

# Identificação de Sistemas usando Modelos Hammerstein e Wiener utilizando Método do Relé

Moisés Tavares da Silva

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

Péricles Rezende Barros, Ph.D  
Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil  
©Moisés Tavares da Silva, Setembro de 2014

Identificação de Sistemas usando Modelos  
Hammerstein e Wiener utilizando Método do Relé

Moisés Tavares da Silva

*Dissertação de Mestrado apresentada em Setembro de 2014*

Péricles Rezende Barros, Ph.D  
Orientador

José Sérgio da Rocha Neto, D.Sc.  
Componente da Banca

George Acioli Júnior, D.Sc.  
Componente da Banca

Campina Grande, Paraíba, Brasil, Setembro de 2014

# Agradecimentos

A Deus por ter me dado força e saúde em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais, irmão, irmã e minha namorada Raquel pelo apoio e motivação nos momentos difíceis ao longo desses dois anos e por suportarem os momentos de estresse.

Um agradecimento especial ao professor Péricles Rezende Barros que me orientou durante essa dissertação, pela paciência, críticas e sugestões durante o desenvolvimento do trabalho e pela confiança depositada em mim para participar em outros trabalhos vinculados ao laboratório.

Por fim, aos amigos do Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle da UFCG, em especial a Thiago Euzébio, Raphael Baltar, Rafael, André e Stefânia pelos momentos vividos.

## Resumo

Neste trabalho utiliza-se um método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática para identificação de modelos não-lineares do tipo Hammerstein e Wiener. Este método do relé modificado garante uma saída simétrica do relé quando um estado estacionário cíclico é obtido, independentemente da perturbação estática, enquanto o método do relé original mostra uma saída assimétrica para processos não-lineares.

Para modelos do tipo Wiener, é proposto um sinal de excitação que incorpora as vantagens do método do relé modificado e além disso, obtém características da baixa frequência da excitação a partir da utilização de um pulso retangular. Para identificação de modelos do tipo Hammerstein, inicialmente, o método do relé modificado é aplicado e assim os dados da resposta em frequência do subsistema dinâmico linear são obtidos. Em seguida, um sinal triangular é utilizado para identificar a função estática não-linear da entrada.

A principal dificuldade na identificação de modelos Hammerstein e Wiener é a indisponibilidade do sinal intermediário. Desta forma, são apresentados procedimentos para obtenção do sinal intermediário a partir do método do relé sob condições de não-linearidade. As técnicas de identificação apresentadas ao longo da dissertação são avaliadas em casos simulados e experimentais para verificar o desempenho de cada uma.

## Abstract

In this work is used a method of the relay feedback under conditions of non-linearity and static disturbance for identification of Hammerstein and Wiener-type nonlinear process. The relay feedback approach used guarantees a symmetrical output relay when a cyclic steady state is obtained, regardless of static disturbance, while the original method shows an asymmetric output relay in such conditions.

For Wiener-type process is proposed an excitation signal that incorporates the advantages of the modified method relay feedback and in addition, characteristics of the obtained low frequency excitation from the use of a rectangular pulse. For identification of Hammerstein-type process, initially the method of modified relay is applied and so the data of frequency response of the linear dynamic subsystem are obtained. Then, a triangular signal is used to identify the static nonlinear function.

The principal difficulty in the identification of Hammerstein and Wiener process is the unavailability of intermediate signal. Therefore, procedures for obtaining intermediate signal are presented from the relay feedback under conditions of non-linearity. The identification techniques presented throughout in this work are evaluated on simulated and experimental cases to verify the performance of each.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
1.1	Contexto . . . . .	4
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	6
1.2.1	Identificação de Sistemas usando Modelos de Hammerstein e Wiener	6
1.2.2	Método do Relé para Identificação de Sistemas . . . . .	7
1.3	Objetivos . . . . .	9
1.4	Contribuições . . . . .	9
1.5	Organização do Texto . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Modelagem e Identificação de Sistemas Dinâmicos Não-Lineares</b>	<b>11</b>
2.1	Introdução . . . . .	11
2.2	Modelos Não-Lineares . . . . .	11
2.2.1	Séries de Volterra . . . . .	12
2.2.2	Modelo de Hammerstein . . . . .	14
2.2.3	Modelo de Wiener . . . . .	15
2.3	Identificação de Sistemas . . . . .	16
2.3.1	Projeto do experimento . . . . .	16
2.3.2	Coleta de dados . . . . .	16
2.3.3	Escolha da estrutura do modelo . . . . .	17
2.3.4	Escolha do método para estimação do modelo . . . . .	18
2.3.5	Validação do modelo . . . . .	19
2.4	Conclusão . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Sinais de Excitação para Identificação de Sistemas Não-Lineares</b>	<b>21</b>
3.1	Introdução . . . . .	21
3.2	Método do Relé . . . . .	22
3.3	Método do Relé com Integrador . . . . .	24
3.4	Sinal de Teste Triangular . . . . .	26
3.5	Método do Relé sob Condições de Não-Linearidade e Perturbação Estática	27

3.6	Sinal de Excitação baseado no Método do Relé sob Não-Linearidade . . . .	29
3.7	Conclusão . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Identificação de Sistemas usando Modelos de Hammerstein e Wiener</b>	<b>34</b>
4.1	Introdução . . . . .	34
4.2	Identificação de Modelos FOPDT . . . . .	35
4.2.1	Otimização com Restrições . . . . .	35
4.2.2	Identificação utilizando Restrições de Igualdade . . . . .	37
4.2.3	Estimação do Atraso . . . . .	38
4.3	Identificação de Sistemas usando Modelo de Hammerstein e Método do Relé	39
4.3.1	Estimação da Resposta em Frequência do Subsistema Linear . . . .	40
4.3.2	Identificação da Função Estática Não-linear . . . . .	42
4.3.3	Estimação do Modelo FOPDT para o processo de Hammerstein . .	44
4.4	Identificação de Sistemas usando Modelo de Wiener e Método do Relé . . .	45
4.4.1	Identificação da Função Estática não-linear . . . . .	46
4.4.2	Identificação do Subsistema Dinâmico Linear . . . . .	49
4.5	Conclusão . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Avaliação da Técnica de Identificação - Simulações</b>	<b>51</b>
5.1	Introdução . . . . .	51
5.2	Identificação de Modelos FOPDT utilizando Restrições de Igualdade . . . .	52
5.2.1	Exemplos sem ruído . . . . .	52
5.2.2	Exemplo com ruído . . . . .	55
5.3	Identificação de Modelos tipo Hammerstein . . . . .	59
5.3.1	Exemplo sem ruído . . . . .	59
5.3.2	Exemplo com ruído . . . . .	67
5.4	Identificação de Modelos tipo Wiener . . . . .	72
5.4.1	Exemplos sem ruído . . . . .	73
5.4.2	Exemplo com ruído . . . . .	79
5.5	Conclusão . . . . .	83
<b>6</b>	<b>Avaliação Experimental da Técnica de Identificação</b>	<b>85</b>
6.1	Introdução . . . . .	85
6.2	Descrição da Plataforma Experimental . . . . .	86
6.3	Identificação de Modelos de Hammerstein . . . . .	87
6.4	Identificação de Modelos de Wiener . . . . .	91
6.5	Conclusão . . . . .	95

<b>7</b>	<b>Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros</b>	<b>96</b>
7.1	Conclusões . . . . .	96
7.2	Sugestões de Trabalhos Futuros . . . . .	97
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>98</b>



# Lista de Tabelas

3.1	Tipos de Relé. . . . .	24
6.1	Modelos identificados para o Secador de Grãos com e sem não-linearidade compensada (Hammerstein). . . . .	90
6.2	Modelos identificados para o Secador de Grãos com e sem não-linearidade compensada (Wiener). . . . .	94

# Lista de Figuras

2.1	Modelo de Hammerstein . . . . .	14
2.2	Modelo de Wiener . . . . .	15
2.3	Diagrama para experimento de identificação de sistemas . . . . .	17
3.1	Diagrama esquemático do Método do Relé. . . . .	22
3.2	Curvas da resposta dinâmica do método do relé aplicado a um sistema linear	23
3.3	Função Geral do Relé. . . . .	23
3.4	Efeito das dinâmicas adicionais na malha de realimentação do relé. . . . .	25
3.5	Diagrama do Experimento do Relé com Integrador . . . . .	25
3.6	Diagrama esquemático do processo excitado pelo sinal Triangular. . . . .	26
3.7	Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular aplicado a um sistema não-linear . . . . .	26
3.8	Curvas da resposta dinâmica do método do relé original com perturbação estática. . . . .	27
3.9	Curvas da resposta dinâmica do método do relé modificado com perturbação estática. . . . .	28
3.10	Curvas da resposta dinâmica do método do relé proposto . . . . .	30
3.11	Amplitude do espectro de frequência do pulso de largura $3T_u$ . . . . .	31
3.12	Amplitude do espectro de frequência do relé. . . . .	32
3.13	Amplitude do espectro de frequência do sinal proposto com largura do pulso $6T_u$ . . . . .	33
4.1	Diagrama do sistema equivalente com estimativa inicial do atraso. . . . .	39
4.2	Diagrama do Modelo de Hammerstein . . . . .	39
4.3	Diagrama esquemático do processo excitado pelo relé. . . . .	40
4.4	Saída do relé e saída da função estática não-linear. . . . .	41
4.5	Diagrama esquemático equivalente do processo excitado pelo sinal do Relé. . . . .	41
4.6	Diagrama esquemático do processo excitado pelo sinal Triangular. . . . .	42
4.7	Diagrama do processo de Hammerstein com a não-linearidade compensada. . . . .	44
4.8	Diagrama do Modelo de Wiener. . . . .	45

4.9	Diagrama esquemático do processo de Wiener excitado pelo relé. . . . .	46
4.10	Diagrama do Modelo de Wiener equivalente. . . . .	48
4.11	Diagrama do processo de Wiener com a não-linearidade compensada. . . .	49
5.1	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 1	53
5.2	Diagrama de Nyquist - Exemplo 1 . . . . .	53
5.3	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 1 . . . . .	54
5.4	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 2	55
5.5	Diagrama de Nyquist - Exemplo 2 . . . . .	56
5.6	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 2 . . . . .	56
5.7	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 3	57
5.8	Diagrama de Nyquist - Exemplo 3 . . . . .	58
5.9	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 3 . . . . .	58
5.10	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 4. . . . .	60
5.11	Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular - Exemplo 4. . . . .	61
5.12	Curvas da função não-linear estática da entrada - Exemplo 4. . . . .	61
5.13	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 4.	62
5.14	Diagrama de Nyquist - Exemplo 4. . . . .	63
5.15	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 4. . . . .	63
5.16	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 5. . . . .	64
5.17	Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular - Exemplo 5. . . . .	65
5.18	Curvas da função não-linear estática da entrada - Exemplo 5. . . . .	66
5.19	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 5.	66
5.20	Diagrama de Nyquist - Exemplo 5. . . . .	67
5.21	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 5. . . . .	68
5.22	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 6. . . . .	69
5.23	Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular - Exemplo 6. . . . .	69
5.24	Curvas da função não-linear estática da entrada - Exemplo 6. . . . .	70
5.25	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 6.	71
5.26	Diagrama de Nyquist - Exemplo 6. . . . .	71
5.27	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 6. . . . .	72
5.28	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 7. . . . .	73
5.29	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 7.	74
5.30	Curvas da função não-linear estática da saída - Exemplo 7. . . . .	75
5.31	Diagrama de Nyquist - Exemplo 7. . . . .	76
5.32	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 7. . . . .	76
5.33	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 8. . . . .	77
5.34	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 8.	78

5.35	Curvas da função não-linear estática da saída - Exemplo 8. . . . .	79
5.36	Diagrama de Nyquist - Exemplo 8. . . . .	80
5.37	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 8. . . . .	80
5.38	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 9. . . . .	81
5.39	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 9. . . . .	82
5.40	Curvas da função não-linear estática da saída - Exemplo 9. . . . .	83
5.41	Diagrama de Nyquist - Exemplo 9. . . . .	84
5.42	Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 9. . . . .	84
6.1	Sistema de secagem de grãos. . . . .	86
6.2	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Secador de grãos (Hammerstein). . . . .	87
6.3	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Secador de grãos (Hammerstein). . . . .	88
6.4	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Secador de grãos (Hammerstein). . . . .	89
6.5	Curvas da resposta ao degrau unitário - Secador de Grãos (Hammerstein). . . . .	89
6.6	Curvas da resposta dinâmica do Processo sem compensar não-linearidade (Hammerstein). . . . .	90
6.7	Curvas da resposta dinâmica do Processo não-linearidade compensada (Hammerstein). . . . .	91
6.8	Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Secador de grãos (Wiener). . . . .	92
6.9	Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Secador de grãos (Wiener). . . . .	93
6.10	Curvas da resposta ao degrau unitário - Secador de Grãos (Wiener). . . . .	93
6.11	Curvas da resposta dinâmica do Processo sem compensar não-linearidade (Wiener). . . . .	94
6.12	Curvas da resposta dinâmica do Processo com não-linearidade compensada (Wiener). . . . .	95

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contexto

Identificação de sistemas é a área da modelagem matemática de sistemas a partir dos dados experimentais (SODERSTROM; STOICA, 1989). Uma abordagem utilizada para desenvolver modelos matemáticos para sistemas dinâmicos consiste na construção analítica dos modelos através de leis físicas e químicas inerentes aos processos analisados. No ramo da engenharia entretanto, muitas vezes não se tem acesso aos parâmetros exatos que descrevem os fenômenos, portanto se faz necessário uma aproximação destes que gerem resultados satisfatórios para uma dada aplicação. Existe sempre uma relação entre complexidade e precisão dos modelos, incertezas são toleradas desde que não comprometam a robustez ou o desempenho do sistema (OVERSCHEE; MOOR, 1996).

Na área de identificação de sistemas, inicialmente, os modelos matemáticos usados para representar os sistemas eram lineares e considerados adequados mesmo não conseguindo caracterizar o comportamento dinâmico não-linear dos sistemas. Com o avanço da identificação de sistemas, o interesse por modelos não-lineares e o desenvolvimento de ferramentas matemáticas para melhor compreender tais sistemas cresceram significativamente.

Devido às muitas possibilidades estruturais das relações não-lineares entre a entrada e a saída dos sistemas dinâmicos, não é possível identificar os tipos de sistemas não-lineares com apenas uma classe de modelo específica. No entanto, para certos tipos de sistemas não-lineares, os modelos podem ser formulados para atender adequadamente os requisitos relativos à estrutura dos métodos de identificação conhecidos (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). Historicamente, identificação de sistemas para modelos não-lineares foi desenvolvida com foco em uma classe específica de modelos (BILLINGS, 2013).

Dentre as representações não-lineares destacam-se os modelos de blocos interconectados, onde em um dos blocos a não-linearidade do sistema é modelada por uma função

estática não-linear e no outro bloco representa-se a dinâmica através de um modelo linear. Apenas dois tipos de modelos de blocos interconectados serão tratados neste trabalho, os modelos de Hammerstein, que consistem de um bloco estático não-linear em série com um bloco dinâmico linear e os modelos de Wiener, que consistem de um bloco dinâmico linear em série com um bloco estático não-linear.

O método do relé proposto em (ASTROM; HAGGLUND, 1984) é utilizado para gerar uma oscilação sustentada e assim determinar o ganho crítico e a frequência crítica do processo. Este método passou por diversas modificações, porém tais abordagens são inadequadas para aproximar sinais de testes senoidais em processos com não-linearidade. Em (SUNG; LEE, 2006) foi proposto um método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática, através da aplicação deste método para processos não-lineares é garantida a saída simétrica do relé quando um estado estacionário cíclico é obtido. A partir deste método é proposto um sinal de excitação que incorpora as vantagens desta técnica e além disso, obtém características da baixa frequência da excitação a partir da utilização de um pulso retangular.

Em (PARK et al., 2004) o problema de identificação de processos não lineares do tipo Hammerstein é investigado. Inicialmente o método do relé é aplicado e assim os dados da resposta em frequência do subsistema dinâmico linear são obtidos. Em seguida, um sinal triangular é utilizado para identificar a função estática não-linear da entrada. Em relação à abordagem apresentada por (PARK et al., 2004) são propostas modificações para obtenção de melhores estimativas dos processos do tipo Hammerstein.

Neste contexto, este trabalho tem como objetivo geral realizar a identificação de processos do tipo Hammerstein e Wiener utilizando o método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática. O principal obstáculo na identificação de tais processos é a indisponibilidade do sinal intermediário. Portanto, são apresentados procedimentos para obtenção do sinal intermediário a partir do método do relé sob condições de não-linearidade e o sinal de excitação proposto.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

### 1.2.1 Identificação de Sistemas usando Modelos de Hammerstein e Wiener

No contexto de identificação, inicialmente, os modelos usados para representar os sistemas eram, em geral, lineares. Toda a teoria do “Controle Clássico”, bem como técnicas de identificação de sistemas foram desenvolvidas baseadas nessas aproximações lineares (LJUNG, 1999).

Quando torna-se necessário uma caracterização mais precisa do sistema, modelos lineares são inadequados e representações não-lineares devem ser utilizadas. Em (BILLINGS; MÜNCHHOF, 1980) são apresentadas algumas representações não-lineares, dentre as quais a série de Volterra (VOLTERRA, 1930) e os modelos de blocos interconectados como uma alternativa para superar a complexidade das séries funcionais.

Ao tratar com técnicas de controle, os modelos híbridos (constituídos de um bloco dinâmico linear e um bloco estático não-linear) são bastante atrativos, pois a dinâmica existente no sistema é representada por um modelo dinâmico linear e a não-linearidade é representada por um modelo estático não-linear. O estudo e desenvolvimento de ferramentas para obtenção de modelos de blocos interconectados tiveram início com o trabalho de (NARENDRA; GALLMAN, 1966), no qual separa-se a estimativa da parte linear da parte estática não-linear para obtenção dos parâmetros dos modelos de Hammerstein.

A partir do trabalho (NARENDRA; GALLMAN, 1966), diversas pesquisas foram apresentadas, as quais tratam os modelos de Hammerstein como um modelo linear MISO (múltiplas entradas/única saída) estendendo os métodos de identificação linear para tais modelos como em (CHANG; LUUS, 1971), onde o método dos mínimos quadrados foi utilizado para estimar os parâmetros do modelo. Este método foi em seguida estendido para incluir efeitos do “ruído colorido” por (HAIST; CHANG; LUUS, 1973).

Em (HABER, 1988) foi proposto uma metodologia, que utiliza uma combinação de análise de correlação e o método dos mínimos quadrados para obter os parâmetros dos modelos de Hammerstein. Além disso, (BAMBERGER; ISERMANN, 1978) utilizou o método das variáveis instrumentais para identificar modelos de Hammerstein.

Em (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991) foi investigado a utilidade dos modelos de Hammerstein na representação da dinâmica de processos químicos não-lineares. Em (FRUZZETTI; PALAZOLU; MCDONALD, 1997) e (ZOU Z.Y.; GUO, 2003) foi utilizado a estrutura Hammerstein para descrever o comportamento de um processo de neutralização de pH. Vários algoritmos de identificação para modelos de Hammerstein foram propostos: (CRAMA; SCHOUKENS., 2001), (BAI, 2003b), (BAI, 2004), (CRAMA P.; LON., 2004), (SCHOUKENS et al., 2007). Métodos recentes para identificação de mo-

delos Hammerstein foram apresentados em (HASIEWICZ; MZYK, 2009), (SLIWINSKI et al., 2009) e (LIU; XIAO; DING, 2013).

Métodos para estimação de modelos de Wiener foram apresentados em (LEDOUX, 1996) e (HAGENBLAD, 1999). A identificação de sistemas tipo Wiener foram extensivamente estudados por: (GREBLICKI, 1992), (VÖRÖS, 2001), (CRAMA; SCHOUKENS., 2001) e (BAI, 2003a). Na indústria de processos químicos, modelos de Wiener foram usados para controle de pH em um reator de fluxo contínuo por (PAJUNEN, 1992), uma coluna de destilação de alta pureza por (ZHU, 1999), (NORQUAY S. J.; ROMAGNOLI, 1999a), e um processo de neutralização de pH por (NORQUAY S. J.; ROMAGNOLI, 1999b). Trabalhos recentes para identificação de modelos Wiener foram apresentados em (GIRI; ROCHDI; CHAOUI, 2009), (VANBEYLEN; PINTELON; SCHOUKENS, 2009), (WANG; DING, 2011) e (DING; LIU; LIU, 2011).

## 1.2.2 Método do Relé para Identificação de Sistemas

Em 1942, um importante passo no desenvolvimento de metodologias de sintonia de controladores foi dado por Ziegler e Nichols. A técnica é dividida em duas etapas: caracterizar a dinâmica do processo por dois parâmetros e calcular os ganhos do controlador, a partir dos parâmetros do processo, por meio de fórmulas simples (ZIEGLER; NICHOLS, 1942). Em contrapartida, o método fornece pouca informação sobre o sistema e produz sistemas em malha fechada com baixo amortecimento e baixa robustez.

Em 1984, Åström e Hägglund apresentaram em (ASTROM; HAGGLUND, 1984) uma metodologia para auto-sintonia de controladores baseado nas ideias de Ziegler e Nichols via resposta em frequência do sistema. Nesta técnica foi proposta a utilização do relé e a informação do sistema é obtida do ciclo limite resultante utilizando o método da função descritiva, desta forma é possível calcular o ponto crítico.

A identificação utilizando dados gerados através do experimento do relé tem recebido muita atenção após o trabalho de Åström e Hägglund e várias modificações foram propostas e aplicadas com diversos propósitos. (LUYBEN, 1987) foi um dos primeiros a utilizar o experimento do relé na identificação de sistemas.

Perturbações estáticas durante o experimento do relé introduz erros nas estimativas do ganho e período crítico. Em (HANG; J.; HO, 1993) foi proposto um método para rejeitar perturbações de carga estática durante o experimento do relé.

Em (PARK; SUNG; LEE, 1997) foi proposto uma alternativa para superar o problema das perturbações estáticas sem qualquer informação sobre o ganho estático do processo e como obter o ganho do processo a partir de um experimento do relé.

Em (BALESTRINO et al., 2001) um atraso foi inserido na malha de realimentação e, em seguida, ajustada a amplitude do relé de modo que a saída do processo oscilasse



simetricamente, a fim de estimar modelos não-lineares. Em (SUNG, 2002) foi proposto um novo método para a estimativa do elemento estático não-linear.

Em (SUNG; LEE, 2004) foi desenvolvido um método do relé para identificar processos não-lineares do tipo Wiener, dividindo o problema de identificação da função estática não-linear a partir do subsistema linear, simplificando o procedimento de identificação de forma significativa. Devido a separação, a saída não mensurável do subsistema dinâmico linear pode ser obtida de uma maneira simples. Porém tal método não é capaz de rejeitar perturbações estáticas.

O método do relé e um sinal triangular foi utilizado para identificação de processos não-lineares do tipo Hammerstein por (PARK et al., 2004). A partir do sinal do relé foi estimado a resposta em frequência do subsistema dinâmico linear, em seguida os parâmetros do modelo da função estática não-linear foram estimados a partir do sinal triangular.

Em (SUNG et al., 2008) foi proposto a utilização de um sinal binário e um sinal multi-step para identificação de processo Hammerstein-Wiener. Neste trabalho não é necessário métodos de otimização para identificação dos parâmetros do modelo não-linear.

Os métodos para rejeição da perturbação não podem ser aplicados para a concepção de um sinal de teste senoidal para processos com não-linearidade. Além disso, os métodos do relé para rejeitar perturbações estáticas podem ser aplicados apenas em processos lineares. Em (SUNG; LEE, 2006) foi proposto um novo método do relé, a fim de criar um sinal de teste aproximadamente senoidal na frequência crítica do processo, que pode ser aplicado a processos com não-linearidade na saída e perturbação estática.

Em (MEHTA; MAJHI, 2010) é proposta uma abordagem não-iterativa para identificação de modelos de Wiener e Hammerstein. O método do relé é utilizado para determinar a estrutura e, em seguida, os parâmetros do modelo não-linear. Trabalhos recentes que utilizam o método do relé para identificação de sistemas não-lineares do tipo Wiener e Hammerstein foram proposto por (CHEON et al., 2010) e (JEON et al., 2011).

## 1.3 Objetivos

Os objetivos desse trabalho são:

- Revisar as representações dos sistemas dinâmicos não-lineares por blocos interconectados;
- Revisar os conceitos fundamentais para identificação de sistemas;
- Analisar o método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática;
- Analisar as características da excitação proposta baseada no método do relé sob condições de não-linearidade;
- Realizar a identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos do tipo Hammerstein/Wiener e o método do relé sob condições de não-linearidade e a excitação proposta;
- Avaliar as técnicas em situações simuladas;
- Avaliar as técnicas em casos experimentais.

## 1.4 Contribuições

As contribuições apresentadas neste trabalho são:

- Sinal de excitação baseado no método do relé sob condições de não-linearidade;
- A utilização do método do relé sob condições de não-linearidade em modelos de Hammerstein;
- A identificação de modelos FOPDT (*first order plus time delay*) utilizando restrições no domínio da frequência para modelos de Hammerstein e Wiener.

## **1.5 Organização do Texto**

No Capítulo 2 é apresentada uma visão geral sobre representações de sistemas não-lineares através de séries de Volterra, modelos de Wiener e Hammerstein, em seguida é abordado o problema de identificação de sistemas. No Capítulo 3 é apresentado o método do relé e sua aplicação para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares do tipo Hammerstein e Wiener. O método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática também é abordado. No Capítulo 4, o problema de identificação de sistemas através de modelos Hammerstein e Wiener utilizando o método do relé e o sinal de excitação proposto é apresentado, ainda neste capítulo são descritas as metodologias utilizadas para identificação de tais modelos. No Capítulo 5, as metodologias para identificação são avaliadas nos casos simulados para diversos tipos de sistemas e para casos com e sem ruído. No Capítulo 6, os testes experimentais são apresentados. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e propostas de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Modelagem e Identificação de Sistemas Dinâmicos Não-Lineares

### 2.1 Introdução

Uma das etapas mais importantes na identificação de um sistema não-linear é a escolha da estrutura do modelo para representar o sistema real. Existe, no entanto, uma grande variedade de estruturas que representam modelos não-lineares (HABER; UNBEHAUEN, 1990). Cada um desses modelos possuem suas próprias vantagens e desvantagens.

Uma vez que não existe nenhuma representação universal para todos os sistemas não-lineares, é necessário reduzir o escopo da identificação a uma quantidade razoável, restringindo a classe de sistemas não-lineares em estudo. Neste trabalho consideram-se os modelos dinâmicos não-lineares representados por blocos interconectados, os quais são baseados em uma representação da não linearidade por polinômios em conjunto com uma parte dinâmica modelada por um sistema linear. Uma das motivações para representação do sistema através dos blocos interconectados é a sua facilidade na aplicação de técnicas de controle.

Neste capítulo é apresentado uma discussão geral sobre identificação e representação de sistemas não-lineares. Inicialmente são apresentadas as representações por blocos interconectados. Em seguida, é discutido o problema de identificação de sistemas não-lineares. Por fim, o capítulo encerra com um sumário do que foi abordado.

### 2.2 Modelos Não-Lineares

Sistemas não-lineares são geralmente definidos como qualquer sistema que não é linear, ou seja, qualquer sistema que não satisfaz o princípio da superposição. Esta descrição é bastante ampla, pois há tantos tipos de sistemas não-lineares que é inviável escrever

uma descrição que abrange todas as classes que podem existir sob o título de “sistema dinâmico não-linear”. Autores, portanto, tendem a se concentrar em determinadas classes de sistemas não lineares, que podem ser bem definidas, mas que são limitadas (BILLINGS, 2013).

Quando a não-linearidade dos processos não é desprezível, suas aproximações lineares são inadequadas, então representações não-lineares devem ser utilizadas para descrever sua dinâmica. A utilização de modelos não-lineares apresentam um inevitável aumento da complexidade, eliminando a simplicidade associada às técnicas lineares. Apesar de apresentar uma complexidade maior, apenas a representação através de um modelo não-linear permite a análise de algumas características do sistema.

A seguir são apresentadas as principais características das representações de sistemas não-lineares através das séries de Volterra, modelos de Wiener e Hammerstein.

### 2.2.1 Séries de Volterra

A representação dos processos não-lineares através das séries de Volterra possibilita a descrição de dinâmicas assimétricas e o comportamento do sistema para grandes desvios do ponto de operação. Além disso, possui aplicações bem sucedidas em controle de processos químicos e sistemas biológicos. A série de Volterra pode ser vista como uma generalização da representação da resposta impulsiva para sistemas lineares (BILLINGS, 2013).

A partir da integral de convolução

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)u(t - \tau)d\tau, \quad (2.1)$$

pode-se descrever a relação entrada-saída do sistema com não-linearidade continuamente diferenciável por meio de uma série de Volterra (VOLTERRA, 1930):

$$y(t) = g'_0 + \int_0^t g'_1(\tau_1)u(t - \tau_1)d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t g'_2(\tau_1, \tau_2)u(t - \tau_1)u(t - \tau_2)d\tau_1d\tau_2 + \int_0^t \int_0^t \int_0^t g'_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)u(t - \tau_1)u(t - \tau_2)u(t - \tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3 + \dots \quad (2.2)$$

Esta série de potência infinita contém os termos simétricos: *kernels* de Volterra  $g'_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$  de ordem  $n$ , que são também denominados de resposta ao impulso de ordem  $n$ .

O modelo apresentado na Equação 2.2 é apropriado para representar sistemas contínuos no tempo. Entretanto, normalmente utiliza-se a forma discreta no tempo (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). Para o sistema discreto no tempo a série de Volterra é dada por:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & g_0 + \sum_{\tau_1=0}^k g_1(\tau_1)u(k - \tau_1) + \sum_{\tau_1=0}^k \sum_{\tau_2=0}^k g_2(\tau_1, \tau_2)u(k - \tau_1)u(k - \tau_2) + \\
 & \sum_{\tau_1=0}^k \sum_{\tau_2=0}^k \sum_{\tau_3=0}^k g_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)u(k - \tau_1)u(k - \tau_2)u(k - \tau_3) + \dots
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Caso exista um limite das respostas ao impulso para os instantes  $k \leq M$ , pode-se limitar a série de Volterra até a ordem  $p$ , assim:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & c_{00} + \sum_{n=1}^p v_M^n(k) \\
 v_M^n = & \sum_{i_1=0}^M \dots \sum_{i_n=1}^M \alpha_n(i_1, \dots, i_n)u(k - i_1)\dots u(k - i_n),
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

desta forma, determina-se todos os coeficientes pelo método dos mínimos quadrados. No entanto, o número de parâmetros pode crescer muito rápido (BILLINGS, 2013). Uma alternativa consiste em aproximar a série discreta de Volterra, limitada a ordem  $p$ , através de um modelo paramétrico, tal como:

$$\begin{aligned}
 A(q^{-1})y(k) = & c_{00} + B_1(q^{-1})u(k - d) + \sum_{\beta_1=0}^h B_{2\beta_1}(q^{-1})u(k - d)u(k - d - \beta_1) + \dots \\
 & + \sum_{\beta_1=0}^h \sum_{\beta_2=\beta_1}^h \dots \sum_{\beta_{p-1}=\beta_{p-2}}^h B_{p\beta_1\beta_2\dots\beta_{p-1}}(q^{-1})u(k - d) \prod_{\xi=1}^{p-1} u(k - d - \beta_\xi) + \dots
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

A equação 2.5 permite aproximar a série de Volterra por um número finito de parâmetros e é chamada *série AR-Volterra*. Observa-se que as séries de Volterra são modelos não-paramétricos, cuja identificação requer a determinação dos valores da função *kernels* (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011).

## 2.2.2 Modelo de Hammerstein

O modelo de Hammerstein é composto por uma função não-linear estática em série com um subsistema linear, ver Figura 2.1.

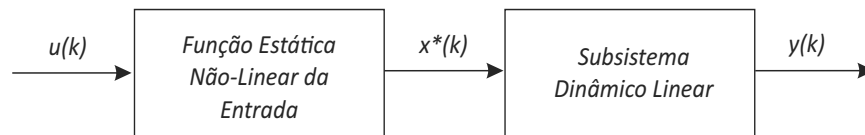


Figura 2.1: Modelo de Hammerstein

A equação de diferença linear é escrita com o operador de deslocamento  $q^{-1}$ , onde  $y(k)q^{-i} = y(k - i)$

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})q^{-d}u(k) + D(q^{-1})v(k). \quad (2.6)$$

Considere a *série AR-Volterra*, se nenhum atraso do sinal de entrada  $u(k)$  é considerado na equação 2.5, ou seja,  $h = 0$ , é obtido o modelo generalizado de Hammerstein:

$$A(q^{-1})y(k) = c_{00} + B_1^H(q^{-1})u(k - d) + B_2^H(q^{-1})u^2(k - d) + \dots + B_p^H(q^{-1})u^p(k - d). \quad (2.7)$$

O modelo de Hammerstein mais conhecido consiste de uma função estática não-linear governada por um polinômio de ordem  $p$  dado por:

$$x^*(k) = r_0 + r_1u(k) + r_2u^2(k) + \dots + r_pu^p(k). \quad (2.8)$$

Seguido por um sistema dinâmico linear dado por:

$$A(q^{-1})y(k) = B^*(q^{-1})q^{-d}x^*(k), \quad (2.9)$$

onde:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_mq^{-m} \\ B^*(q^{-1}) &= b_1^*q^{-1} + \dots + b_m^*q^{-m}. \end{aligned}$$

O sistema linear pode ser interpretado como um sistema MISO, onde cada potência de  $u(k)$  alimenta uma entrada do sistema (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011).

