindo  $\lambda$  da Equação ( 20 ) na Eq. ( 22 ):

$$\frac{P_{gi} + \frac{b_i}{a_i}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}}} \frac{1}{a_i} = \frac{\sum_{k=1}^N P_{ck} + P_L + \sum_{i=1}^G \frac{b_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^G \frac{1 - \partial P_L / \partial P_{gi}}{a_i}}$$

ou ainda:

$$P_{gi} = \frac{\left[ \frac{\sum_{k=1}^N P_{ck} + P_L + \sum_{i=1}^G \frac{b_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^G \frac{1 - \partial P_L / \partial P_{gi}}{a_i}} \right] \left[ 1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}} \right] - \frac{b_i}{a_i}}{a_i} \quad ( 23 ).$$

Portanto, para a aproximação usual de função custo quadrática, é possível simplificar o cálculo da geração a partir

do exposto na referência [9] .

Introduzimos a restrição de desigualdade em ( 13 ) de maneira usual, ou seja, quando a Potência Ativa Gerada, dada pela Equação ( 23 ), viola um limite (máximo ou mínimo). Ela é fixada no limite violado.

## CAPÍTULO III

### DESPACHO DE POTÊNCIA REATIVA

Consideraremos o Despacho de Potência Reativa com o objetivo de minimizar o custo de combustível das usinas térmicas. Para isto vamos utilizar um método desenvolvido por N. F. Tsang. As restrições adicionais, isto é, os limites de potências reativas e de tensões, são consideradas na solução do fluxo de carga. Quando uma barra atinge um dos limites de tensão, ela sai do processo de otimização e passa a ser uma barra de tensão controlada com o valor no limite violado.

### 3.1 - MÉTODO DE N. F. TSANG [7] .

O Despacho de Potência Reativa tem como objetivo minimizar o custo total  $C$  de combustível das usinas têrmicas. Para minimizar  $C$ , iremos utilizar o mêtodo desenvolvido por N. F. Tsang. Trataremos as potências geradas na barra de Swing como variáveis dependentes.

Consideremos as seguintes restrições:

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^N (P_{gi} - P_{ci}) - P_L = 0 \quad (24-a)$$

$$\Phi_2 = \sum_{i=1}^N (Q_{gi} - Q_{ci}) - Q_L = 0 \quad (24-b)$$

onde

$Q_{gi}$  - Potência Reativa Gerada

$Q_{ci}$  - Potência Reativa de Carga

$Q_L$  - Balanço de Reativos.

A restrição ( 24-b ) e as restrições adicionais, isto é, os limites das potências reativas e tensões, são consideradas na solução do fluxo de carga. Denominaremos a barra de Swing de barra "1" e, as barras de Geração de "S", onde  $S = 2, 3, \dots G$ . Consideremos que  $P_{g1}$  é função de  $P_{gs}$  e  $Q_{gs}$ ,

logo:

$$dP_{g1} = \sum_{s=2}^G \left( \frac{\partial P_{g1}}{\partial P_{gs}} dP_{gs} + \frac{\partial P_{g1}}{\partial Q_{gs}} dQ_{gs} \right) \quad ( 25 )$$

O custo total da geração  $C$  na Equação ( 11 ) é função apenas das Potências Ativas Geradas. Dessa forma a condição de mínimo custo é:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial P_{g1}} dP_{g1} + \sum_{s=2}^G \frac{\partial C}{\partial P_{gs}} dP_{gs} = 0 \quad ( 26 )$$

Substituindo a Equação ( 25 ) na Equação ( 26 ), temos:

$$dC = \sum_{s=2}^G \left[ \left( \frac{\partial C}{\partial P_{gs}} + \frac{\partial C}{\partial P_{g1}} \frac{\partial P_{g1}}{\partial P_{gs}} \right) dP_{gs} + \left( \frac{\partial C}{\partial P_{g1}} \frac{\partial P_{g1}}{\partial Q_{gs}} \right) dQ_{gs} \right] = 0$$

Sendo  $dP_{gs}$  e  $dQ_{gs}$  valores não nulos, então:

$$\frac{\partial C}{\partial P_{gs}} + \frac{\partial C}{\partial P_{g1}} \cdot \frac{\partial P_{g1}}{\partial P_{gs}} = 0$$

e

$$\frac{\partial C}{\partial P_{g1}} \cdot \frac{\partial P_{g1}}{\partial Q_{gs}} = 0$$

como  $\frac{\partial C}{\partial P_{g1}} \neq 0$

logo:

$$\frac{\partial P_{g1}}{\partial Q_{gs}} = 0 \quad ( 27 )$$

Como  $P_{g1}$  e  $Q_{g1}$  são variáveis dependentes das Potências Geradas,  $P_{gs}$  e  $Q_{gs}$ , as perdas Ativas e Reativas também o são. Permanecendo  $P_{gs}$  fixo e fazendo uma variação incremental na Potência Reativa  $Q_{gs}$ , teremos:

$$\Delta P_{g1} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}} \Delta P_{g1} + \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \Delta Q_{g1} + \frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} \Delta Q_{gs} \quad ( 28-a )$$

e

$$\Delta Q_{g1} + \Delta Q_{gs} = \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}} \Delta P_{g1} + \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}} \Delta Q_{g1} + \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}} \Delta Q_{gs} \quad ( 28-b )$$

Tirando o valor de  $\Delta Q_{g1}$  na Equação ( 28-b )

$$\Delta Q_{g1} = \frac{\Delta Q_{gs} \left( -1 + \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}} \right) + \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}} \Delta P_{g1}}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}}$$

e substituindo na Equação ( 28-a ), teremos:

$$\Delta P_{g1} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}} \Delta P_{g1} + \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \left[ \frac{\Delta Q_{gs} \left( -1 + \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}} \right) + \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}} \Delta P_{g1}}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}} \right] + \frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} \Delta Q_{gs}$$

ou

$$\Delta P_{g1} \left( 1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}} - \frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}}}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}} \right) = \Delta Q_{gs} \left( \frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} - \frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \left( 1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}} \right)}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}} \right)$$

Logo:

$$\frac{\Delta P_{g1}}{\Delta Q_{gs}} = \frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} - \frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \left( 1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}} \right)}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}} - \frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}}}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}}} \quad (29)$$

Para pequenos valores de  $\frac{\Delta P_{g1}}{\Delta Q_{gs}}$  poderemos considerar

$$\frac{\partial P_{g1}}{\partial Q_{gs}} \cong \frac{\Delta P_{g1}}{\Delta Q_{gs}}$$

Substituindo a Equação (27) na Equação (29)



$$\frac{\partial P_{g1}}{\partial Q_{gs}} = \frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} - \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \frac{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}}}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}} - \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}} \frac{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}}}} = 0 \quad (30)$$

Considerando que para pequenas variações de  $\Delta Q_{g1}$  e  $\Delta Q_{gs}$ ,

$$\frac{\partial Q_L}{\partial Q_{g1}} \ll 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial Q_L}{\partial Q_{gs}} \ll 1.$$

Logo a Equação (30) ficará:

$$\frac{\frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} - \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g1}} - \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} \frac{\partial Q_L}{\partial P_{g1}}} = 0$$

ou

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_{gs}} - \frac{\partial P_L}{\partial Q_{g1}} = 0 \quad (31)$$

### Cálculo de $\partial P_L / \partial Q_{gi}$

O termo  $\partial P_L / \partial Q_{gi}$  é obtido pelas derivadas parciais com relação às Potências Reativas na Equação (9), ou seja:

