



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**



WLADMIR JOSÉ GOMES FLORÊNCIO

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA CARGA EM MOINHOS DE
BOLAS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

Campina Grande – Paraíba

2015

WLADMIR JOSÉ GOMES FLORÊNCIO

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA CARGA EM MOINHOS DE
BOLAS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: **Prof. Dr. Neilor Cesar dos Santos**

Campina Grande - Paraíba

2015

WLADMIR JOSÉ GOMES FLORÊNCIO

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA CARGA EM MOINHOS DE
BOLAS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

Dissertação apresentada e aprovada em 19 de Junho de 2015, na Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento aos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica à banca examinadora constituída dos seguintes membros:

Prof. Dr. Neilor Cesar dos Santos

Orientador – IFPB/PPGEM

Prof. Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima

Examinador Interno – UAEM/PPGEM/CCT/UFPG

Prof. Dr. Wandenberg Bismarck Colaço Lima

Examinador Externo – IFPB

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pois sem ele é impossível realizar qualquer façanha ou superar qualquer tipo de obstáculo e que habilmente me dá forças para prosseguir na minha jornada.

A minha filha Evellyn Sophia e a minha esposa Silvânia Kelly, que me completam, quando acho que estou sem forças para prosseguir. Aos meus pais Ivete e Ademir que sempre me apoiaram quando precisei, bem como meus irmãos que sempre torceram por mim.

Ao professor Neilor que sem me conhecer me aceitou como aluno para orientar e passar o seu amplo acervo de conhecimento, engrandecendo-me como profissional e principalmente como pessoa.

A instituição que trabalho, o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Campus Paulistana por ter nos liberado para a realização deste trabalho.

Ao Suporte Técnico da CIMNE/DEMPack ao apoio prestado durante a elaboração do trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo apoio financeiro dado para aquisição de equipamentos utilizados na pesquisa.

Aos professores do PPGEM em especial: Carlos José, Antônio Almeida, Antônio Gilson e Marcelo Grilo que não mediram esforços para nos ajudar quando necessário. A vocês um agradecimento especial.

Ao Laboratório de Tratamento de Minério - LTM do IFPB Campus Campina Grande que nos cederam seu espaço para que pudéssemos iniciar e concluir o nosso trabalho, agradeço mesmo pela ajuda: Adriano, Wandenberg e Lúcio.

Ao Alex, o amigo de tantas viagens a João Pessoa durante vários sábados, lembre-se: iniciamos a caminhada juntos.

Aos meus amigos da graduação e Pós-Graduação em Engenharia Mecânica: Paulo Cesar e o Orlando que sem pestanejar me ajudaram quando solicitados e aos meus amigos Roberto e Francisco Brasileiro por terem sempre me apoiado nessa jornada.

Enfim, a todos aqueles que me ajudaram de maneira direta e indireta nessa caminhada, o meu muito obrigado.

Perseverança e Humildade são os ingredientes de
uma combinação perfeita para se alcançar o sucesso
e que dependem apenas de nossos esforços para se
concretizar.

Wladmir José Gomes Florêncio

RESUMO

Estudou-se a dinâmica do processo de moagem, analisando o movimento da carga de um moinho de bolas em escala de laboratório, a partir de ensaios realizados e a partir da simulação utilizando-se o Método dos Elementos Discretos (MED). Uma adaptação do sistema de transmissão mecânico, do moinho, foi feita com o objetivo de variar a velocidade de rotação entre: 57%, 60%, 65%, 70%, 75% e 80% da velocidade crítica (N_C). Ensaios de peneiramento, sem moagem e com moagem, variando o percentual de velocidade crítica do moinho, foram realizados. Com isso estabeleceu-se um ponto de corte de referência na peneira de malha (+30#), cujo objetivo foi determinar a eficiência da moagem a partir da verificação da distribuição granulométrica obtida. O comportamento da dinâmica do processo de moagem foi observado utilizando-se um sistema de filmagem em que foram analisados os deslocamentos e comparados com os obtidos pela simulação computacional em 2D, realizada no *software* de simulação DEMpack[®]. Foi desenvolvida uma metodologia com o apoio da simulação computacional da moagem, utilizando-se a posição dos corpos moedores e as características da massa, cujo objetivo foi o de determinar a potência necessária ao movimento do moinho de bolas. Verificou-se ser possível realizar a calibração do modelo de simulação a partir da comparação das imagens obtidas pela filmagem do experimento. O coeficiente de atrito influenciou o comportamento da dinâmica do processo: obteve-se melhores resultados quando se utilizou um coeficiente de atrito mais baixo para simular o comportamento dos corpos moedores e um coeficiente de atrito mais alto para simular o comportamento da carga.

Palavras-chave: Moinho de Bolas, Moagem, Método dos Elementos Discretos, Método dos Elementos Finitos, Simulação.

ABSTRACT

It was studied the dynamics of the grinding process, analyzing the movement of the load a ball mill on a laboratory scale, from tests carried out and from the simulation using the Discrete Elements Method (MED). An adaptation of mechanical transmission system of the mill was taken in order to vary the speed of rotation between: 57%, 60%, 65%, 70%, 75% and 80% of the critical speed (N_C). Screening tests without crushing and grinding, varying the percentage of critical mill speed, were performed. With that it was established a reference cutoff point in the mesh sieve (+ 30 #), whose objective was to determine the grinding efficiency from checking the particle size distribution obtained. The dynamic behavior of the milling process was observed using a recording system in which the offsets were analyzed and compared with those obtained by computer simulation of 2D held in DEMpack® simulation software. A methodology with the help of computer simulation of milling was developed, using the position of the grinding media and mass characteristics whose goal was to determine the power required to move the ball mill. It was found to be possible to perform the calibration of the simulation model based on the comparison of images obtained by shooting the experiment. The friction coefficient influence the dynamic behavior of the process: better results are obtained when using a low coefficient of friction to simulate the behavior of the grinding bodies and a higher coefficient of friction to simulate the load behavior.