Se a não linearidade estática é linear nos parâmetros, pode-se empregar o método dos mínimos quadrados para estimar os parâmetros assumindo que o modelo linear é

conhecido e, portanto, é possível fornecer estimativas para  $\hat{x}^*(k)$  baseado na saída medida e no conhecimento do sistema linear. Em seguida, com o modelo da parte linear, pode-se fornecer uma estimativa para  $\hat{x}^*(k)$  com base na entrada medida e no modelo da não-linearidade.

### 2.2.3 Modelo de Wiener

O modelo de Wiener é composto por um subsistema linear em série com uma função não-linear estática, ver Figura 2.2. O modelo de Wiener tem sido utilizado para descrever diversos sistemas, os quais se destacam, processos de controle de pH e processos biológicos.

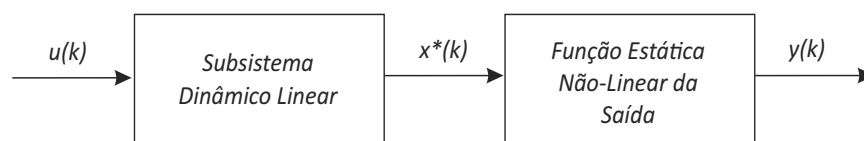


Figura 2.2: Modelo de Wiener

O modelo generalizado de Wiener é dada por:

$$A(q^{-1})y(k) + A_2(q^{-1})y^2(k) + \dots + A_l(q^{-1})y^l(k) = c_{00} + B(q^{-1})u(k-d), \quad (2.10)$$

onde a função de transferência linear é dada por:

$$A(q^{-1})x^*(k) = B(q^{-1})q^{-d}u(k).$$

Além disso, a não-linearidade estática, é dada por um polinômio de ordem  $p$ ,

$$y(k) = r_0 + r_1x(k) + r_2x^2(k) + \dots + r_px^p(k). \quad (2.11)$$

Quando as representações dadas pelas Equações 2.10 e 2.11 são conectados em série, é obtido o modelo de Wiener simples:

$$y(k) = r_0 + r_1 \frac{B(q^{-1})q^{-d}}{A(q^{-1})} u(k) + r_2 \left( \frac{B(q^{-1})q^{-d}}{A(q^{-1})} \right)^2 u^2(k) + \dots$$

Se a não linearidade é posicionada entre duas funções de transferência linear, então obtém-se um modelo Wiener-Hammerstein. Um modelo Hammerstein-Wiener descreve o caso oposto, em que um sistema dinâmico linear é enquadrado por duas não-linearidades (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011).



## 2.3 Identificação de Sistemas

Em termos gerais, um experimento de identificação é realizado através da excitação do sistema e observação da sua entrada e saída ao longo de um intervalo de tempo (SODERSTROM; STOICA, 1989). O procedimento recomendado para um experimento de identificação consiste nos seguintes passos:

- Projeto do experimento;
- Coleta de dados;
- Escolha da estrutura do modelo;
- Escolha do método para estimação do modelo;
- Validação do modelo.

De acordo com os passos descritos acima, na Figura 2.3 é representado o fluxograma para identificação de sistemas (SODERSTROM; STOICA, 1989). O procedimento descrito é empregado na identificação tanto de sistemas lineares quanto sistemas não-lineares.

A seguir cada um desses passos serão descritos em detalhes.

### 2.3.1 Projeto do experimento

O projeto de um experimento de identificação é fundamental, pois o resultado final dependerá da qualidade das informações contidas nos dados coletados. Através da escolha cuidadosa de um sinal de entrada persistentemente excitante, as medições podem revelar informações importantes sobre o sistema em teste. O comportamento não-linear de um sistema pode, por exemplo, ser detectado e analisado por meio das excitações adequadas. Para os sistemas não lineares, a excitação persistente depende do sistema em teste, uma vez que não existe qualquer definição de forma fechada. No entanto, o usuário tem que selecionar um sinal de excitação que atende toda a gama de interesse. Dentre os sinais usados na identificação de sistemas pode-se destacar o sinal do relé, onde a informação do sistema é obtida do ciclo limite resultante utilizando o método da função descritiva, desta forma é possível calcular o ponto crítico.

### 2.3.2 Coleta de dados

Definido o projeto do experimento deve-se realizar alguns experimentos a fim de coletar dados sobre o sistema que o usuário deseja modelar. Os dados coletados devem ser submetidos a uma primeira inspeção visual e valores extremos, bem como outros erros de

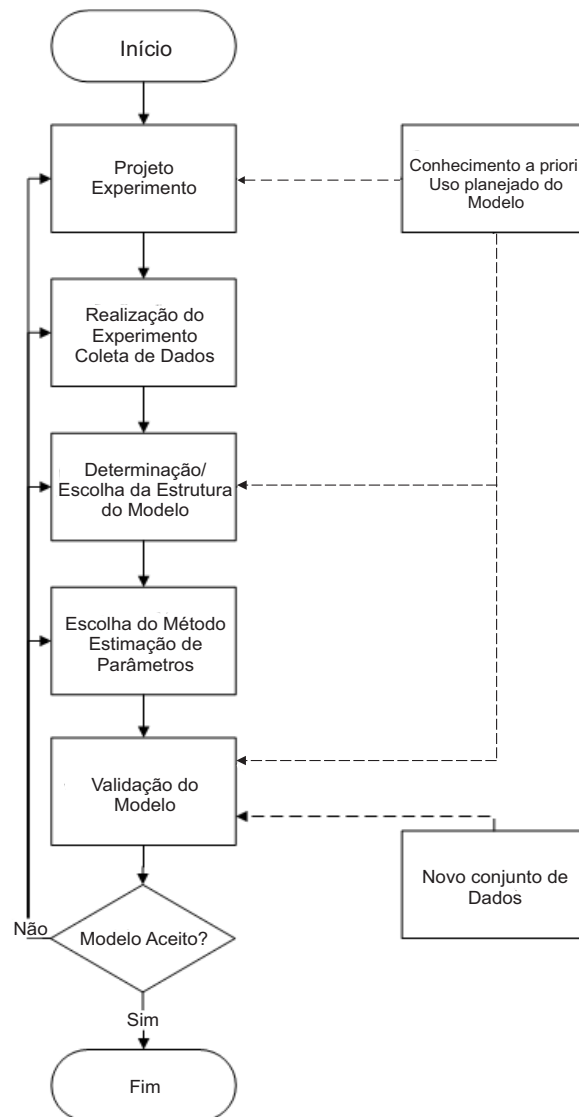


Figura 2.3: Diagrama para experimento de identificação de sistemas

medição facilmente detectáveis devem ser removidos. Como parte do pré-processamento, o ruído de alta frequência deve ser eliminado, por exemplo, utilizando um filtro passa-baixa (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011).

### 2.3.3 Escolha da estrutura do modelo

Após a coleta de dados sobre o sistema, uma estrutura de modelo apropriada precisa ser selecionada para representar o sistema em estudo. Este é o passo mais difícil no processo de identificação devido à grande quantidade de modelos possíveis. Basicamente a escolha deve ser realizada dentre os seguintes modelos:

- Modelo caixa-branca ou caixa-preta

Quando a estrutura interna do sistema é conhecida, uma abordagem caixa branca

pode ser usada. Na construção de um modelo, as leis físicas, cuja disponibilidade e aplicabilidade dependem do conhecimento e habilidades do experimentador podem ser usados (leis de Kirchhoff, leis de Newton, etc.) (PINTELO; SCHOUKENS, 2001). A principal desvantagem dos modelos caixa branca é que o processo de construção de tais modelos tem de ser reiniciado para cada novo problema. Na abordagem caixa preta não há informação sobre a estrutura interna do sistema. Em vez disso, o modelo é construído a partir de dados observados da entrada e saída. Uma vantagem dos modelos caixa preta é que, quando suficientemente flexível, pode ser utilizado para identificar uma ampla variedade de sistemas.

A escolha entre os diferentes métodos depende do objetivo do estudo: a abordagem caixa branca é melhor para compreensão sobre os princípios de funcionamento de um sistema, mas um modelo caixa preta pode ser suficiente se o modelo será utilizado para a previsão da saída (PINTELO; SCHOUKENS, 2001).

- Modelo linear ou não-linear

Outra escolha a ser feita é entre um modelo com estrutura linear ou não-linear. Na vida real, quase todos os sistemas são não-lineares. Devido a complexidade da teoria de sistemas não-lineares, estes são na sua maioria aproximados por modelos lineares, supondo que na região de operação o comportamento pode ser linear. Este tipo de aproximação torna possível a utilização de modelos simples, sem comprometer as propriedades que são relevantes para o usuário (PINTELO; SCHOUKENS, 2001). Não existe uma estrutura universal para a modelagem não-linear, a seleção de uma estrutura de modelo adequada que incorpora o comportamento não-linear do sistema é uma tarefa difícil. Isto é devido a grande variedade dos modelos não lineares, cada um com suas vantagens e desvantagens.

### 2.3.4 Escolha do método para estimação do modelo

No caso de um processo não-linear com a estrutura do modelo linear nos parâmetros, o problema da estimativa linear pode ser resolvido por qualquer método de estimativa direta, como por exemplo, o método dos mínimos quadrados e suas variações. As seguintes estruturas são modelos lineares nos parâmetros:

- Modelo paramétrico de Volterra.
- Modelo Hammerstein geral e simples.

Esses modelos são da forma:

$$A(q^{-1})y(k) = f(u, y, q^{-1}) \quad (2.12)$$

Na maioria dos casos, para estruturas de modelos do tipo Wiener, deve-se solucionar um problema de otimização não-linear (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). A abordagem utilizada neste trabalho não exige a solução de tal problema.

Para os métodos de estimativa direta, pode-se reescrever o modelo de acordo com a Equação 2.13 e aplicar, por exemplo, os métodos dos mínimos quadrados.

$$y(k) = \psi^T \hat{\theta}(k-1) + e(k) \quad (2.13)$$

O vetor de dados contém os seguintes valores ( $d = 0$ ):

- Modelo de Volterra

$$\psi^T(k) = \begin{pmatrix} -y(k-1), \dots, u(k-1), \dots, u^2(k-1), \dots, u(k-1)u(k-2), \dots, u^3(k-1), \dots, \\ u(k-1)u^2(k-2), \dots \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

- Modelo de Hammerstein

$$\psi^T(k) = (-y(k-1), \dots, u(k-1), \dots, u^2(k-1), \dots, u^3(k-1), \dots) \quad (2.15)$$

As condições para uma estimativa não polarizada pelos métodos dos mínimos quadrados dos modelos lineares são as mesmas para o modelo paramétrico de Volterra e o modelo de Hammerstein. A condição para identificabilidade dos parâmetros é que  $\psi^T \psi$  seja definitivamente positiva.

### 2.3.5 Validação do modelo

Nesta última etapa, o modelo estimado deve ser submetido a um teste de validação. Este teste verifica se o modelo prevê de maneira satisfatória o comportamento do sistema. Caso o modelo apresente um comportamento deficiente deve-se rejeitar o modelo. Um modelo nunca pode ser aceito como uma descrição final e verdadeira do sistema. Pelo contrário, ele pode no máximo ser considerado como uma descrição suficientemente satisfatória para certos aspectos considerados de interesse do usuário (LJUNG, 1999).

Existem várias técnicas para realizar a validação do modelo. O método mais simples é dividir os dados coletados em dois conjuntos. Uma parte dos dados (ou seja, o conjunto de estimativas) é então usada para estimar o modelo, e a segunda parte (isto é, o conjunto de validação) para verificar se o modelo prevê o comportamento do sistema para este “novo” conjunto de dados.

## 2.4 Conclusão

Foram apresentadas neste capítulo as características das séries de Volterra e modelos Hammerstein e Wiener. A representação de processos não-lineares através das séries de Volterra possibilita a descrição de dinâmicas assimétricas e o comportamento dos sistemas para grandes desvios do ponto de operação, porém o número de parâmetros a ser estimado pode crescer muito rápido. Uma alternativa para contornar a complexidade das séries funcionais é a utilização de modelos de Hammerstein e Wiener. Observa-se que a maior dificuldade na obtenção dos modelos Hammerstein e Wiener consiste na estimação do sinal intermediário, o qual é inerente as representações de bloco interconectados. Por fim, os principais passos no processo de identificação de sistemas foram descritos.

# Capítulo 3

## Sinais de Excitação para Identificação de Sistemas Não-Lineares

### 3.1 Introdução

Na maioria das aplicações o comportamento dinâmico do sistema é derivado a partir das medições dos sinais de entrada e saída. Em algumas situações, o sinal de entrada é imposto pelo ambiente, e é impossível excitar o sistema a ser testado com uma entrada escolhida arbitrariamente. Em outras situações, apenas sinais binários podem ser aplicáveis. No entanto, em uma grande variedade de casos, a única restrição é que os sinais de entrada tenham a amplitude dentro de uma faixa de operação (PINTELO; SCHOUKENS, 2001).

Segundo (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011), os sinais de excitação devem satisfazer os seguintes critérios:

- O sinal de teste deve ser gerado de forma simples e reprodutível;
- Descrição matemática simples do sinal e de suas propriedades para o método de identificação correspondente;
- Realizável com os atuadores disponíveis;
- Aplicável ao processo;
- Boa excitação da dinâmica do sistema de interesse.

Dentre os sinais de excitação utilizados para identificação de sistemas pode-se destacar o sinal do relé. O método do relé proposto em (ASTROM; HAGGLUND, 1984) é utilizado para gerar uma oscilação sustentada e assim determinar o ganho crítico e a frequência crítica do processo.

Este capítulo é organizado da seguinte forma: na seção 3.2 são apresentadas as principais características do método do relé. Na seção 3.3 é descrito o método do relé com integrador. Na seção 3.4 são descritas as características do sinal de teste triangular. Logo após, na seção 3.5, é abordado o método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática. Na seção 3.6 as características do sinal de excitação baseado no método do relé sob condições de não-linearidade são descritas. Por fim, o capítulo é encerrado com um sumário do que foi abordado.

## 3.2 Método do Relé

O experimento do relé consiste em substituir o controlador por um relé de amplitude  $\mu$  na malha de realimentação. Para o relé mais simples, Equação 3.1, a amplitude  $\mu$  é o único parâmetro que deve ser especificado. Um  $\mu$  grande causará oscilações de amplitude maior no processo e uma identificação melhor. Por outro lado, um sinal de entrada com amplitude maior fará o processo desviar mais da sua referência, o que não é desejável. A determinação do  $\mu$  depende do nível do ruído na saída do sistema.

$$u(t) = \begin{cases} \mu_+, & \text{se } e(t) \geq 0 \\ \mu_-, & \text{se } e(t) < 0, \end{cases} \quad (3.1)$$

em que  $\mu_+$  e  $\mu_- \in \Re$  e  $\mu_+ \neq \mu_-$  indicam a amplitude positiva e negativa, respectivamente.

Na Figura 3.1 é apresentado o diagrama esquemático para o método do relé. De acordo com o diagrama  $u(t)$  e  $y(t)$  são a saída do relé e saída do processo, respectivamente. O sinal  $d$  representa a perturbação estática e  $R_{in}$  é o valor de referência da entrada do relé.

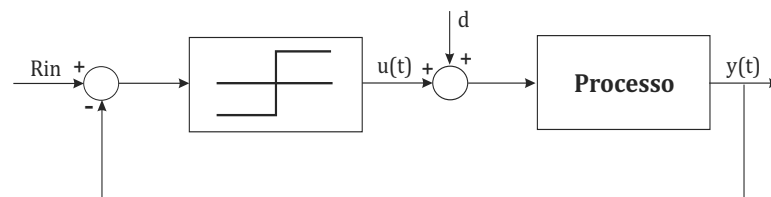


Figura 3.1: Diagrama esquemático do Método do Relé.

Para a maioria dos sistemas a realimentação com relé resultará em uma oscilação permanente na saída  $y(t)$  em torno da referência  $R_{in}$ . A saída do relé  $u(t)$  muda cada vez que a saída do sistema  $y(t)$  cruza a referência. O sinal de controle é uma onda quadrada e a saída é próxima de uma senóide. Na Figura 3.2 é apresentado os sinais da entrada e saída para  $R_{in} = 0$  para todo  $t \geq 0$ .

No início do experimento, a entrada cresce até  $\mu_+$ . Então, a saída começa a crescer (após o atraso  $\tau$ ). Em seguida, o relé irá chavear para o outro estado,  $u(t) = -\mu$ . Isso irá

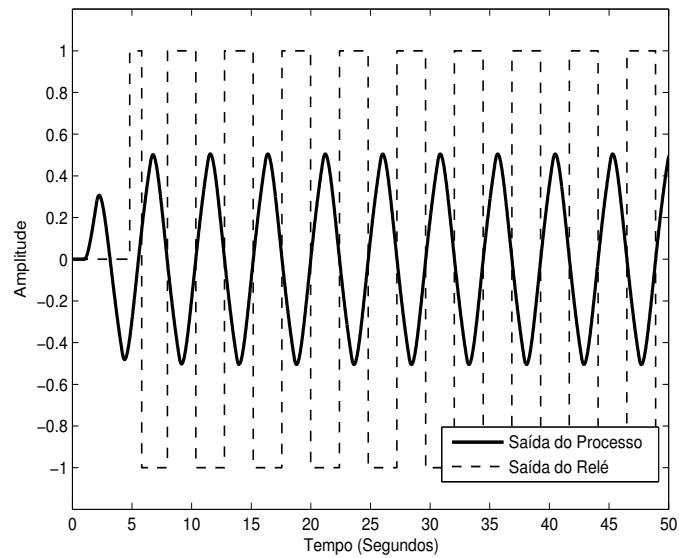


Figura 3.2: Curvas da resposta dinâmica do método do relé aplicado a um sistema linear

se repetir criando um ciclo limite com período de oscilação  $T_u$  (WANG; LEE; LIN, 2003).

Assuma que o sistema é controlado por um relé com histerese. Então,

$$u(t) = \begin{cases} \mu_+, & \text{se } e(t) > \varepsilon_+, \text{ ou } e(t) \geq \varepsilon_- \text{ e } u(t_-) = \mu_+ \\ \mu_-, & \text{se } e(t) < \varepsilon_-, \text{ ou } e(t) \leq \varepsilon_+ \text{ e } u(t_+) = \mu_- \end{cases} \quad (3.2)$$

em que  $\varepsilon_+$  e  $\varepsilon_- \in \mathfrak{R}$  e  $\varepsilon_+ \neq \varepsilon_-$  indicam a histerese,  $\mu_+$  e  $\mu_- \in \mathfrak{R}$  e  $\mu_+ \neq \mu_-$  indicam a amplitude positiva e negativa, respectivamente. De acordo com (WANG; LEE; LIN, 2003), a função geral do relé é representada na Figura 3.3 e suas possíveis configurações estão listadas na Tabela 3.1.

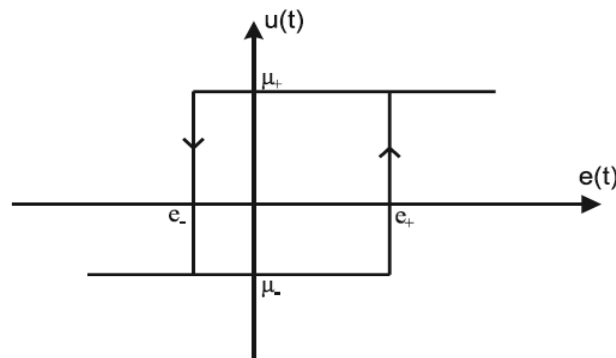


Figura 3.3: Função Geral do Relé.

Na presença do ruído, a histerese do relé é utilizada para reduzir a influência do ruído de medição e manter a regularidade na largura dos pulsos. O tamanho da histerese deve



ser maior que a maior amplitude do ruído para impedir mudanças aleatórias no sinal de entrada do sistema (WANG; LEE; LIN, 2003).

Tabela 3.1: Tipos de Relé.

Com histerese	$\varepsilon_+ \neq 0$ e $\varepsilon_- \neq 0$
Sem histerese	$\varepsilon_+ = 0$ e $\varepsilon_- = 0$
Com histerese e simétrico	$\varepsilon_+ = \varepsilon_- \neq 0$
Assimétrico	$\mu_+ \neq \mu_-$
Simétrico	$\mu_+ = \mu_-$

Através da série de Fourier o sinal do relé simétrico de amplitude unitária é representado da seguinte forma (LATHI, 2005):

$$u(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{sen}(2\pi(2n-1)t)}{(2n-1)}. \quad (3.3)$$

### 3.3 Método do Relé com Integrador

O método do relé introduzido por (ASTROM; HAGGLUND, 1984) tem sido amplamente utilizado para identificação de sistemas. O seu uso mais comum é na geração de uma oscilação sustentada próximo da frequência crítica do sistema, onde estima-se o ganho crítico diretamente dos dados do experimento.

A fim de obter mais informações do que apenas o ponto crítico do sistema, diversas variações foram propostas para fornecer informações em uma frequência adicional. Estes métodos geralmente introduzem um elemento dinâmico conhecido na malha de realimentação e assim, a frequência da excitação é alterada.

Na Figura 3.4 é representado como alguns elementos dinâmicos influenciam a resposta em frequência do processo. O método do relé padrão excita o processo em seu ponto crítico, que está localizado na interseção da curva de Nyquist e o eixo real negativo. Isto corresponde a uma fase de  $-180^\circ$ . Em diversas situações práticas, uma histerese é inserida na malha de realimentação do relé para evitar chaveamentos inadequados gerados pelo ruído na saída. Com histerese o experimento do relé produz uma excitação com uma frequência ligeiramente inferior do que a observada com o relé padrão.

Com o propósito de obter informações do sistema em um ponto de frequência mais baixa do que a frequência do relé padrão, é introduzido na malha de realimentação um elemento integrador. A adição de um integrador produz uma mudança de fase, fixando em  $-90^\circ$ , de tal modo que o ponto identificado está na interseção do eixo imaginário negativo no gráfico de Nyquist.

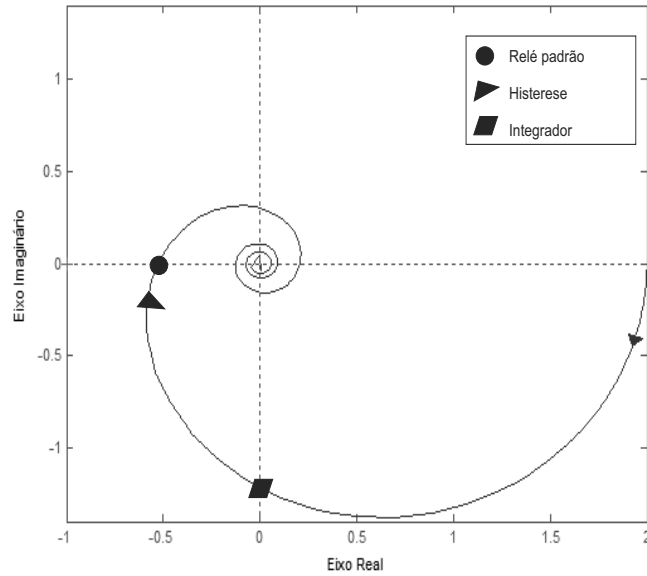


Figura 3.4: Efeito das dinâmicas adicionais na malha de realimentação do relé.

Neste trabalho, o experimento do relé com integrador é utilizado para estimar o modelo FOPDT com precisão na frequência onde a fase é  $-90^\circ$ . A mudança de fase obtida com um integrador garante que a faixa de baixa frequência é atingida.

O experimento é executado em  $G(s)$  conforme mostrado na Figura 3.5. Utilizando a resposta entrada-saída, um ponto da resposta em frequência de  $G(s)$  pode ser estimado utilizando Transformada Discreta de Fourier.

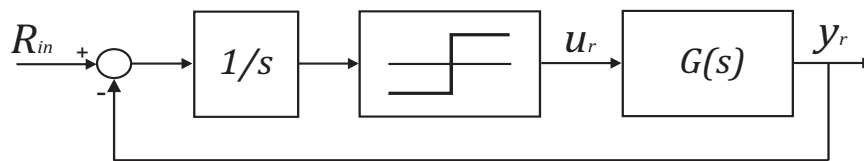


Figura 3.5: Diagrama do Experimento do Relé com Integrador

### 3.4 Sinal de Teste Triangular

O sinal de teste triangular consiste em um sinal simétrico e periódico. Na Figura 3.6 é apresentado o diagrama esquemático para o sinal de teste triangular. De acordo com o diagrama  $u(t)$  e  $y(t)$  são o sinal triangular e saída do processo, respectivamente. Na Figura 3.7 é apresentada a resposta típica do sinal triangular aplicado na entrada do processo não-linear de Hammerstein.

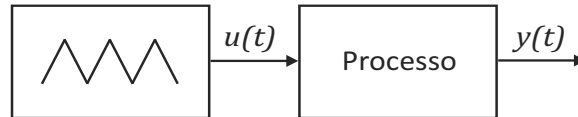


Figura 3.6: Diagrama esquemático do processo excitado pelo sinal Triangular.

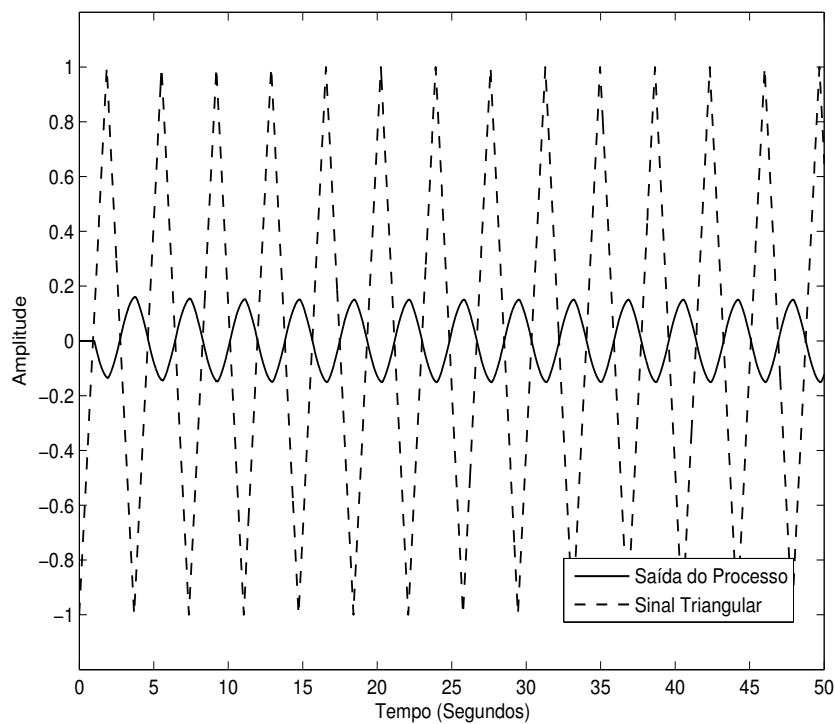


Figura 3.7: Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular aplicado a um sistema não-linear

Através da série de Fourier um sinal triangular de amplitude unitária é representado da seguinte forma (LATHI, 2005):

$$u(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\text{sen}((2n+1)t)}{(2n+1)^2}. \quad (3.4)$$

De acordo com a equação 3.4, verifica-se que para o sinal triangular os harmônicos mais altos possuem um decaimento muito mais rápido do que em uma onda quadrada.

### 3.5 Método do Relé sob Condições de Não-Linearidade e Perturbação Estática

O método do relé padrão é utilizado para gerar uma oscilação sustentada e assim determinar o ponto crítico do processo. Diversas modificações do método do relé foram sugeridas ao longo dos anos, porém tais abordagens se mostraram inadequadas para aproximar sinais de testes senoidais em processos com não-linearidade.

Os métodos para rejeição da perturbação não podem ser aplicados para a concepção de um sinal de teste senoidal para processos com não-linearidade. Portanto, os métodos do relé para rejeitar perturbações estáticas podem ser aplicados apenas em processos lineares.

Na Figura 3.8, é apresentado a resposta dinâmica típica do método do relé original de um processo não-linear sob perturbação estática. A perturbação estática ocorre no tempo  $t = 20s$  com magnitude de 0,5. Observa-se que o método do relé original fornece uma saída assimétrica.

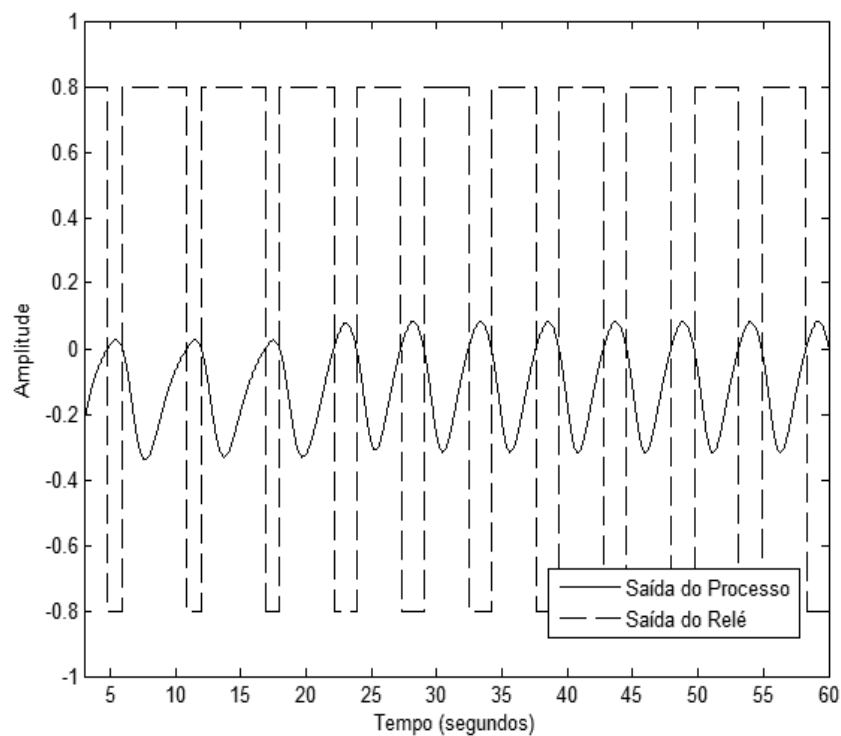


Figura 3.8: Curvas da resposta dinâmica do método do relé original com perturbação estática.

Com o objetivo de contornar o problema da saída assimétrica do método do relé, em (SUNG; LEE, 2006) foi proposto um novo experimento do relé, a fim de criar um sinal de teste aproximadamente senoidal na frequência crítica do processo, que pode ser aplicado a processos com não-linearidade e perturbação estática. Na Figura 3.9 encontra-se a resposta dinâmica típica do método do relé modificado para uma perturbação estática. A perturbação estática (sinal  $d$ , Figura 3.1) ocorre no tempo  $t = 20s$  com magnitude de 0,5. Neste caso, observa-se que o método do relé proposto por (SUNG; LEE, 2006) fornece uma saída simétrica do processo não-linear, independentemente da perturbação estática, quando o estado estacionário cíclico é atingido.

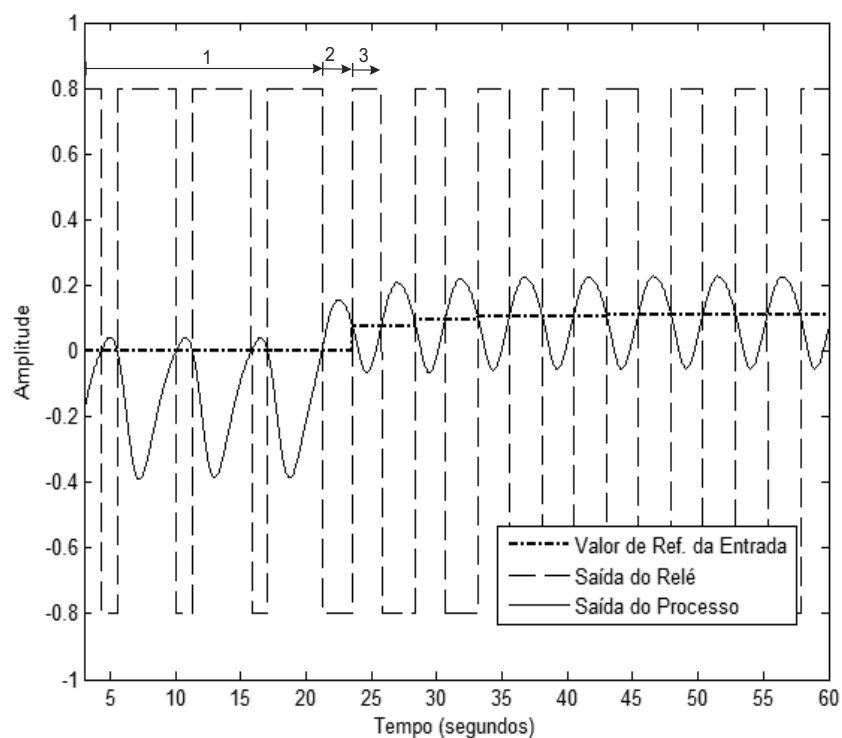


Figura 3.9: Curvas da resposta dinâmica do método do relé modificado com perturbação estática.

De acordo com (SUNG; LEE, 2006), para garantir uma saída simétrica do processo não-linear, deve-se realizar o seguinte procedimento:

1. Obtém um período de oscilação da mesma forma que o método do relé tradicional proposto por (ASTROM; HAGGLUND, 1984);
2. Aplica o valor baixo do relé e aguarda por um tempo igual a metade do período anterior. Isso força a simetria da saída do relé no estado estacionário cíclico. Além disso, após o tempo igual a metade do período anterior é estabelecido  $R_{in} = y$ . Isto

força os dois pontos cruzarem em um período entre a saída do processo e o valor de referência da entrada para convergir para o mesmo valor;

3. Aplica o valor superior do relé e aguarda a saída do processo cruzar o valor da referência de entrada ( $R_{in}$ );
4. Repete os passos 2 e 3 até obter um estado estacionário cíclico.

Os passos descritos no procedimento acima são numerados na Figura 3.9. Através da aplicação deste procedimento para processos não-lineares é garantida a saída simétrica do proceso quando um estado estacionário cíclico é obtido, independentemente da perturbação estática, enquanto o método do relé original mostra uma saída assimétrica em tais condições.