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_{gi}} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial}{\partial Q_i} \alpha_{jk} (P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk} (P_j Q_k - Q_j P_k) .$$

Como  $Q_i = Q_{gi} - Q_{ci}$ , substituímos  $\partial Q_{gi}$  por  $\partial Q_i$ . Vamos usar Derivadas Parciais  $\partial P_L / \partial Q_i$  em quatro termos diferentes para cada par de índices  $j, k$ . Consideremos  $\alpha$  e  $\beta$  constantes [7] :

ÍNDICE		TERMO			
j	k	$\alpha_{jk} \frac{\partial}{\partial Q_i} (P_j P_k)$	$\alpha_{jk} \frac{\partial}{\partial Q_i} (Q_j Q_k)$	$\beta_{jk} \frac{\partial}{\partial Q_i} (P_j Q_k)$	$-\beta_{jk} \frac{\partial}{\partial Q_i} (Q_j P_k)$
j=i	k=i	0	$2Q_i \alpha_{ii}$	0	0
j=i	k≠i	0	$Q_k \alpha_{ik}$	0	$-P_k \beta_{ik}$
j≠i	k=i	0	$Q_j \alpha_{ji}$	$P_j \beta_{ji}$	0
j≠i	k≠i	0	0	0	0

Utilizando as mesmas considerações feitas no item 2.1.1, teremos:

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_{gi}} = 2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{ik} Q_k - \beta_{ik} P_k) \quad (32)$$

Substituindo a Equação (32) na Equação (31),

$$2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{sk} Q_k - \beta_{sk} P_k) - 2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{lk} Q_k - \beta_{lk} P_k) = 0$$

ou

$$\sum_{k=1}^N [(\alpha_{sk} - \alpha_{lk}) Q_k - (\beta_{sk} - \beta_{lk}) P_k] = 0 \quad (33)$$

A Equação (33) será condição necessária para o Despacho Ótimo. A cada iteração, considerando que as perdas reativas não variam com uma pequena mudança da geração de Potência Reativa, poderemos estabelecer a seguinte aproximação:

$$Q_{total} = Q_{g1}^{(v)} + \sum_m Q_{gm}^{(v)} \cong Q_{g1}^{(v+1)} + \sum_m Q_{gm}^{(v+1)} \quad m = 2, 3, \dots, G \quad (34)$$

onde:

$Q_{g1}^{(v)}$  e  $Q_{gm}^{(v)}$  - são as Potências Reativas calculadas na iteração anterior

$Q_{g1}^{(v+1)}$  e  $Q_{gm}^{(v+1)}$  - são as Potências Reativas calculadas na iteração atual.

Quando estamos próximos da Condição do Despacho Ótimo,  $Q_{g1}^{(v+1)} \cong Q_{g1}^{(v)}$  e  $Q_{gm}^{(v+1)} \cong Q_{gm}^{(v)}$ , então poderemos escrever a Equação:

$$\sum_{k=1}^N (\alpha_{sk} - \alpha_{1k}) (Q_{gk}^{(v+1)} - Q_{gk}^{(v)}) \cong 0 \quad (35)$$

como a partir da barra  $(G + 1)$  não tem Geração de Potência Reativa, logo a Equação (35) ficará:

$$(\alpha_{s1} - \alpha_{11}) (Q_{g1}^{(v+1)} - Q_{g1}^{(v)}) + \sum_{m=2}^G (\alpha_{sm} - \alpha_{1m}) (Q_{gm}^{(v+1)} - Q_{gm}^{(v)}) = 0 \quad (36)$$

Levando em conta a Equação (34) na Equação (36) teremos:

$$(\alpha_{s1} - \alpha_{11}) \left\{ - \left[ \sum_{m=2}^G (Q_{gm}^{(v+1)} - Q_{gm}^{(v)}) \right] \right\} + \sum_{m=2}^G (\alpha_{sm} - \alpha_{1m}) (Q_{gm}^{(v+1)} - Q_{gm}^{(v)}) = 0$$

ou

$$\sum_{m=2}^G (\alpha_{11} - \alpha_{s1} - \alpha_{1m} + \alpha_{sm}) (Q_{gm}^{(v+1)} - Q_{gm}^{(v)}) = 0 \quad (37)$$

Somando a Equação (37) à Equação (33)

$$\sum_{m=2}^G (\alpha_{11} - \alpha_{s1} - \alpha_{1m} + \alpha_{sm}) (Q_{gm}^{(v+1)} - Q_{gm}^{(v)}) + \sum_{k=1}^N [(\alpha_{sk} - \alpha_{1k}) Q_k - (\beta_{sk} - \beta_{1k}) P_k] = 0$$

ou

$$\sum_{m=2}^G (\alpha_{11} - \alpha_{s1} - \alpha_{1m} + \alpha_{sm}) \Delta Q_{gm} = \sum_{k=1}^N [ (\alpha_{1k} - \alpha_{sk}) Q_k - (\beta_{1k} - \beta_{sk}) P_k ] \quad ( 38 )$$

onde

$$\Delta Q_{gm} = Q_{gm}^{(v+1)} - Q_{gm}^{(v)}$$

ou

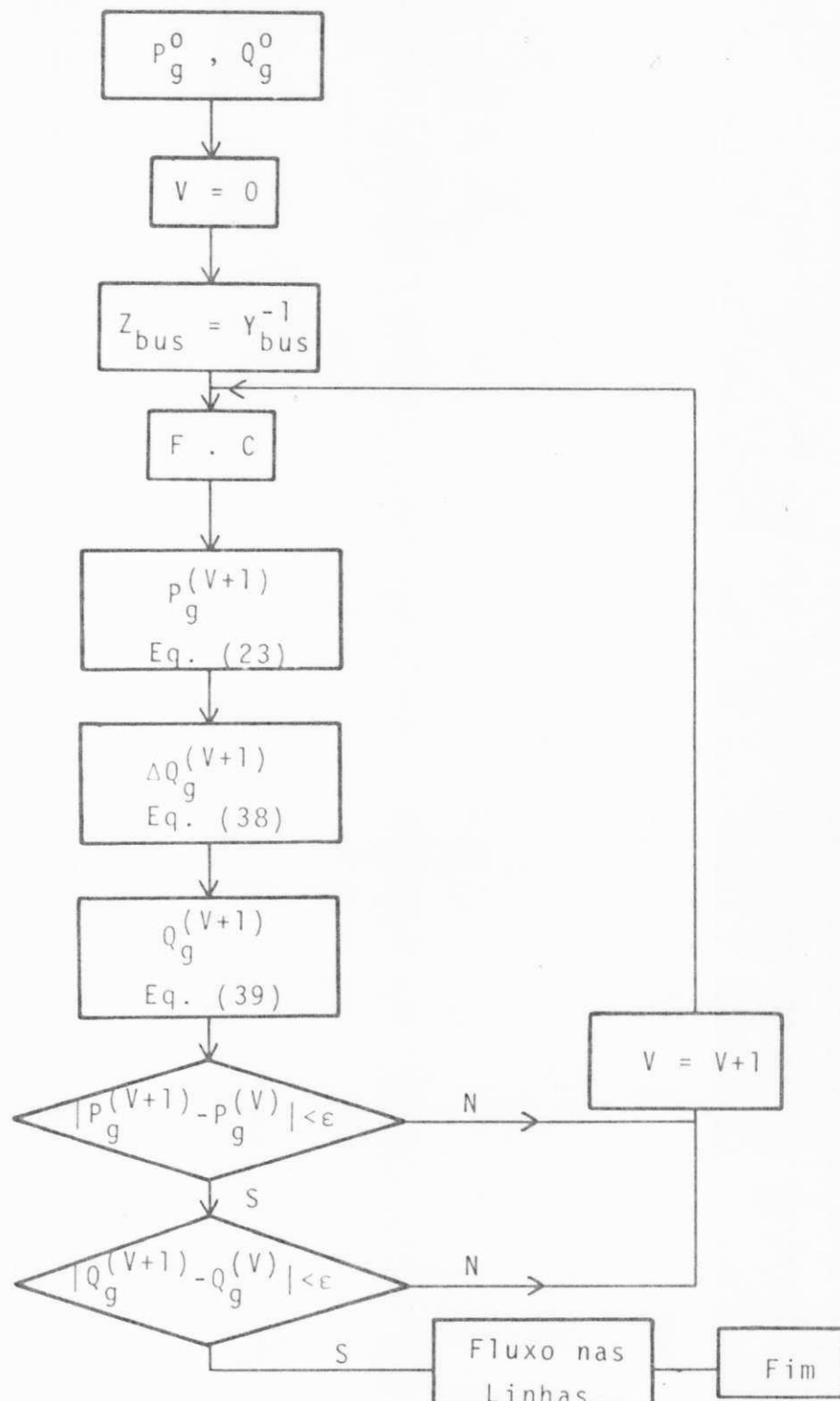
$$Q_{gm}^{(v+1)} = Q_{gm}^{(v)} + \Delta Q_{gm} \quad ( 39 )$$