Keywords: Ball Mill, Grinding, Discrete Element Method, Finite Element Method, Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Representação esquemática de um moinho cilíndrico	29
Figura 2 - Tipos de alimentadores de moinhos	31
Figura 3 - Tipos de descarga dos moinhos	32
Figura 4 - Tipos de revestimentos metálicos	33
Figura 5 - Configurações de circuitos fechados de moagem: (a) reverso, (b) normais	34
Figura 6 - Trajetórias das bolas no moinho	38
Figura 7 - Regimes de moagem: (a) cascata, (b) catarata.....	38
Figura 8 - Comportamento da carga de bolas.....	39
Figura 9 - Forças que figuram sobre a bola no moinho.....	40
Figura 10 - Efeito da velocidade do moinho em sua potência.....	43
Figura 11 - Ilustração do modelo simplificado para o cálculo do torque necessário para girar um moinho tubular	44
Figura 12 - Esquema representativo do Balanço Populacional microscópico	51
Figura 13 - Comparação do movimento da carga em um moinho de bolas operando a 70% da velocidade crítica com enchimento de 20% em laboratório com a simulação por med ...	53
Figura 14 - Movimento da carga dentro de um moinho planetário	54
Figura 15 - Ciclo de cálculo do método dos elementos discretos	55
Figura 16–Algoritmo numérico do dem.	57
Figura 17– Contato entre a partícula i e a partícula k	59
Figura 18– Modelo de contato Kelvin – Voigt: rigidez k , amortecimento η e deslizador μ ...	63
Figura 19– Modelo de contato de Hertz Mindlin	64
Figura 20 – Sistema de redução do moinho de bolas	69
Figura 21 - Moinho no suporte pronto para iniciar a rotação.....	70
Figura 22 – Minério de calcário e corpos moedores	71
Figura 23 – Equipamentos utilizados para controlar e medir a rotação do motor.....	71
Figura 24 – Equipamentos utilizados para a distribuição granulométrica do minério	72
Figura 25 - Calcário no moinho com os corpos moedores antes da moagem	73
Figura 26 – Calcário após a moagem	73
Figura 27 – Calcário nas peneiras.....	74
Figura 28 – Fluxograma do processo de moagem.....	74
Figura 29 - (a) geometria do moinho para minério e corpos moedores, (b) geometria do moinho para corpos moedores.....	75
Figura 30 - Definição dos parâmetros do calcário pelo MED, (a) material granular e (b) corpos moedores.....	76
Figura 31 - Definição dos parâmetros do material - MEF.....	77
Figura 32 – Representação esquemática mostrando a relação de transmissão do moinho sem suporte	81
Figura 33 – Representação esquemática mostrando a relação de transmissão do moinho com suporte	82
Figura 34 - Malhas geradas	88
Figura 35 – Posição dos corpos moedores no início da simulação.	89

Figura 36 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores	89
Figura 37 - Deslocamento para (60%) da velocidade crítica para dois corpos moedores.....	90
Figura 38 - Deslocamento para (65%) da velocidade crítica para dois corpos moedores.....	91
Figura 39 - Deslocamento para (70%) da velocidade crítica para dois corpos moedores.....	92
Figura 40 - Deslocamento para (75%) da velocidade crítica para dois corpos moedores.....	93
Figura 41 - Deslocamento para (80%) da velocidade crítica para dois corpos moedores.....	94
Figura 42 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores	96
Figura 43 – Deslocamento para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores	97
Figura 44 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,1$	99
Figura 45 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,1$	99
Figura 46 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,51$	100
Figura 47 – Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,51$	100
Figura 48 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,9$	101
Figura 49 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,9$	101
Figura 50 - Deslocamento para (57%) da velocidade crítica para três corpos moedores.....	102
Figura 51 - Deslocamento para (60%) da velocidade crítica para três corpos moedores.....	103
Figura 52 - Deslocamento para (65%) da velocidade crítica para três corpos moedores.....	104
Figura 53 - Deslocamento para (70%) da velocidade crítica para três corpos moedores.....	105
Figura 54 - Deslocamento para (75%) da velocidade crítica para três corpos moedores.....	106
Figura 55 - Deslocamento para (80%) da velocidade crítica para três corpos moedores.....	107
Figura 56 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores	109
Figura 57 – Deslocamento para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores	110
Figura 58 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,1$	111
Figura 59 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,1$	112
Figura 60 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,51$	112
Figura 61 – Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,51$	113
Figura 62 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,9$	114
Figura 63 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,9$	114
Figura 64 - Deslocamento para (57%) da velocidade crítica para vários corpos moedores...	115
Figura 65 - Deslocamento para (60%) da velocidade crítica para vários corpos moedores...	116
Figura 66 - Deslocamento para (65%) da velocidade crítica para vários corpos moedores...	117
Figura 67 - Deslocamento para (70%) da velocidade crítica para vários corpos moedores...	118

Figura 68 - Deslocamento para (75%) da velocidade crítica para vários corpos moedores...	119
Figura 69 - Deslocamento para (80%) da velocidade crítica para vários corpos moedores...	120
Figura 70 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores.....	122
Figura 71 – Deslocamento para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores	123
Figura 72 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,1$	124
Figura 73 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,1$	125
Figura 74 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,51$	125
Figura 75 – Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,51$	126
Figura 76 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,9$	126
Figura 77 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,9$	127
Figura 78 - Simulação do pós-processamento do moinho de bolas para corpos moedores e minério	128
Figura 79 – Tempo referente a primeira parte da metade da moagem, $\mu=0,51$	128
Figura 80 - Tempo referente a segunda parte da metade da moagem, $\mu=0,51$	129
Figura 81 – Gráfico da potência versus tempo e $\mu=0,51$	134
Figura 82 - Gráfico da posição do centro de gravidade versus tempo e $\mu=0,51$	136
Figura 83 - (a) geometria do moinho para minério e corpos moedores, (b) geometria do moinho para corpos moedores.....	146
Figura 84 - Dados do problema	147
Figura 85 - Camadas.....	147
Figura 86 - Tipos de elementos: elementos finitos e elementos discretos.....	148
Figura 87 - Definição da curva de carregamento	149
Figura 88 - Propriedade da malha - MEF	149
Figura 89 - Propriedade da malha - MED	150
Figura 90 - Definição dos parâmetros do calcário - MED	150
Figura 91 - Definição dos parâmetros do material - MEF.....	151
Figura 92 - Definição da cinemática - restrições	152
Figura 93 - Definição da cinemática - movimentos	153
Figura 94 - Definição da cinemática: master-slave	153
Figura 95 - Definição dos contatos.....	154
Figura 96 - Definição dos parâmetros de contatos	154
Figura 97 - Definição das cargas	155
Figura 98 - Definição do tipo de amortecimento.....	155
Figura 99 - Definição dos parâmetros da malha.....	156
Figura 100 - Malhas geradas	156
Figura 101 - (a) resultados nodais, (b) resultados mef, (c) resultados med.....	157
Figura 102 - Resultados MEF.....	158
Figura 103 - Resultados MED	158