A saída simétrica do relé é garantida, pois o método define exatamente o comprimento de tempo do valor baixo do relé para metade do período anterior. Definir o tempo total do valor baixo do relé para a metade do período garante uma saída simétrica do relé no estado estacionário cíclico, porque o período passado e o período presente são os mesmos no estado estacionário cíclico. Além disso, o método do relé modificado atualiza  $R_{in}$ , a fim de rejeitar o efeito da perturbação estática. Em (HANG; J.; HO, 1993) e (SHEN; WU; YU, 1996) são propostos métodos para rejeitar perturbação estática, tais abordagens são aplicadas apenas em processos lineares, pois removem os efeitos das perturbações estáticas igualando o valor superior e o valor inferior da saída do processo enquanto desloca o valor de referência da saída do relé. O método utilizado por (SUNG; LEE, 2006) visa superar esta limitação rejeitando a perturbação estática para processos não-lineares.

O método do relé proposto é capaz de remover o efeito da perturbação estática para modelos não-lineares, pois define automaticamente o valor de referência da entrada do relé correspondente as perturbações estáticas, garantindo uma saída simétrica do relé.

### 3.6 Sinal de Excitação baseado no Método do Relé sob Não-Linearidade

A partir do método do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática apresentado na seção anterior é proposto um sinal de excitação que incorpora as vantagens desta técnica e além disso, obtém características da baixa frequência da excitação.

Considere a excitação apresentada na Figura 3.10. Para gerar essa excitação, inicialmente, o método do relé proposto por (SUNG; LEE, 2006) é aplicado e o período crítico  $T_u$  é obtido. Após atingido uma oscilação sustentada do processo, é sobreposto ao sinal um pulso com largura dependendo do ponto de baixa frequência de interesse.

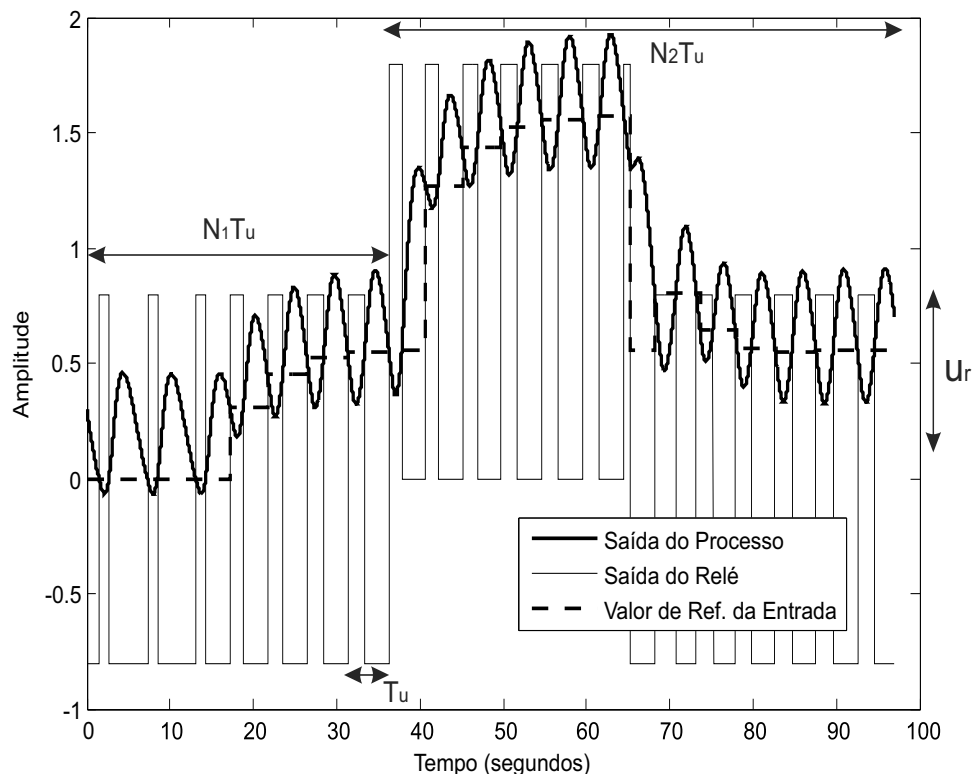


Figura 3.10: Curvas da resposta dinâmica do método do relé proposto

Considere que o relé com amplitude  $u_r$  é aplicado por  $(N_1 + N_2)T_u$ , durante o intervalo  $N_2 T_u / 2$  é sobreposto ao sinal do relé um pulso com amplitude  $u_r$ . Após alterada a amplitude do relé o valor de referência é modificado e segue sendo corrigido para rejeitar perturbações estáticas. O intervalo  $N_2 T_u$  é definido a partir de um valor múltiplo do período  $T_u$ .

O espectro de frequência do pulso é dado por:

$$U_2(j\omega) = u_r N_2 \frac{T_u}{2} \text{sinc} \left( \frac{\omega N_2 T_u / 4}{\pi} \right) e^{-j\omega(N_1 + N_2/4)T_u} \quad (3.5)$$

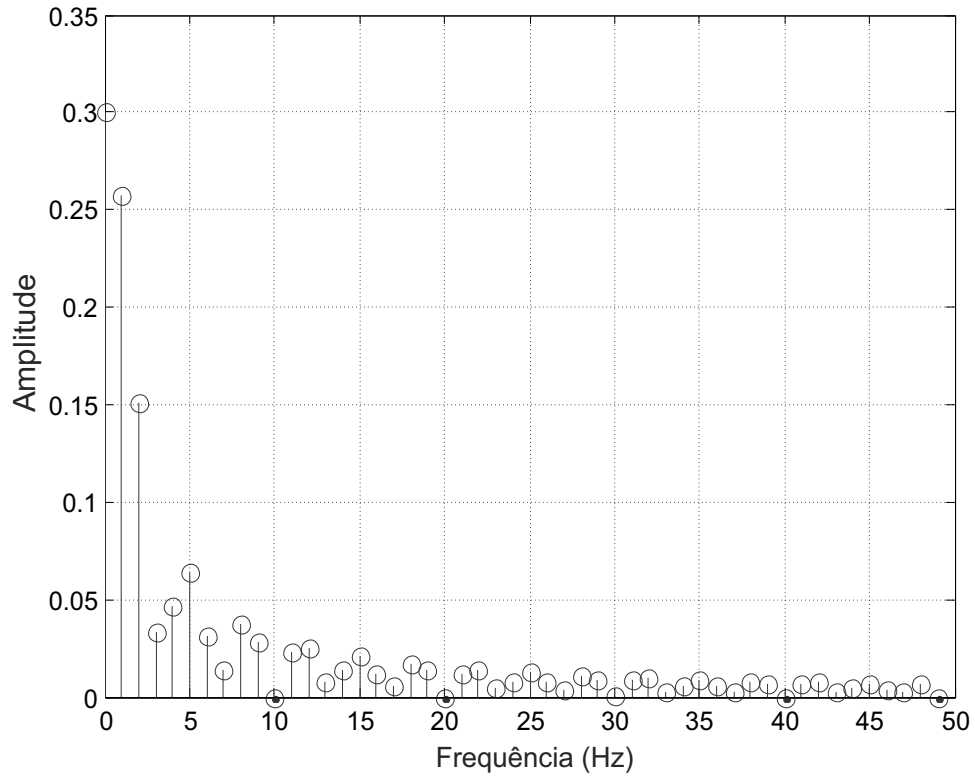
(PINTELON; SCHOUKENS, 2001) propõe a escolha da largura do pulso como:

$$T = \frac{1}{2,5 f_{\max}} \quad (3.6)$$

onde  $f_{\max}$  é a frequência máxima de interesse.

Na Figura 3.11 é apresentada a amplitude do espectro de frequência do pulso para a largura do pulso igual a  $3T_u$ .

Considere o sinal do relé com período igual a  $T_u$  e  $\omega_0 = 2\pi/T_u$ . Utilizando a série de


 Figura 3.11: Amplitude do espectro de frequência do pulso de largura  $3T_u$ .

Fourier para representá-lo através de uma soma de funções trigonométricas, tem-se:

$$u_1(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos(k.\omega_0.t) + C_k \text{sen}(k.\omega_0.t)], \quad (3.7)$$

onde:

$$a_0 = 0,$$

$$B_k = u_r \frac{\text{sen}(k.\omega_0.T_u)}{k\pi},$$

$$C_k = u_r \frac{1 - \cos(k.\omega_0.T_u)}{k\pi}.$$

A amplitude do espectro do sinal do relé é:

$$|A_k| = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} \quad (3.8)$$

Na Figura 3.12 é apresentada a amplitude do espectro de frequência do relé para



$N_1 = 4$  e  $N_2 = 6$ .

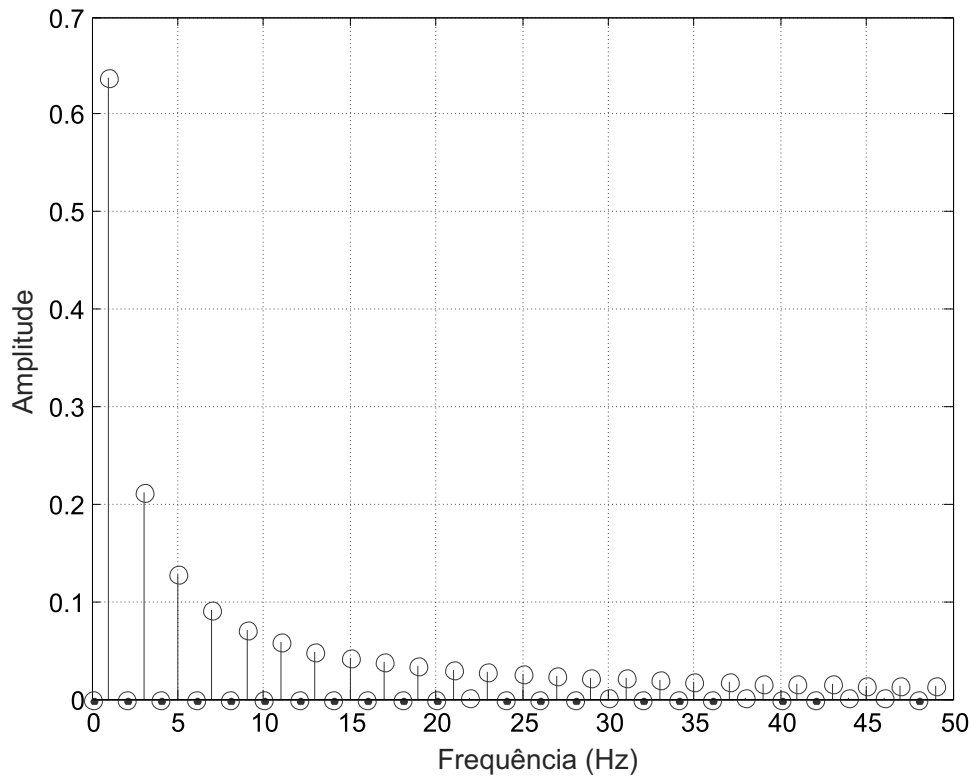


Figura 3.12: Amplitude do espectro de frequência do relé.

A amplitude do espectro de frequência do sinal proposto é obtida através da soma dos módulos das equações 3.5 e 3.8. Na Figura 3.13 encontra-se representado o espectro do sinal proposto.

O fator de crista  $C_r(u)$  de um sinal  $u(t)$  é dado pela razão entre o valor de pico do sinal e o seu valor rms na faixa de frequência de interesse.

$$C_r(u) = \frac{u_{pico}}{u_{rms}}. \quad (3.9)$$

O fator de crista fornece uma ideia da compactação do sinal. Sinais com um comportamento impulsivo injetam menos energia no sistema do que sinais que possuem o mesmo valor de pico e um fator de crista menor. O valor *rms* é usado para expressar que apenas a energia na faixa de frequência de interesse contribui para conhecimento do sistema (PINTELO; SCHOUKENS, 2001). O fator de crista do sinal de excitação proposto é igual a 1,71.

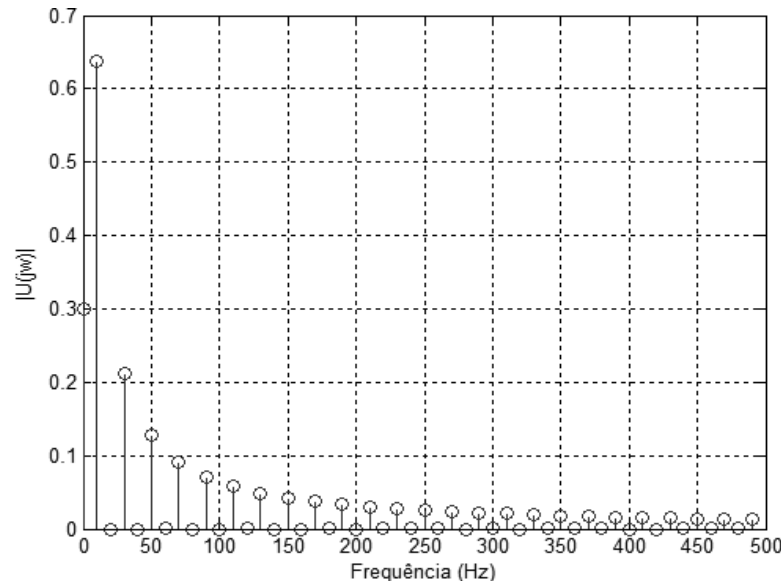


Figura 3.13: Amplitude do espectro de frequência do sinal proposto com largura do pulso  $6T_u$ .

### 3.7 Conclusão

O método do relé original é utilizado para gerar uma oscilação sustentada e assim determinar o ponto crítico do processo. Este método passou por diversas modificações, porém tais abordagens não são adequadas para aproximar sinais de testes senoidais em processos com não-linearidade. Em (SUNG; LEE, 2006) foi proposto o método de realimentação com relé para obter um sinal de teste senoidal aproximado na frequência crítica do processo, tal método pode ser aplicado para processos com saída não-linear e perturbação estática. Através da aplicação deste método para processos não-lineares é garantida a saída simétrica do relé quando um estado estacionário cíclico é obtido, independentemente da perturbação estática, enquanto o método do relé original mostra uma saída assimétrica em tais condições. A principal diferença entre a abordagem utilizada por (SUNG; LEE, 2006) e as abordagens anteriores é que o método utilizado determina o nível alto do relé com base no ponto de cruzamento da saída do relé com o valor de referência, enquanto que o nível baixo do relé é com base na metade do período anterior.

# Capítulo 4

## Identificação de Sistemas usando Modelos de Hammerstein e Wiener

### 4.1 Introdução

Quando a não-linearidade nos processos é tão acentuada que suas aproximações lineares não são aceitáveis, modelos não-lineares devem ser considerados para descrever adequadamente suas dinâmicas. Para isto, modelos não-lineares que consistem em um bloco representando o subsistema de dinâmica linear e um outro bloco representando a função estática não-linear, são usados por causa da sua estrutura simples de blocos interconectados. A disposição dos blocos causa comportamentos dinâmicos distintos de um modelo para outro. Estes modelos não-lineares podem descrever as dinâmicas de muitos processos químicos, elétricos e biológicos.

Neste trabalho são tratados os modelos de Hammerstein, que consiste de um bloco estático não-linear seguido por um bloco dinâmico linear e os modelos de Wiener, que consistem de um bloco dinâmico linear seguido de um bloco estático não-linear. A maior dificuldade na identificação de sistemas não-lineares usando representações de Hammerstein e Wiener é a indisponibilidade do sinal intermediário. Para superar este obstáculo são apresentados procedimentos para obtenção do sinal intermediário das representações de Hammerstein e Wiener utilizando o método do relé sob condições de não-linearidade e o sinal de excitação proposto. A metodologia utilizada para identificação dos modelos separa o problema de identificação do subsistema dinâmico linear e da função estática não-linear. Além disso, os modelos identificados são obtidos sem resolver problemas de otimização não-lineares iterativos.

Este capítulo é organizado da seguinte forma: na seção 4.2 é apresentado o problema de identificação de modelos FOPTD utilizando restrições de igualdade no domínio da frequência. Na seção 4.3 é descrita a metodologia para identificação de processos não-

lineares do tipo Hammerstein. Na seção 4.4 é descrita a metodologia para identificação de processos não-lineares do tipo Wiener. Finalmente, na seção 4.5 é apresentada as conclusões deste capítulo.

## 4.2 Identificação de Modelos FOPDT

Os modelos de ordem reduzida mais utilizados em controle para representar sistemas industriais são os modelos FOPDT (*first order plus time delay*) e SOPDT (*second order plus time delay*). Estes modelos refletem de maneira satisfatória o comportamento fundamental do sistema com um número de parâmetros reduzido, mesmo que o sistema real seja de ordem superior. Um modelo FOPDT é descrito por:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\tau_d s} = \frac{b}{s + a} e^{-\tau_d s}, \quad (4.1)$$

onde  $a = 1/\tau$  e  $b = K/\tau$ .

Neste trabalho os modelos *FOPDT* serão estimados a partir da solução do problema de otimização com restrições de igualdade descrito na seção a seguir.

### 4.2.1 Otimização com Restrições

O problema de otimização com restrições de igualdade no método dos mínimos quadrados é formalizado através do seguinte teorema:

**Teorema 1** *Assuma os parâmetros a serem estimados como  $\hat{\theta}$  e que os dados obtidos a partir do experimento do relé a serem utilizados na identificação ( $y$  e  $u$ ) são agrupados nos vetores (em forma matricial)  $Y$ ,  $\Phi$ , o que define o vetor de regressão dado por*

$$Y = \Phi \hat{\theta}. \quad (4.2)$$

*As restrições de igualdade são expressas como as matrizes  $M$  e  $\psi$ . Definindo um problema de otimização mínimos quadrados com restrições como:*

$$\min_{\hat{\theta}} J = (Y - \Phi \hat{\theta})^T (Y - \Phi \hat{\theta}), \quad (4.3)$$

*sujeito a*

$$M \hat{\theta} = \psi. \quad (4.4)$$

*A solução desse problema é dada por*

$$\lambda^T = \{ME^{-1}M^T\}^{-1} \{\psi - ME^{-1}G\} \quad (4.5)$$

$$\hat{\theta} = E^{-1} (G + M^T \lambda^T),$$

onde  $E = 2\Phi^T\Phi$  e  $G = 2\Phi^TY$ .

**Prova.** Para determinar a solução desse problema, utiliza-se uma minimização equivalente em relação a  $\hat{\theta}$  e  $\lambda$  (Multiplicador de Lagrange). A função a ser minimizada com relação a  $\hat{\theta}$  e  $\lambda$  passa a ser

$$J = (Y - \Phi\hat{\theta})^T (Y - \Phi\hat{\theta}) + \lambda (\psi - M\hat{\theta}). \quad (4.6)$$

Derivando a equação 4.6 com relação a  $\hat{\theta}$  e igualando a zero obtém-se

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}} = -2\Phi^T (Y - \Phi\hat{\theta}) - \lambda M = -2\Phi^TY + 2\Phi^T\Phi\hat{\theta} - M^T\lambda^T = 0, \quad (4.7)$$

o que leva a

$$\hat{\theta} = [2\Phi^T\Phi]^{-1} (2\Phi^TY + M^T\lambda^T). \quad (4.8)$$

Definindo-se  $E = 2\Phi^T\Phi$  e  $G = 2\Phi^TY$ , obtém-se

$$\hat{\theta} = E^{-1} (G + M^T\lambda^T). \quad (4.9)$$

Derivando a equação 4.6 com relação a  $\lambda$  e igualando a zero obtém-se

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \psi - M\theta = 0, \quad (4.10)$$

o que leva a

$$M\theta = \psi. \quad (4.11)$$

Substituindo a equação 4.9 na equação 4.11 tem-se

$$M [E^{-1} (G + M^T\lambda^T)] = \psi, \quad (4.12)$$

que pode ser reescrita como

$$ME^{-1}G + ME^{-1}M^T\lambda^T = \psi, \quad (4.13)$$

o que leva a  $\lambda^T = \{ME^{-1}M^T\}^{-1} \{\psi - ME^{-1}G\}$ .

■

A informação a ser utilizada como restrição no problema de otimização dos mínimos quadrados apresentado no Teorema 1 deve ser escrita na forma linear da equação 4.4. Dessa forma, a informação pode ser no domínio do tempo ou da frequência desde que está tenha uma relação linear com o vetor de parâmetros ( $\hat{\theta}$ ) a serem estimados.

## 4.2.2 Identificação utilizando Restrições de Igualdade

A estimação dos parâmetros do modelo FOPDT será realizada através do procedimento de otimização com restrições formalizado no Teorema 1. A identificação de modelos FOPDT utilizando restrições de igualdade na frequência através do método integral utiliza uma aproximação de Taylor de primeira ordem para o atraso no modelo FOPDT (ACIOLI, 2012). O modelo, então, é dado por:

$$G(s) = \frac{b}{s+a} e^{-\tau_d s} \approx \frac{b(1-s\tau_d)}{s+a}. \quad (4.14)$$

Dessa forma, o modelo com a aproximação do atraso (Equação 4.14) pode ser representado pela seguinte equação diferencial

$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t) - b\tau_d \dot{u}(t). \quad (4.15)$$

Então integrando-se a equação 4.15 tem-se

$$y(t) = -a \int_0^t y(\tau) d\tau + b \int_0^t u(\tau) d\tau - \beta u(t), \quad (4.16)$$

onde  $\beta = b\tau_d$ .

Define-se o vetor de regressão

$$\gamma(t) = \phi(t)\hat{\theta}, \quad (4.17)$$

com

$$\gamma(t) = y(t), \quad (4.18)$$

$$\phi(t) = \left[ -\int_0^t y(\tau) d\tau \quad \int_0^t u(\tau) d\tau \quad -u(t) \right]^T, \quad (4.18)$$

$$\hat{\theta} = \left[ a \quad b \quad \beta \right]^T. \quad (4.19)$$

Utilizando todas as amostras dos sinais  $y$  e  $u$  armazenados como resultado da aplicação da excitação baseada no método do relé, um sistema de equações lineares é obtido e pode-

se encontrar a forma de regressão dada pela equação 4.2 no Teorema 1 com  $Y$  e  $\Phi$  dados por:

$$Y = \begin{bmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) & \cdots & \gamma(N-1) \end{bmatrix}^T \quad (4.20)$$

e

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi(0) & \phi(1) & \cdots & \phi(N-1) \end{bmatrix}^T, \quad (4.21)$$

onde  $N$  é o número total de amostras do conjunto de dados utilizado para a identificação.

A restrição de igualdade é definida através da informação em frequência obtida através da análise por funções descritivas e o uso de DFT nos sinais resultantes da aplicação do experimento do relé como excitação. Essa informação corresponde à frequência de cruzamento do ganho estimada ( $\hat{\omega}_g$ ). Com isso, a informação do processo nessa frequência pode ser escrita como

$$\hat{G}(j\hat{\omega}_g) = \frac{b(1 - j\hat{\omega}_g\tau_d)}{j\hat{\omega}_g + a}. \quad (4.22)$$

A equação 4.22 pode ser reescrita como

$$j\hat{\omega}_g\hat{G}(j\hat{\omega}_g) = -a\hat{G}(j\hat{\omega}_g) + b - b\tau_d j\hat{\omega}_g, \quad (4.23)$$

que pode ser escrita na forma da equação linear 4.4 do Teorema 1 que define o problema de otimização mínimos quadrados com restrições de igualdade.

$$\Psi(\hat{\omega}_g) = M(\hat{\omega}_g)\hat{\theta}, \quad (4.24)$$

com

$$\begin{aligned} \Psi(\hat{\omega}_g) &= j\hat{\omega}_g\hat{G}(j\hat{\omega}_g); \\ M(j\hat{\omega}_g) &= \begin{bmatrix} -\hat{G}(j\hat{\omega}_g) & 1 & -j\hat{\omega}_g \end{bmatrix}; \\ \theta &= \begin{bmatrix} a & b & \beta \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

A estimativa final é o vetor de parâmetros  $\left\{ \hat{a}, \hat{b}, \hat{\tau}_d = \hat{\beta}/\hat{b} \right\}$ .

### 4.2.3 Estimação do Atraso

Para a identificação de modelos FOPDT, descrito anteriormente, o atraso é aproximado por meio da série de Taylor de primeira ordem, porém esta aproximação não é capaz de representar adequadamente o atraso do processo. Conseqüentemente, a qualidade do

modelo identificado é insuficiente. Para contornar este problema é necessário realizar uma estimativa inicial do atraso e introduzi-lo nos dados da entrada utilizados para estimação do modelo linear, conforme apresentado na Figura 4.1, onde  $\tau_0$  representa a estimativa inicial do atraso. Portanto, usando a estimativa inicial como valor fixo no modelo do processo, o resíduo do atraso ( $\tau - \tau_0$ ) será desprezível e a partir dos dados da entrada ( $u'$ ) e saída ( $y'$ ) os parâmetros do modelo são identificados adequadamente.

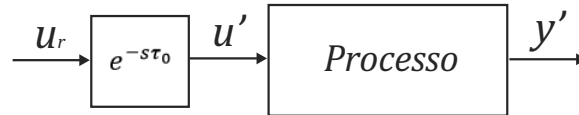


Figura 4.1: Diagrama do sistema equivalente com estimativa inicial do atraso.

O atraso pode ser estimado diretamente do início da resposta do sistema, ou seja, o tempo que a saída  $y(t)$  demora para sair de zero e começar a responder a entrada  $u(t)$ .

### 4.3 Identificação de Sistemas usando Modelo de Hammerstein e Método do Relé

Nesta seção é apresentada a metodologia para identificação de processos do tipo Hammerstein. Inicialmente o método do relé descrito na seção 3.5 é aplicado e assim os dados da resposta em frequência do subsistema dinâmico linear são obtidos. Em seguida, um sinal triangular, descrito na seção 3.4, é utilizado para identificar a função estática não-linear da entrada. Desta forma, a metodologia utilizada divide o problema de identificação do subsistema dinâmico linear e da função não-linear estática. A metodologia apresentada nesta seção é baseada no trabalho de (PARK et al., 2004) sendo propostas modificações para obtenção de uma melhor estimação dos parâmetros.

Como descrito no Capítulo 2 o modelo de Hammerstein é composto por uma função estática não-linear em série com um subsistema linear, na Figura 4.2 encontra-se representado o diagrama de bloco deste modelo.

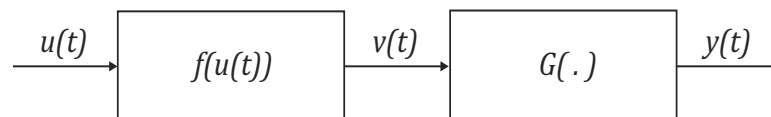


Figura 4.2: Diagrama do Modelo de Hammerstein

Para fins de identificação considere o modelo de Hammerstein com uma única entrada e uma única saída (SISO) representado por:



$$G(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\tau_d s} \quad (4.25)$$

$$v(t) = p_1 u(t) + p_2 u^2(t) + \dots + p_r u^r(t). \quad (4.26)$$

A equação 4.25 representa o subsistema dinâmico linear e a equação 4.26 representa a função estática não-linear da entrada. As variáveis  $u(t)$  e  $y(t)$  são, respectivamente, a entrada e saída do modelo. A variável intermediária  $v(t)$  é a entrada do subsistema linear e a variável  $\tau_d$  indica o atraso na entrada.

O sinal intermediário do modelo de Hammerstein é obtido através do mapeamento do sinal da entrada,  $u(t)$ , através da função  $f$ , ou seja:

$$v(t) = f(u(t)). \quad (4.27)$$

### 4.3.1 Estimação da Resposta em Frequência do Subsistema Linear

O procedimento para estimação da resposta em frequência do subsistema dinâmico linear é detalhado aqui. Como melhoria em relação à abordagem proposta por (PARK et al., 2004) utiliza-se o sinal do relé sob condições de não-linearidade e perturbação estática. Desta forma, é garantida a saída simétrica do proceso quando um estado estacionário cíclico é atingido.

Considere o diagrama esquemático do experimento do relé apresentado na Figura 4.3 e as saídas do processo e da função estática não-linear apresentadas na Figura 4.4. Observe que a saída do relé e a saída da função estática não-linear são sinais binários. Além disso, como representado na Figura 4.4, seus períodos são iguais, porém a amplitude de oscilação é diferente. Portanto, a seguinte equação linear é válida entre os dois sinais binários:

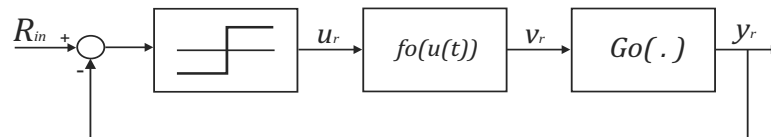


Figura 4.3: Diagrama esquemático do processo excitado pelo relé.

$$v_r(t) = \alpha u_r(t), \quad (4.28)$$

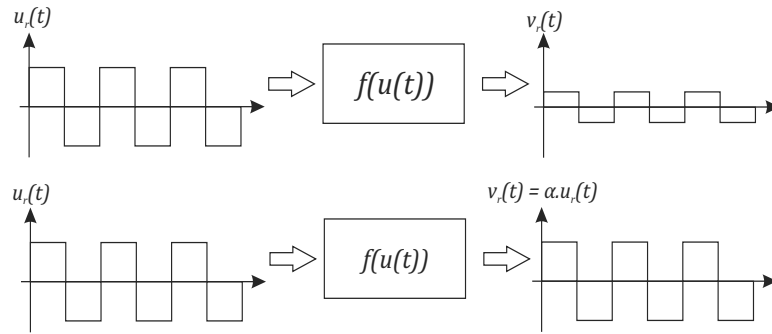


Figura 4.4: Saída do relé e saída da função estática não-linear.

onde  $\alpha$  é constante,  $u_r(t)$  e  $v_r(t)$  representa a saída do relé e a saída da função estática não-linear, respectivamente. Considera-se a seguinte função de transferência para as frequências diferentes de zero:

$$G(jn\omega_r) = \frac{\int_0^{T_r} y_r(t)e^{-jn\omega_r t} dt}{\int_0^{T_r} u_r(t)e^{-jn\omega_r t} dt} \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.29)$$

onde  $\omega_r = 2\pi/T_r$  e  $T_r$  é o período do relé. A saída  $y_r(t)$  é a saída do processo para o experimento do relé e  $G(jn\omega_r)$  é a resposta em frequência do processo na frequência  $jn\omega_r$ .

A equação 4.29 pode ser reescrita utilizando a relação descrita pela equação 4.28. Logo,

$$G(jn\omega_r) = \frac{\alpha \int_0^{T_r} y_r(t) \cdot e^{-jn\omega_r t} dt}{\int_0^{T_r} v_r(t) \cdot e^{-jn\omega_r t} dt} = \alpha G_o(jn\omega_r) \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.30)$$

onde  $G_o(jn\omega_r)$  é a resposta do subsistema dinâmico linear, representado na Figura 4.5, na frequência  $jn\omega_r$ .

Sem perda de generalidade,  $G(s)$  pode ser usado como a função de transferência do subsistema dinâmico linear em vez de  $G_o(s)$ , pois o termo não-linear pode ser dimensionado como  $f(\cdot) = f_o(\cdot)/\alpha$  para não modificar a relação entrada-saída, como apresentado na Figura 4.5.

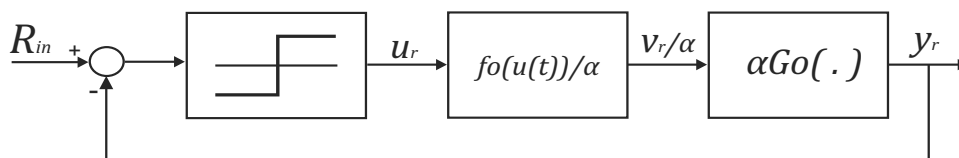


Figura 4.5: Diagrama esquemático equivalente do processo excitado pelo sinal do Relé.

Portanto, a resposta em frequência do subsistema dinâmico linear para as frequências  $jn\omega_r$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  pode ser estimada pela Equação 4.29, a partir da saída de relé e da

saída do processo.

### 4.3.2 Identificação da Função Estática Não-linear

A metodologia para identificação da função estática não-linear do modelo de Hammerstein é detalhada aqui. O procedimento consiste em aproximar o sinal intermediário  $v(t)$  através da representação em série de Fourier e, em seguida, estimar a função estática não-linear a partir dos sinais  $v(t)$  aproximado e do sinal da entrada do processo  $u(t)$ . A metodologia é dividida nos seguintes passos:

- Obter o sinal intermediário  $v(t)$  aproximado;
- Estimar os parâmetros do modelo da função estática não-linear.

A seguir cada um desses passos serão descritos em detalhes.

#### Passo 1 - Obter o sinal intermediário

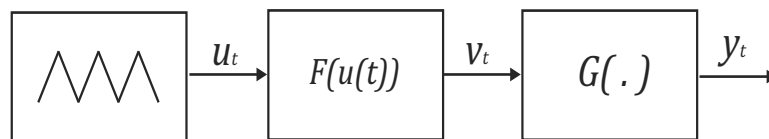


Figura 4.6: Diagrama esquemático do processo excitado pelo sinal Triangular.