Na condição ótima  $\Delta Q_{gm} = 0$  e a Equação ( 38 ) será igual a Equação ( 33 ).

### 3.2 - PROCESSO COMPUTACIONAL PARA O DESPACHO DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA

- 1 - Valor inicial de  $P_g$  e  $Q_g$
- 2 - Calcule  $Z_{bus}$  por inversão de  $Y_{bus}$
- 3 - Resolva um fluxo de carga
- 4 - Calcule  $P_g$  pela Equação ( 23 )
- 5 - Calcule  $\Delta Q_g$  pela Equação ( 38 )

- 6 - Calcule  $Q_g$  pela Equação ( 39 )
- 7 - Verifique se  $|P_g^{(v+1)} - P_g^{(v)}| < \epsilon$  e  $|Q_g^{(v+1)} - Q_g^{(v)}| < \epsilon$ . Se for verdadeiro vá para 8, caso contrário volte para 3
- 8 - Calcule os fluxos nas linhas



## CAPÍTULO IV

### EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

#### 4.1 - SISTEMA DE PEQUENO PORTE

Para a aplicação deste método utilizaremos dois exemplos de Sistemas Elétricos com Geração Térmica [7]. Na Fig. 1 temos um sistema com 5 (cinco) barras, das quais 3 (três) com Geração Térmica, e 7 (sete) linhas. Tomaremos a tolerância  $\epsilon = 0.001$  P.U. para a Convergência em Potência. Os limites (máximo e mínimo) de Potência Gerada, em cada unidade geradora, foram fixados em 100 MW e 0 (zero) MW respectivamente.

Fig. 1 - Diagrama Unifilar

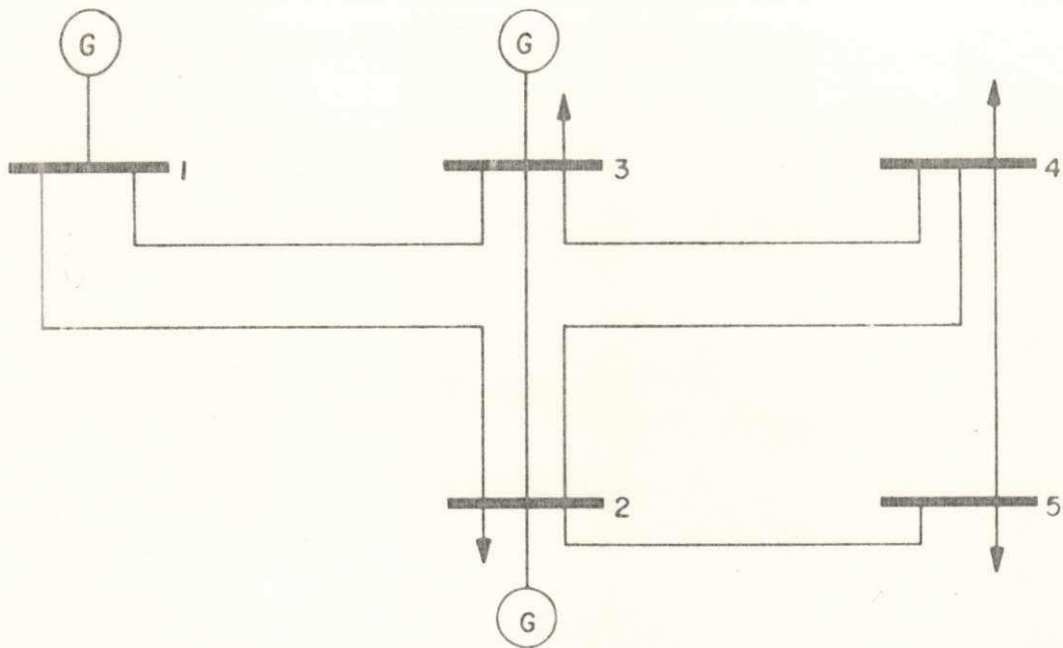


Tabela 1 - Dados das Linhas (Base de 100 MVA)

Linha	Impedância	C. Shunt/2
1-2	$0.02 + j0.06$	$j0.030$
1-3	$0.08 + j0.24$	$j0.025$
2-3	$0.06 + j0.18$	$j0.020$
2-4	$0.06 + j0.18$	$j0.020$
2-5	$0.04 + j0.12$	$j0.015$
3-4	$0.01 + j0.03$	$j0.010$
4-5	$0.08 + j0.24$	$j0.025$



Tabela 2 - Coeficientes da Função Custo

Barra	$a_i$	$b_i$	$d_i$
1	0.012	2.0	140
2	0.015	1.5	120
3	0.014	1.8	80

Tabela 3 - Dados de Barra (Caso Base)

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	PC(MW)	QC(MVAR)	Tensao	Angulo <sup>o</sup>
1	98.40	-23.20	0.00	0.00	1.0600	0.000
2	40.00	30.00	20.00	10.00	1.0564	-2.2701
3	30.00	10.00	45.00	15.00	1.0439	-3.6897
4	0.00	0.00	40.00	5.00	1.0413	-4.1564
5	0.00	0.00	60.00	10.00	1.0303	-5.3531

Custo da Geração = 727.195.

#### 4.1.1 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa sem Restrição nos Níveis de Tensões

##### a) Sem Restrição de Potência Ativa

##### a.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 4

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	42.63	-6.46	1.0600	0.0000
2	69.15	8.09	1.0551	-0.8517
3	54.80	11.23	1.0490	-1.8570
4	0.00	0.00	1.0452	-2.4036
5	0.00	0.00	1.0308	-3.8223

Nº de Iterações da Otimização = 4

Perdas Ativas = 1.61 MW

Balanco de Reativos = 27.11 MVAR

Custo da Geração = 695.433

#### a.2) Sistema Hidro-Térmico

O objetivo do método é a minimização do custo de combustível das usinas térmicas, conhecendo-se a geração hidráulica. Para exemplificar, colocamos Geração Hidráulica na barra 4 (quatro) do Sistema da Fig. 1.