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tamanho da alimentação e % de sólidos para vários tipos de moinho	35
Tabela 2 - Valores do fator k_m para o moinho de bolas	36
Tabela 3 - Carga inicial de equilíbrio, porcentagem em peso.	37
Tabela 4 - Relação diâmetro pela velocidade de operação do moinho (allis chalmers).....	42
Tabela 5 - Valores usuais de fator de enchimento dos corpos moedores	45
Tabela 6 - Velocidade crítica do moinho.....	70
Tabela 7 - Valores definidos dos parâmetros dos materiais	77
Tabela 8 - Relação de transmissão - polias (rpm)	80
Tabela 9 - Resultados teóricos.....	82
Tabela 10 - Nova relação de transmissão	84
Tabela 11 - Resultados teóricos e experimentais.....	85
Tabela 12 - Distribuição granulométrica do primeiro experimento	86
Tabela 13 - Distribuição granulométrica do segundo experimento.....	87
Tabela 14 – Diferenças percentuais entre as moagens das massas individuais e o retido simples para cada velocidade crítica.	87
Tabela 15 - Valores de dc para os tempos de 30s, 300s e 600s e $\mu=0,51$	133
Tabela 16 – Valores de T para os tempos de 30s, 300s e 600s e $\mu=0,51$	133
Tabela 17 – Valores de P para os tempos de 30s, 300s e 600s e $\mu=0,51$	134
Tabela 18 - Valores definidos dos parâmetros dos materiais	151

NOMECLATURA

Símbolo	Descrição	Unidade
B	Diâmetro da bola	<i>Polegada</i>
C	Constante relativa do material	<i>adimensional</i>
d_c	Distância do centro do moinho ao centro de gravidade	<i>cm</i>
D_m	Diâmetro interno do moinho	<i>cm</i>
e	Coefficiente de restituição	<i>adimensional</i>
E	Energia requerida por unidade de massa	<i>J</i>
E^*	Modulo de Young	<i>GPa</i>
F	Distribuição granulométrica	<i>μm</i>
F_c	Força centrífuga	<i>N</i>
F_g	Força gravitacional	<i>N</i>
F_{ij}^n	Força normal	<i>N</i>
F_{ij}^t	Força tangencial	<i>N</i>
G^*	Módulo de cisalhamento	<i>GPa</i>
H	Distância do topo do moinho ao topo da carga em repouso	<i>m</i>
I_i	Momento de inércia da partícula i	<i>Kg/m^3</i>
J	Fator de enchimento	<i>%</i>
K	Rigidez	<i>N/m</i>
K_m	Tipo de Moagem	<i>adimensional</i>
K_n	Rigidez normal	<i>N/m</i>
K_t	Rigidez tangencial	<i>N/m</i>
L	Comprimento do moinho	<i>m</i>
m	Massa da partícula	<i>kg</i>
m^*	Massa equivalente	<i>kg</i>
M_c	Massa total da carga do moinho	<i>kg</i>
m_i	Massa da partícula i	<i>kg</i>
n	Expoente indicativo da ordem do processo	<i>adimensional</i>
n_{ij}	Vetor unitário normal	<i>adimensional</i>
N	Rotação do moinho	<i>rpm</i>

N_c	Velocidade critica ou percentual da velocidade crítica	$rpm/\%$
P	Potência do moinho	$N.m/s$
R_{CM}	Centro de massa	m
R^*	Raio equivalente	m
R_{ext}	Raio externo	m
R_i	Raio da partícula i	m
r_i	Posição da partícula i	m
R_{int}	Raio interno	m
R_j	Raio da partícula j	m
r_j	Posição da partícula j	m
S	Peso específico	Kg/m^3
S_n	Rigidez de contato normal	N/m
S_t	Rigidez de contato tangencial	N/m
T	Torque para girar o moinho	$N.m$
T_f	Torque necessário para superar o atrito	$N.m$
v_j	Velocidade da partícula j	m/s
v_i	Velocidade da partícula i	m/s
v_{ij}	Velocidade relativa	m/s
v_{ij}^n	Velocidade relativa na direção normal	m/s
v_{ij}^t	Velocidade relativa na direção tangencial	m/s
v_{ij}^s	Velocidade de deslizamento	m/s
W_i	Índice de trabalho	kWh
x	Diâmetro da partícula	m
x_1	Diâmetro do produto	m
x_2	Diâmetro inicial da partícula	m
\bar{x}	Distância do centro de gravidade	m
\bar{x}_i	Distância do centro de gravidade da partícula i	m
$\frac{dv_i}{dt}$	Aceleração linear	m/s^2
$\frac{d\omega_i}{dt}$	Aceleração angular	rad/s^2
Φ	Diâmetro das polias	m
η_n	Amortecimento normal	$N s/m$

η_t	Amortecimento tangencial	$N\ s/m$
δ_{ij}^n	Deslocamento normal	m
δ_{ij}^t	Deslocamento tangencial	m
μ	Coeficiente de atrito	<i>adimensional</i>
μ_r	Coeficiente de atrito de rolamento	<i>adimensional</i>
τ_{ij}^r	Torque causado pelo atrito de rolamento	$N.m$
\hat{t}_{ij}	Vetor unitário tangente	<i>adimensional</i>
ω	Velocidade angular	rad/s
ω_i	Velocidade angular da partícula i	rad/s
$\hat{\omega}_i$	Vetor unitário da velocidade angular da partícula i	<i>adimensional</i>
Δt	Passo de tempo	s
Ψ	Coeficiente de amortecimento	<i>adimensional</i>

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCT	Centro de Ciências e Tecnologia
CIMNE	International Center for Numerical Methods in Engineering
DEM	Discrete Element Method
IFPB	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
LTM	Laboratório de Tratamento de Minério
MBP	Modelo do Balanço Populacional
MED	Método dos Elementos Discretos
MEF	Método dos Elementos Finitos
PB	Paraíba
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
UAEM	Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande

SUMÁRIO

CAPÍTULO I	20
1 INTRODUÇÃO	21
1.1 Contextualização do trabalho.....	21
1.2 Justificativas.....	24
1.3 Objetivos.....	25
1.3.1 Objetivo geral	25
1.3.2 Objetivos específicos	25
1.4 Organização do Trabalho	26
CAPÍTULO II	27
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	28
2.1 Moagem	28
2.2 Moinhos cadentes	28
2.3 Moinho de bolas.....	29
2.3.1 Características construtivas dos moinhos de bolas.....	30
2.3.2 Características operacionais dos moinhos de bolas.....	33
2.4 Movimento da carga no moinho	37
2.5 Velocidade do moinho	39
2.5.1 Potência dos moinhos	43
2.5.2 Fator de enchimento/ volume de carga.....	45
2.6 Modelos matemáticos aplicados aos processos de cominuição.....	46
2.6.1 Modelos da primeira geração	46
2.6.1.1 Modelo de Kick.....	47
2.6.1.2 Modelo de Rittinger.....	47
2.6.1.3 Modelo de Bond.....	47
2.6.2 Modelos da segunda geração	49
2.6.2.1 Modelo de Balanço Populacional.....	49
2.6.3 Modelos da terceira geração	51
2.6.3.1 Método dos Elementos Discretos.....	51