Para estimação da função estática não-linear é utilizado um sinal de teste triangular periódico, Figura 4.6, onde  $u_t(t)$  representa o sinal triangular aplicado ao processo de Hammerstein e o sinal  $y_t(t)$  representa o sinal periódico obtido na saída do processo. O sinal triangular possui período igual ao sinal do relé, obtido conforme descrito na seção 4.3.1. Utilizando a representação trigonométrica da série de Fourier (OPPENHEIN; WILLSKY, 1996), o sinal  $y_t(t)$  pode ser descrito através das seguintes equações:

$$y_t(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega_r t) + B_n \text{sen}(n\omega_r t)) \quad (4.31)$$

$$A_0 = \frac{1}{T_u} \int_0^{T_u} y_t(t) dt \quad (4.32)$$

$$A_n = \frac{2}{T_u} \int_0^{T_u} y_t(t) \cos \frac{2n\pi t}{T_u} dt \quad (4.33)$$

$$B_n = \frac{2}{T_u} \int_0^{T_u} y_t(t) \text{sen} \frac{2n\pi t}{T_u} dt \quad (4.34)$$

Para identificar a função estática não-linear é necessário estimar o sinal  $v_t(t)$ , este sinal é reconstruído a partir de  $y_t(t)$ . Considere o processo de Hammerstein excitado pelo sinal triangular, conforme apresentado na Figura 4.6 e a seguinte representação da função de transferência do processo:

$$V_t(s) = G^{-1}(s)Y_t(s) = Q(s)Y_t(s), \quad (4.35)$$

onde  $G^{-1}(s) \equiv Q(s)$ ,  $v_t(t)$  e  $y_t(t)$  são, respectivamente, a saída da função estática não-linear e a saída do processo para o sinal de teste triangular.

Utilizando as equações 4.31 e 4.35, o sinal  $v_t(t)$  pode ser reconstruído a partir da saída do processo  $y_t(t)$  medida. Logo,

$$\hat{v}_t(t) = A_0Q(0) + z(t), \quad (4.36)$$

onde  $z(t)$  é dado por:

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n |Q(jn\omega_r)| \cos(n\omega_r t + \angle Q(jn\omega_r)) + B_n |Q(jn\omega_r)| \text{sen}(n\omega_r t + \angle Q(jn\omega_r)) \quad (4.37)$$

Na equação 4.37, tem-se  $Q(jn\omega_r) = G^{-1}(jn\omega_r)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , o qual é estimado a partir do teste do relé e utilizando a equação 4.29. Os coeficientes  $A_n$  e  $B_n$  são calculados a partir das equações 4.33 e 4.34, através de integração numérica do sinal da saída do processo excitado pelo sinal triangular. O valor de  $-A_0Q(0)$  na equação 4.36 é definido para o valor de  $z(t)$  correspondente a  $u_t(t) = 0$ .

## Passo 2 - Estimar os parâmetros do modelo da função estática não-linear

A função estática não-linear é estimada através da relação entre o conjunto de dados obtidos em  $\hat{v}_t(t)$  e  $u_t(t)$ . Para definir o modelo inverso da função estática não-linear em uma representação polinomial, pode-se resolver analiticamente o problema de otimização usando o método dos mínimos quadrados, conforme descrito na equação abaixo:

$$\min_{\hat{p}} \sum_{i=1}^N (u_t(t_i) - \hat{u}_t(t_i))^2, \quad (4.38)$$

sujeito a:

$$\hat{u}(t) = \hat{p}_1 v(t) + \hat{p}_2 v^2(t) + \dots + \hat{p}_r v^r(t). \quad (4.39)$$

A partir da equação 4.38, o vetor de parâmetros  $\hat{\theta}$  é dado por:

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T Y, \quad (4.40)$$

onde

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{u}(0) \\ \hat{u}(1) \\ \vdots \\ \hat{u}(N) \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

e

$$\Psi = \begin{bmatrix} v^{(1)}(0) & v^{(2)}(0) & \dots & v^{(n)}(0) \\ v^{(1)}(1) & v^{(2)}(1) & \dots & v^{(n)}(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v^{(1)}(N) & v^{(2)}(N) & \dots & v^{(n)}(N) \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Na equação 4.38 a variável  $N$  é o número de medições no estado estacionário cíclico.

### 4.3.3 Estimação do Modelo FOPDT para o processo de Hammerstein

Para estimação do subsistema dinâmico linear o modelo inverso da função estática não-linear da entrada é utilizado para compensar a não-linearidade do processo, conforme representado na Figura 4.7. Após compensar a não-linearidade é realizado o experimento do relé com integrador.

Finalmente, os dados da entrada ( $u'$ ) e saída ( $y'$ ) do sistema com a não-linearidade compensada são utilizados no método de estimação de modelos FOPTD com restrições de igualdade descrito na seção 4.2.

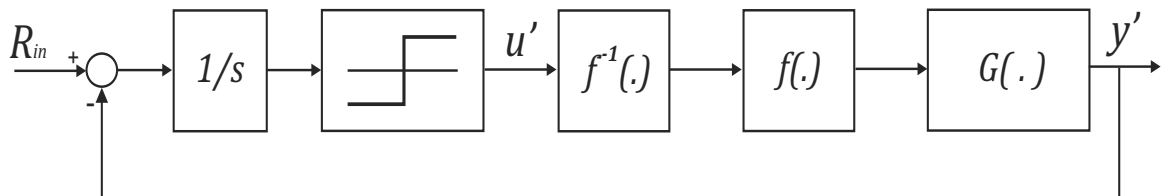


Figura 4.7: Diagrama do processo de Hammerstein com a não-linearidade compensada.

## 4.4 Identificação de Sistemas usando Modelo de Wiener e Método do Relé

Nesta seção é apresentada uma metodologia para identificação de processos do tipo Wiener utilizando o sinal proposto no capítulo 3. A priori identifica-se analiticamente a função estática não-linear da saída a partir do sinal do relé modificado. A vantagem da abordagem utilizada consiste em não resolver problemas de otimização não-lineares iterativos. Para representação do subsistema linear utiliza-se um modelo FOPTD estimado utilizando restrição de igualdade na frequência.

Como descrito no Capítulo 2, o modelo de Wiener é composto por um subsistema linear em série com uma função estática não-linear, na Figura 4.8 encontra-se representado o diagrama de bloco deste modelo.

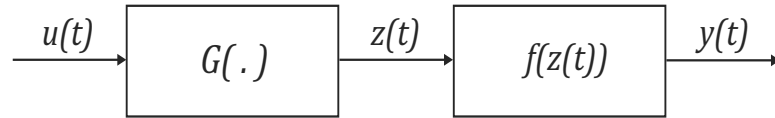


Figura 4.8: Diagrama do Modelo de Wiener.

Para fins de identificação considere o modelo de Wiener com uma única entrada e uma única saída (SISO). A equação 4.43 representa o subsistema dinâmico linear e a equação 4.44 representa a função estática não-linear da saída. As variáveis  $u(t)$  e  $y(t)$  são, respectivamente, a entrada e saída do modelo. A variável intermediária  $z(t)$  é a saída do subsistema dinâmico linear e a variável  $\tau_d$  indica o atraso na entrada.

$$G(s) = \frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\tau_d s} \quad (4.43)$$

$$z(t) = f^{-1}(y(t)) = q_1 y(t) + q_2 y^2(t) + \dots + q_r y^r(t). \quad (4.44)$$

O sinal da saída do modelo de Wiener é obtido através do mapeamento do sinal intermediário,  $z(t)$ , através da função  $f$ , ou seja:

$$y(t) = f(z(t)). \quad (4.45)$$

Como o sinal intermediário não está disponível, pode-se estimá-lo através da inversa da função  $f$ . Assim,

$$z(t) = f^{-1}(y(t)). \quad (4.46)$$

Portanto, a função  $f$  deve ser inversível para que um modelo de Wiener possa ser estimado utilizando o procedimento proposto.

#### 4.4.1 Identificação da Função Estática não-linear

A metodologia para identificação da função estática não-linear do modelo de Wiener é detalhada aqui. O procedimento consiste em aproximar o sinal intermediário  $z(t)$  através da representação em série de Fourier e, em seguida, estimar a função estática não-linear a partir dos sinais  $z(t)$  aproximado e do sinal da saída do processo  $y(t)$ . A metodologia é dividida nos seguintes passos:

1. Obter o sinal intermediário  $z(t)$  aproximado;
2. Obter o modelo inverso da função estática não-linear;
3. Estimar os parâmetros do modelo da função estática não-linear.

A seguir cada um desses passos serão descritos em detalhes.

##### Passo 1 - Obter o sinal intermediário aproximado

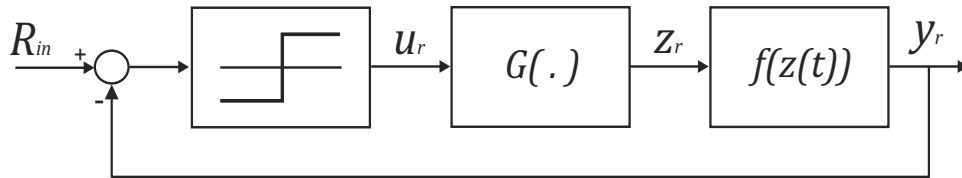


Figura 4.9: Diagrama esquemático do processo de Wiener excitado pelo relé.

O processo não-linear do tipo Wiener é excitado pelo sinal do relé modificado, conforme representado na Figura 4.9. O método do relé utilizado garante uma saída simétrica independente da perturbação estática. Logo, a saída do relé e a saída do subsistema dinâmico linear podem ser descritas através da seguinte expansão em série de Fourier:

$$u(t) = \frac{4u_r}{\pi} \text{sen}(\omega_c t) + \frac{4u_r}{3\pi} \text{sen}(3\omega_c t) + \frac{4u_r}{5\pi} \text{sen}(5\omega_c t) + \dots, \quad (4.47)$$

$$z(t) = \frac{4u_r |G(j\omega_c)|}{\pi} \text{sen}(\omega t + \angle G(j\omega_c)) + \frac{4u_r |G(j3\omega_c)|}{3\pi} \text{sen}(3\omega_c t + \angle G(j3\omega_c)) + \frac{4u_r |G(j5\omega_c)|}{5\pi} \text{sen}(5\omega_c t + \angle G(j5\omega_c)) + \dots, \quad (4.48)$$

onde  $u_r$ ,  $\omega_c$  e  $G(j\omega_c)$  representam, respectivamente, a amplitude do relé, a frequência crítica e a resposta em frequência do subsistema dinâmico linear.

De acordo com a Figura 3.12, seção 3.4, onde encontra-se representado a amplitude do espectro de frequência do sinal relé utilizado, observa-se que os termos harmônicos de alta ordem do relé são relativamente pequenos em comparação ao termo fundamental. Além disso, a dinâmica do processo atenua muito mais os termos harmônicos de alta ordem, ou seja,  $|G(j\omega)|$  é uma função decrescente. Portanto, a saída do relé pode ser representado através da harmônica fundamental da série de Fourier:

$$u(t) \approx \frac{4u_r}{\pi} \text{sen}(\omega_c t). \quad (4.49)$$

Segundo (WANG; HANG; BI, 1999), os sinais  $y(t)$  e  $u(t)$  obtidos através de um experimento do relé podem ser decompostos nas partes estacionárias  $y_s(t)$  e  $u_s(t)$  e transitórias  $\Delta y(t)$  e  $\Delta u(t)$ . Quando uma oscilação sustentada do sistema é atingida a parte transitória decai para zero. Desta forma, a resposta em frequência da parte transitória pode ser obtida usando *DFT*, enquanto que técnicas de integração digital podem ser utilizadas para obter a resposta em frequência da parte estacionária. Estas duas partes são, então, combinadas para calcular a resposta em frequência do processo.

Para simplificar o procedimento de identificação da função estática não-linear da saída, considera-se apenas os sinais no estado estacionário cíclico. Assim, o sinal da saída do subsistema dinâmico linear pode ser aproximado pelo seguinte sinal senoidal:

$$z(t) \approx d.G(0) - \frac{4u_r|G(j\omega_c)|}{\pi} \text{sen}(\omega_c t), \quad (4.50)$$

onde  $G(0)$  e  $G(j\omega_c)$  são, respectivamente, as respostas em frequência do subsistema dinâmico linear na frequência zero e na frequência crítica. O sinal  $d$  representa a perturbação estática.

## Passo 2 - Obter o modelo inverso da função estática não-linear

Uma vez definida uma aproximação para o sinal intermediário  $z(t)$  o modelo inverso da função estática não-linear é obtido a partir das equações 4.44 e 4.50. Assim,

$$\frac{z(t)}{M_2} = \frac{q_1}{M_2} y + \frac{q_2}{M_2} y^2 + \frac{q_3}{M_2} y^3 + \dots + \frac{q_r}{M_2} y^r \approx \frac{M_1}{M_2} - \text{sen}(\omega_c t), \quad (4.51)$$

onde  $M_1 = d.G(0)$  e  $M_2 = \frac{4u_r|G(j\omega_c)|}{\pi}$ .

A equação 4.51 representa o modelo inverso da função estática não-linear da saída normalizado pelo fator  $M_2$ . Assume-se, sem perda de generalidade, que  $(4u_r|G(j\omega_c)|)/\pi = 1$  pois é possível compensar a suposição multiplicando  $1/\alpha$  na função estática não-linear,



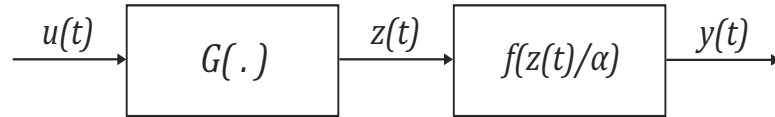


Figura 4.10: Diagrama do Modelo de Wiener equivalente.

tal como representado na Figura 4.10. Desta forma, a relação entrada-saída permanece inalterada. A partir dessa suposição e das equações 4.49 e 4.51 observa-se que a frequência crítica é a frequência do relé e a razão da amplitude é  $\pi/4u_r$ , ou seja, a resposta em frequência do subsistema dinâmico linear é dado por:

$$\hat{G}(j\omega_c) = (\pi/4u_r) \exp(-j\pi). \tag{4.52}$$

**Passo 3 - Estimar os parâmetros do modelo da função estática não-linear**

Os parâmetros da função estática não-linear são estimados. Os parâmetros do modelo na equação 4.51 são obtidos analiticamente aplicando o método dos mínimos quadrados (LJUNG, 1999), desta forma é obtida a equação 4.53.

$$\min_{\hat{q}} \sum_{i=0}^N (\text{sen}(\omega_c t_i) + \hat{q}_0 + \hat{q}_1 y_i + \hat{q}_2 y_i^2 + \dots + \hat{q}_r y_i^r)^2. \tag{4.53}$$

A partir da equação 4.53, o vetor de parâmetros  $\hat{\theta}$  é dado por:

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T Y, \tag{4.54}$$

onde

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{z}(0) \\ \hat{z}(1) \\ \vdots \\ \hat{z}(N) \end{bmatrix} \tag{4.55}$$

e

$$\Psi = \begin{bmatrix} y^{(1)}(0) & y^{(2)}(0) & \dots & y^{(n)}(0) \\ y^{(1)}(1) & y^{(2)}(1) & \dots & y^{(n)}(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y^{(1)}(N) & y^{(2)}(N) & \dots & y^{(n)}(N) \end{bmatrix}. \tag{4.56}$$

Na equação 4.53 a variável N é o número de medições no estado estacionário cíclico e os termos  $\hat{q}_i = 1, 2, 3, \dots$  são as estimativas correspondentes a  $q_i/M_2, i = 1, 2, 3, \dots$  e  $\hat{q}_0$  corresponde a  $-M_1/M_2$ . Portanto, o modelo estimado da função estática não-linear da

saída, correspondente a  $z(t)/M_2$  é dado por:

$$\bar{z}(t) = \hat{q}_1 y(t) + \hat{q}_2 y^2(t) + \dots + \hat{q}_r y^r(t) \quad (4.57)$$

### 4.4.2 Identificação do Subistema Dinâmico Linear

Nesta seção, o procedimento para identificação do subsistema dinâmico linear do processo tipo Wiener é descrito. O modelo inverso da função estática não-linear da saída é utilizado para compensar a não-linearidade do processo, como representado na Figura 4.11. A partir dessa estrutura é estimado os parâmetros de um modelo linear de ordem reduzida.

Utiliza-se o experimento do relé com integrador para estimar o novo ponto crítico do processo. Com essa informação, o subsistema dinâmico linear do modelo de Wiener será representado através de um modelo FOPDT obtido através do método de otimização que utiliza restrições de igualdade, conforme descrito na seção 4.2.

Portanto, conforme Figura 4.11, os dados da entrada ( $u'$ ) e saída ( $y'$ ) do sistema com a não-linearidade compensada são utilizados para estimar os parâmetros do modelo FOPDT.

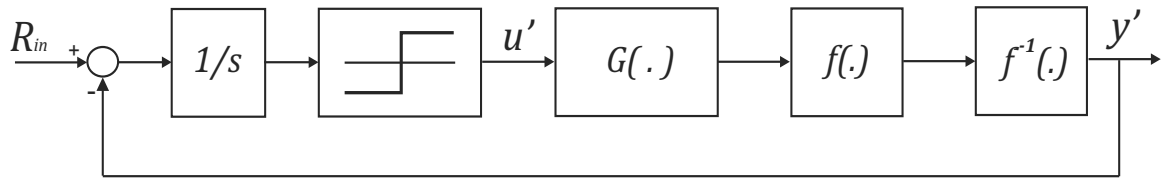


Figura 4.11: Diagrama do processo de Wiener com a não-linearidade compensada.

## 4.5 Conclusão

Foram apresentados neste capítulo duas metodologias para identificação de modelos não-lineares do tipo Wiener e Hammerstein. Na identificação do modelo de Wiener o sinal intermediário foi aproximado por meio da representação em série de Fourier e, em seguida, a função estática não-linear foi estimada utilizando o sinal intermediário aproximado e o sinal da saída do processo. O método do relé sob condições de não-linearidade foi utilizado para garantir a simetria da saída do processo independente da não-linearidade e da perturbação estática. O modelo inverso da função estática não-linear foi utilizado para compensar a não-linearidade do processo e assim estimar os parâmetros de um modelo FOPDT por meio do método que utiliza restrição de igualdade na frequência.

Para identificação do modelo de Hammerstein o método do relé sob condições de não-linearidade foi aplicado e assim os dados da resposta em frequência do subsistema dinâmico linear foram obtidos. Em seguida, um sinal triangular foi utilizado para ativar a não-linearidade e assim identificar a função estática não-linear da entrada através do sinal intermediário aproximado. Novamente o modelo inverso da função estática não-linear foi utilizado para compensar a não-linearidade do processo e assim estimar os parâmetros de um modelo FOPDT utilizando restrição de igualdade na frequência.

# Capítulo 5

## Avaliação da Técnica de Identificação - Simulações

### 5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados exemplos de simulação para identificação de sistemas lineares usando modelos FOPDT e sistemas não-lineares usando modelos do tipo Hammerstein e Wiener. Os sinais de excitação descritos no capítulo 3 e os procedimentos para identificação descritos no Capítulo 4 são aplicados a fim de avaliar a metodologia proposta.

A validação quantitativa do desempenho dos modelos estimados no domínio do tempo é realizada usando a função custo:

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [y(kT_s) - \hat{y}(kT_s)]^2, \quad (5.1)$$

onde  $N$  é o número de pontos no tempo,  $y(kT_s)$  é a saída real do processo e  $\hat{y}(kT_s)$  é a saída estimada. As saídas, real e estimada, são obtidas a partir de um experimento de resposta ao degrau unitário.

O ruído utilizado nas simulações é um ruído Gaussiano com média zero e variância sendo definida para cada exemplo. O ruído sempre é considerado na saída do processo. Em todos os exemplos o tempo de amostragem é 0,01 segundos.

Este capítulo é organizado como descrito a seguir. Na seção 5.2 exemplos utilizando o método de identificação de modelos FOPDT com restrições de igualdade são apresentados. Na seção 5.3 exemplos ilustram a identificação de modelos de Hammerstein. Na seção 5.4 são apresentados exemplos em que modelos de Wiener são identificados. Em todas as seções os exemplos são divididos em casos com e sem ruído de medição. Por fim, na seção 5.5 são apresentadas as conclusões deste capítulo.

## 5.2 Identificação de Modelos FOPDT utilizando Restrições de Igualdade

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pela aplicação do método de identificação de modelos lineares descrito na seção 4.2 a partir dos sistemas lineares simulados. Os resultados são apresentados para sistemas de primeira ordem com atraso e segunda ordem com atraso, com e sem ruído na saída do processo.

Para identificação dos modelos FOPDT é realizado o seguinte procedimento:

1. Excitar o sistema com o método do relé com integrador;
2. Realizar uma estimativa inicial para o atraso;
3. A partir dos dados da entrada e saída do passo anterior, estimar o modelo FOPDT utilizando restrições de igualdade.

### 5.2.1 Exemplos sem ruído

#### Exemplo 1

O primeiro sistema simulado consiste em um sistema de primeira ordem com atraso dado pela equação 5.2.

$$G(s) = \frac{1}{5s + 1} e^{-5s} = \frac{0,2}{s + 0,2} e^{-5s} \quad (5.2)$$

O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3. Na Figura 5.1 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,1671 \text{ rad/s}$ . Este ponto de frequência foi obtido a partir da análise dos componentes de frequência dos sinais de entrada e saída utilizando a transformada de Fourier (OPPENHEIN; WILLSKY, 1996). Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 4,8$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,1996}{s + 0,1994} e^{-4,99s} \quad (5.3)$$

Na Figura 5.2 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e sistema estimado.

Para avaliar o modelo identificado no domínio do tempo foi aplicado um degrau unitário conforme apresentado na Figura 5.3.

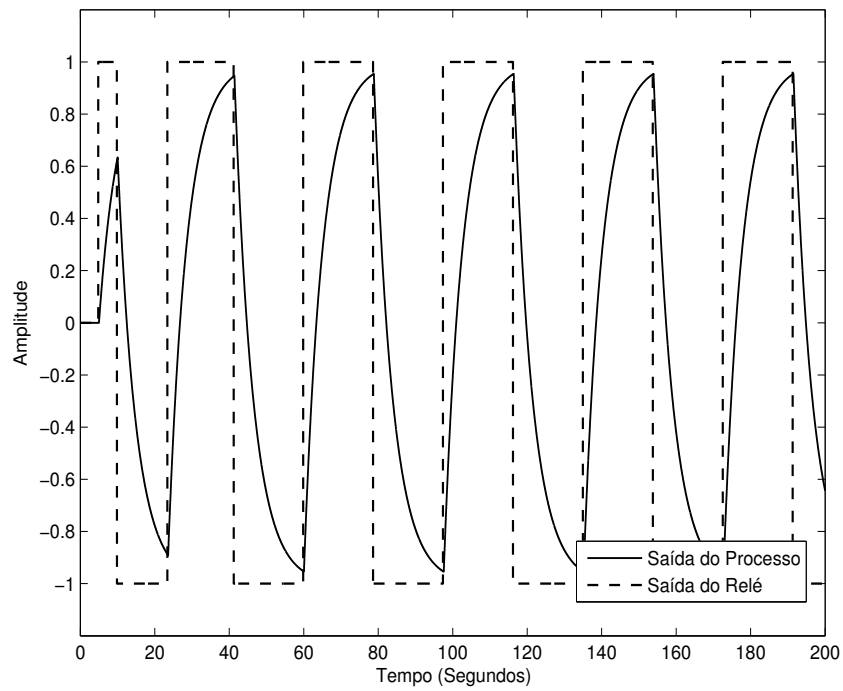


Figura 5.1: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 1

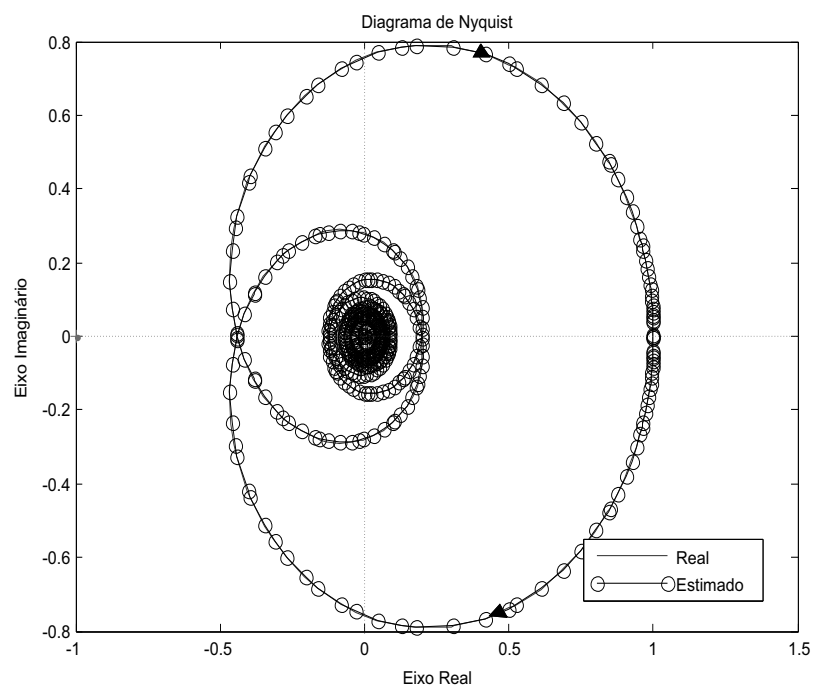


Figura 5.2: Diagrama de Nyquist - Exemplo 1

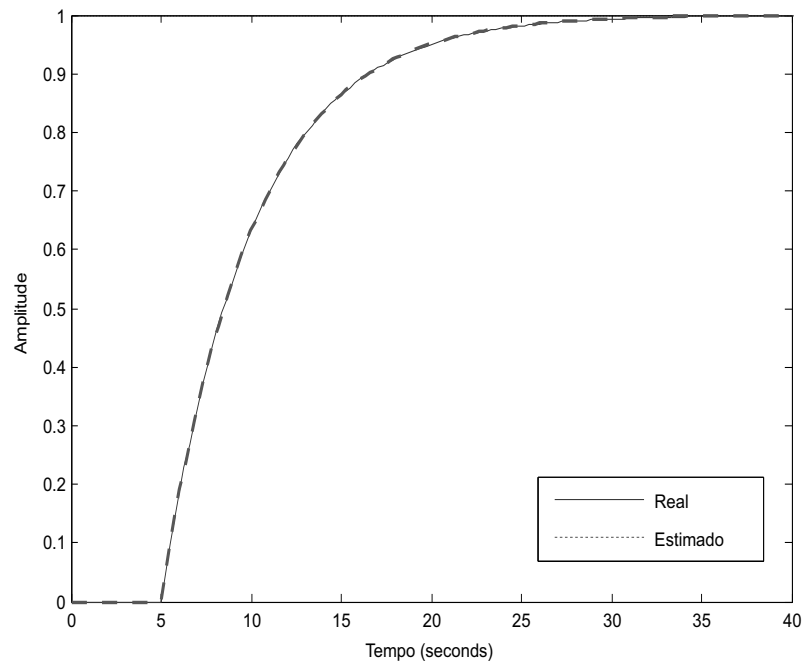


Figura 5.3: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 1

A validação quantitativa do desempenho do modelo no domínio do tempo é realizada usando a função custo. O erro do modelo identificado é  $1,8737 \times 10^{-6}$ .

## Exemplo 2

O segundo exemplo consiste em um sistema de segunda ordem com atraso dado pela equação 5.4. O objetivo deste exemplo é avaliar o método de identificação de modelos FOPTD utilizando restrições de igualdade ao aproximar modelos de segunda ordem.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 1} e^{-0,5s} \quad (5.4)$$

O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3. Na Figura 5.4 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,5341 \text{ rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 0,4$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,2565}{s + 0,2266} e^{-0,647s} \quad (5.5)$$

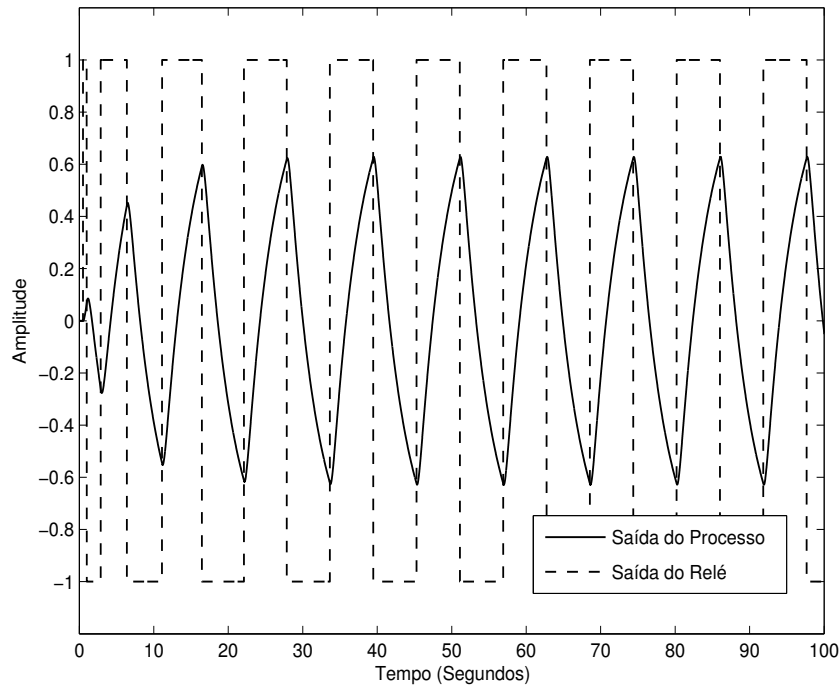


Figura 5.4: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 2

Na Figura 5.5 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e sistema estimado.

Para avaliar o modelo identificado no domínio do tempo foi aplicado um degrau unitário conforme apresentado na Figura 5.6.

Neste exemplo observa-se que o ganho do modelo identificado foi superestimado em 20% com relação ao ganho do sistema real, isto é devido a aproximação de um sistema de segunda ordem por um modelo de primeira ordem. Utilizando a função de custo apresentada anteriormente, o erro do modelo identificado é 0,0209.

## 5.2.2 Exemplo com ruído

### Exemplo 3

O exemplo com ruído utiliza o mesmo sistema de primeira ordem com atraso apresentado no Exemplo 1. Na equação 5.6 o sistema é novamente apresentado.

$$G(s) = \frac{1}{5s + 1} e^{-5s} = \frac{0,2}{s + 0,2} e^{-5s} \quad (5.6)$$

Neste exemplo foi adicionado ruído na saída do processo. O ruído possui média zero e variância de 0,02.



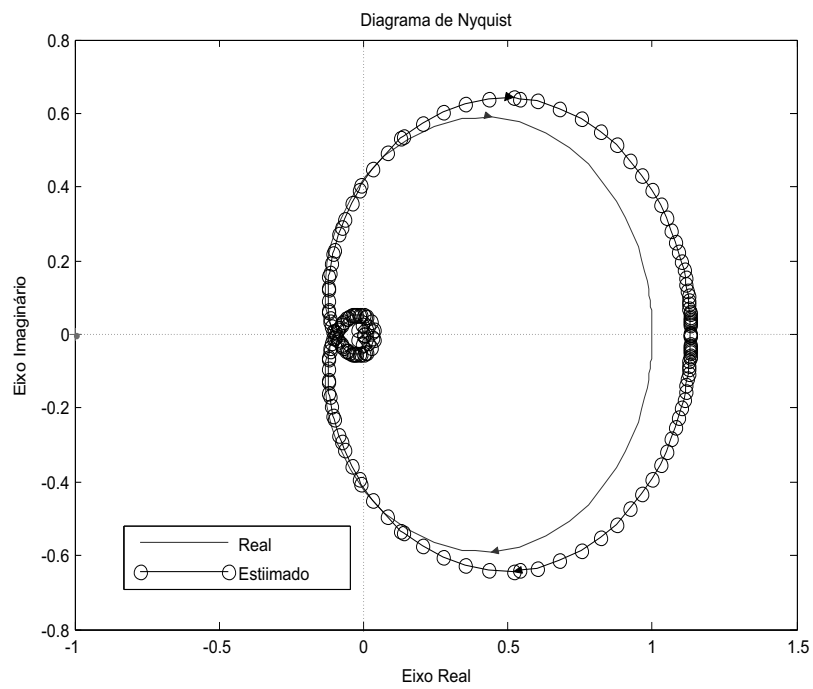


Figura 5.5: Diagrama de Nyquist - Exemplo 2

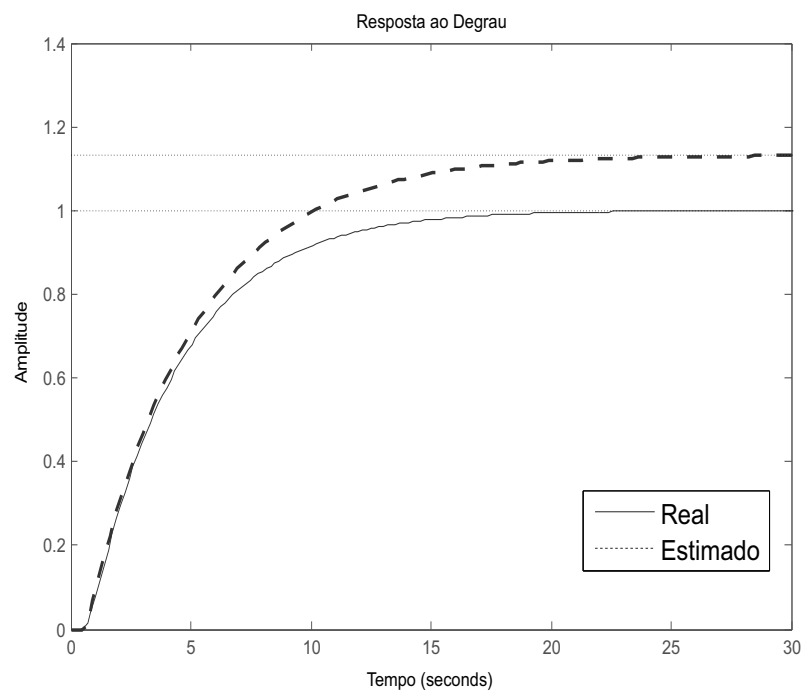


Figura 5.6: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 2

Em razão da presença do ruído na saída do processo, é necessário definir a histerese do relé para evitar chaveamentos incorretos e manter a regularidade na largura dos pulsos. A histerese foi ajustada em  $\varepsilon_- = -0,6$  e  $\varepsilon_+ = +0,6$ . Na Figura 5.7 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

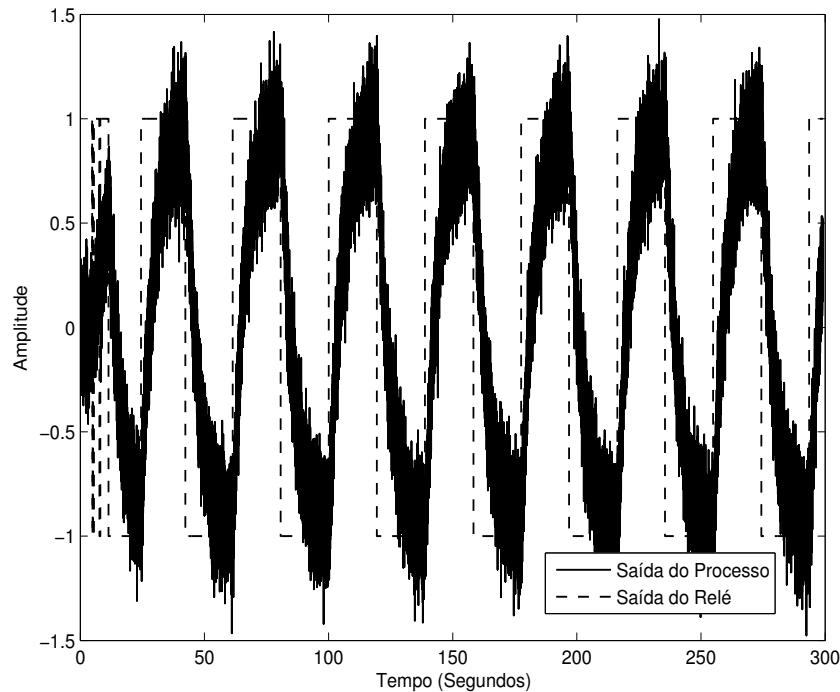


Figura 5.7: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 3

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,1627\text{rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 4,5$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,1984}{s + 0,1975} e^{-4,96} \quad (5.7)$$

Na Figura 5.8 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e sistema estimado.