Tabela 5

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	24.78	-6.24	1.0600	0.0000
2	54.09	5.84	1.0568	-0.5357
3	37.23	6.33	1.0545	-0.9036
4	50.00	5.00	1.0550	-0.9708
5	0.00	0.00	1.0354	-3.1162

Nº de Iterações da Otimização = 3

Perdas Ativas = 1.02 MW

Balanco de Reativos = 29.13 MVAR

Custo da Geração = 573.032

#### b) Com Restrição de Potência Ativa

Para verificarmos a Restrição de Desigualdade ( 13 ), reduzimos o limite máximo da Geração de Potência Ativa da unidade geradora 2 (dois) para 50 MW.

##### b.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 6

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	61.75	-6.54	1.0600	0.0000
2	50.00	8.68	1.0523	-1.3528
3	55.09	11.59	1.0471	-2.2287
4	0.00	0.00	1.0430	-2.8043
5	0.00	0.00	1.0281	-4.3024

Nº de Iterações da Otimização = 4

Perdas Ativas = 1.86 MW

Balanco de Reativos = 26.25 MVAR

Custo da Geração = 700.559

### b.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 7

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	28.83	-6.27	1.0600	0.0000
2	50.00	5.92	1.0562	-0.6414
3	37.27	6.37	1.0541	-0.9811
4	50.00	5.00	1.0545	-1.0542
5	0.00	0.00	1.0348	-3.2174

Nº de Iterações da Otimização = 3

Perdas Ativas = 1.05 MW

Balanco de Reativos = 29.02 MVAR

Custo da Geração = 573.221

#### 4.1.2 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa com Restrição nos Níveis de Tensões

Neste Item usaremos Restrição de Tensão. Os limites foram fixados em  $\pm 5\%$  do valor nominal de 1.0 P.U.

a) Sem Restrição de Potência Ativa

a.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 8

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>	
1	42.79	2.10	1.0600	0.0000	
*	2	69.10	-8.49	1.0500	-0.7644
*	3	54.76	19.62	1.0500	-1.8881
	4	0.00	0.00	1.0449	-2.4141
	5	0.00	0.00	1.0271	-3.7864

Nº de Iterações da Otimização = 5

Perdas Ativas = 1.65 MW

Balanco de Reativos = 26.88 MVAR

Custo da Geração = 695.566

a.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 9

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	24.82	7.72	1.0600	0.0000
* 2	54.11	-8.77	1.0500	-4.4162
* 3	37.27	7.38	1.0500	-0.8296
4	50.00	5.00	1.0500	-0.8888
5	0.00	0.00	1.0290	-3.0375

Nº de Iterações da Otimização = 3

Perdas Ativas = 1.06 MW

Balanço de Reativos = 28.72 MVAR

Custo da Geração = 573.287

b) Com Restrição de Potência Ativa

b.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 10

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>	
1	61.73	-2.50	1.0600	0.0000	
*	2	50.00	1.95	1.0500	-1.3131
	3	55.09	14.38	1.0470	-2.2307
	4	0.00	0.00	1.0425	-2.7994
	5	0.00	0.00	1.0263	-4.2831

Nº de Iterações da Otimização = 4

Perdas Ativas = 1.87 MW

Balanco de Reativos = 26.17 MVAR

Custo da Geração = 700.505

### b.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 11

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>	
1	28.88	6.42	1.0600	0.0000	
*	2	50.00	-7.39	1.0500	-5.5336
*	3	37.30	7.38	1.0500	-0.9146
	4	50.00	5.00	1.0500	-0.9805
	5	0.00	0.00	1.0290	-3.1471

Nº de Iterações da Otimização = 3

Perdas Ativas = 1.09 MW

Balanco de Reativos = 28.65 MVAR

Custo da Geraçao = 573.401.

#### 4.2 - SISTEMA DE MÈDIO PORTE

Utilizaremos um sistema da Referencia [7] para a aplicaçao deste mètodo. Na Fig. 2 temos o sistema com 25 (vinte e cinco) barras, das quais 5 (cinco) com geraçao tÈrmica, e 35 (trinta e cinco) linhas. Tomaremos a tolerancia  $\epsilon = 0.025$  P.U. para a convergencia em potncia. Os limites (máximo e mínimo) de Potncia Gerada, em cada unidade geradora, foram fixados em 300 MW e o 0 (zero) MW respectivamente.

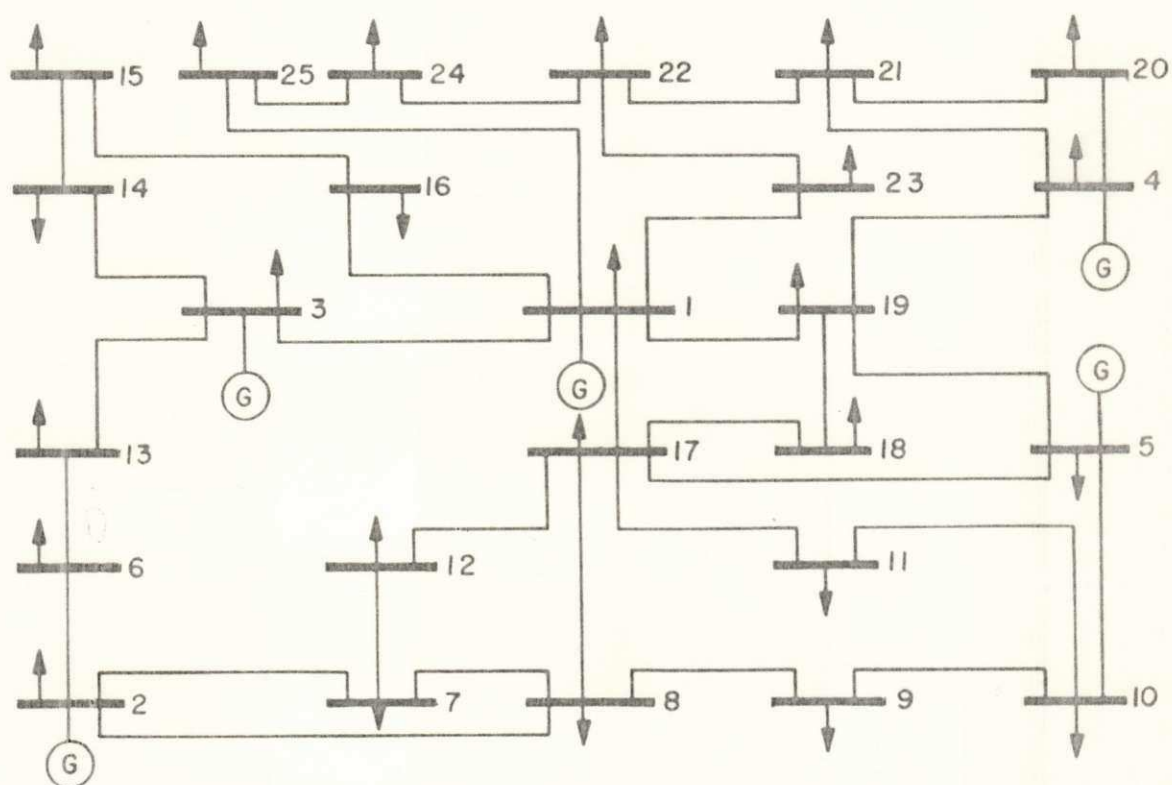


Fig. 2 - Diagrama Unifilar



Tabela 12 - Dados das Linhas (Base de 100 MVA)