CAPÍTULO III	56
3 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	57
3.1 Leis do movimento	58
3.2 Modelos de contatos	62
3.2.1 Modelo linear massa-mola.....	62
3.2.2 Modelo não linear.....	64
CAPÍTULO IV	67
4 MATERIAIS E MÉTODOS	68
4.1 Análise do Sistema Mecânico (relação de transmissão inicial).....	68
4.2 Velocidade crítica do moinho	69
4.3 Características operacionais do moinho de bolas	70
4.4 Moagem	72
4.5 Simulação computacional	75
4.5.1 Pré – processamento do software utilizado	75
4.5.2 Pós – processamento do software utilizado.....	78
CAPÍTULO V	79
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	80
5.1 Resultados experimentais	80
5.1.1 Variação da velocidade do motor	80
5.1.2 Velocidade crítica do moinho (N_C)	81
5.2 Adequação do sistema de transmissão.....	83
5.2.1 Nova relação de transmissão	83
5.2.2 Nova velocidade do moinho	84
5.3 Moagem	85
5.4 Simulação numérica do movimento dos corpos dentro do moinho.....	88
5.4.1 Movimento dos corpos moedores no moinho.....	88
5.4.2 Movimento dos corpos moedores e do minério no moinho	127
5.5 Determinação da potência necessária para o movimento da moagem.....	132

CAPÍTULO VI	137
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	138
6.1 Conclusões	138
6.2 Sugestões para trabalhos futuros:	140
REFERÊNCIAS	141
APÊNDICES	145
Apêndice 1A: Criação da geometria do moinho.....	146
Apêndice 2A: Dados do problema.....	146
Apêndice 3A: Camadas	147
Apêndice 4A: Tipos de elementos	148
Apêndice 5A: Curvas de carregamento	148
Apêndice 6A: Propriedade das malhas	149
Apêndice 7A: Modelos de materiais.....	150
Apêndice 8A: Cinemática.....	152
Apêndice 9A: Contatos	154
Apêndice 10 A: Carregamento	155
Apêndice 11A: Amortecimento	155
Apêndice 12A: Geração de malhas.....	156
Apêndices 13A: Pós-processamento.....	157

Capítulo I
INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização do trabalho

Na indústria de mineração, para a obtenção de uma granulometria desejada, considerada ideal para uma determinada substância mineral, muitas vezes se faz necessário uma sequência de processos físicos, como: britagem, moagem, classificação e concentração e algumas vezes processos químicos como a flotação. Dada a complexidade destas operações, envolvendo materiais particulados, muitas vezes se faz necessário que em algumas destas etapas, possam ser realizadas simulações para auxiliar no estudo da eficiência do processo.

Nas últimas décadas, modelos matemáticos denominados como modelos fenomenológicos ou cinéticos foram apresentados e diferentes tipos de sistemas foram desenvolvidos com o objetivo de analisar o efeito da energia de impacto no processo de quebras das partículas minerais. O Modelo de Balanço Populacional (MBP), (Reid, 1965), tem sido largamente utilizado para a simulação e otimização de circuitos industriais de moagem.

O estudo de materiais particulados na indústria mineral deve ser minucioso, devido às dificuldades do seu manuseamento, se negligenciados podem comprometer a estrutura dos equipamentos, ou ainda ocasionar problemas no processamento, deixando de realizar um beneficiamento seletivo. Um exemplo disto, são as falhas em silos e funis industriais. Algumas vezes a falha resulta em um colapso estrutural completo, em outras são encontradas fraturas nas paredes de concreto ou na estrutura de aço. Embora estas falhas estruturais algumas vezes possam parecer de risco controlado, cuidado deve ser tomado para evitar danos maiores.

Na indústria mineral, um dos processos mais importantes utilizados no beneficiamento de minérios é o processo de cominuição¹, pois as etapas subsequentes dependem de sua eficiência em relação a redução da partícula. Este processo consiste na fragmentação do minério através da britagem e moagem.

¹ Cominuição é o processo utilizado na mineração para reduzir o tamanho de partículas por meio de compressão, impacto e abrasão, (Luz et al, 2004).

Nos processos de britagem os britadores são alimentados por partículas grosseiras, normalmente vindas diretamente da lavra (*run-of-mine*), sofrendo redução de tamanho através de forças de compressão ou impacto. A britagem devido às forças impostas, provoca fratura nos blocos de rocha, segundo direções preferenciais de cisalhamento. Como consequência seus produtos são partículas que tendem a apresentar certa cubicidade, com faces geralmente planas. A redução de tamanho (grau de redução) do material nos equipamentos de britagem é geralmente pequena. Por isso a britagem se processa em diversos estágios, tais como britagem primária, britagem secundária, britagem terciária, etc, utilizando diversos tipos de britadores, visando reduzir a granulometria até o tamanho adequado aos estágios subsequentes do processo de tratamento (normalmente moagem). Os processos de britagem geralmente são realizados a seco.

Os processos de moagem estão restritos a frações de materiais mais finos e utilizam mecanismos de abrasão e arredondamento (quebra das arestas). A moagem é uma operação de fragmentação fina, obtendo-se a partir dela: a liberação do mineral de interesse para as operações de concentração subsequentes, granulometrias compatíveis com as especificações industriais e de mercado, melhor manuseio do material, possibilitando o transporte através do bombeamento de polpas.

A moagem também se desenvolve em vários estágios, tal como ocorre na britagem, embora seu grau de redução seja sensivelmente maior.

A eficiência na moagem está relacionada a uma série de fatores que influenciam na operação dos moinhos e sua determinação poderá levar a obtenção de um produto mais fino ou mais grosseiro. São eles:

- Tipo de processo via úmida ou via seca;
- Tipo de circuito, aberto ou fechado;
- Carga circulante;
- Porcentagem de sólidos/densidade da polpa;
- Corpos moedores;
- Movimento da carga dentro do moinho;
- Velocidade de operação;
- Fator de enchimento/volume da carga dentro do moinho.

Se bem dimensionados os moinhos terão melhoradas chances de obtenção de um produto dentro das especificações desejadas bem como a otimização do processo, aumentando sua eficiência e reduzindo os custos operacionais.