Para avaliar o modelo identificado no domínio do tempo foi aplicado um degrau unitário conforme apresentado na Figura 5.9.

Utilizando a função de custo, equação 5.1, o erro do modelo identificado é  $5,4870 \times 10^{-5}$ .

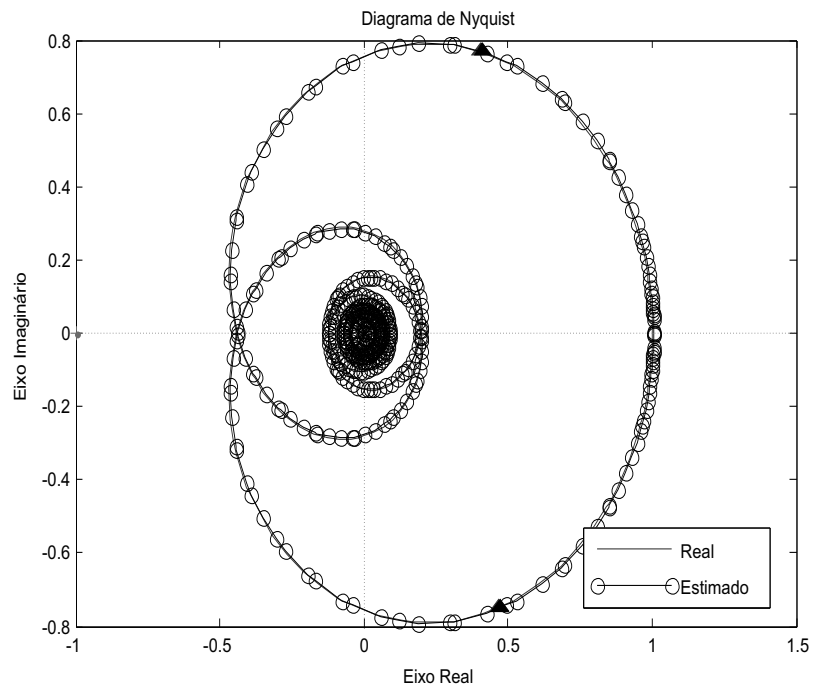


Figura 5.8: Diagrama de Nyquist - Exemplo 3

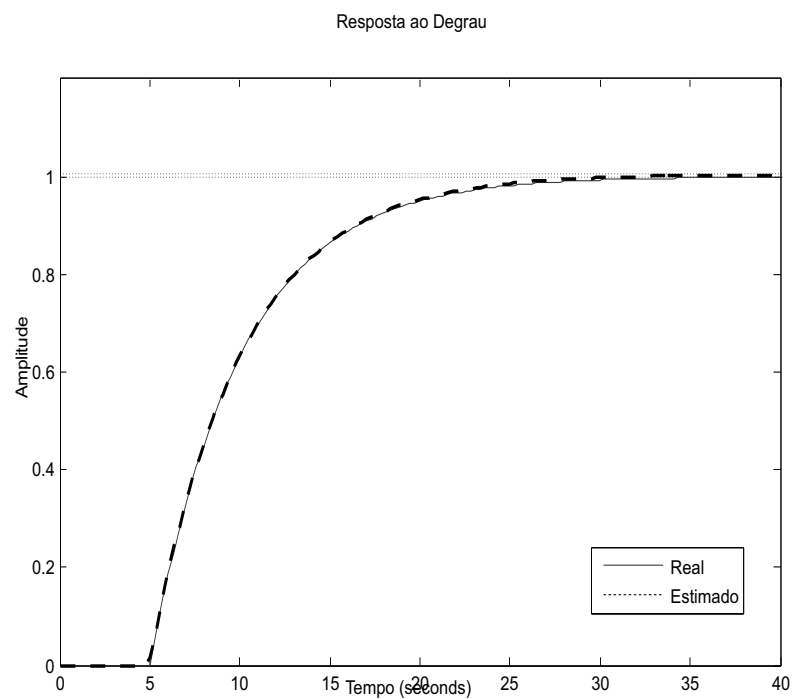


Figura 5.9: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 3

## 5.3 Identificação de Modelos tipo Hammerstein

Nesta seção são avaliados os resultados da aplicação do método de identificação descrito na seção 4.3. Os resultados são apresentados inicialmente para sistemas sem ruído de medição, em seguida é incorporado aos sistemas simulados ruído de medição.

Para identificação dos modelos de Hammerstein é realizado o seguinte procedimento:

1. Excitar o sistema com o método do relé sob condições de não-linearidade;
2. Excitar o sistema com o sinal triangular com o mesmo período do relé obtido anteriormente;
3. A partir do experimento do relé, estimar a resposta em frequência do subsistema dinâmico linear;
4. A partir do sinal triangular, obter o sinal intermediário e estimar a função estática não-linear inversa;
5. Compensar a não linearidade do processo, utilizando a função estática não-linear estimada, e excitar o sistema com o método do relé com integrador;
6. Realizar uma estimativa inicial para o atraso;
7. A partir dos dados da entrada e saída do passo anterior, estimar o modelo FOPDT utilizando restrições de igualdade.

### 5.3.1 Exemplo sem ruído

#### Exemplo 4

Neste exemplo considere o sistema não-linear do tipo Hammerstein, no qual o subsistema dinâmico linear é de primeira ordem com atraso e a função não-linear da entrada é uma função raiz quadrada:

$$G(s) = \frac{1}{4s + 1} e^{-1s} = \frac{0,25}{0,25s + 1} e^{-1s} \quad (5.8)$$

$$v(t) = \begin{cases} -\sqrt{|u(t)|}, & \text{se } u(t) < 0 \\ \sqrt{u(t)}, & \text{se } u(t) \geq 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

Uma perturbação estática na entrada de 0,2 foi aplicado ao sistema simulado no instante  $t = 5s$  e a amplitude do relé é  $u_r = 1$ . O sinal de excitação utilizado foi o método do relé sob condições de não-linearidade descrito na seção 3.5. O gráfico do sistema excitado pelo método do relé é apresentado na Figura 5.10. Na Figura 5.11 é apresentado

o sistema excitado pelo sinal triangular, cujo período de oscilação é o obtido através do método do relé, isto é,  $T_u = 3,6805s$ .

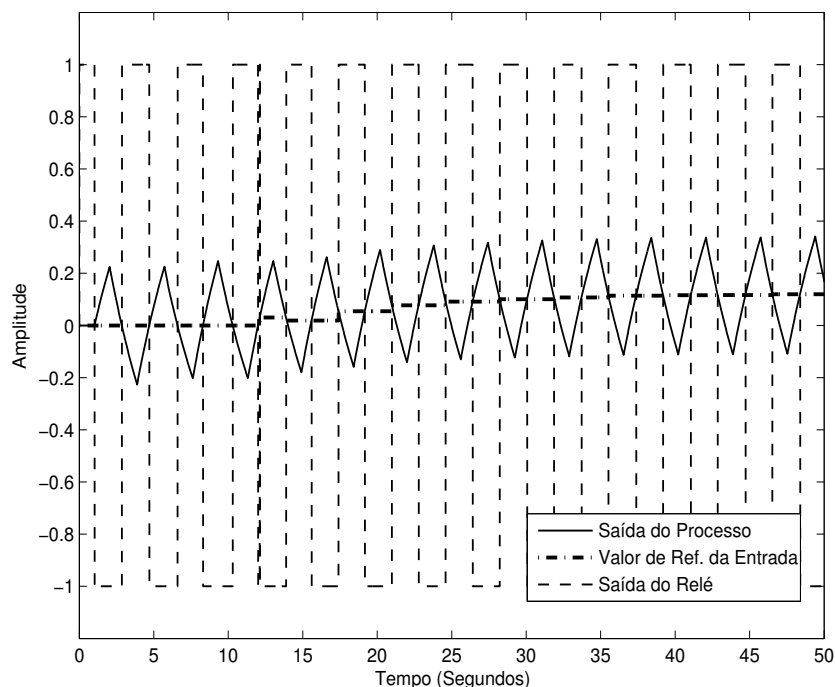


Figura 5.10: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 4.

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $1,7071rad/s$ . A identificação da função estática não-linear da entrada é realizada conforme procedimento descrito na seção 4.3.2. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{u}(t) = -0,5901v^3(t) + 0,0014v^2(t) - 0,2136v(t) \quad (5.10)$$

Para comparação com a parte não-linear real do sistema é necessário redimensionar o modelo representado na equação 5.10. A partir da função não-linear estimada verifica-se que o sinal  $v_r$  terá o mesmo valor da entrada  $u_r = 1$  para  $\alpha = -0,8023$ , desta forma, a relação  $v_r = \alpha.u_r$  é respeitada. O valor de  $\alpha$  é obtido substituindo  $v_r = 1$  na equação 5.10. Logo,

$$\hat{u}(t) = \frac{-0,5901v^3(t) + 0,0014v^2(t) - 0,2136v(t)}{-0,8023} \quad (5.11)$$

O modelo estimado da função estática não-linear da entrada é comparado com o sistema real na Figura 5.12.

A inversa da função estática não-linear é utilizada para compensar a não-linearidade e

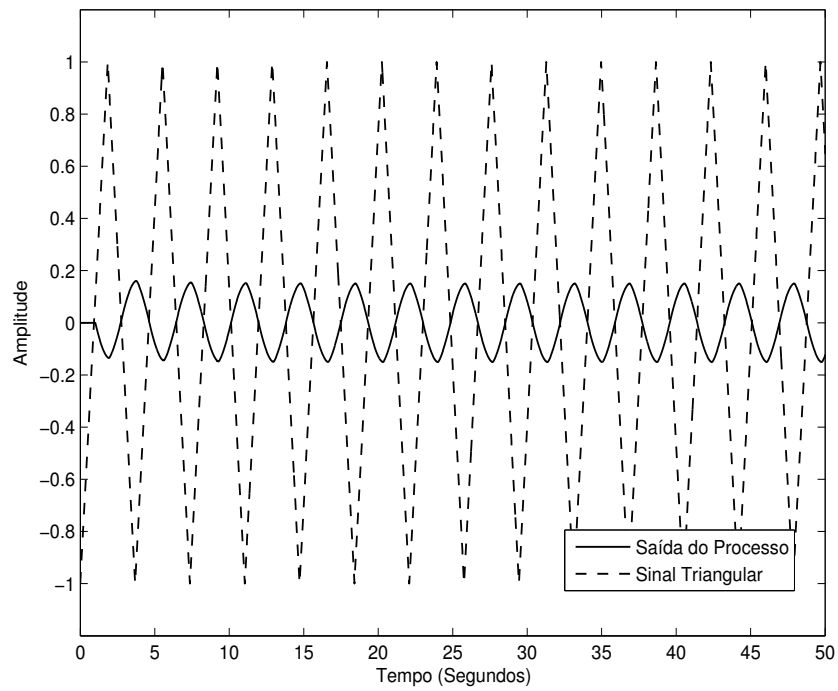


Figura 5.11: Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular - Exemplo 4.

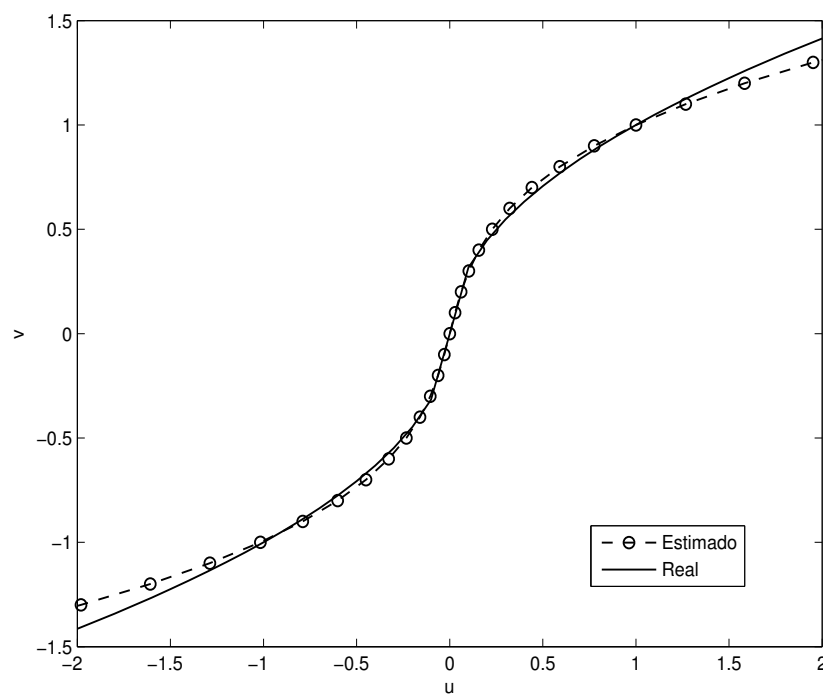


Figura 5.12: Curvas da função não-linear estática da entrada - Exemplo 4.

assim, estimar o subsistema dinâmico linear utilizando o procedimento descrito na seção 4.3.3. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3, a amplitude do relé é  $u_r = 2$ . Na Figura 5.13 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo para o método do relé com integrador com a não-linearidade compensada.

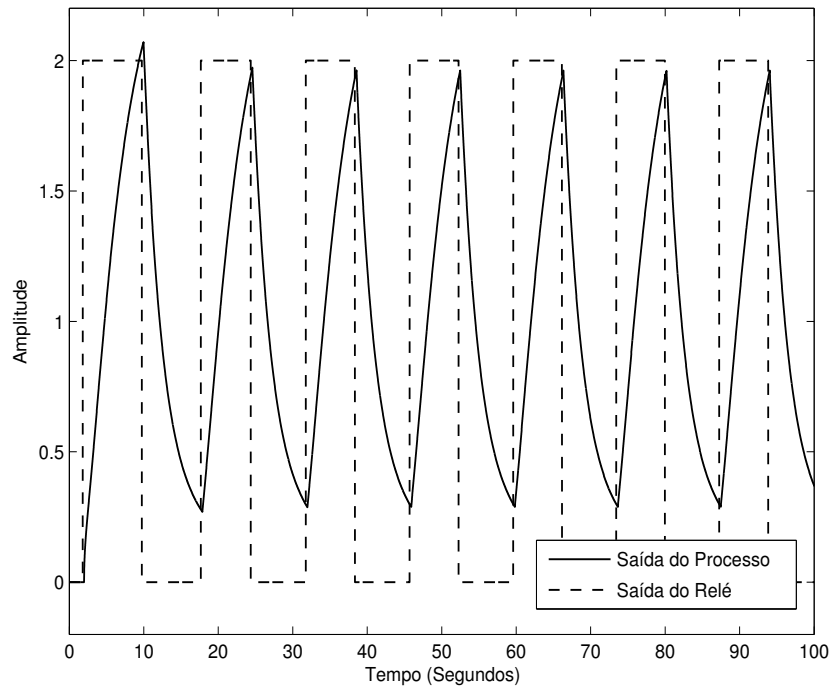


Figura 5.13: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 4.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento do relé com integrador é  $0,4499\text{rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 0,8$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,2452}{s + 0,2306} e^{-0,926s} \quad (5.12)$$

Na Figura 5.14 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e estimado.

Utilizando a função custo descrita anteriormente, tem-se um erro igual a  $0,0772$  entre a função estática não-linear da entrada real e identificada.

A partir da resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear real e estimado (Figura 5.15), utilizando a função custo, tem-se um erro igual a  $0,0037$ .

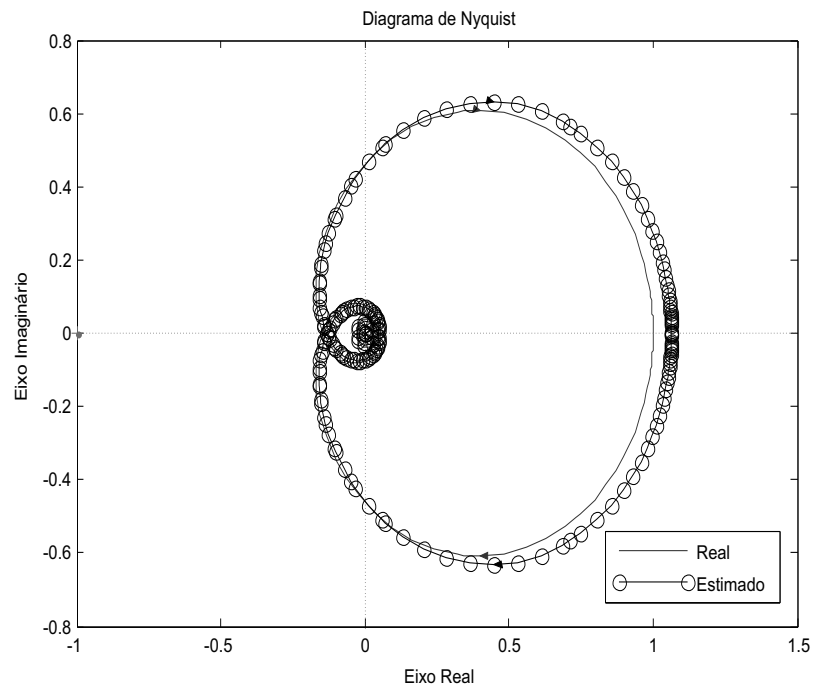


Figura 5.14: Diagrama de Nyquist - Exemplo 4.

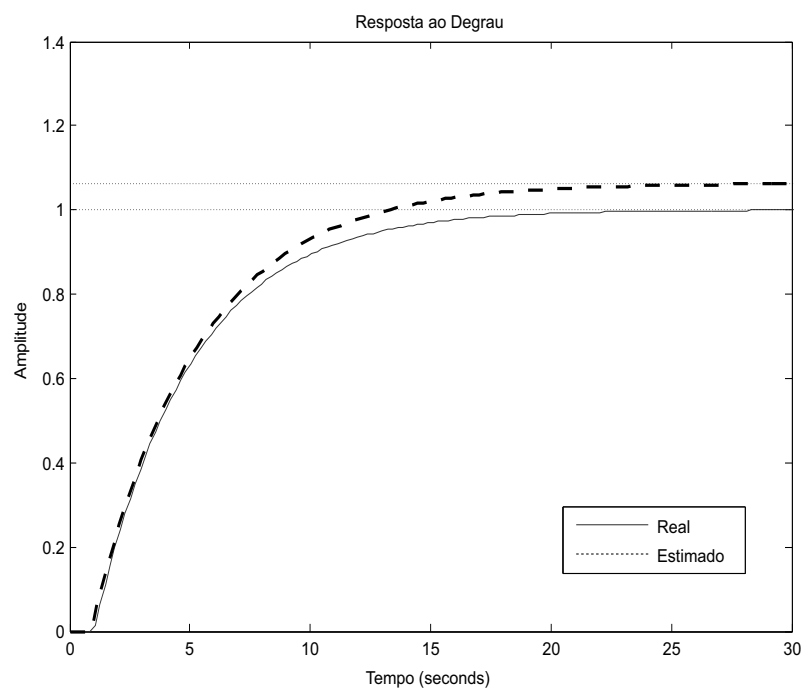


Figura 5.15: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 4.



**Exemplo 5**

Neste exemplo considere o sistema não-linear do tipo Hammerstein, no qual o subsistema dinâmico linear é de quarta ordem e a função não-linear da entrada é uma função exponencial:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (5.13)$$

$$v(t) = \begin{cases} -1 + e^{3u(t)}, & \text{se } u(t) < 0 \\ +1 - e^{-3u(t)}, & \text{se } u(t) \geq 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

Uma perturbação estática na entrada de 0,2 foi aplicado ao sistema simulado no instante  $t = 20s$  e a amplitude do relé é  $u_r = 1$ . O sinal de excitação utilizado foi o método do relé sob condições de não-linearidade. O gráfico do sistema ativado pelo método do relé e sinal triangular são apresentados nas Figuras 5.16 e 5.17, respectivamente.

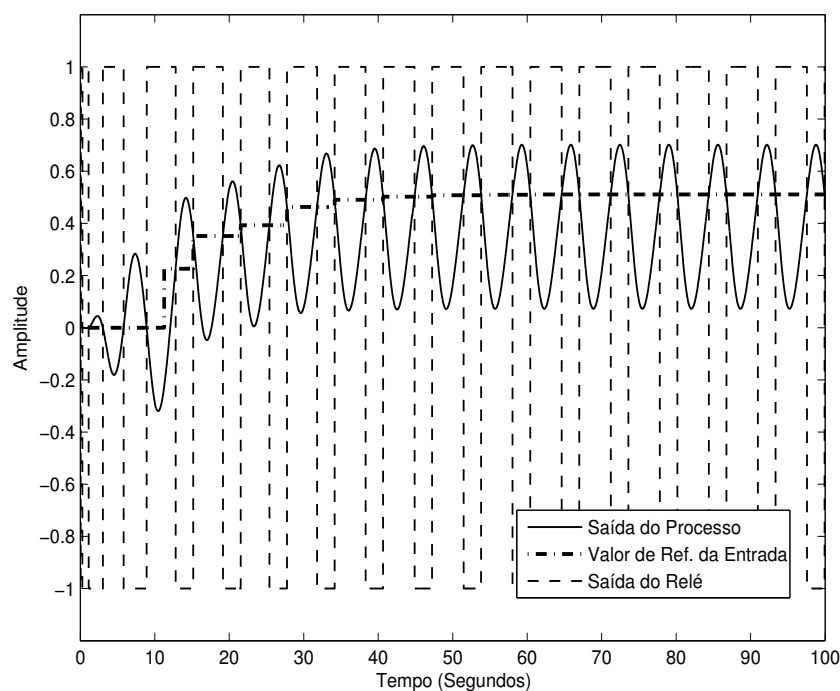


Figura 5.16: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 5.

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,9205\text{rad/s}$ . A identificação da função estática não-linear da entrada é realizada conforme procedimento descrito na seção 4.3.2. O modelo estimado é dado por:

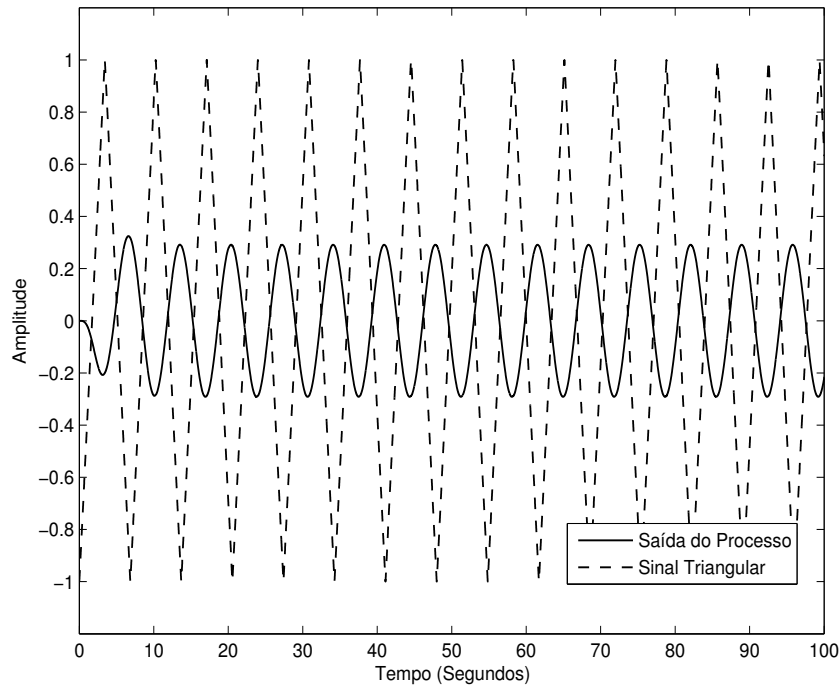


Figura 5.17: Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular - Exemplo 5.

$$\hat{u}(t) = 0,2307v^3(t) - 0,0160v^2(t) + 0,5412v(t) \quad (5.15)$$

Para comparação com a parte não-linear verdadeira do sistema é necessário redimensionar o modelo representado na equação 5.15. A partir da função não-linear estimada verifica-se que o sinal  $v_r$  terá o mesmo valor da entrada  $u_r = 1$  para  $\alpha = 0,7559$ , desta forma, a relação  $v_r = \alpha.u_r$  é respeitada. O valor de  $\alpha$  é obtido substituindo  $v_r = 1$  na equação 5.15. Logo,

$$\hat{u}(t) = \frac{0,2307v^3(t) - 0,0160v^2(t) + 0,5412v(t)}{0,7559} \quad (5.16)$$

O modelo estimado da função estática não-linear da entrada é comparado com sistema real na Figura 5.18.

A inversa da função estática não-linear é utilizada para compensar a não-linearidade e assim, estimar o subsistema dinâmico linear utilizando o procedimento descrito na seção 4.3.3. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3, a amplitude do relé é  $u_r = 1$ . Na Figura 5.19 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,4027rad/s$ . Este ponto de frequência é utilizado como

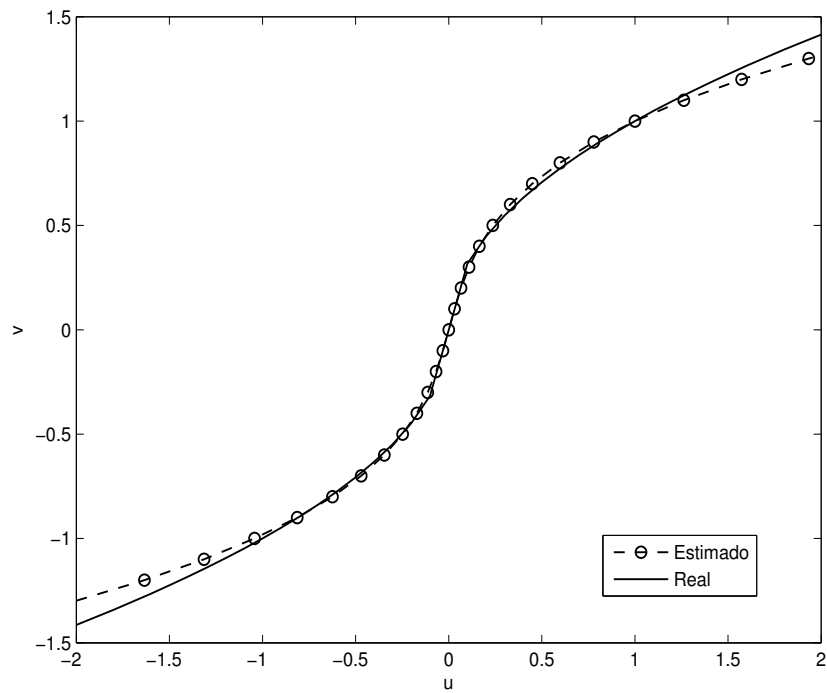


Figura 5.18: Curvas da função não-linear estática da entrada - Exemplo 5.

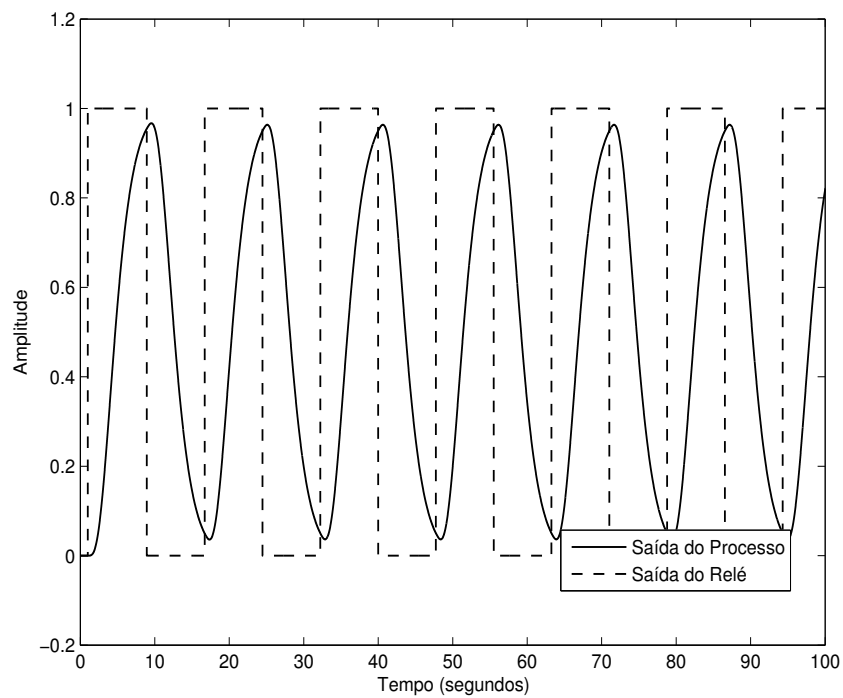


Figura 5.19: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 5.

restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,3068}{s + 0,3045} e^{-1,73s} \quad (5.17)$$

Na Figura 5.20 é apresentado o diagrama de Nyquist para o processo real e estimado.

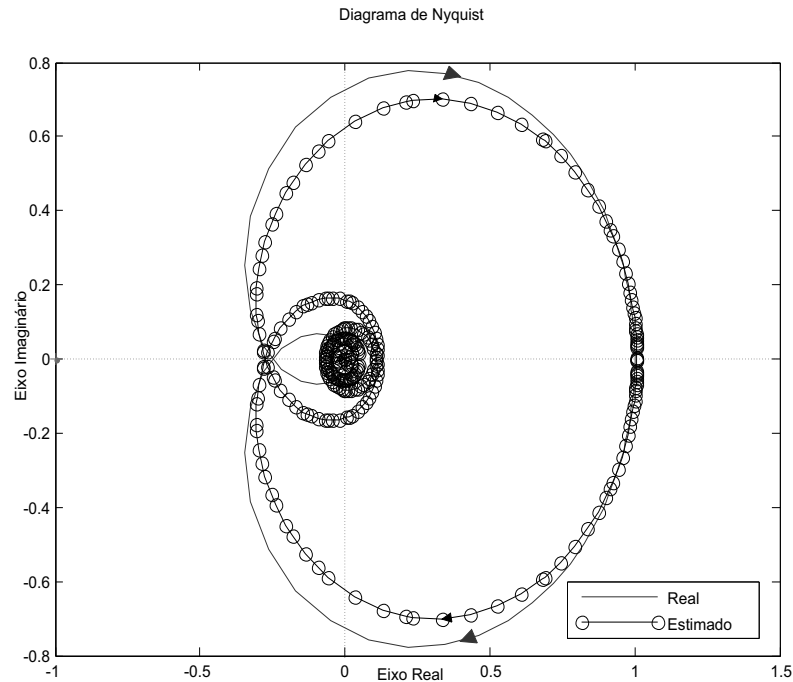


Figura 5.20: Diagrama de Nyquist - Exemplo 5.

Para este exemplo, utilizando a função custo descrita anteriormente, tem-se um erro igual a 0,0375 entre a função estática não-linear da entrada real e identificada.

A partir da resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear real e estimado (Figura 5.21), utilizando a função custo, tem-se um erro igual a 0,1672.