Linha	Impedância	C. Shunt/2
1-3	0.0720 + j0.2876	j0.0179
1-6	0.0290 + j0.1379	j0.0337
1-17	0.1012 + j0.2799	j0.0148
1-19	0.1487 + j0.3897	j0.0224
1-23	0.1087 + j0.2245	j0.0573
1-25	0.0753 + j0.3593	j0.0873
2-6	0.0617 + j0.2935	j0.0186
2-7	0.0511 + j0.2442	j0.0155
2-8	0.0579 + j0.2763	j0.0175
3-13	0.0564 + j0.1478	j0.0085
3-14	0.1183 + j0.3573	j0.0185
4-19	0.0196 + j0.0514	j0.0113
4-20	0.0382 + j0.1007	j0.0220
4-21	0.0970 + j0.2547	j0.0558
5-10	0.0497 + j0.2372	j0.0577
5-17	0.0144 + j0.1269	j0.1335
5-19	0.0929 + j0.2442	j0.0140
6-13	0.0263 + j0.0691	j0.0040
7-8	0.0529 + j0.1465	j0.0078
7-12	0.0364 + j0.1736	j0.0110
8-9	0.0387 + j0.1847	j0.0118
8-17	0.0497 + j0.2372	j0.0572
9-10	0.0973 + j0.2691	j0.0085
10-11	0.0898 + j0.2359	j0.0135
11-17	0.1068 + j0.2807	j0.0161
12-17	0.0460 + j0.2196	j0.0139
14-15	0.0281 + j0.0764	j0.0044
15-16	0.0256 + j0.0673	j0.0148
17-18	0.0806 + j0.2119	j0.0122
18-19	0.0872 + j0.2294	j0.0132
20-21	0.0615 + j0.1613	j0.0354
21-22	0.0414 + j0.1087	j0.0238
22-23	0.2250 + j0.3559	j0.0169
22-24	0.0970 + j0.2595	j0.0567
24-25	0.0472 + j0.1458	j0.0317

Tabela 13 - Coeficientes da Função Custo

Barra	$a_i$	$b_i$	$d_i$
1	0.003	1.8	40
2	0.006	1.7	60
3	0.0024	2.1	100
4	0.016	2.0	25
5	0.002	1.9	120

Tabela 14 - Dados de Barra (Caso Base)

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	PC(MW)	QC(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	254.00	212.00	200.00	65.00	1.0200	0.0000
2	100.00	-17.00	10.00	3.00	0.8890	13.6900
3	150.00	4.00	50.00	17.00	0.9590	8.2400
4	50.00	-4.00	30.00	10.00	0.8910	0.8800
5	200.00	-47.00	25.00	8.00	0.8850	13.7500
6	0.00	0.00	15.00	5.00	0.9050	8.1900
7	0.00	0.00	15.00	5.00	0.8840	7.7300
8	0.00	0.00	25.00	0.00	0.8860	7.0200
9	0.00	0.00	15.00	5.00	0.8750	6.3000
10	0.00	0.00	15.00	5.00	0.8830	8.0800
11	0.00	0.00	5.00	0.00	0.8920	6.4600
12	0.00	0.00	10.00	0.00	0.8920	6.1200
13	0.00	0.00	25.00	8.00	0.9140	7.4900
14	0.00	0.00	20.00	7.00	0.9350	-1.6000
15	0.00	0.00	30.00	10.00	0.9420	-2.8400
16	0.00	0.00	30.00	10.00	0.9630	-2.7800
17	0.00	0.00	60.00	20.00	0.9020	5.7300
18	0.00	0.00	15.00	5.00	0.8880	3.0700
19	0.00	0.00	15.00	5.00	0.8960	2.4500
20	0.00	0.00	25.00	8.00	0.8820	-2.0100
21	0.00	0.00	20.00	7.00	0.8940	-3.8500
22	0.00	0.00	20.00	7.00	0.9120	-5.4300
23	0.00	0.00	15.00	5.00	0.9720	-3.3800
24	0.00	0.00	15.00	5.00	0.9400	-7.3300
25	0.00	0.00	25.00	8.00	0.9590	-6.8200

Custo da Geração = 1980.974

4.2.1 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa, sem Restrição nos Níveis de Tensões

a) Sem Restrição de Potência Ativa

a.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 15

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensao	Angulo <sup>o</sup>
1	252.16	62.06	1.0200	0.0000
2	105.23	0.52	1.0580	8.8333
3	131.83	28.62	1.0419	4.7442
4	39.53	5.14	1.0021	-1.3177
5	216.64	-13.23	1.0551	9.1826
6	0.00	0.00	1.0297	4.5256
7	0.00	0.00	1.0461	4.5962
8	0.00	0.00	1.0470	4.0958
9	0.00	0.00	1.0401	3.6089
10	0.00	0.00	1.0495	4.9351
11	0.00	0.00	1.0475	3.7359
12	0.00	0.00	1.0446	3.4508
13	0.00	0.00	1.0261	4.0255
14	0.00	0.00	0.9770	-2.6158
15	0.00	0.00	0.9735	-3.4513
16	0.00	0.00	0.9839	-3.1007
17	0.00	0.00	1.0417	3.2183
18	0.00	0.00	1.0170	0.9904
19	0.00	0.00	1.0095	0.3071
20	0.00	0.00	0.9883	-3.5822
21	0.00	0.00	0.9871	-4.9824
22	0.00	0.00	0.9850	-6.1356
23	0.00	0.00	1.0005	-3.5636
24	0.00	0.00	0.9909	-7.4724
25	0.00	0.00	0.9966	-6.8239

Nº de Iterações da Otimização = 31

Perdas Ativas = 15.20 MW

Balanco de Reativos = 144.87 MVAR

Custo da Geração = 1954.180

a.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 16

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	252.22	64.87	1.0200	0.0000
2	84.00	-4.00	1.0669	11.3266
3	97.40	31.21	1.0455	7.1061
4	36.64	4.05	1.0018	-1.8485
5	195.48	-10.10	1.0590	8.2055
6	100.00	5.00	1.0751	13.2755
7	0.00	0.00	1.0513	5.8821
8	0.00	0.00	1.0517	5.1210
9	0.00	0.00	1.0455	4.1370
10	0.00	0.00	1.0536	4.6920
11	0.00	0.00	1.0513	3.5730
12	0.00	0.00	1.0488	4.1432
13	0.00	0.00	1.0571	10.8098
14	0.00	0.00	0.9767	-1.5527
15	0.00	0.00	0.9730	-2.6918
16	0.00	0.00	0.9832	-2.6072
17	0.00	0.00	1.0452	3.0698
18	0.00	0.00	1.0191	0.7187
19	0.00	0.00	1.0103	-0.1978
20	0.00	0.00	0.9881	-4.0686
21	0.00	0.00	0.9869	-5.3961
22	0.00	0.00	0.9847	-6.4487
23	0.00	0.00	1.0004	-3.6777
24	0.00	0.00	0.9907	-7.6753
25	0.00	0.00	0.9965	-6.9662

Nº de Iterações da Otimização = 24

Perdas Ativas = 18.51

Balanco de Reativos = 137.05 MVAR

Custo da Geração = 1724.928

b) Com Restrição de Potência Ativa

Para verificarmos a Restrição de Desigualdade( 13 ),  
reduzimos o limite máximo da Geração de Potência Ativa da uni-  
dade geradora 5 (cinco) para 180 MW.