A importância das operações de fragmentação (cominuição) pode ser avaliada em toda sua magnitude pela quantidade de energia consumida, em relação ao restante das operações de processamento mineral. Como exemplo clássico pode-se citar o caso da Erie Mining Co, em Minnesota, EUA que processa taconitas de ferro. Esse minério, devido à sua fina disseminação, tem que ser reduzido de 90%, ou seja, (-325#). O consumo de energia desta planta de beneficiamento é de 17,2 kwh/t, isto só em relação as operações de cominuição (Luz et al, 2010).

Isto mostra o interesse que existente no estudo de fragmentação, pois qualquer melhoramento na operação implica em considerável economia de energia no processo de beneficiamento mineral.

Desde os primeiros estudos publicados, no século XIX, até os dias de hoje, pesquisadores têm se empenhado em desenvolver modelos matemáticos para a quantificação da energia requerida para a moagem, bem como explicar o mecanismo de quebra das partículas.

Atualmente, os pesquisadores têm buscado estudar modelos para a simulação e controle dos circuitos de moagem, com o objetivo de retratar a dinâmica destes processos e otimizá-los. Para tanto, baseiam-se no modelo de balanço populacional das partículas, onde o processo de moagem é visto como resultado de subprocessos independentes e simultâneos, que produzem a distribuição de tamanhos dentro do moinho e o produto da moagem propriamente dito (Carvalho, 2009). Mais recentemente estudos a partir do MED envolvem a simulação do movimento da carga do moinho.

O conceito original do Método dos Elementos Discretos (MED) foi estabelecido por Cundall e Strack (1979, v.29, p.49 - 75) apud Mishra (2003, p.74) que aplicaram ao estudo de sólidos particulados sob condições de carregamento dinâmico. Em operações onde se utilizam moinhos cadentes², para realização da moagem, desde os primeiros trabalhos realizados por Mishra e Rajamani (1992) e Mishra e Rajamani (1994 a e 1994 b) o Método dos Elementos Discretos (MED) vem sendo utilizado.

O MED refere-se a um método numérico que permite a determinação de rotações e deslocamentos finitos de corpos discretos que interagem entre si ou entre os limites do domínio local por meio de leis de contato, onde a perda do contato e a formação de novos contatos entre os corpos são calculados num ciclo progressivo. A lei

² Os moinhos cadentes constituem-se de cilindros rotativos, onde a fragmentação do material é realizada pela ação de corpos moedores (geralmente barras ou bolas), submetidos a movimentos giratórios, (Chaves et al, 2003).

de contato muitas vezes permite a penetração virtual entre as partículas. A quantidade e a taxa de penetração levam a determinação da força de contato incremental. Cada ciclo de cálculo leva o sistema do tempo t para $t + \Delta t$ e envolve a aplicação de leis de interação incrementais força-deslocamento em cada contato, resultando em novas forças entre partículas que são resolvidos para se obter equilíbrio de novas forças e momentos para cada partícula.

A integração numérica da segunda lei do movimento de Newton produz as velocidades lineares e rotação de cada partícula. Uma segunda integração produz os deslocamentos das partículas elementares, e usando as novas posições das partículas e das velocidades, tanto na translação quanto de rotação, o ciclo de cálculo é repetido no passo seguinte do tempo, esse passo de tempo Δt utilizado é uma fração do intervalo de tempo crítico. Revisões do estado da arte da simulação do comportamento de moinhos de bolas foram feitas por Mishra (2003a e 2003b).

A simulação pelo MED constitui-se numa ferramenta importantíssima tendo em vista a possibilidade do estudo da dinâmica do comportamento da carga em moinhos de bolas, isto é possível, como já foi dito, com base nas equações do movimento e da teoria de contato entre partículas.

1.2 Justificativas

A importância das operações de fragmentação (cominuição) pode ser avaliada em toda sua magnitude pela quantidade de energia consumida, em relação ao restante das operações de processamento mineral. Estudos de simulação permitem avaliar as condições de moagem no que se refere à dinâmica da carga, um importante aspecto operacional já que a energia requerida a fragmentação do material é obtida pelo impacto, atrito e compressão da carga sobre este. A energia é acumulada pelos corpos moedores na forma de energia potencial gravitacional durante a elevação destes pela parede interna do moinho e descarregada na forma de energia cinética durante a queda. O movimento da carga está condicionado a velocidade de rotação, geometria do revestimento, fator de enchimento e diversos outros fatores. O entendimento da dinâmica da carga em um moinho de bolas oferece um potencial para a melhoria das condições de operação, o que pode ser traduzido em diminuição de gastos energéticos, redução do desgaste prematuro do revestimento entre outras melhorias. Contudo, a observação experimental da trajetória de cada um dos corpos moedores no interior do

moinho é uma tarefa que requer muita precisão, tornando esse estudo com um potencial maior de acertos sendo auxiliado e realizado por simulação. A determinação do movimento dos corpos moedores e do minério traz, de forma inerente, informações sobre as forças envolvidas no movimento, um dado muito difícil de ser obtido na prática, que permite, por exemplo, prever a potência consumida pelo equipamento.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Analisar a dinâmica do movimento da carga de um moinho de bolas a partir de ensaios realizados em laboratório e da simulação utilizando-se o Método do Elementos Discretos (MED) para o estudo de parâmetros que visam a melhoria da eficiência do processo de moagem em escala de laboratório.

1.3.2 Objetivos específicos

- Avaliar e adaptar do sistema mecânico do moinho de bolas, para possibilitar trabalhar nos níveis de velocidade de rotação requerida;
- Realizar ensaios de peneiramento, sem moagem e com moagem, como forma de estabelecer um ponto de corte para definir uma melhor distribuição granulométrica em função da variação do percentual de velocidade crítica do moinho;
- Simular o processo de moagem e comparar com os ensaios experimentais como forma de calibrar os parâmetros utilizados na modelagem pelo Método dos Elementos Discretos;
- Verificar a influência do coeficiente de atrito e da variação do percentual de velocidade crítica no comportamento dinâmico do movimento do moinho de bola utilizado;
- Analisar os resultados obtidos após a simulação da moagem para observar, a posição dos corpos moedores e as suas propriedades de massa, podem ser utilizadas para determinar a potência necessária ao movimento do moinho de bolas;

- Desenvolver uma metodologia para a determinação da potência necessária ao movimento do moinho de bolas.

1.4 Organização do Trabalho

Os tópicos tratados neste trabalho são resumidos a seguir:

No capítulo 1, corresponde a introdução em que foi feita uma apresentação do trabalho bem como a delimitação do tema, além das justificativas e dos objetivos a serem alcançados.

No Capítulo 2, é realizada uma introdução e uma breve descrição dos processos de moagens, isto é: os tipos de moinhos utilizados na indústria de mineração e as características construtivas e operacionais. Apresenta-se também, uma revisão do estudo sobre o comportamento dinâmico do moinho além dos modelos matemáticos aplicados ao estudo do processo de cominuição.