### 5.3.2 Exemplo com ruído

#### Exemplo 6

Neste exemplo considere o sistema não-linear do tipo Hammerstein, no qual o subsistema dinâmico linear é de primeira ordem com atraso e a função não-linear da entrada é uma função exponencial:

$$G(s) = \frac{1}{5s + 1} e^{-1s} = \frac{0.2}{s + 0.2} e^{-1s} \quad (5.18)$$

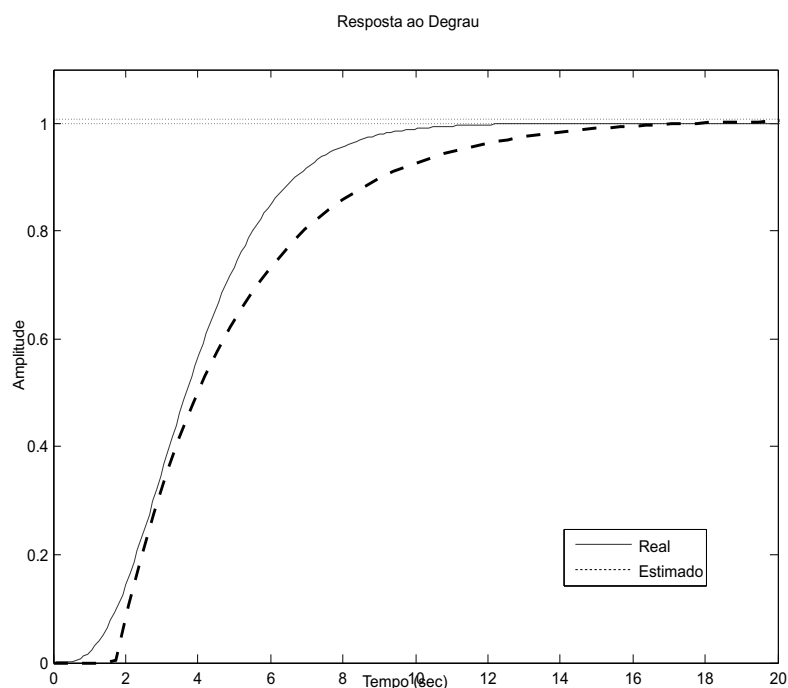


Figura 5.21: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 5.

$$v(t) = 0,2u(t) + (1 - e^{(-1,2u(t))}) \quad (5.19)$$

Neste exemplo foi adicionado ruído na saída do processo. O ruído possui média zero e variância de 0,001. A histerese foi ajustada em  $\varepsilon_- = -0,2$  e  $\varepsilon_+ = +0,2$ . Uma perturbação estática na entrada de 0,1 foi aplicado ao sistema simulado no instante  $t = 15s$  e a amplitude do relé é  $u_r = 1$ . O sinal de excitação utilizado foi o método do relé sob condições de não-linearidade. O gráfico do sistema ativado pelo método do relé e o sinal triangular são apresentados nas Figuras 5.22 e 5.23, respectivamente.

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,9205rad/s$ . A identificação da função estática não-linear da entrada é realizada conforme procedimento descrito na seção 4.3.2. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{u}(t) = 1,6051v^3(t) + 2,3508v^2(t) + 1,0609v(t) \quad (5.20)$$

Para comparação com a parte não-linear verdadeira do sistema é necessário redimensionar o modelo representado na equação 5.20. A partir da função não-linear estimada verifica-se que o sinal  $v_r$  terá o mesmo valor da entrada  $u_r = 1$  para  $\alpha = 5,0168$ , desta forma, a relação  $v_r = \alpha.u_r$  é respeitada. Logo,

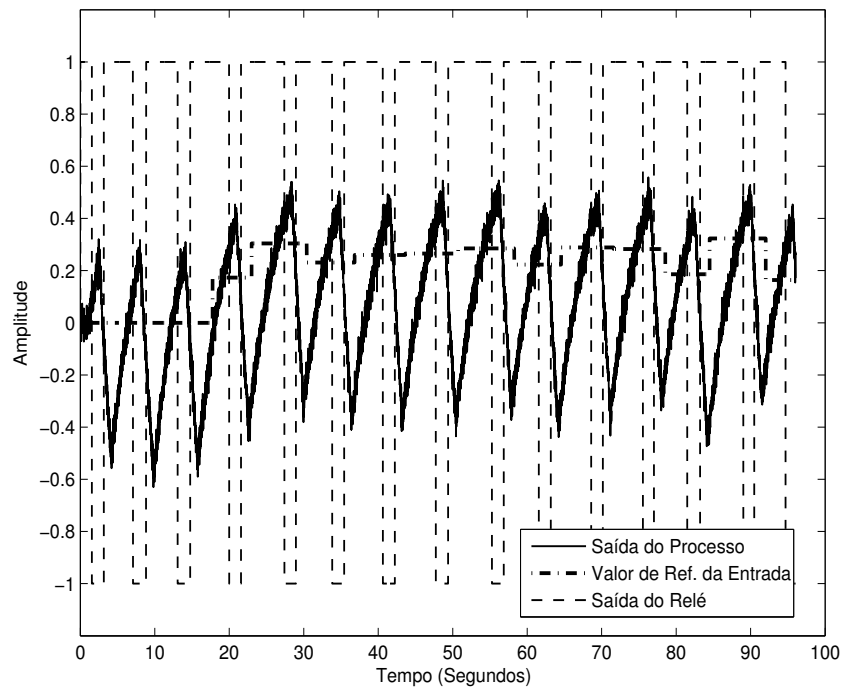


Figura 5.22: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 6.

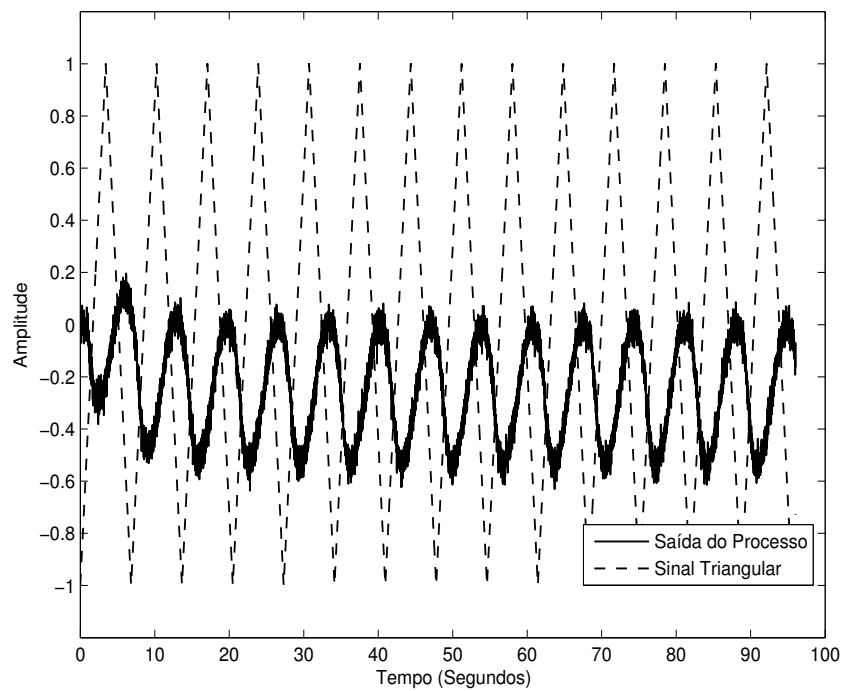


Figura 5.23: Curvas da resposta dinâmica do sinal triangular - Exemplo 6.

$$\hat{u}(t) = \frac{1,6051v^3(t) + 2,3508v^2(t) + 1,0609v(t)}{5,0168} \quad (5.21)$$

O modelo estimado da função estática não-linear da entrada é comparado com sistema real na Figura 5.24.

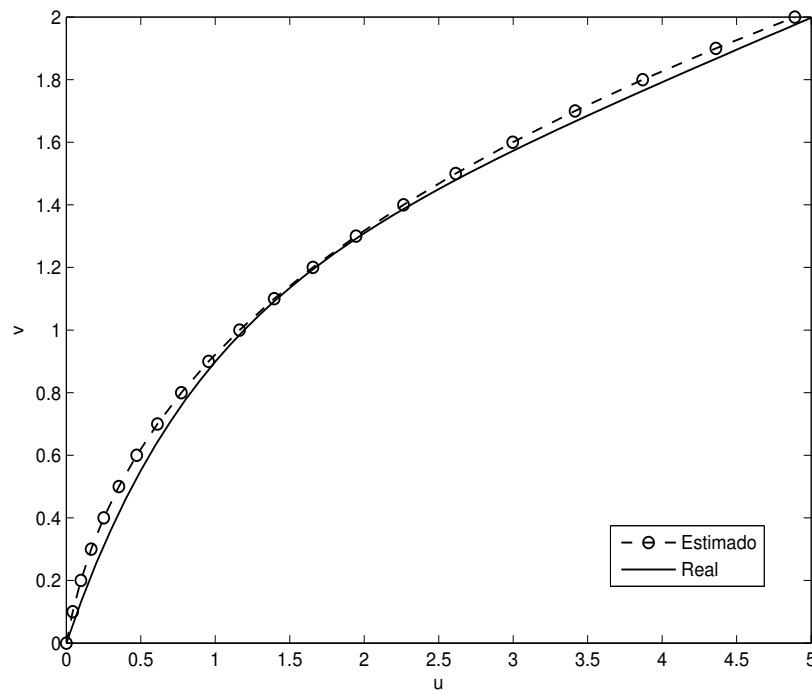


Figura 5.24: Curvas da função não-linear estática da entrada - Exemplo 6.

A inversa da função estática não-linear é utilizada para compensar a não-linearidade e assim, estimar o subsistema dinâmico linear utilizando o procedimento descrito na seção 4.3.3. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3, a amplitude do relé é  $u_r = 0,5$ . Na Figura 5.25 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,3242rad/s$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 0,78$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,2022}{s + 0,2108} e^{-1,07s} \quad (5.22)$$

Na Figura 5.26 é apresentado o diagrama de Nyquist para os sistemas real e estimado.

Para este exemplo, utilizando a função custo descrita anteriormente, tem-se um erro igual a 0,094 entre a função estática não-linear da entrada real e identificada.

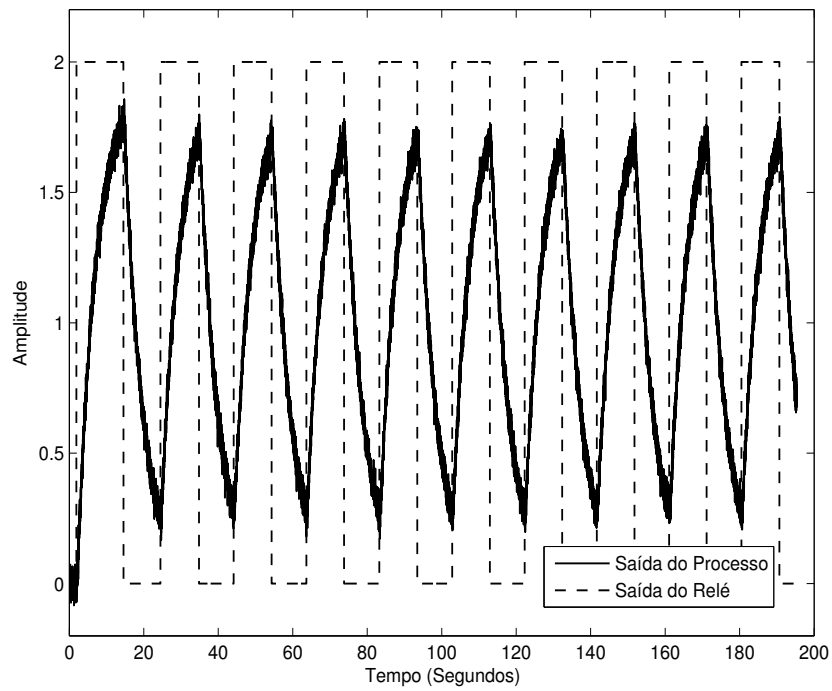


Figura 5.25: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 6.

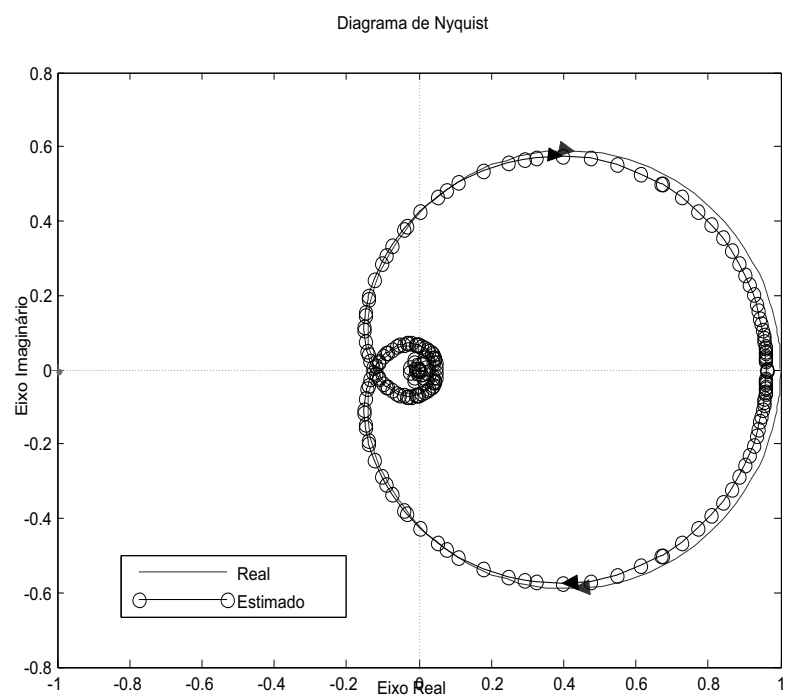


Figura 5.26: Diagrama de Nyquist - Exemplo 6.



A partir da resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear real e estimado (Figura 5.27), utilizando a função custo, tem-se um erro igual a 0,0014.

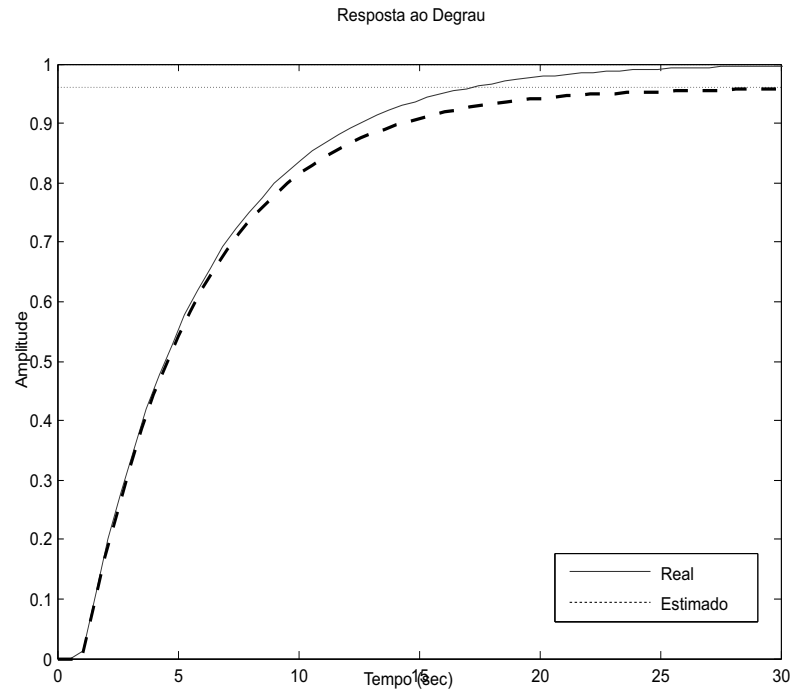


Figura 5.27: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 6.

## 5.4 Identificação de Modelos tipo Wiener

Nesta seção são avaliados os resultados da aplicação do método de identificação, descrito na seção 4.4, que utiliza o sinal do relé sob condições de não-linearidade. Os resultados são apresentados inicialmente para sistemas sem ruído de medição, em seguida é incorporado aos sistemas simulados ruído de medição.

Para identificação dos modelos de Wiener é realizado o seguinte procedimento:

1. Excitar o sistema com o método do relé sob condições de não-linearidade com pulso;
2. A partir do experimento do relé, obter o sinal intermediário e estimar a função estática não-linear inversa;
3. Compensar a não linearidade do processo, utilizando a função estática não-linear estimada, e excitar o sistema com o método do relé com integrador;
4. Realizar uma estimativa inicial para o atraso;

5. A partir dos dados da entrada e saída do passo anterior, estimar o modelo FOPDT utilizando restrições de igualdade.

### 5.4.1 Exemplos sem ruído

#### Exemplo 7

Neste exemplo considere o processo não-linear do tipo Wiener, no qual o subsistema dinâmico linear é de primeira ordem com atraso e a função não-linear da saída é uma função exponencial:

$$G(s) = \frac{1}{2s + 1} e^{-3s} = \frac{0,5}{s + 0,5} e^{-3s} \quad (5.23)$$

$$y(t) = 0,2z(t) + (1 - e^{-2z(t)}) \quad (5.24)$$

O sistema é excitado pelo sinal do relé sob condições de não-linearidade com pulso. A amplitude do relé é  $u_r = 1$  e no instante  $t = 80s$  é aplicado o pulso com a mesma amplitude do relé. A largura do pulso é definida como 6 vezes o período crítico ( $T_u = 8,333s$ ). Uma perturbação estática com valor  $d = 0,3$  é aplicado ao sistema no instante  $t = 30s$ . O gráfico da excitação e da resposta do sistema é representado na Figura 5.28.

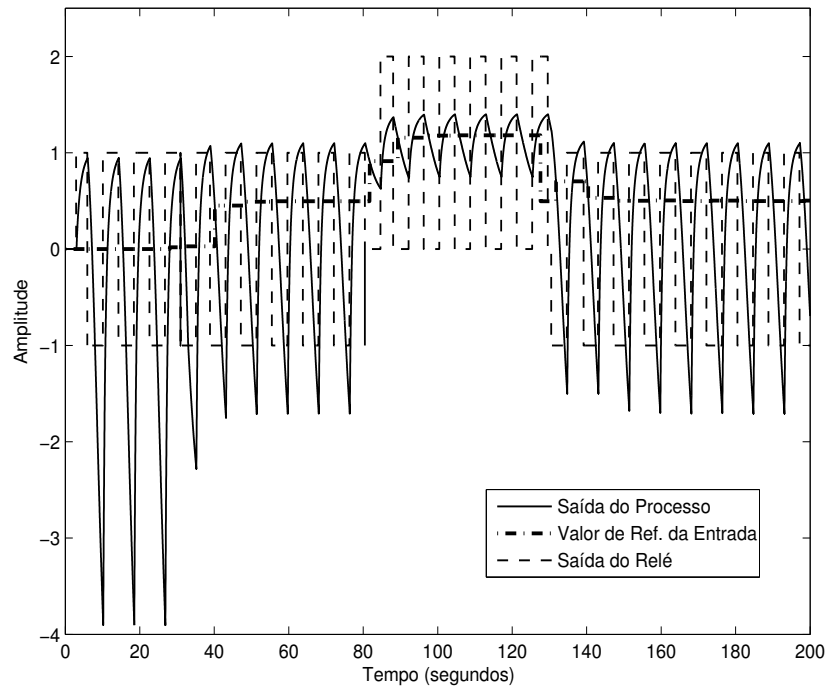


Figura 5.28: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 7.

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,7540\text{rad/s}$ . A identificação da função estática não-linear da saída é realizada a partir do conjunto de dados da entrada-saída do sinal do relé sob condições de não-linearidade, conforme descrito na seção 4.4.1. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{z}(t) = f^{-1}(y(t)) = 0,5921y^4(t) - 0,5688y^3(t) + 0,2835y^2(t) + 0,4422y(t) \quad (5.25)$$

Em seguida, o subsistema dinâmico linear foi estimado utilizando o procedimento descrito na seção 4.4.2, a inversa da função estática não-linear é utilizada para compensar a não-linearidade e assim, estimar o subsistema dinâmico linear. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3. Na Figura 5.29 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

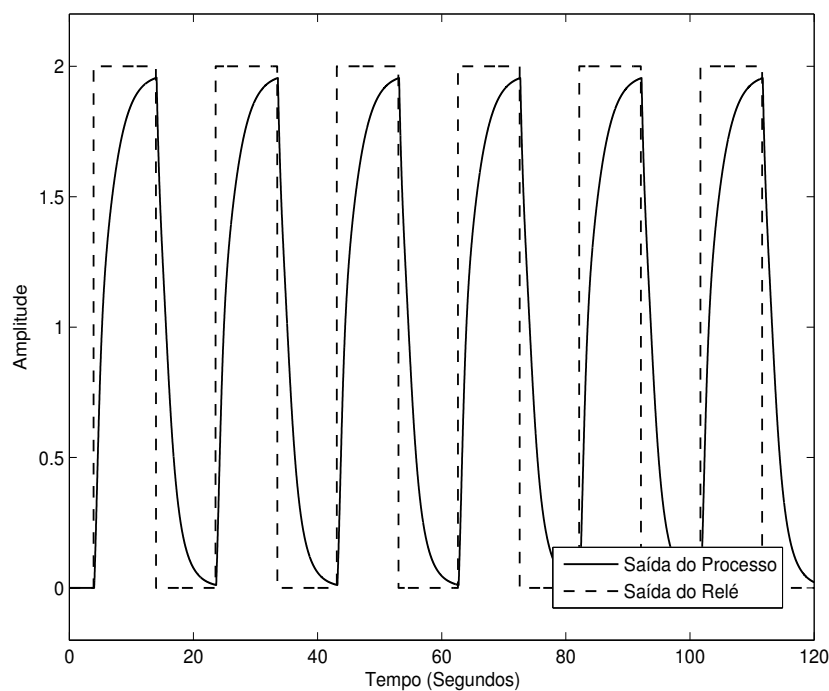


Figura 5.29: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 7.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,3217\text{rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 2,9$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,522}{s + 0,5315} e^{-3,09s} \quad (5.26)$$

Para comparação com a parte não-linear do processo real, é necessário redimensionar o modelo representado na equação 5.25 de modo que o valor máximo da função estática não-linear da saída na região ativada (0,7549) e o ganho em estado estacionário do subsistema linear (0,982) sejam os mesmos do processo real, assim:

$$\hat{z}(t) = \frac{0,5921y^4(t) - 0,5688y^3(t) + 0,2835y^2(t) + 0,4422y(t)}{0,982 \times 0,7549} \quad (5.27)$$

O modelo estimado da função estática não-linear da saída e do subsistema dinâmico linear é comparado com processo real nas Figura 5.30 e 5.31, respectivamente.

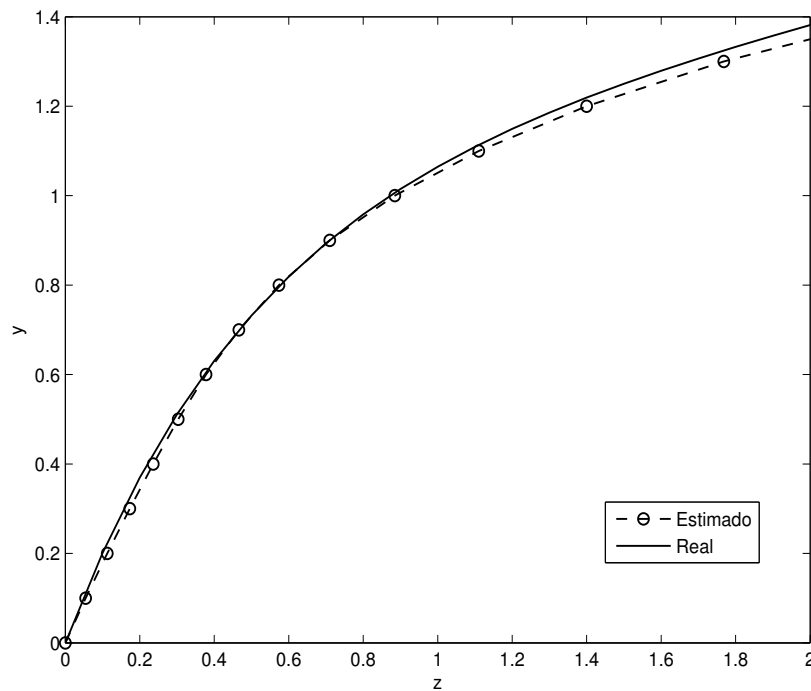


Figura 5.30: Curvas da função não-linear estática da saída - Exemplo 7.

Utilizando a função custo descrita anteriormente, tem-se um erro igual a 0,0753 entre a função estática não-linear da saída real e identificada.

A partir da resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear real e estimado (Figura 5.32), utilizando a função custo, tem-se um erro igual a 0,0017.

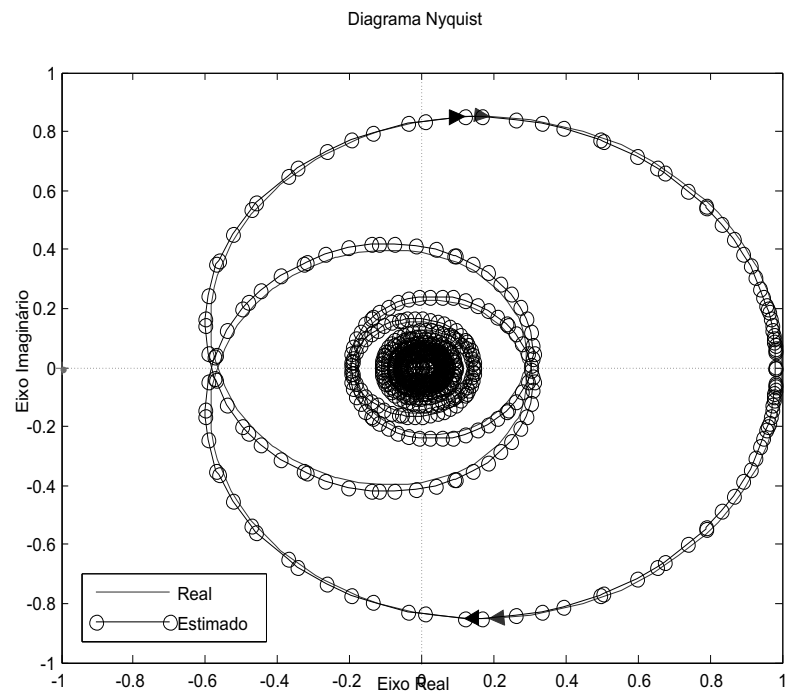


Figura 5.31: Diagrama de Nyquist - Exemplo 7.

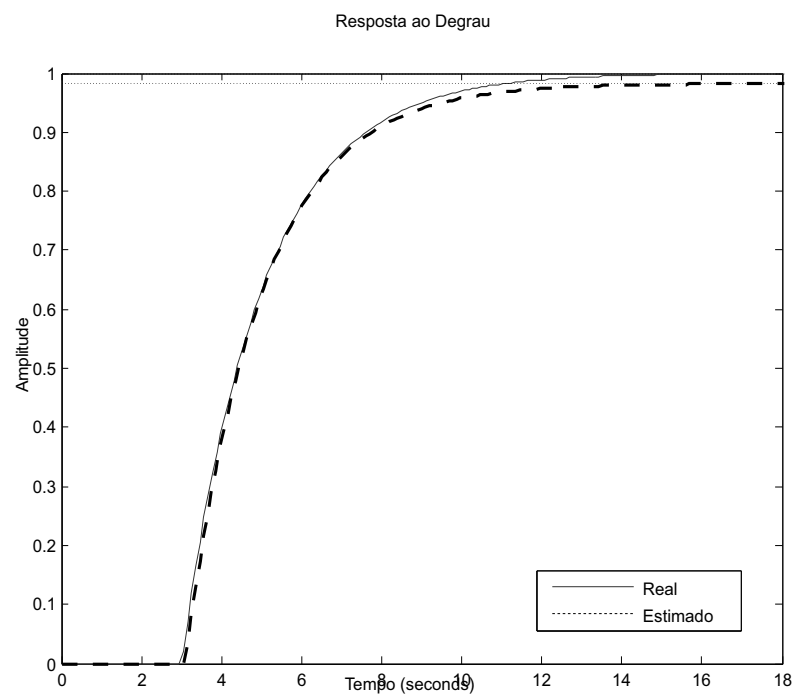


Figura 5.32: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 7.

**Exemplo 8**

Neste exemplo considere o processo não-linear do tipo Wiener, no qual o subsistema dinâmico linear é de segunda ordem com atraso e a função não-linear da saída é uma função exponencial:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3,5s + 1} e^{-1s} \quad (5.28)$$

$$y(t) = 0,3z(t) + 0,5(1 - e^{(-3z(t))}) \quad (5.29)$$

O sistema é excitado pelo sinal do relé sob condições de não-linearidade com pulso. A amplitude do relé é  $u_r = 1$  e no instante  $t = 45s$  é aplicado o pulso com a mesma amplitude do relé. A largura do pulso é definida como 6 vezes o período crítico ( $T_u = 4,56s$ ). Uma perturbação estática com valor  $d = 0,1$  é aplicado ao sistema no instante  $t = 20s$ . O gráfico da excitação e da resposta do sistema é representado na Figura 5.33.

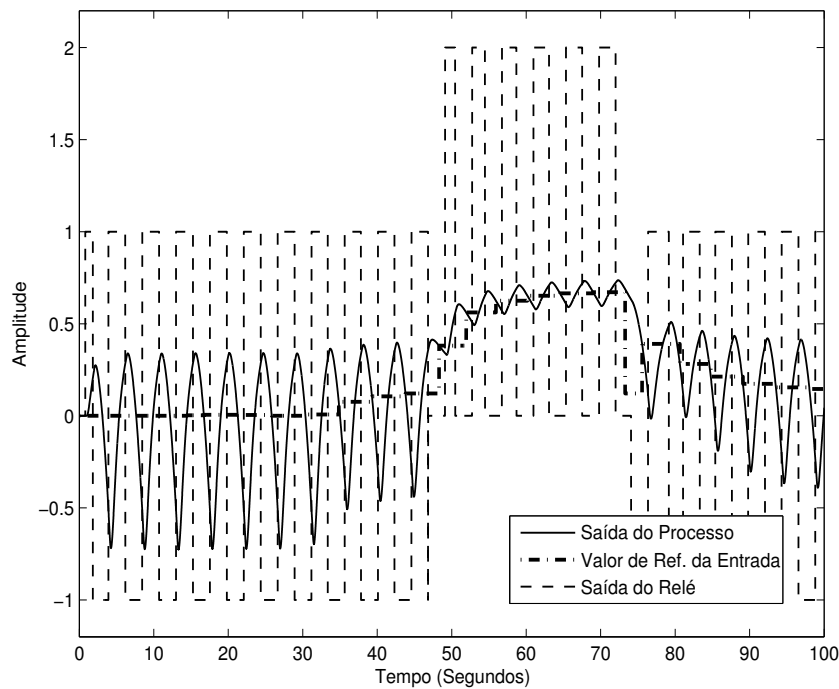


Figura 5.33: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 8.

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $1,3779rad/s$ . A identificação da função estática não-linear da saída é realizada conforme descrito na seção 4.4.1. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{z}(t) = f^{-1}(y(t)) = 1,5678y^4(t) + 1,1229y^3(t) + 1,2502y^2(t) + 1,2537y(t) \quad (5.30)$$

Em seguida, o subsistema dinâmico linear foi estimado utilizando o procedimento descrito na seção 4.4.2. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3. Na Figura 5.34 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

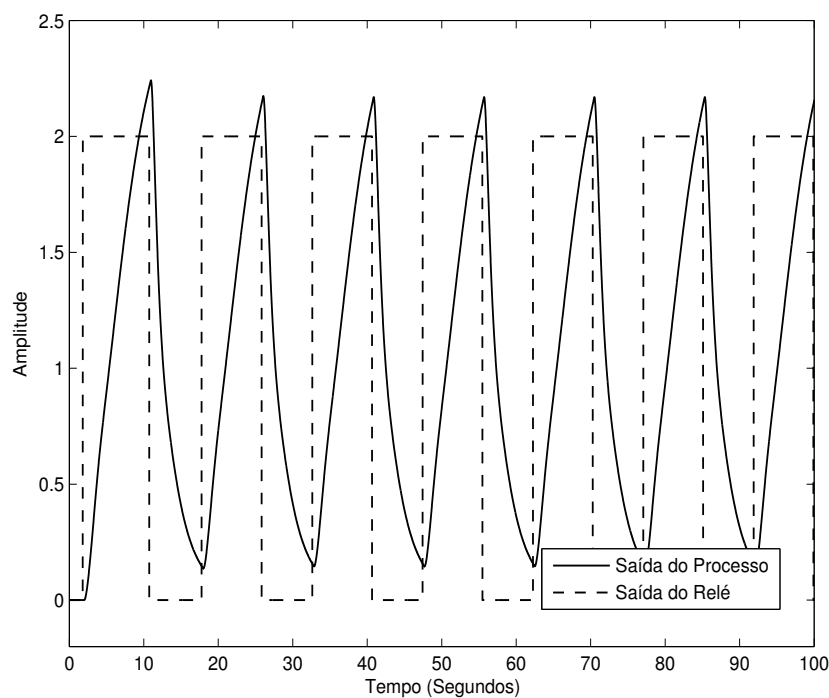


Figura 5.34: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 8.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,4219\text{rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 0,8$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,3087}{s + 0,3337} e^{-1,39s} \quad (5.31)$$

Para comparação com a parte não-linear do processo real, é necessário redimensionar o modelo representado na equação 5.30, de modo que o valor máximo da função estática não-linear da saída na região ativada (5,194) e o ganho em estado estacionário do subsistema linear (0,925), assim:

$$\hat{z}(t) = \frac{1,5678y^4(t) + 1,1229y^3(t) + 1,2502y^2(t) + 1,2537y(t)}{0,925 \times 5,194} \quad (5.32)$$

O modelo estimado da função estática não-linear da saída e do subsistema dinâmico linear é comparado com processo real nas Figuras 5.35 e 5.36, respectivamente.