b.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 17

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	291.66	61.21	1.0200	0.0000
2	106.66	-0.57	1.0435	7.0941
3	125.06	28.13	1.0361	3.7263
4	39.51	3.89	0.9925	-3.1099
5	180.00	-14.81	1.0375	5.7164
6	0.00	0.00	1.0195	3.1651
7	0.00	0.00	1.0309	2.4500
8	0.00	0.00	1.0316	1.8376
9	0.00	0.00	1.0244	1.0464
10	0.00	0.00	1.0326	1.9780
11	0.00	0.00	1.0316	1.0188
12	0.00	0.00	1.0296	1.1753
13	0.00	0.00	1.0172	2.7655
14	0.00	0.00	0.9750	-3.0954
15	0.00	0.00	0.9721	-3.7996
16	0.00	0.00	0.9831	-3.3305
17	0.00	0.00	1.0272	0.8124
18	0.00	0.00	1.0047	-1.2190
19	0.00	0.00	0.9997	-1.6365
20	0.00	0.00	0.9792	-5.2530
21	0.00	0.00	0.9791	-6.4144
22	0.00	0.00	0.9781	-7.2276
23	0.00	0.00	0.9978	-3.9648
24	0.00	0.00	0.9862	-8.2016
25	0.00	0.00	0.9932	-7.3413

Nº de Iterações da Otimização = 7

Perdas Ativas = 12.83 MW

Balanco de Reativos = 149.98 MVAR

## b.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 18

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>0</sup>
1	250.85	64.00	1.0200	0.0000
2	84.45	-4.42	1.0601	10.6644
3	95.65	30.87	1.0434	6.7916
4	36.56	3.39	0.9971	-2.5917
5	180.00	-10.95	1.0508	6.7823
6	100.00	5.00	1.0708	12.8494
7	0.00	0.00	1.0442	5.0300
8	0.00	0.00	1.0444	4.2175
9	0.00	0.00	1.0380	3.1001
10	0.00	0.00	1.0456	3.4836
11	0.00	0.00	1.0438	2.4621
12	0.00	0.00	1.0418	3.2269
13	0.00	0.00	1.0535	10.4124
14	0.00	0.00	0.9760	-1.7025
15	0.00	0.00	0.9725	-2.8013
16	0.00	0.00	0.9830	-2.6798
17	0.00	0.00	1.0383	-2.1626
18	0.00	0.00	1.0133	-0.1906
19	0.00	0.00	1.0055	-1.0027
20	0.00	0.00	0.9837	-4.7640
21	0.00	0.00	0.9830	-5.9930
22	0.00	0.00	0.9814	-6.9049
23	0.00	0.00	0.9991	-3.8458
24	0.00	0.00	0.9885	-7.9818
25	0.00	0.00	0.9948	-7.1843

Nº de Iterações da Otimização = 7

Perdas Ativas = 17.44 MW

Balanco de Reativos = 138.90 MVAR

Custo da Geração = 1725.919

4.2.2 - Resultados da Otimização de Potências Ativa e Reativa com Restrição nos Níveis de Tensões

Neste Item usaremos Restrição de Tensão. Os limites foram fixados em  $\pm 5\%$  do valor nominal de 1.0 P.U.

a) Sem Restrição de Potência Ativa

a.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 19

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Angulo <sup>o</sup>
1	252.19	39.74	1.0200	0.0000
* 2	105.13	-5.47	1.0500	8.8826
* 3	132.40	36.02	1.0500	4.5958
* 4	39.15	43.33	1.0500	-2.3593
* 5	217.14	-32.83	1.0500	9.0894
6	0.00	0.00	1.0309	4.4892
7	0.00	0.00	1.0413	4.5432
8	0.00	0.00	1.0427	4.0266
9	0.00	0.00	1.0359	3.5215
10	0.00	0.00	1.0456	4.8334
11	0.00	0.00	1.0451	3.6213
12	0.00	0.00	1.0417	3.3624
13	0.00	0.00	1.0295	3.9570
14	0.00	0.00	0.9808	-2.6394
15	0.00	0.00	0.9763	-3.4582
16	0.00	0.00	0.9858	-3.0988
17	0.00	0.00	1.0414	3.0944
18	0.00	0.00	1.0322	0.5462
19	0.00	0.00	1.0413	-0.4834
20	0.00	0.00	1.0339	-4.3931
21	0.00	0.00	1.0270	-5.6089
22	0.00	0.00	1.0162	-6.5646
23	0.00	0.00	1.0125	-3.6979
24	0.00	0.00	1.0126	-7.6345
25	0.00	0.00	1.0125	-6.9031

Nº de Iterações da Otimização = 4

Perdas Ativas = 15.86 MW

Balanco de Reativos = 147.14 MVAR

Custo da Geração = 1955.576



a.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 20

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Angulo <sup>o</sup>
1	235.42	46.16	1.0200	0.0000
* 2	83.26	-12.49	1.0500	11.5049
* 3	99.85	37.60	1.0500	7.1937
* 4	36.23	44.27	1.0500	-2.9750
* 5	194.41	-30.31	1.0500	8.0590
6	100.00	5.00	1.0703	13.4711
7	0.00	0.00	1.0397	5.8504
8	0.00	0.00	1.0409	5.0527
9	0.00	0.00	1.0354	4.0247
10	0.00	0.00	1.0449	-4.5415
11	0.00	0.00	1.0445	3.4106
12	0.00	0.00	1.0403	4.0403
13	0.00	0.00	1.0552	10.9566
14	0.00	0.00	0.9787	-1.4868
15	0.00	0.00	0.9744	-2.6396
16	0.00	0.00	0.9842	-2.5699
17	0.00	0.00	1.0407	2.9809
18	0.00	0.00	1.0317	0.2064
19	0.00	0.00	1.0414	-1.0660
20	0.00	0.00	1.0339	-4.9590
21	0.00	0.00	1.0270	-6.0931
22	0.00	0.00	1.0160	-6.9349
23	0.00	0.00	1.0124	-3.8357
24	0.00	0.00	1.0125	-7.8768
25	0.00	0.00	1.0124	-7.0742

Nº de Iterações da Otimização = 23

Perdas Ativas = 19.29 MW

Balanco de Reativos = 137.86 MVAR

Custo da Geração = 1726.006

b) Com Restrição de Potência Ativab.1) Apenas Geração Térmica

Tabela 21

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Angulo <sup>o</sup>
1	292.66	26.15	1.0200	0.0000
* 2	106.76	-5.02	1.0500	6.7068
* 3	125.05	36.73	1.0500	3.3936
* 4	38.90	41.67	1.0500	-4.3144
* 5	180.00	-28.17	1.0500	5.1184
6	0.00	0.00	1.0305	2.8601
7	0.00	0.00	1.0407	2.0671
8	0.00	0.00	1.0420	1.4482
9	0.00	0.00	1.0358	0.6459
10	0.00	0.00	1.0450	1.5075
11	0.00	0.00	1.0445	0.5782
12	0.00	0.00	1.0410	0.7849
13	0.00	0.00	1.0293	2.4646
14	0.00	0.00	0.9816	-3.1738
15	0.00	0.00	0.9770	-3.8387
16	0.00	0.00	0.9864	-3.3457
17	0.00	0.00	1.0404	0.3900
18	0.00	0.00	1.0321	-1.8842
19	0.00	0.00	1.0420	-2.6149
20	0.00	0.00	1.0339	-6.1896
21	0.00	0.00	1.0268	-7.1455
22	0.00	0.00	1.0155	-7.7387
23	0.00	0.00	1.0121	-4.1340
24	0.00	0.00	1.0122	-8.4025
25	0.00	0.00	1.0121	-7.4446