No Capítulo 3, é realizada uma breve introdução e revisão bibliográfica, da formulação usada no Método dos Elementos Discretos, destacando-se a compreensão das equações utilizadas e implementadas em programas de simulação computacional, desde as equações para os modelos até o uso dos métodos de integração numérica explícita para obtenção de soluções. O objetivo aqui foi a compreensão da teoria implementada no *software* utilizado neste trabalho.

No Capítulo 4, apresenta-se a os materiais e equipamentos utilizados nos experimentos realizados bem como alguns aspectos importantes dos principais parâmetros utilizados na modelagem pelo MED, levando-se em consideração o *software* usado nas simulações.

No Capítulo 5, apresentam-se os resultados dos experimentos realizados e das simulações assim como as discussões realizadas para a explicação dos comportamentos observados durante este estudo. Destaca-se aqui, a implementação de uma metodologia baseada no modelo de King (2001) para a determinação da potência necessária a movimentação da carga no moinho, utilizando-se o MED.

No capítulo 6, apresentam-se as conclusões obtidas a partir dos estudos realizados neste trabalho. Além das proposições para trabalhos futuros. E por fim apresentam-se as referências bibliográficas e ainda um apêndice com informações com ilustrações complementares ao trabalho.

Capítulo II
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Moagem

O processo de moagem refere-se a última etapa do processo de cominuição. Neste, as partículas por meio da combinação de impacto, compressão, abrasão e atrito, tem o seu tamanho reduzido a uma granulometria adequada à liberação do mineral de interesse, geralmente, a ser concentrado nos processos subseqüentes (Luz et al, 2010).

A cominuição realizada pela moagem trabalha com tamanhos abaixo de $\frac{3}{4}$ de polegadas e é efetuada pelos mecanismos de arredondamento de partículas quebra de pontas e abrasão (Chaves et al, 2003).

Nunca é demais mencionar, também, que “A moagem é uma operação muito cara, daí a sua importância do ponto de vista gerencial” (CHAVES, 2003, p.564). Devido a área da fragmentação requerer maiores investimentos, ocorre um maior gasto de energia, devido a importância da operação para que se tenha um bom desempenho na usina de tratamento de minério. Quando o minério apresenta um produto de granulometria grossa, tem-se a ocorrência do que se chama submoagem, com liberação parcial do mineral útil, inviabilizando o processo de concentração. Neste caso, a recuperação parcial do mineral útil e a baixa razão de enriquecimento respondem pela inviabilidade do processo. Por outro lado, se o minério apresenta um produto muito fino, ocorreu o que se chama de sobremoagem que, também, não é desejada, pois esta reduz o tamanho das partículas, desnecessariamente, o que acarretará maior consumo de energia e perdas no processo de concentração (Luz et al, 2010).

2.2 Moinhos cadentes

Os moinhos de carga cadente (moinhos de bolas, barras e seixos), são os equipamentos de moagem mais importantes, utilizados nas industriais, (Chaves et al, 2003).

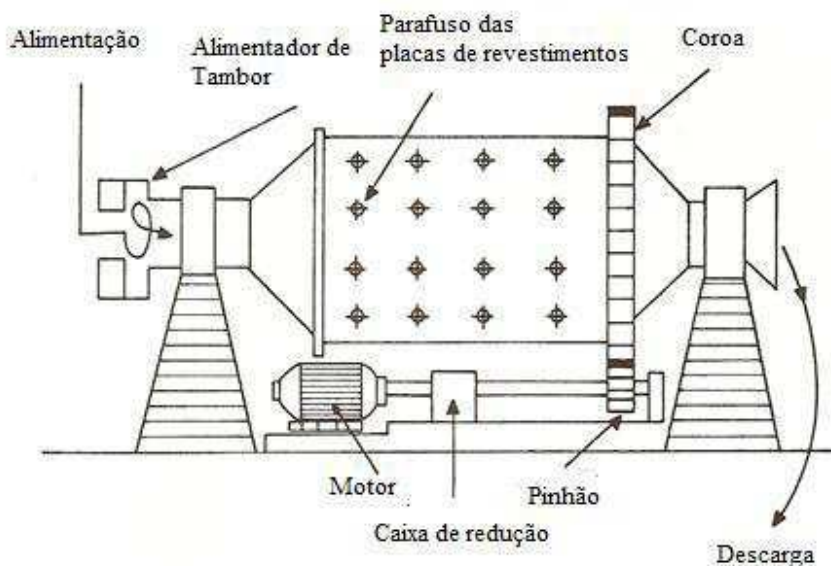
Os moinhos cadentes constituem-se de cilindros rotativos, ver Figura 1, onde a fragmentação do material é realizada pela ação de corpos moedores (geralmente barras ou bolas), submetidos a movimentos giratórios. Suas carcaças são fabricadas de chapas de aço, cujas espessuras variam entre $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{175}$ do diâmetro do moinho. As

carcaças são fechadas nas extremidades por peças de aço fundido, conhecidas por tampas, cabeças ou espelhos (heads) (Chaves et al, 2003).

Os corpos moedores dos moinhos cilíndricos são geralmente barras, bolas, seixos e “cylpebs” (peças metálicas, cilíndricas ou tronco-cônicas, usadas para substituir as bolas).

Os moinhos são sempre revestidos internamente por material resistente à abrasão (chapas de metal ou borracha). Somente em casos especiais encontram-se moinhos com revestimento cerâmico.

Figura 1 - Representação esquemática de um moinho cilíndrico



Fonte - Luz et al, (2010, p.181)

2.3 Moinho de bolas

São moinhos que trabalham com a alimentação na faixa de 14 a 28# e geram um produto tão fino quanto se queira (Chaves et al, 2003).

Os moinhos de bolas se enquadram no grupo dos moinhos cilíndricos de carga cadente. Isso significa que a moagem é desenvolvida em um vaso cilíndrico rotativo, revestido internamente com placas de aço ou borracha, contendo uma carga de corpos moedores, livre para se movimentar em seu interior. O movimento rotativo da carcaça é transmitido à carga, proporcionando a cominuição das partículas. Como as bolas têm

maior área superficial, por unidade de peso, do que as barras são mais adequadas à moagem fina.

Luz et al, (2010), ressaltam que os moinhos de bolas se diferenciam dos demais moinhos rotativos, especificamente, por possuírem uma só câmara de moagem em que o comprimento útil dessa câmara é menor que o dobro do seu diâmetro, ou seja, onde a relação comprimento/diâmetro seja de 1,5 a 1 e até menor.