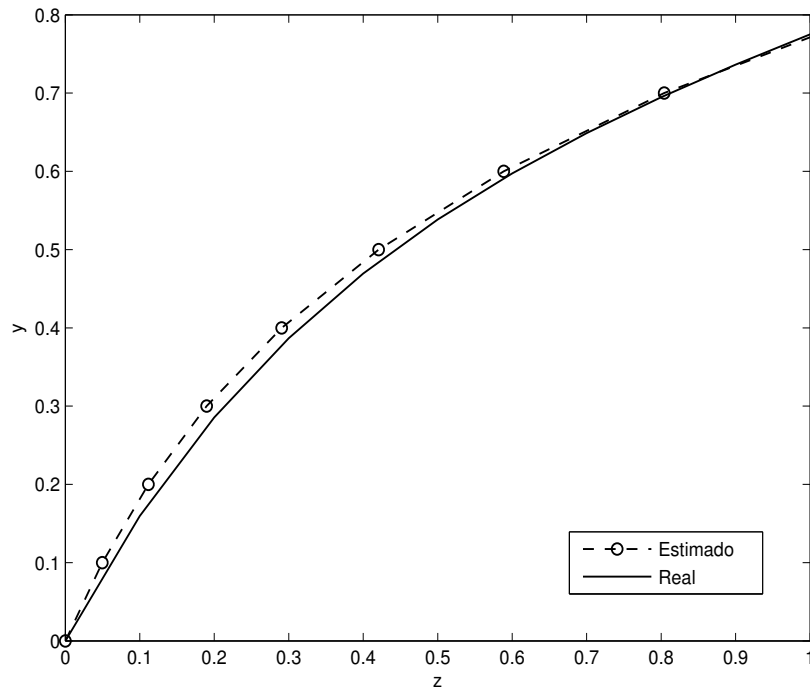


Figura 5.35: Curvas da função não-linear estática da saída - Exemplo 8.

Utilizando a função custo descrita anteriormente, tem-se um erro igual a 0,0311 entre a função estática não-linear da saída real e identificada.

Com relação a identificação do subsistema linear observa-se que o ganho do modelo identificado foi subestimado, isto é devido a aproximação de um sistema de segunda ordem por um modelo de primeira ordem. Utilizando a função custo, tem-se um erro igual a 0,0028. Na Figura 5.37 tem-se o gráfico para um degrau unitário aplicado ao subsistema linear real e estimado.

## 5.4.2 Exemplo com ruído

### Exemplo 9

Neste exemplo considere o processo não-linear do tipo Wiener, no qual o subsistema dinâmico linear é de primeira ordem com atraso e a função não-linear da saída é uma função exponencial:



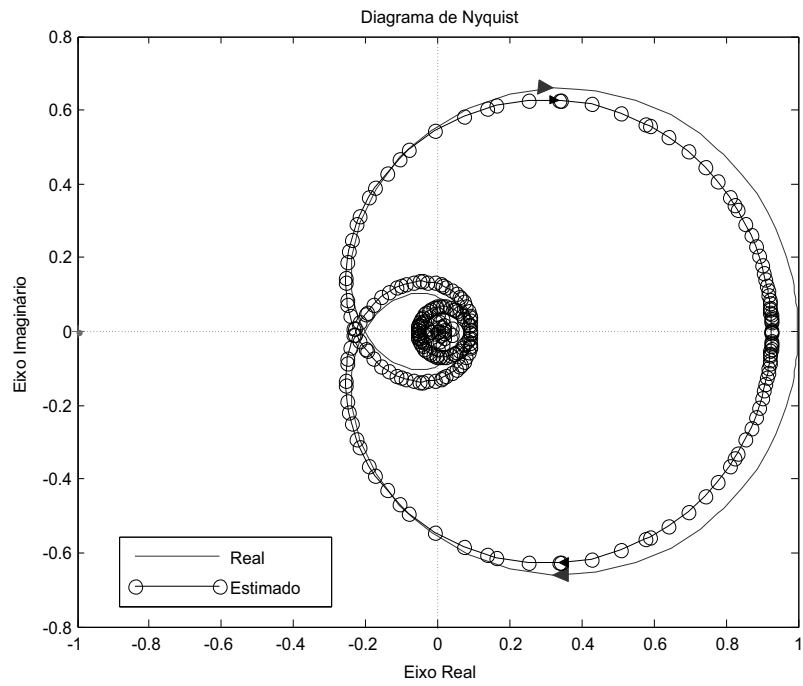


Figura 5.36: Diagrama de Nyquist - Exemplo 8.

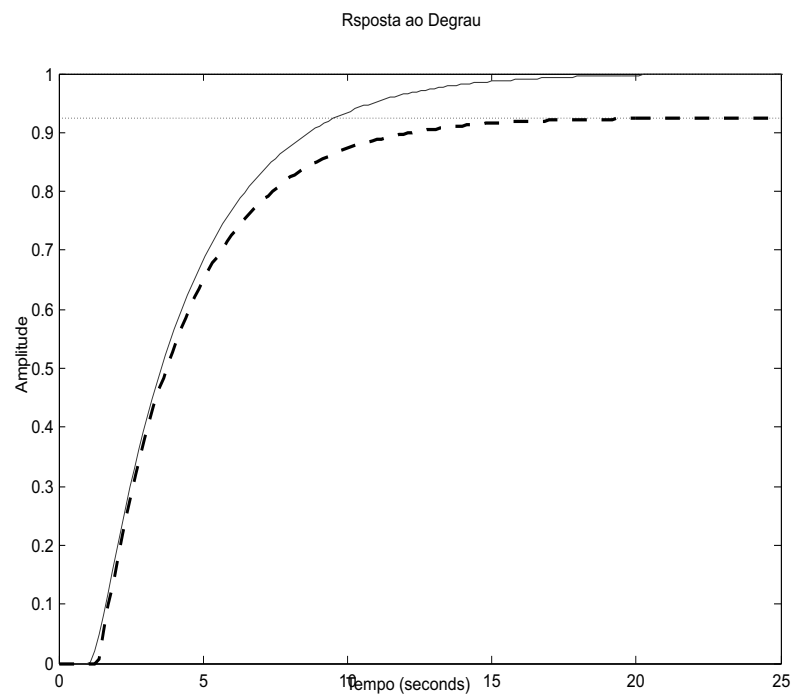


Figura 5.37: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 8.

$$G(s) = \frac{1}{2,5s + 1} e^{-1s} = \frac{0,4}{s + 0,4} e^{-1s} \quad (5.33)$$

$$y(t) = 0,2z(t) + (1 - e^{(-1,5z(t))}) \quad (5.34)$$

Neste exemplo foi adicionado ruído na saída do processo. O ruído possui média zero e variância de 0,001. A histerese foi ajustada em  $\varepsilon_- = -0,2$  e  $\varepsilon_+ = +0,2$ . O sistema é excitado pelo sinal do relé sob condições de não-linearidade com pulso com amplitude do relé igual a  $u_r = 1$  e no instante  $t = 40s$  é aplicado o pulso com a mesma amplitude do relé. A largura do pulso é definida como 8 vezes o período crítico ( $T_u = 3,76s$ ). Uma perturbação estática com valor  $d = 0,1$  é aplicado ao sistema no instante  $t = 20s$ . O gráfico da excitação e da resposta do sistema é representado na Figura 5.38.

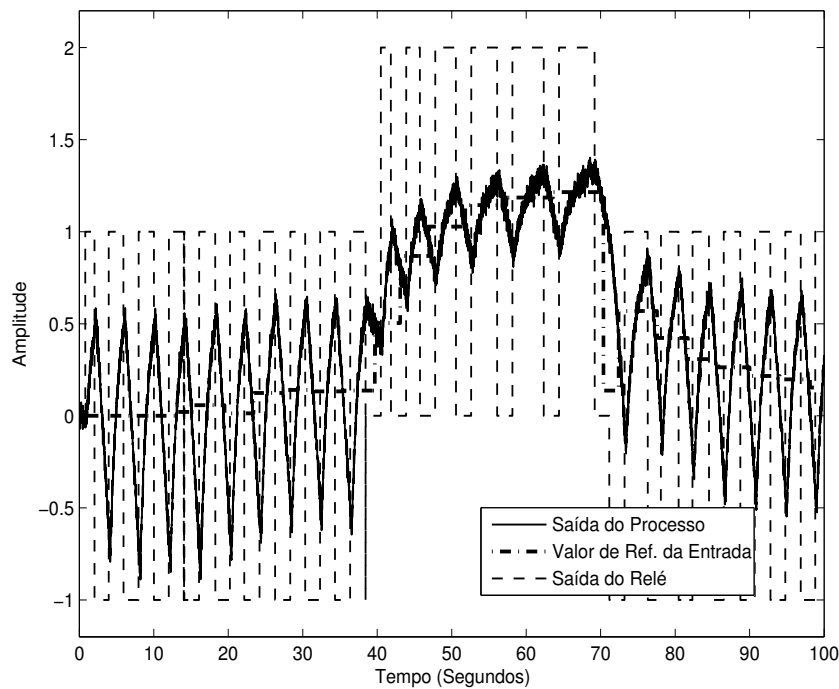


Figura 5.38: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Exemplo 9.

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $1,3038rad/s$ . A identificação da função estática não-linear da saída é realizada conforme descrito na seção 4.4.1. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{z}(t) = f^{-1}(y(t)) = 0,5764y^4(t) + 0,0802y^3(t) + 1,3183y^2(t) + 1,4024y(t) \quad (5.35)$$

Em seguida, o subsistema dinâmico linear foi estimado utilizando o procedimento descrito na seção 4.4.2. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador descrito na seção 3.3. Na Figura 5.39 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

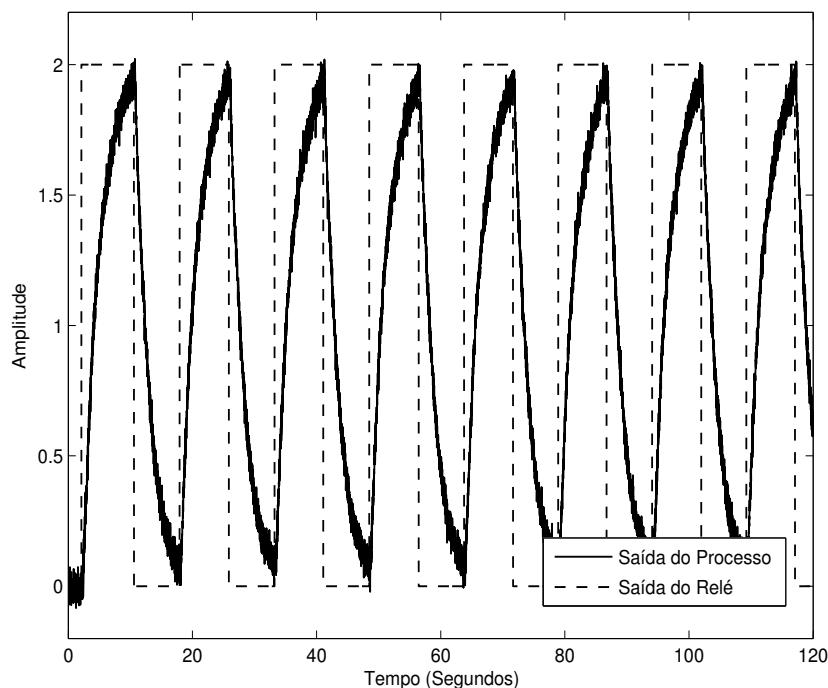


Figura 5.39: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Exemplo 9.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,4066\text{rad}/s$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. A estimativa inicial do atraso foi  $\tau_0 = 0,7$ . O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,4066}{s + 0,4177} e^{-1,05s} \quad (5.36)$$

Para comparação com a parte não-linear do processo real, é necessário redimensionar o modelo representado na equação 5.35, de modo que o valor máximo da função estática não-linear da saída na região ativada (3,377) e o ganho em estado estacionário do subsistema linear (0,972), assim:

$$\hat{z}(t) = \frac{0,5764y^4(t) + 0,0802y^3(t) + 1,3183y^2(t) + 1,4024y(t)}{0,972 \times 3,377} \quad (5.37)$$

O modelo estimado da função estática não-linear da saída e do subsistema dinâmico

linear é comparado com processo real nas Figura 5.40 e 5.41, respectivamente.

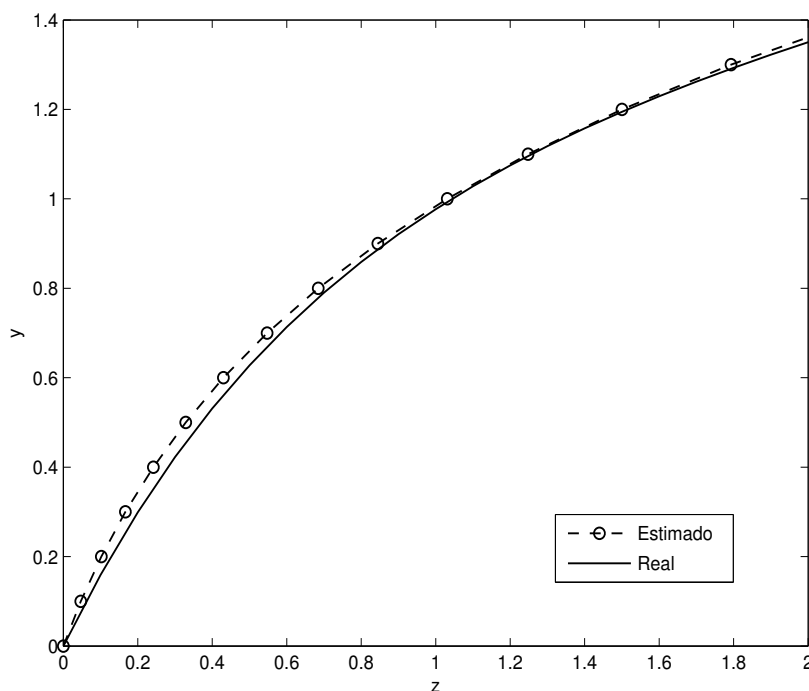


Figura 5.40: Curvas da função não-linear estática da saída - Exemplo 9.

Neste exemplo, utilizando a função custo descrita anteriormente, tem-se um erro igual a 0,0779 entre a função estática não-linear da saída real e identificada.

A partir da resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear real e estimado (Figura 5.42), utilizando a função custo, tem-se um erro igual a  $7,8264e - 004$ .

## 5.5 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados os resultados de simulações das técnicas de identificação para sistemas não-lineares do tipo Hammerstein e Wiener para os casos com e sem ruído de medição.

Inicialmente, apresentou-se resultados da aplicação do método de identificação de modelos FOPTD com restrições de igualdade no domínio da frequência. Resultados da aplicação do método do relé sob condições de não-linearidade também foram apresentados. Através dos vários exemplos apresentados, pode-se concluir que os sinais de excitação utilizados em conjunto com as metodologias propostas são válidas para identificação de modelos Hammerstein e Wiener.

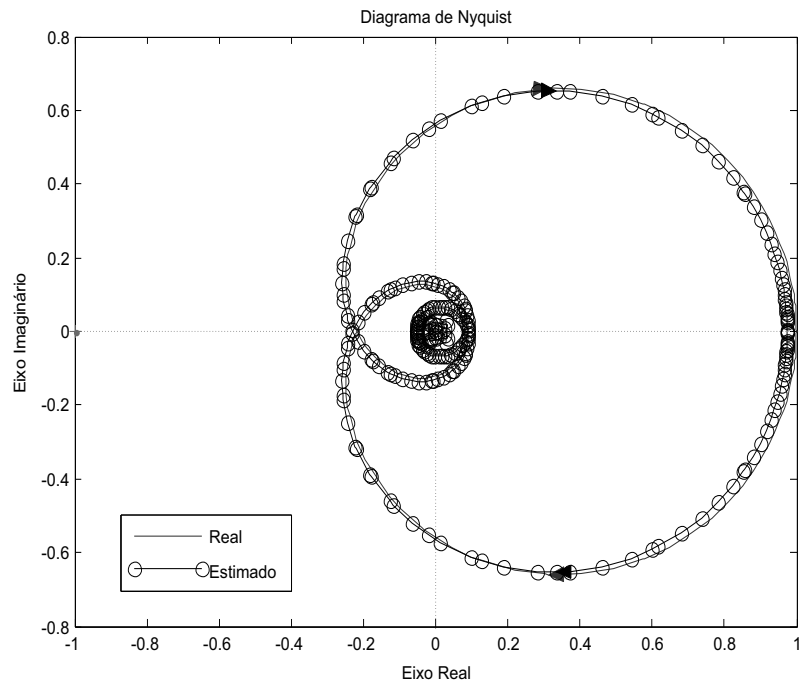


Figura 5.41: Diagrama de Nyquist - Exemplo 9.

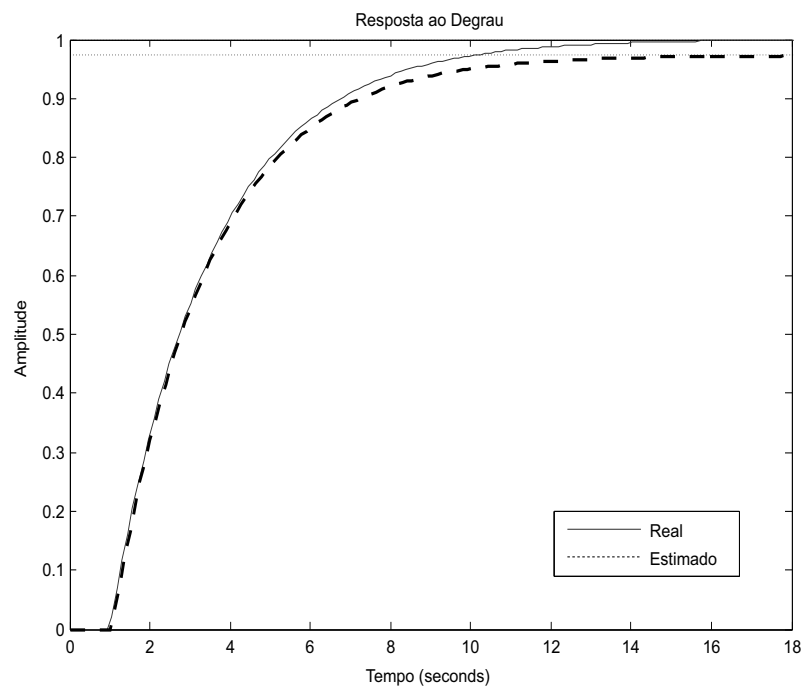


Figura 5.42: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 9.

# Capítulo 6

## Avaliação Experimental da Técnica de Identificação

### 6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados resultados experimentais utilizando os sinais de excitação apresentados no Capítulo 3 e os procedimentos para identificação de processos não-lineares do tipo Hammerstein e Wiener apresentados no Capítulo 4. O capítulo anterior apresentou os resultados obtidos em simulações de diversas funções não-lineares e funções de transferências representativas de processos reais. Dessa forma, neste capítulo, o objetivo é verificar a validade prática das técnicas de identificação apresentadas.

A plataforma experimental utilizada é um secador de grãos, cuja dinâmica é não-linear. Durante os experimentos, o secador de grão se encontra em um ambiente com temperatura controlada por um aparelho de ar condicionado. Antes da aplicação do sinal de excitação, o sistema deve alcançar o regime permanente de acordo com a referência especificada.

Esse capítulo é organizado como descrito a seguir. Na seção 6.2, a plataforma experimental é apresentada através de uma descrição do processo utilizado. Na seção 6.3 resultados da identificação para processo do tipo Hammerstein são apresentados. Na seção 6.4 os resultados da identificação do processo do tipo Wiener são apresentados. Finalmente, na seção 6.5 as conclusões deste capítulo são apresentadas.

## 6.2 Descrição da Plataforma Experimental

Nesta seção, a plataforma experimental é apresentada. O sistema de secagem de grãos é representado na Figura 6.1. Os grãos são depositados sobre uma tela metálica, conforme indicado na figura. O ar, à temperatura ambiente, é forçado para dentro da câmara principal pelo ventilador  $V1$ , onde é aquecido pela resistência elétrica  $R$ . O ventilador  $V2$  força a entrada de ar à temperatura ambiente na câmara principal, e é utilizado como entrada de perturbação do sistema, para estudos de controle.

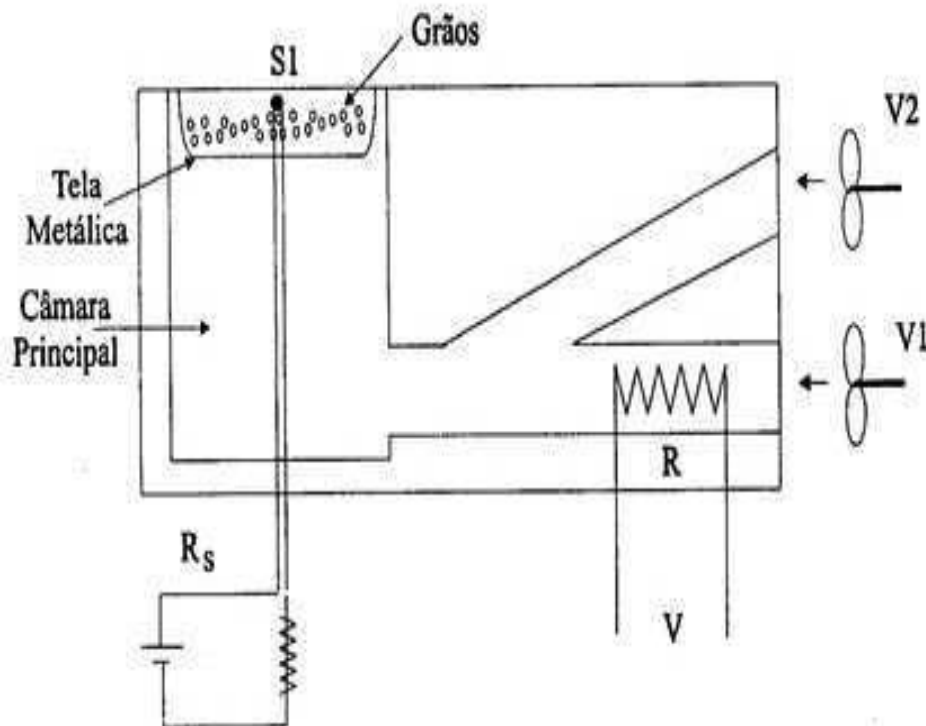


Figura 6.1: Sistema de secagem de grãos.

A medição de temperatura é feita pelo sensor  $S1$ . O tempo de resposta do sensor é bastante curto, quando comparado ao tempo de resposta do sistema, de modo que sua influência pode ser desprezada.

A saída do sistema,  $PV$  (*Process Variable*), é a temperatura na tela metálica medida através do sensor  $LM35$  ( $S1$ ). A aquisição do dado de temperatura é realizado através de um módulo analógico que disponibiliza esse dado para o Controlador Lógico Programável (CLP)  $eZAP901$  da *HI Tecnologia*. O sinal de controle ( $MV$  - *Manipulate Variable*) é aplicado através do atuador  $PWM$  no sistema de secagem de grãos. A interface computacional utilizada para a realização dos experimentos foi o software *MATLAB*. Essa interface se comunica com o CLP através do padrão OPC (*OLE for Process Control*). O período de amostragem utilizado foi de  $0,1s$ .

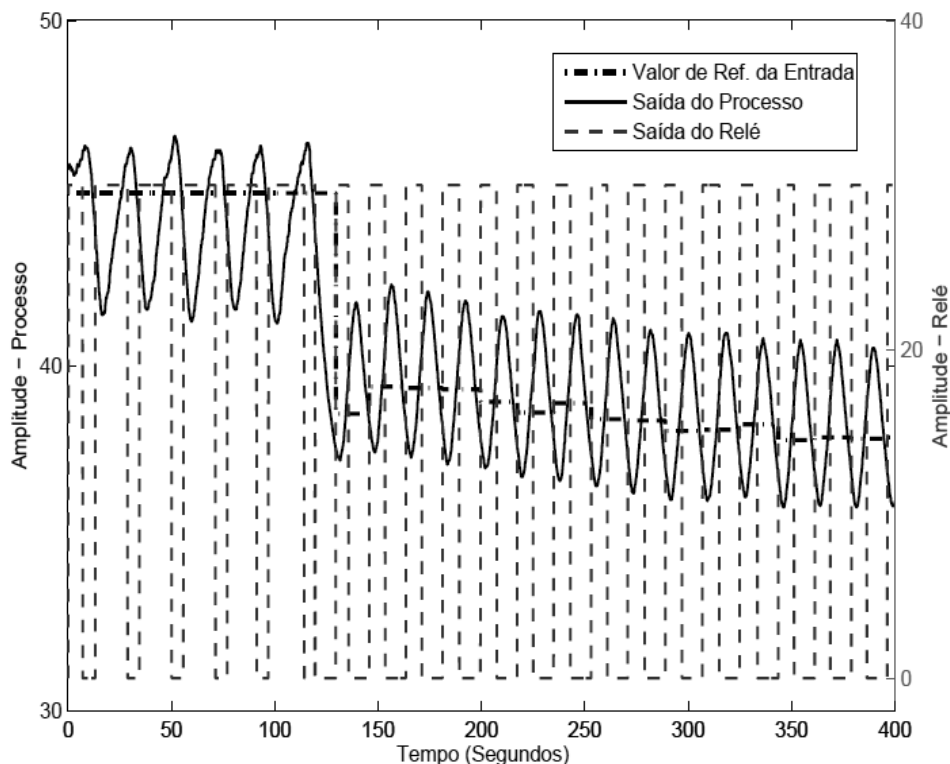


Figura 6.2: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Secador de grãos (Hammerstein).

### 6.3 Identificação de Modelos de Hammerstein

Considere o ponto de operação do sistema utilizado neste experimento em  $45,2^{\circ}C$ . Inicialmente é realizado o experimento com o método do relé sob condições de não-linearidade, as características do sinal são: amplitude do relé igual a 15%, histerese igual a  $\varepsilon_- = -1$  e  $\varepsilon_+ = +1$ .

Com o regime permanente atingido, o experimento é iniciado e os dados da entrada e saída do sistema são coletados. Após a coleta, o experimento é finalizado.

Na Figura 6.2 é apresentada a resposta dinâmica do sistema de secagem de grãos para o experimento do relé sob condições de não-linearidade, na Figura 6.3 é apresentado a resposta do sistema excitado pelo sinal triangular com amplitude igual a 40% e com mesmo período de oscilação do método do relé obtido anteriormente, isto é,  $T_u = 1,7892s$ .

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^{\circ}$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $3,5117rad/s$ . A identificação da função estática não-linear da saída é realizada conforme descrito na seção 4.3.2. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{u}(t) = -0,0054v^3(t) + 0,1937v^2(t) - 1,1382v(t) \quad (6.1)$$

Em seguida, o subsistema dinâmico linear foi estimado utilizando o procedimento



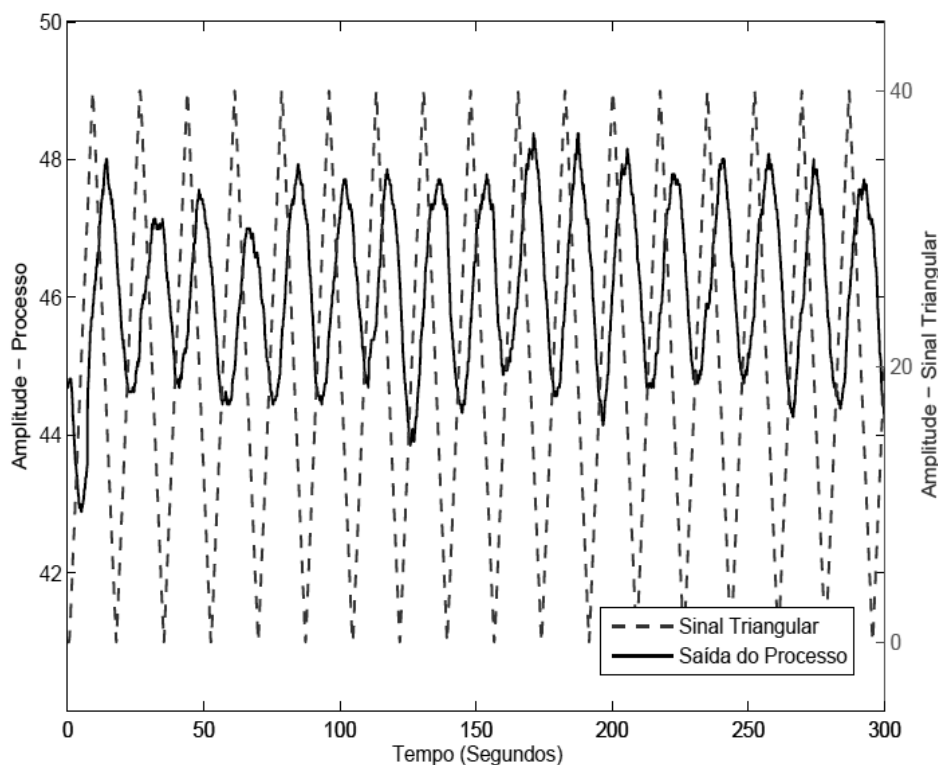


Figura 6.3: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Secador de grãos (Hammerstein).

descrito na seção 4.3.3. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador com amplitude igual a 15%. Na Figura 6.4 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,4499\text{rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. Considera-se que o sistema possui atraso nulo. O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,1362}{s + 0,0346} e^{-0,186s} \quad (6.2)$$

Na Figura 6.5 encontra-se a resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear.

A fim de avaliar o modelo estimado utiliza-se a função estática não-linear inversa (Equação 6.1) para compensar a não-linearidade do processo. Inicialmente, é aplicado um conjunto de degraus de igual amplitude no processo sem compensar a não-linearidade (Figura 6.6). Em seguida, é aplicado um conjunto de degraus, com mesma amplitude, no processo com a não-linearidade compensada (Figura 6.7).

Ao comparar a saída do processo nas Figuras 6.6 e 6.7, observa-se que no caso da não-linearidade compensada a saída do processo apresenta amplitudes semelhantes para

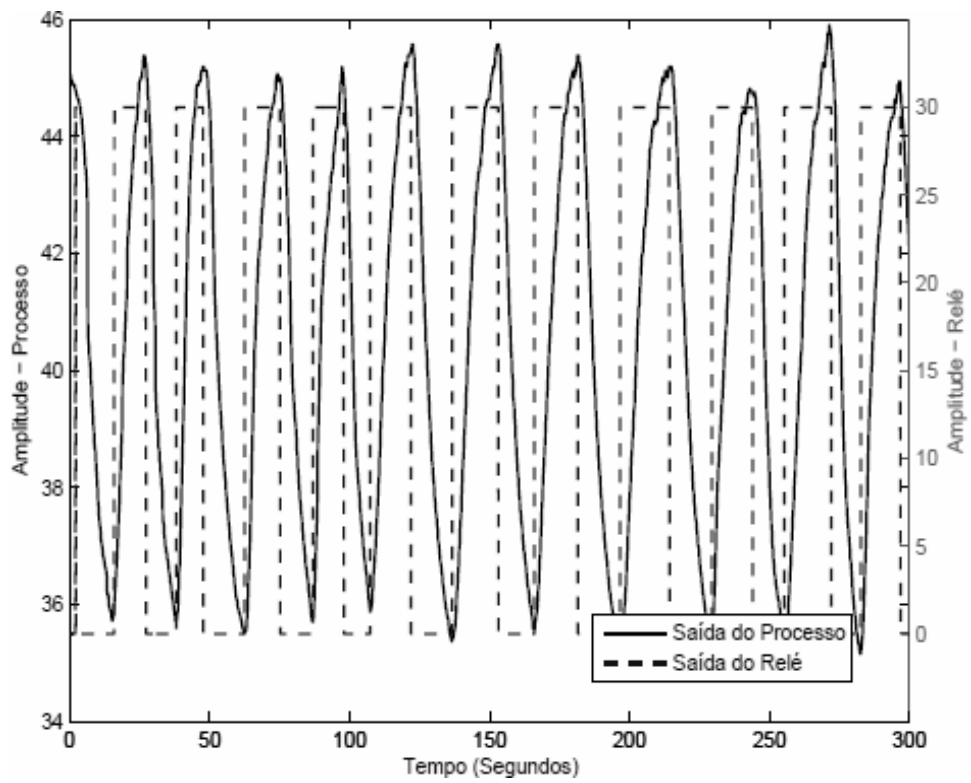


Figura 6.4: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Secador de grãos (Hammerstein).

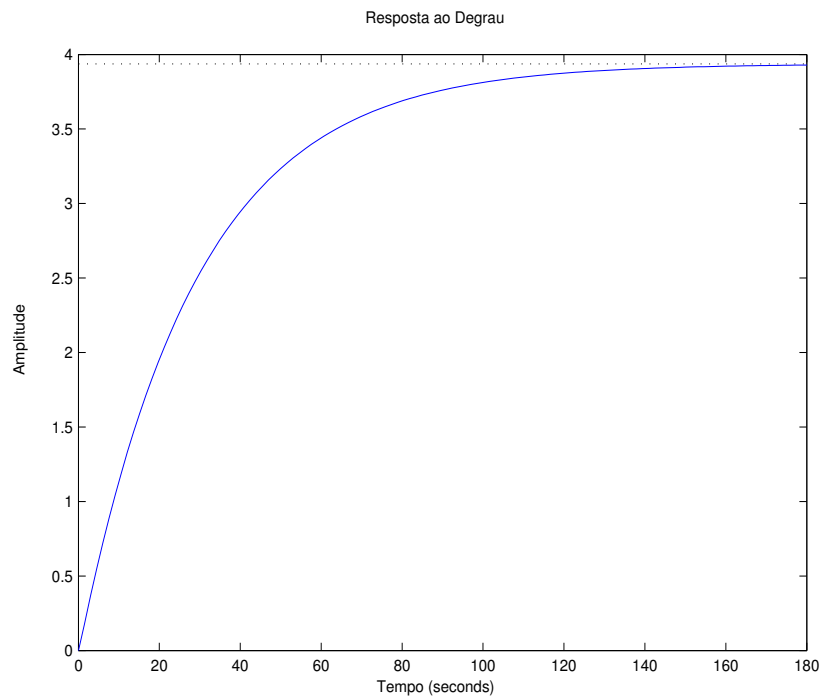


Figura 6.5: Curvas da resposta ao degrau unitário - Secador de Grãos (Hammerstein).