Nº de Iterações da Otimização = 5

Perdas Ativas = 13.32 MW

Balanco de Reativos = 156.61 MVAR

Custo da Geração = 1961.627

## b.2) Sistema Hidro-Térmico

Tabela 22

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Angulo <sup>o</sup>
1	252.41	40.07	1.0200	0.0000
* 2	83.92	-12.13	1.0500	10.5904
* 3	95.59	37.71	1.0500	6.5977
* 4	36.16	43.57	1.0500	-3.7539
* 5	180.00	-28.39	1.0500	6.4840
6	100.00	5.00	1.0702	12.7361
7	0.00	0.00	1.0394	4.8331
8	0.00	0.00	1.0406	4.0004
9	0.00	0.00	1.0353	2.8623
10	0.00	0.00	1.0446	3.2126
11	0.00	0.00	1.0442	2.1934
12	0.00	0.00	1.0400	2.9940
13	0.00	0.00	1.0552	10.2660
14	0.00	0.00	0.9792	-1.7501
15	0.00	0.00	0.9749	-2.8264
16	0.00	0.00	0.9846	-2.6909
17	0.00	0.00	1.0403	1.8987
18	0.00	0.00	1.0317	-0.7638
19	0.00	0.00	1.0416	-1.9135
20	0.00	0.00	1.0339	-5.6745
21	0.00	0.00	1.0269	-6.7049
22	0.00	0.00	1.0157	-7.4021
23	0.00	0.00	1.0122	-4.0090
24	0.00	0.00	1.0124	-8.1823
25	0.00	0.00	1.0122	-7.2893

Nº de Iterações da Otimização = 5

Perdas Ativas = 18.03 MW

Balanco de Reativos = 142.19 MVAR

Custo da Geração = 1727.592

\* Barra que atingiu Limite de Tensão.

## CAPÍTULO V

AJUSTE NA GERAÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA [7]  
E RESTRIÇÃO DOS NÍVEIS DE TENSÃO

Na Equação ( 38 ) calculamos  $\Delta Q_g$  para ajustarmos a Potência Reativa Gerada a cada Iteração. Este ajuste pode ser total ou parcial. No Capítulo III consideramos o ajuste total. Para considerarmos a restrição de Níveis de Tensão, usamos a maneira de Tsang. Neste Capítulo iremos mostrar como varia o número de Iterações da Otimização com o Ajuste Parcial e, uma outra maneira de levar em conta a Restrição de Tensão. Tomaremos como referência o Sistema de Médio Porte com apenas Geração Térmica.

## 5.1 - RESTRIÇÃO DOS NÍVEIS DE TENSÃO

Observamos que, pela maneira de Tsang considerar Restrição de Tensão, no Sistema de Médio Porte, todas as barras de Geração atingiram o limite superior. Ele leva em conta os limites de tensão a partir da primeira Iteração de Otimização de Po

tência Reativa. Com a nova alternativa, consideraremos os limites a partir da terceira Iteração de Otimização. Para exemplificar este caso, tomaremos o Sistema da Fig. 2 com os limites das tensões em  $\pm 5\%$  do valor nominal de 1.0 P.U.

Resultados dos Níveis das Tensões:

a) Depois da Primeira Iteração

Tabela 23

Barra	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	1.0200	0.0000
2	1.1279	6.2586
3	1.0676	3.9779
4	1.0723	-2.4883
5	1.1378	6.2234
6	1.0752	3.0462
7	1.1167	2.9177
8	1.1184	2.0584
9	1.1151	1.5779
10	1.1275	2.6268
11	1.1205	1.6643
12	1.1135	1.5181
13	1.0656	2.8100
14	0.4894	-2.8270
15	0.9827	-3.5707
16	0.9901	-3.1581
17	1.1077	1.3293
18	1.0843	-0.5472
19	1.0759	-1.0350
20	1.0551	-4.4515
21	1.0455	-5.6325
22	1.0308	-6.5639
23	1.0181	-3.6880
24	1.0228	-7.5829

b) Depois da Segunda Iteração

Tabela 24

Barra	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	1.0200	0.0000
2	1.0297	10.4561
3	1.0303	4.9460
4	0.9712	-0.5094
5	1.0207	11.2778
6	1.0106	5.3004
7	1.0170	6.0171
8	1.0176	5.5100
9	1.0090	5.0669
10	1.0170	6.5986
11	1.0170	5.2244
12	1.0161	4.8063
13	1.0012	4.5969
14	0.9714	-2.5883
15	0.9693	-3.4464
16	0.9811	-3.1069
17	1.0141	4.5575
18	0.9882	2.0967
19	0.9804	1.2468
20	0.9589	-2.9489
21	0.9613	-4.4941
22	0.9647	-5.8036
23	0.9927	-3.4612
24	0.9767	-7.3401
25	0.9863	-6.7557

c) Depois da Terceira Iteração

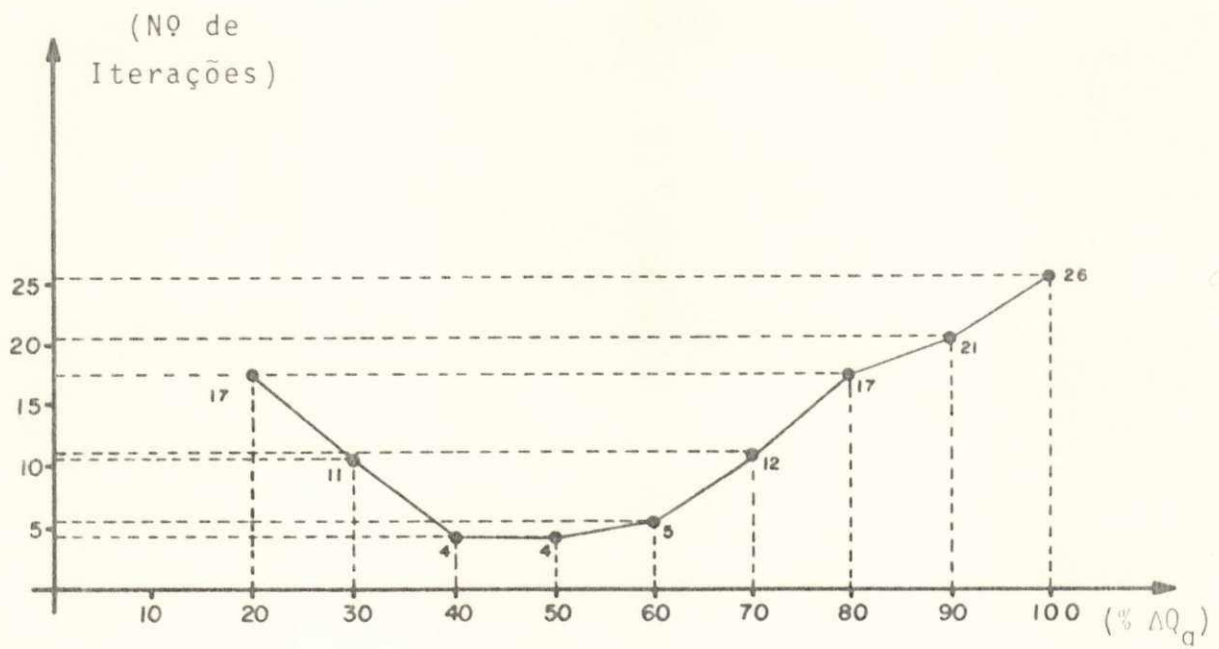
Tabela 25

Barra	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	1.0200	0.0000
2	1.0724	7.8081
3	1.0497	5.1805
4	1.0186	-2.1111
5	1.0724	7.4149
6	1.0401	4.3443
7	1.0606	3.5422
8	1.0617	3.0094
9	1.0558	2.4194
10	1.0658	3.5235
11	1.0627	2.4576
12	1.0588	2.3719
13	1.0357	4.0508
14	0.9802	-2.3814
15	0.9758	-3.2752
16	0.9854	-2.9807
17	1.0555	2.0760
18	1.0318	-0.0095
19	1.0249	-0.5786
20	1.0041	-4.2572
21	1.0009	-5.5335
22	0.9957	-6.5366
23	1.0046	-3.7021
24	0.9984	-7.6910
25	1.0021	-6.9652



b) Com Restrição de Tensão

GRÁFICO 2



No ajuste de 10% ocorreu uma não Convergência no Processo de Otimização, na parte de Potência Ativa. Neste caso os limites de tensão foram introduzidos a partir da terceira Iteração de Otimização.