2.3.1 Características construtivas dos moinhos de bolas

a) Alimentação

A alimentação usada no moinho depende do circuito de moagem, que pode ser aberto ou fechado, a seco ou a úmido. O tamanho e a velocidade de alimentação também são importantes. Esta alimentação é feita mediante quatro soluções básicas, descritas a seguir e mostradas na Fig. 2. Moinhos que operam a seco são usualmente alimentados por algum tipo de alimentador vibratório. Para moagens via úmida usam-se vários tipos de alimentadores.

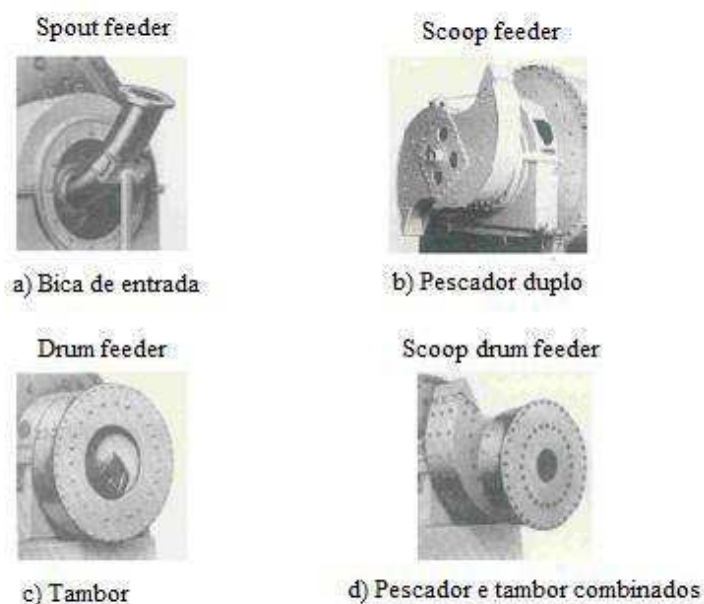
O alimentador *bica de entrada (spout feeder)* é o mais simples de todos e consiste de uma calha cilíndrica ou elíptica independente do moinho e lançando a polpa de alimentação no interior do cilindro. Este sistema se aplica quando a classificação é feita em ciclones montados a uma altura suficiente para alimentar o moinho por gravidade (Luz, et al, 2010).

O *pescador duplo (scoop feeder)* é o tipo de alimentador mais utilizado com moinho pequeno, em circuitos fechados, com classificador espiral, pois dispensa bomba de elevação de polpa (Luz, et al, 2010).

Segundo Luz, et al, (2010), o alimentador de *tambor (drum feeder)* deve ser usado no lugar do alimentador *bica de entrada (spout feeder)*, quando não se tem elevação do material acima da linha de centro do moinho. A alimentação entra no tambor via uma calha e uma espiral interna carrega a alimentação até o revestimento do munhão.

O alimentador de tambor facilita a adição de bolas ao moinho. O alimentador pescador e tambor combinados (*drum scoop feeder*) é usado, via úmida, para alimentação proveniente de níveis bem abaixo da linha de centro do moinho, por exemplo, no caso de ser utilizado classificador espiral (Luz, et al, 2010).

Figura 2 - Tipos de alimentadores de moinhos



Fonte - Luz et al, (2010, p.188)

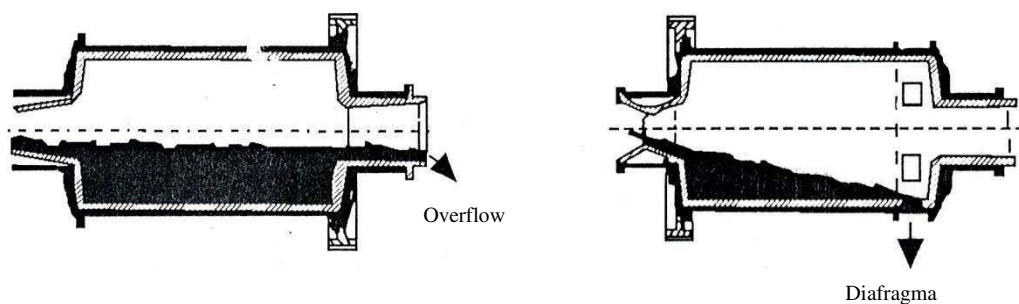
b) Descarga

Para os moinhos de bolas, dois tipos de descarga são os mais usados: descarga por grade e descarga ou (overflow) e por transbordo, como mostra a Fig. 3.

Descarga por grade ou (overflow) – neste tipo de descarga, devido à configuração do equipamento, as bolas tendem a sair na boca de descarga, juntamente com a polpa. Por isso utilizam-se dispositivos adequados para barrar a saída de bolas. A alimentação é feita em uma extremidade e a descarga na extremidade oposta, com diâmetro de abertura maior (Chaves et al, 2003).

Descarga por diafragma – é recomendada para alimentações mais grosseiras, quando se deseja minimizar a geração de finos. A descarga por diafragma corresponde à descarga periférica em moinhos de barras. O diafragma é um disco preso à carcaça interna do moinho, contendo aberturas (Chaves et al, 2003).

Figura 3 - Tipos de descarga dos moinhos



Fonte - Chaves et al, (2003, p.585)

c) Revestimento dos moinhos de bolas

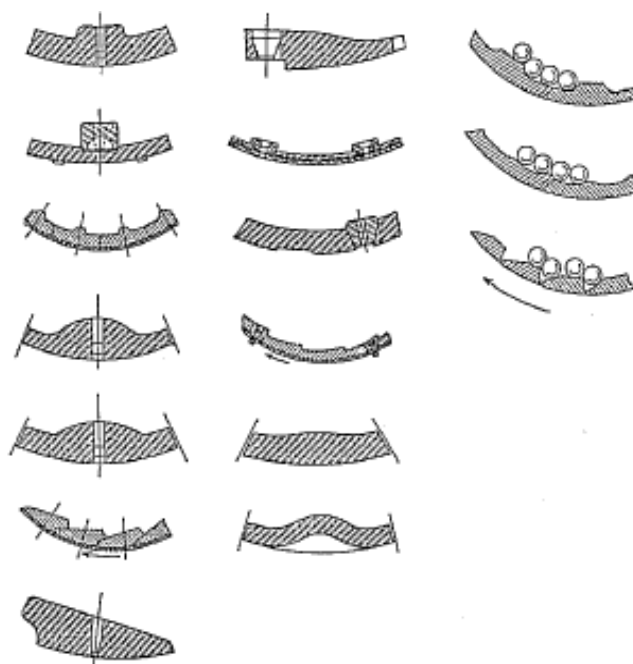
Os revestimentos de moinhos cilíndricos têm por finalidade proteger a carcaça contra o desgaste e reduzir o deslizamento da carga moedora dentro da carcaça. O revestimento pode ser feito de placas de ligas metálicas, borracha, ou mais raramente, cerâmica. Atualmente os revestimentos de borracha são os mais utilizados. A seguir apresentam-se alguns tipos de revestimentos mais usuais

O perfil do revestimento interno afeta sensivelmente a trajetória dos corpos moedores. As saliências apresentadas pelos revestimentos (*lifters*) servem para levantar as bolas e barras, dando-lhes um impulso ascendente. O revestimento liso faz com que predomine o rolamento dentro do moinho, sendo, portanto, adequado para moagens finas e quando não há partículas grosseiras na alimentação, (Chaves et al, 2003, p.579).