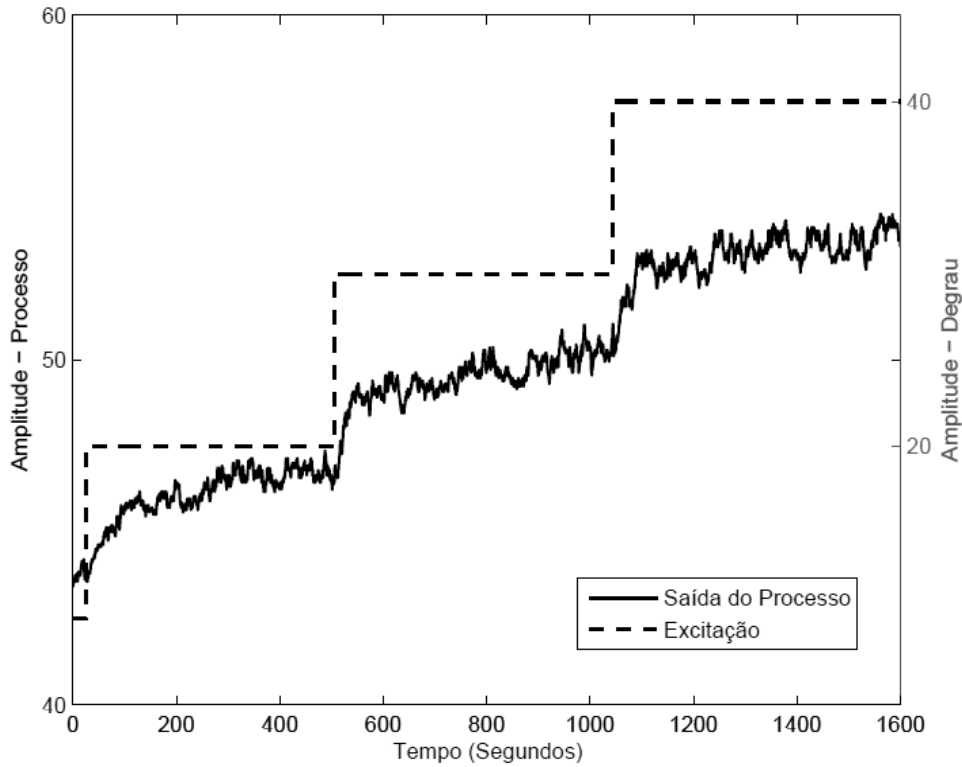


Figura 6.6: Curvas da resposta dinâmica do Processo sem compensar não-linearidade (Hammerstein).

todos os degraus, o que não ocorre no caso sem compensar a não-linearidade. Na Tabela 6.1 são apresentados os modelos identificados para cada um dos degraus aplicados ao secador de grãos. Verifica-se que os ganhos estimados para o caso sem a não-linearidade compensada são divergentes o que não ocorre no caso com a não-linearidade compensada. Desta forma, verifica-se que o procedimento de identificação apresentado é válido para estimar a função estática não-linear inversa do processo tipo Hammerstein.

Tabela 6.1: Modelos identificados para o Secador de Grãos com e sem não-linearidade compensada (Hammerstein).

Sem não-linearidade compensada	Com não-linearidade compensada
$\hat{G}_1 = \frac{1,671}{176,63s+1} e^{-2,039s}$	$\hat{G}_1 = \frac{6,0137}{114,72s+1} e^{-2,028s}$
$\hat{G}_2 = \frac{1,3529}{123,23s+1} e^{-0s}$	$\hat{G}_2 = \frac{6,2523}{155,23s+1} e^{-0s}$
$\hat{G}_3 = \frac{2,7367}{161,92s+1} e^{-0,82s}$	$\hat{G}_3 = \frac{6,3698}{119,89s+1} e^{-0s}$

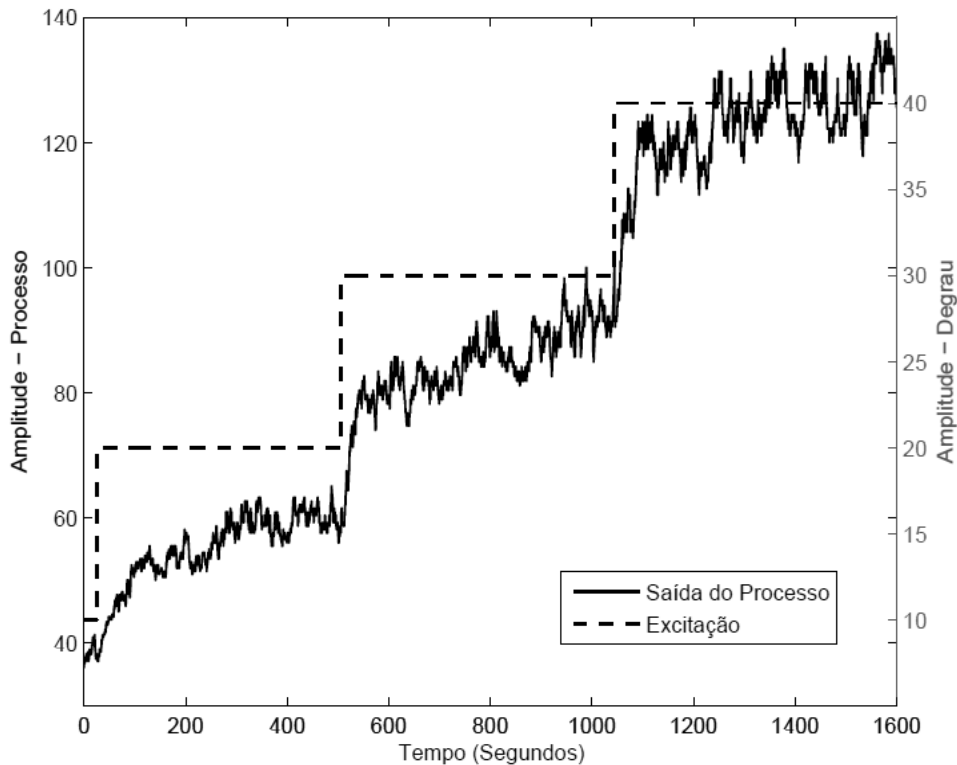


Figura 6.7: Curvas da resposta dinâmica do Processo não-linearidade compensada (Hammerstein).

## 6.4 Identificação de Modelos de Wiener

Considere o ponto de operação do sistema utilizado neste experimento em  $45,2^{\circ}C$ . Inicialmente é realizado o experimento com o método do relé sob condições de não-linearidade com pulso, as características do sinal são: amplitude do relé igual a 15%, histerese igual a  $\varepsilon_- = -1$  e  $\varepsilon_+ = +1$ .

Com o regime permanente atingido, o experimento é iniciado e os dados da entrada e saída do sistema são coletados. Após a coleta, o experimento é finalizado.

Na Figura 6.8 é apresentada a resposta dinâmica do sistema de secagem de grãos para o experimento do relé sob condições de não-linearidade. No instante  $t = 280s$  é aplicado o pulso com a mesma amplitude do relé. A largura do pulso é definida como 6 vezes o período crítico ( $T_u = 2,1s$ ).

O ponto de frequência em que a fase é  $-180^{\circ}$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $2,98rad/s$ . A identificação da função estática não-linear da saída é realizada conforme descrito na seção 4.4.1. O modelo estimado é dado por:

$$\hat{z}(t) = f^{-1}(y(t)) = 0,0411y^3(t) - 1,7227y^2(t) + 25,2290y(t) \quad (6.3)$$

Em seguida, o subsistema dinâmico linear foi estimado utilizando o procedimento

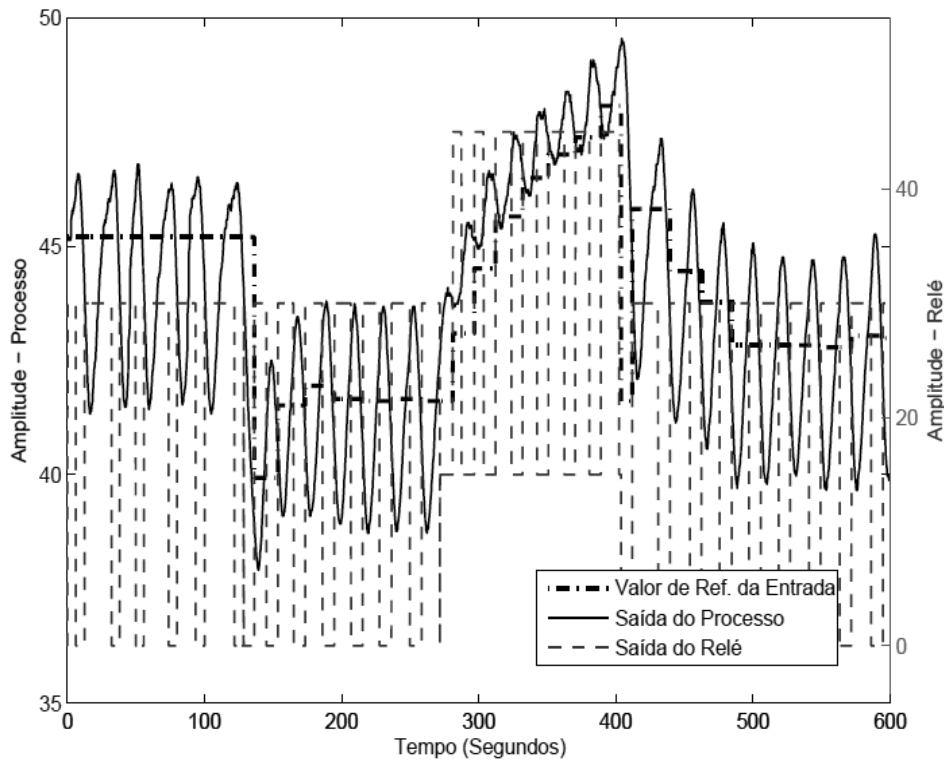


Figura 6.8: Curvas da resposta dinâmica do método do relé - Secador de grãos (Wiener).

descrito na seção 4.4.2. O sinal de excitação utilizado foi o método do relé com integrador com amplitude igual a 15%. Na Figura 6.9 é apresentado o sinal de excitação e a saída do processo para o experimento do relé com integrador.

O ponto de frequência em que a fase é  $-90^\circ$  obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é  $0,4571 \text{ rad/s}$ . Este ponto de frequência é utilizado como restrição de igualdade conforme procedimento descrito na seção 4.2. O sistema apresenta atraso nulo. O modelo identificado é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,3849}{s + 0,1178} e^{-0,0603s} \quad (6.4)$$

Na Figura 6.10 encontra-se a resposta ao degrau unitário aplicado ao subsistema linear.

Para avaliar o modelo estimado utiliza-se o procedimento descrito anteriormente para o modelo de Hammerstein. Inicialmente, é aplicado um conjunto de degraus de igual amplitude no processo sem compensar a não-linearidade (Figura 6.11). Em seguida, é aplicado um conjunto de degraus, mesma amplitude do caso anterior, no processo com a não-linearidade compensada (Figura 6.12).

Ao comparar a saída do processo nas Figuras 6.11 e 6.12, observa-se que no caso da não-linearidade compensada a saída do processo apresenta amplitudes semelhantes para todos os degraus, o que não ocorre no caso sem compensar a não-linearidade. Na Tabela 6.2

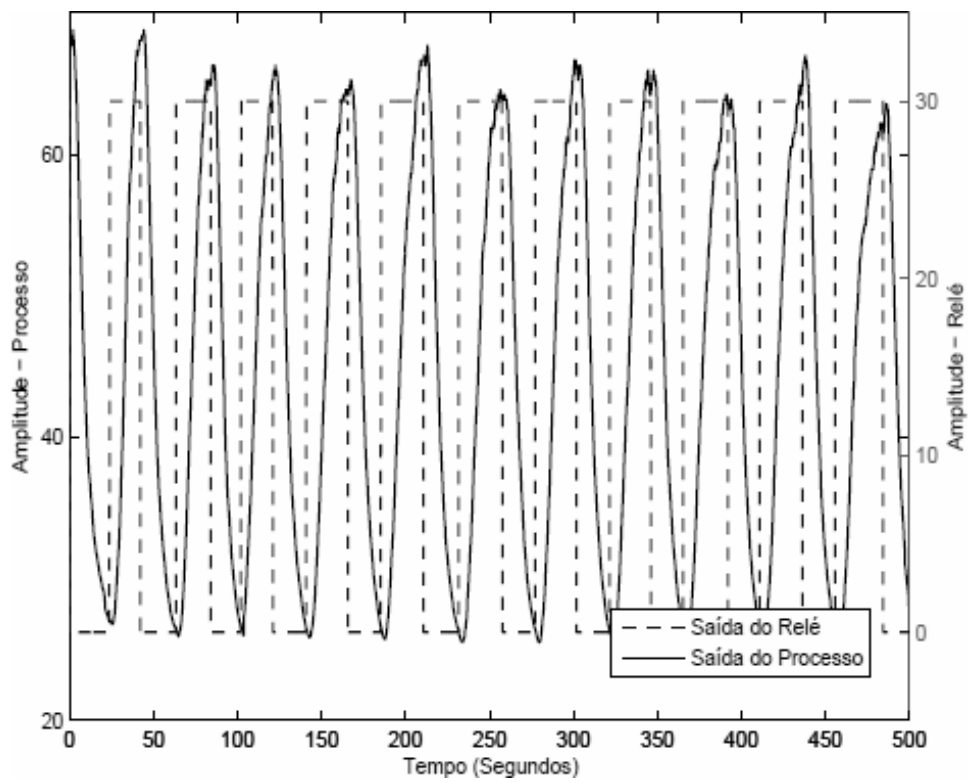


Figura 6.9: Curvas da resposta dinâmica do método do relé com integrador - Secador de grãos (Wiener).

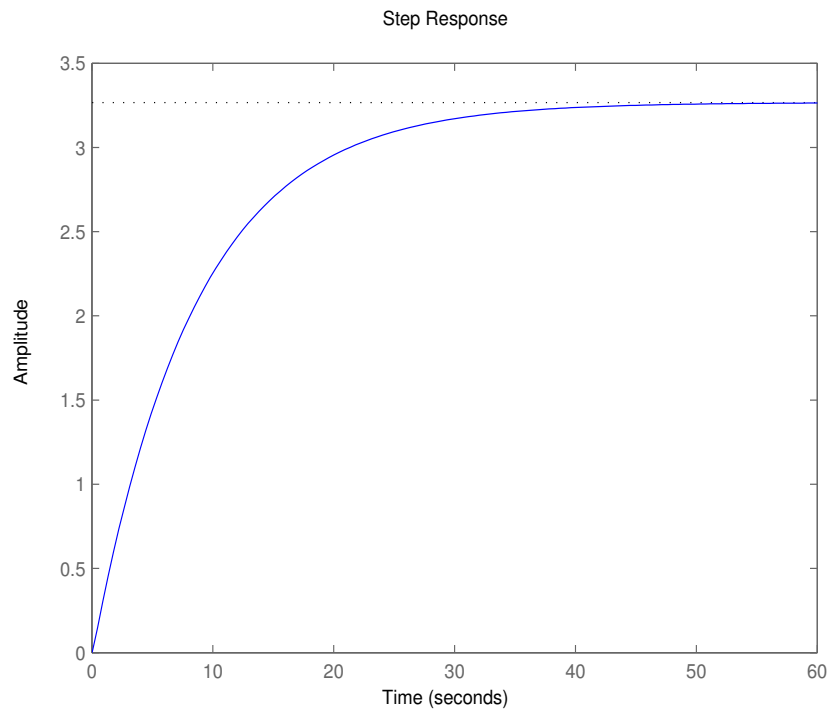


Figura 6.10: Curvas da resposta ao degrau unitário - Secador de Grãos (Wiener).

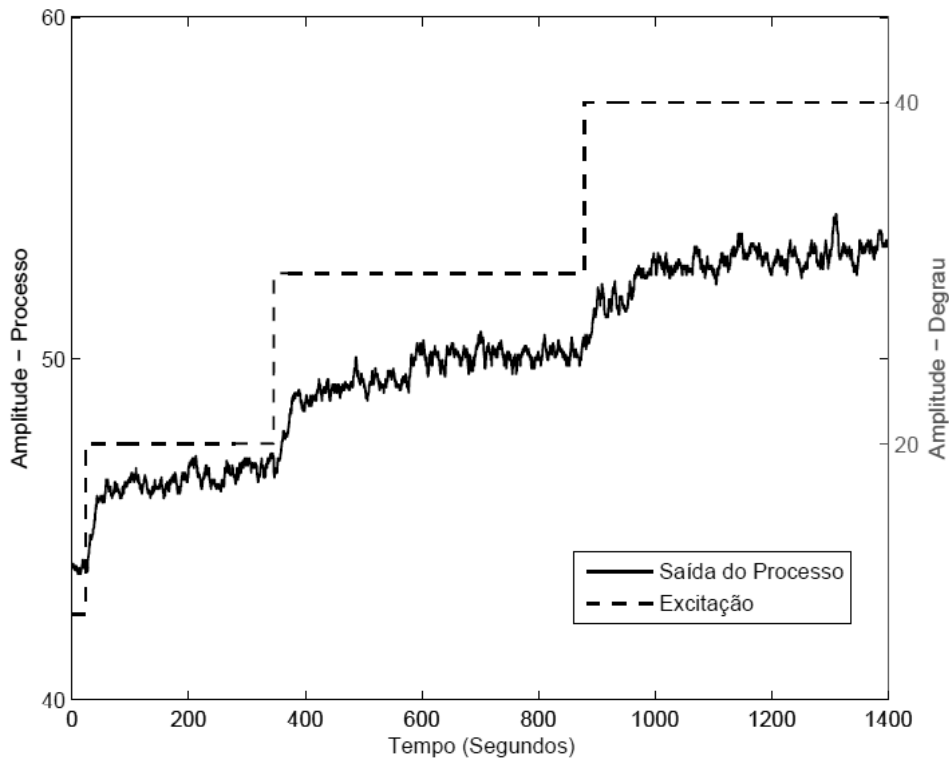


Figura 6.11: Curvas da resposta dinâmica do Processo sem compensar não-linearidade (Wiener).

são apresentados os modelos identificados para cada um dos degraus aplicados ao secador de grãos. A partir dos modelos identificados, verifica-se que os ganhos estimados para o caso sem a não-linearidade compensada são divergentes o que não ocorre no caso com a não-linearidade compensada. Portanto, verifica-se que o procedimento de identificação apresentado é válido para estimar a função estática não-linear inversa do processo tipo Wiener.

Tabela 6.2: Modelos identificados para o Secador de Grãos com e sem não-linearidade compensada (Wiener).

Sem não-linearidade compensada	Com não-linearidade compensada
$\hat{G}_1 = \frac{1,3277}{85,07s+1} e^{-2,74s}$	$\hat{G}_1 = \frac{3,9058}{46,88s+1} e^{-2,43s}$
$\hat{G}_2 = \frac{1,6721}{110,63s+1} e^{-0s}$	$\hat{G}_2 = \frac{3,1835}{97,73s+1} e^{-0s}$
$\hat{G}_3 = \frac{5,6649}{109,11s+1} e^{-0s}$	$\hat{G}_3 = \frac{3,1485}{61,67s+1} e^{-0s}$

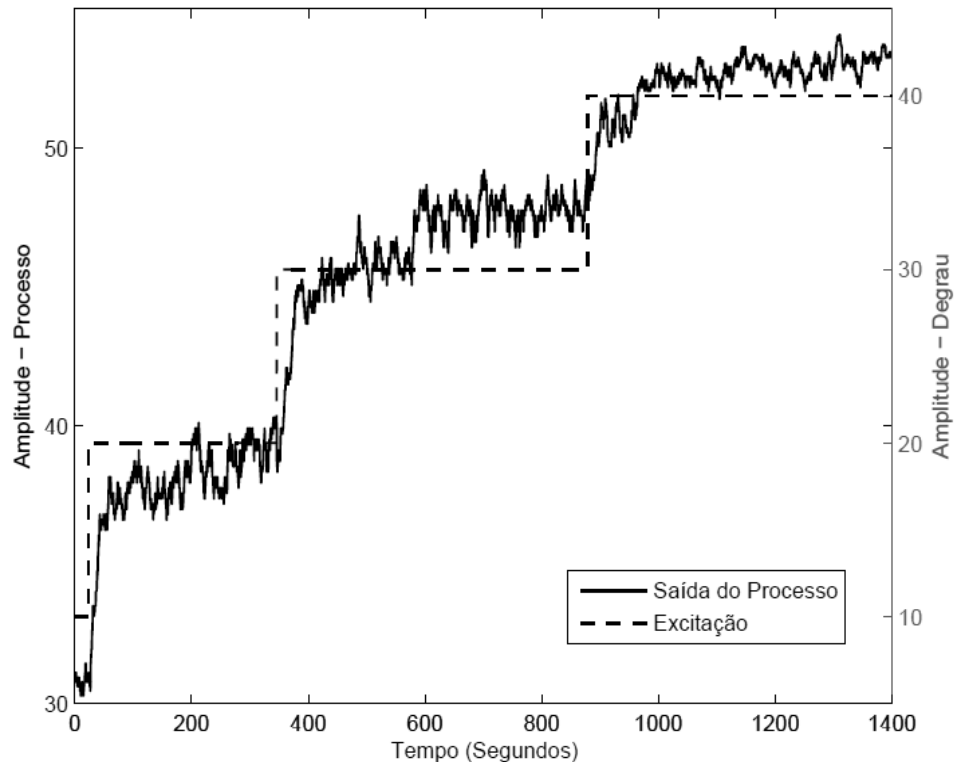


Figura 6.12: Curvas da resposta dinâmica do Processo com não-linearidade compensada (Wiener).

## 6.5 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados resultados experimentais para os sinais de excitação apresentados no Capítulo 3 e para o procedimento de identificação de processos não-lineares do tipo Hammerstein e Wiener apresentados no Capítulo 4. Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois os modelos identificados para a função estática não-linear inversa foram capazes de compensar, ainda que não totalmente, a característica não-linear do processo utilizado.

Ao comparar os resultados obtidos para identificação dos modelos de Hammerstein e Wiener verifica-se que o secador de grãos apresenta uma característica predominante com não-linearidade na saída do processo, ou seja, pode-se obter uma melhor representação do processo através do modelo tipo Wiener.



# Capítulo 7

## Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros

### 7.1 Conclusões

Neste trabalho foi apresentado o uso das representações de Hammerstein e Wiener no contexto de identificação de sistemas. Como foi visto ao longo do texto, o método do relé sob condições de não-linearidade foi amplamente utilizado para identificação de tais sistemas.

Através da aplicação do método do relé modificado para processos não-lineares é garantida simetria da saída do processo quando um estado estacionário cíclico é atingido, independentemente da perturbação estática, já o método do relé convencional mostrou uma saída assimétrica em tais condições. A saída simétrica do relé foi garantida, pois o método define exatamente o comprimento de tempo do valor baixo do relé para metade do período anterior. Além disso, o método do relé modificado atualiza o valor de referência, a fim de rejeitar o efeito da perturbação estática.

Um sinal de excitação baseado no método do relé sob condições de não-linearidade foi utilizado para a identificação de modelos do tipo Wiener. Para gerar essa excitação, inicialmente, o método do relé modificado foi aplicado e o período crítico  $T_u$  obtido. Após atingido uma oscilação sustentada do processo, um pulso retangular foi sobreposto ao sinal com largura dependendo do ponto de baixa frequência de interesse.

O problema de identificação de modelos FOPDT utilizando restrições de igualdade no domínio da frequência também foi abordado. A restrição de igualdade foi definida através da informação em frequência obtida através da análise dos sinais resultantes da aplicação do experimento do relé com integrador como excitação.

Para contornar o principal obstáculo na identificação de modelos do tipo Hammerstein e Wiener, a indisponibilidade do sinal intermediário, foram apresentados procedimentos

para obtenção deste sinal. A metodologia utilizada para identificação dos modelos separou o problema de identificação do subsistema dinâmico linear e da função estática não-linear. Uma vantagem da metodologia utilizada consiste em não resolver problemas de otimização não-lineares iterativos.

Na identificação de modelos tipo Hammerstein, a fim de garantir a saída simétrica do processo quando um estado estacionário cíclico é atingido, foi aplicado o método do relé modificado e os dados da resposta em frequência do subsistema dinâmico linear foram obtidos. Posteriormente, um sinal triangular foi utilizado para identificar a função estática não-linear da entrada.

Na identificação de modelos tipo Wiener, a priori foi identificado analiticamente a função estática não-linear da saída a partir do sinal do relé modificado. O procedimento consistiu em aproximar o sinal intermediário através da representação em série de Fourier e, em seguida, estimar a função estática não-linear a partir do sinal intermediário aproximado e saída do processo.

Para estimação do subsistema dinâmico linear, nos modelos tipo Hammerstein e Wiener, o modelo inverso da função estática não-linear estimada foi utilizada para compensar a não-linearidade do processo. Após compensar a não-linearidade foi realizado o experimento do relé com integrador.

As técnicas foram avaliadas em casos simulados e experimentais. Nos casos simulados diversos modelos foram selecionados para validar o procedimento de identificação proposto.

## 7.2 Sugestões de Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros são sugeridos:

- Expandir o procedimento de identificação para processos do tipo Hammerstein-Wiener e Wiener-Hammerstein;
- Aprimorar a aproximação do sinal intermediário na identificação de processos do tipo Wiener;
- Realizar a identificação de processos de ordem mais elevada do subsistema dinâmico linear;
- Aplicar o método do relé sob condições de não-linearidade e procedimentos de identificação apresentados a outros sistemas reais.

# Referências Bibliográficas

- ACIOLI, J. G. *Avaliação e Reprojetado para Controle PID de Sistemas Multivariáveis utilizando Experimentos baseados no Relé*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Brasil, jun. 2012.
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica*, v. 20, p. 645–651, 1984.
- BAI, E. W. Frequency domain identification of wiener models. *Automatica*, v. 39(9), p. 1521–1530, 2003a.
- BAI, E. W. Frequency domain identification of hammerstein models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 48(4), p. 530–542, 2003b.
- BAI, E. W. Decoupling the linear and nonlinear parts in hammerstein model identification. *Automatica*, v. 40(4), p. 671–676, 2004.
- BALESTRINO, A. et al. Automatic nonlinear auto-tuning method for hammerstein modeling of electrical drives. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, v. 48, p. 645, 2001.
- BAMBERGER, W.; ISERMANN, R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic process. *Automatica*, v. 14, p. 223, 1978.
- BILLINGS, S. A. *Nonlinear system identification: NARMAX methods in the time, frequency and spatio-temporal domain*. 1. ed. United Kingdom: John Wiley Sons, 2013.
- BILLINGS, S. A.; MÜNCHHOF, M. Identification of nonlinear systems - a survey. *IEEE*, p. 272–285, 1980.
- CHANG, F. H.; LUUS, R. A noniterative method for identification using the hammerstein model. *IEEE Trans. Automatic Control*, v. 16, p. 464–468, 1971.
- CHEON, Y. J. et al. Relay feedback methods combining sub-relays to reduce harmonics. *Journal of Process Control*, v. 20, p. 228–234, 2010.
- CRAMA, P.; SCHOUKENS., J. Initial estimates of wiener and hammerstein systems using multisine excitation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 50(6), p. 1791–1796, 2001.
- CRAMA P., J. S.; LON., R. Generation of enhanced initial estimates for hammerstein systems. *Automatica*, v. 40(7), p. 1269–127, 2004.
- DING, F.; LIU, P. X.; LIU, G. Identification methods for hammerstein nonlinear systems. *Digital Signal Processing*, v. 21, p. 215–238, 2011.

- ESKINAT, E.; JOHNSON, S. H.; LUYBEN, W. L. Use of hammerstein models in identification nonlinear systems. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 37, p. 255–268, 1991.
- FRUZZETTI, K.; PALAZOLU, A.; MCDONALD, K. A. Nonlinear model predictive control using hammerstein model. *Journal of Process Control*, v. 7, p. 31–41, 1997.
- GIRI, F.; ROCHDI, Y.; CHAOUI, F. Z. An analytic geometry approach to wiener system frequency identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 54, p. 683–696, 2009.
- GREBLICKI, W. Nonparametric identification of wiener systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 38(5), p. 1487–1493, 1992.
- HABER, R. Identification of nonlinear systems - a survey. *IEEE Proc. Pt. D.*, v. 135(6), 1988.
- HABER, R.; UNBEHAUEN, H. Structure identification of nonlinear dynamic system - a survey on input/output approaches. *Automatica*, v. 26, p. 651, 1990.
- HAGENBLAD, A. *Aspects of the Identification of Wiener Models*. Tese (Doutorado) — Linköpings Universitet, Sweden, 1999.
- HAIST, N. D.; CHANG, F. H. I.; LUUS, R. Nonlinear identification in presence of correlated noise using a hammerstein model. *IEEE Trans. Automatic Control*, v. 16(7), p. 869–884, 1973.
- HANG, C. C.; J., K.; HO, W. K. Relay auto-tuning in the present of the static load disturbance. *Automatica*, v. 29, p. 563, 1993.
- HASIEWICZ, Z.; MZYK, G. Hammerstein system identification by non-parametric instrumental variables. *International Journal of Control*, v. 82(2), p. 440–455, 2009.
- ISERMANN, R.; MUNCHHOF, M. *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*. 2. ed. Germany: Springer, 2011.
- JEON, C. H. et al. Process identification method using relay feedback and backward integrals. *Korean J. Chem. Eng.*, v. 28, p. 2116–2121, 2011.
- LATHI, B. P. *Linear systems and signals*. 2. ed. New York: Oxford University Press, Inc., 2005.
- LEDOUX, C. *Identification of SISO nonlinear Wiener systems*. Tese (Doutorado) — Linköpings Universitet, Sweden, 1996.
- LIU, M.; XIAO, Y.; DING, R. Iterative identification algorithm for wiener nonlinear systems using the newton method. *Applied Mathematical Modelling*, v. 37, p. 6584–6591, 2013.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. 2. ed. Sweden: Upper Saddle River, 1999.
- LUYBEN, W. L. Derivation of transfer functions for highly nonlinear distillations columns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 26(12), p. 2490–2495, 1987.

- MEHTA, U.; MAJHI, S. Identification of a class of wiener and hammerstein-type nonlinear processes with monotonic static gains. *ISA Transactions*, v. 49, p. 501–509, 2010.
- NARENDRA, K. S.; GALLMAN, P. G. An iterative method for the identification of nonlinear system using the hammerstein model. *Automatica*, v. 12, p. 546, 1966.
- NORQUAY S. J., A. P.; ROMAGNOLI, J. A. Application of wiener model predictive control (wmpc) to an industrial c2-splitter. *Journal of Process Control*, v. 9(6), p. 461–473, 1999a.
- NORQUAY S. J., A. P.; ROMAGNOLI, J. A. Application of wiener model predictive control (wmpc) to a ph neutralization experiment. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 7(4), p. 437–445, 1999b.
- OPPENHEIN, A. V.; WILLSKY, A. S. *Signals and Systems*. 2. ed. Universidade de Michigan: Prentice Hall, 1996.
- OVERSCHEE, P. V.; MOOR, B. *Subspace Identification for Linear System*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- PAJUNEN, G. Adaptive-control of wiener type nonlinear-systems. *Automatica*, v. 28(4), p. 781–785, 1992.
- PARK, H. C. et al. Relay feedback approaches for the identification of hammerstein-type nonlinear processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 43, p. 735–740, 2004.
- PARK, J. H.; SUNG, S. W.; LEE, I. Improved relay auto-tuning with static load disturbance. *Automatica*, v. 33, p. 711, 1997.
- PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. 1. ed. New York: IEEE Press, 2001.
- SCHOUKENS, J. et al. Initial estimates for the dynamics of a hammerstein system. *Automatica*, v. 43(7), p. 1296–1301, 2007.
- SHEN, S.; WU, J.; YU, C. Autotune identification under load disturbance. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 35, p. 1642, 1996.
- SLIWINSKI, P. et al. Wavelet amendment of polynomial models in hammerstein systems identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 54, 2009.
- SODERSTROM, T.; STOICA, P. *System Identification*. 1. ed. London: Prentice-Hall, 1989.
- SUNG, S. W. System identification method for hammerstein processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 41, p. 4295, 2002.
- SUNG, S. W.; LEE, J. Modeling and control of wiener-type processes. *Chem. Res. Sci.*, v. 59, p. 1515, 2004.
- SUNG, S. W.; LEE, J. Relay feedback method under nonlinearity and static disturbance conditions. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 45, p. 4026, 2006.

SUNG, S. W. et al. Improved system identification method for hammerstein-wiener processes. *Korean J. Chem. Eng.*, v. 25(4), p. 631–636, 2008.

VANBEYLEN, L.; PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. Blind maximum-likelihood identification of wiener systems. *IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING*, v. 57, 2009.

VOLTERRA, V. *Theory of functions*. .: Blackie and Sons, 1930.

VÖRÖS, J. Parameter identification of wiener systems with discontinuous nonlinearities. *Systems Control Letters*, v. 44, p. 363–372, 2001.

WANG, D.; DING, F. Least squares based and gradient based iterative identification for wiener nonlinear systems. *Signal Processing*, v. 91, p. 1182–1189, 2011.

WANG, Q. G.; HANG, C. C.; BI, Q. A technique for frequency response identification from relay feedback. *IEEE Transactions on Control System Technology*, v. 7, p. 122–128, 1999.

WANG, Q.-G.; LEE, T. H.; LIN, C. *Relay Feedback - Analysis, Identification and Control*. 1. ed. Londres: Springer, 2003.

ZHU, Y. Distillation column identification for control using wiener model. *In: Proceedings of the 1999 American Control Conference.*, San Diego, USA, p. 3462–3466, 1999.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimun settings for automatic controllers. *Transactions of the A.S.M.E.*, v. 64, p. 759–768, 1942.

ZOU Z.Y., G. L.; GUO, N. Predictive control of nonlinear hammerstein systems and application to ph processes. *In: European Control Conference ECC*, Cambridge, UK, p. 3657–3662, 2003.