## CAPÍTULO VI

## CONCLUSÕES

Utilizando a técnica proposta de Otimização da Potência Ativa pelo Modo Simplificado, observa-se que a Equação (23) facilita a programação em Computador Digital.

Quando usamos restrições, de Potência Ativa, de Níveis de Tensões ou as duas simultaneamente, o custo total da geração aumenta. Para isto, mostraremos os resultados dos sistemas de pequeno e médio portes apenas com Geração Térmica.

a) Sem Restrição de Potência Ativa

Tabela 27

P. Porte	S/Rest. de Tensão	C/Rest. de Tensão
Nº de Iterações	4	5
Perdas Ativas	1.61 MW	1.65
B. de Reativos	27.11 MVAR	26.88 MVAR
C. da Geração	695.433	695.566

Tabela 28

M. Porte	S/Rest. de Tensão	C/Rest. de Tensão
Nº de Iterações	31	4
Perdas Ativas	15.28 MW	15.86 MW
B. de Reativos	144.87 MVAR	147.14 MVAR
C. da Geração	1954.180	1955.576

b) Com Restrição de Potência Ativa

Tabela 29

P. Porte	S/Rest. de Tensão	C/Rest. de Tensão
Nº de Iterações	4	4
Perdas Ativas	1.86 MW	1.87 MW
B. de Reativos	26.25 MVAR	26.17 MVAR
C. da Geração	700.559	700.505

Tabela 30

M. Porte	S/Rest. de Tensão	C/Rest. de Tensão
Nº de Iterações	7	5
Perdas Ativas	12.83 MW	13.32 MW
B. de Reativos	149.98 MVAR	156.61 MVAR
C. da Geração	1960.346	1961.627

O número de Iterações da Otimização no Sistema de Médio Porte, apenas com Geração Térmica e com restrição de tensão após a terceira Iteração, diminui para quatro, quando ajustamos 50% de  $\Delta Q_g$  na Geração de Potência Reativa, enquanto que com o ajuste de 100% o número de Iterações sobe para 26 (conforme Tabela 26 - Cap. V).

Tabela 31 (50% de  $\Delta Q_g$ )

Barra	PG(MW)	QG(MVAR)	Tensão	Ângulo <sup>o</sup>
1	252.34	66.12	1.0200	0.0000
2	105.05	-1.62	1.0500	9.0099
3	132.82	27.92	1.0388	4.8834
4	39.54	6.46	1.0008	-1.3440
5	215.66	-14.47	1.0500	9.2526
6	0.00	0.00	1.0243	4.6669
7	0.00	0.00	1.0394	4.6876
8	0.00	0.00	1.0407	4.1740
9	0.00	0.00	1.0341	3.6692
10	0.00	0.00	1.0440	4.9866
11	0.00	0.00	1.0424	3.7801
12	0.00	0.00	1.0388	3.5145
13	0.00	0.00	1.0214	4.1618
14	0.00	0.00	0.9755	-2.5723
15	0.00	0.00	0.9723	-3.4238
16	0.00	0.00	0.9831	-3.0848
17	0.00	0.00	1.0371	3.2608
18	0.00	0.00	1.0136	1.0003
19	0.00	0.00	1.0074	0.2960
20	0.00	0.00	0.9871	-3.6107
21	0.00	0.00	0.9861	-5.0085
22	0.00	0.00	0.9841	-6.1566
23	0.00	0.00	1.0001	-3.5720
24	0.00	0.00	0.9903	-7.4893
25	0.00	0.00	0.9962	-6.8368

Nº de Iterações da Otimização = 4

Perdas Ativas = 15.27 MW

Balanco de Reativos = 143.49 MVAR

O Ajuste depende da configuração do sistema e da carga e deve ser determinado em cada caso particular. Isso justifica analisar vários casos para um mesmo sistema. Quando não conhecemos as particularidades do sistema, devemos usar o ajuste de 50%, que é mais conveniente.

Segundo a maneira como Tsang considera Restrição de Tensão, a partir da primeira Iteração de Otimização no sistema de Médio Porte, todas as barras de Geração atingem o limite superior de tensão. Portanto, a Geração de Potência Reativa não é Otimizada.

A vantagem de considerarmos Restrição de Tensão a partir da terceira Iteração de Otimização no sistema de Médio Porte, é que somente as barras 2 (dois) e 5 (cinco) deixam de ser Otimizadas.

Na prática, as empresas de Geração e Distribuição de Energia Elétrica operam regidas por normas que determinam o limite máximo e mínimo de Tensão. Por isso, é importante considerarmos Restrição de Tensão.

Sistema de Médio Porte apenas com Geração Térmica e  
Restrição de Tensão

Tabela 32

	Levando em conta a Restrição de Tensão a partir da 1ª Iteração	Levando em conta a Restrição de Tensão a partir da 3ª Iteração
Nº de Iterações	4	26
Perdas Ativas	15.86 MW	15.27 MW
B. de Reativos	147.14 MVAR	143.64 MVAR
C. da Geração	1955.576	1954.450

## BIBLIOGRAFIA

01. SHORT - Range Economic Operation of a Combined Thermal and Hydroelectric Power System. - L. K. Kirchmayer, A.F. Glimn, W.G. Chandler and P.L. Dandeno. AIEE Transactions, Vol. 72, 1953, pp. 1057-1065.
02. Co-Ordination of Hydro and Steam Generation. - C.W. Watchorn. AIEE Transactions, Vol. 74, 1955, pp. 142-150.
03. Economic Operation of Variable-Head Hydroelectric Plants. A. F. Glimn and L.K. Kirchmayer. AIEE Transactions, Vol.77, 1958, pp. 1070-1079.
04. An Improved Method of Determining Incremental Loss Factors from Power System Admittances and Voltages. Eugene F. Hill and Wm. D. Stevenson Jr. Pica May, 1967. pp. 155-165.
05. Optimum Allocation of Active and Reactive Generations. T. A. T. Norimatsu and Tazumi Deido. Pica, May 1967. pp. 167-176.
06. An Optimization Technique for Real and Reactive Power Allocation. J.F. Dopazo, O.A. Klitin, G.W. Stagg and M. Watson. Pica, 1967, pp. 141-154.



07. A Technique for Optimizing Real and Reactive Power Schedules.  
N.F. Tsang. IEEE Transactions, Vol. PAS-90, 1971, pp.  
1781-1790.
08. Some Applications of Optimization Techniques to Power Systems Problems. - Albert M. Sasson and Hyde M. Merrill. Proceeding of the IEEE. Vol. 62, Nº 7, July 1974, pp. 959-972.
09. Despacho Econômico de Potência Ativa. - Drumond Xavier Cavalcanti Lima - 1º Encontro Pan-Americano em Engenharia Eletrotécnica e Eletrônica - Salvador-Ba., Jan., (1978).
10. PIERRE, D.A., Optimization Theory with Applications, John Wiley and Sons. Inc., New York, 1969.
11. Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica - Olle I. Elgerd., 1976.
12. Análisis Moderno de Sistemas Electricos de Potência. - Henriquez Harper; 1ª Edição, 1977.