Taggart (1936, p.5-17) apud Chaves et al, (2003, p.579), mostra que os perfis de revestimentos metálicos tem um efeito importante sobre o meio em relação ao produto da moagem e sobre o desgaste do revestimento e corpos moedores.

Os revestimentos são produzidos em diferentes formas ver Figura 4, aplicáveis ao tipo e tamanho do moinho, material a processar (dureza, tamanho), velocidade de operação, etc., utilizando-se, muitas vezes, ferramentas computacionais para simular o comportamento da carga nas diversas aplicações, visando selecionar a melhor configuração do revestimento, bem como estudar as suas diferentes alternativas, o consumo dos corpos moedores e o desempenho na moagem (Luz, et al, 2010).

Figura 4 - Tipos de revestimentos metálicos



Fonte - Chaves et al, (2003, p.580)

2.3.2 Características operacionais dos moinhos de bolas

a) Moagem via úmida e via seca

Moagem via úmida é, geralmente, a mais utilizada em operações de processamento mineral devido à razão básica que a água é um excelente meio de transporte e dissipação de calor (Chaves, et al, 2003).

O processo de moagem a seco somente é realizado quando existe alguma razão impeditiva para o processamento via úmida. Por exemplo: quando o material tem que ser secado para posterior processamento ou comercialização. Outra razão para o uso de moagem a seco é quando o material a ser processado é solúvel em água (Chaves, et al, 2003).

b) Tipos de circuitos

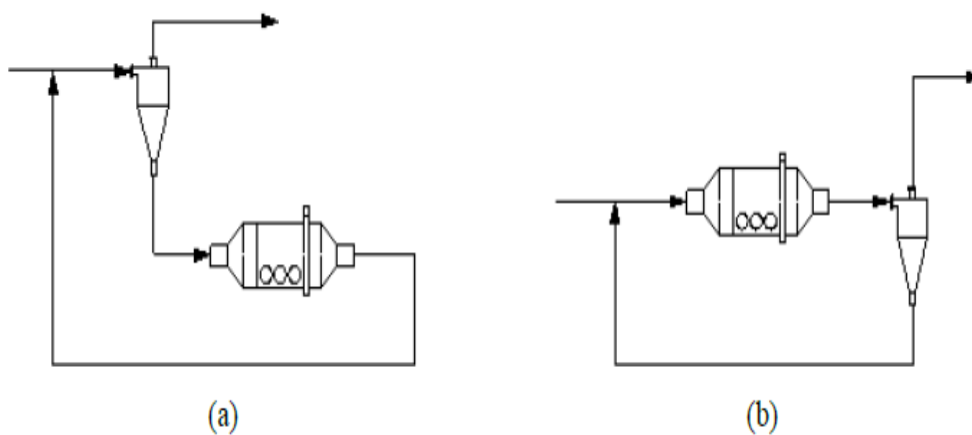
Os circuitos de moagem são divididos em dois grandes grupos: abertos e fechados.

De acordo com Luz et al, (2010), os circuitos abertos são poucos utilizados, pois não possuem quaisquer tipo de controle da distribuição de tamanho do produto. A alimentação tem que ser suficientemente baixa para assegurar que todas as partículas da polpa sejam quebradas; com isso as partículas do produto sofrem sobremoagem, o que consome uma energia desnecessária e pode dificultar o tratamento subsequente.

Geralmente, a moagem é realizada em circuito fechado, com um classificador ou peneira, cuja fração grossa retorna ao moinho como carga circulante.

Na moagem podem existir dois tipos de configuração para o circuito fechado: normal e reverso de acordo como Fig. 5. No circuito normal a alimentação nova é conduzida ao moinho e o circuito é fechado pelo equipamento de classificação. Na configuração reversa possui o equipamento de classificação recebendo a alimentação nova e o moinho fechando o circuito (Oliveira, 2012).

Figura 5 - Configurações de circuitos fechados de moagem: (a) reverso, (b) normais



Fonte - Oliveira, (2012, p.26)

c) Porcentagem de sólidos na polpa

A utilização de polpa muito diluída resulta numa moagem pouco eficiente, pois as partículas sólidas se encontram muito dispersas na polpa, sendo poucos os choques efetivos entre as partículas e as bolas. Elevando-se a porcentagem de sólidos, há um

aumento na eficiência de moagem com uma redução considerável no consumo de bolas. Essa melhora vai até certo ponto quando então a eficiência começa decrescer. Portanto, a capacidade de moagem passa por um ponto máximo que corresponde a uma determinada concentração de sólidos na polpa do moinho. Na Tab. 1 temos dados relacionados com o tamanho da alimentação, tipo de moinho e porcentagem de sólidos.

Tabela 1 - Tamanho da alimentação e % de sólidos para vários tipos de moinho

Tipos de Moinhos	Tamanho da Alimentação				
	3 a 14 Malhas	14 a 28 Malhas	28 a 48 Malhas	48 e 65 Malhas	65 Malhas
Barras	80 a 60	75 a 75	70 a 65		
Bolas (descarga de trasbordo)	75 a 50	80 a 65	85 a 65	85 a 65	80 a 60
Bolas (descarga de grade)	80 a 75	75 a 65	80 a 70	80 a 70	80 a 65

Fonte - Adaptado de Taggart apud Luz, et al, (2010, p.192.)

d) Corpos moedores

Um dos fatores que podem afetar na capacidade e eficiência dos moinhos de bolas é o tamanho dos corpos moedores. Para o cálculo do tamanho desses corpos pode-se usar princípios teóricos e ajusta-los, para cada instalação, com a prática industrial. O tamanho próprio das bolas a serem adicionadas num moinho em operação é o tamanho adequado para quebrar partículas maiores na alimentação. Entretanto, este tamanho não pode ser muito grande, pois o número de contatos de quebra será reduzido, assim como a capacidade do moinho (Luz, et al, 2010).

Através de tentativas e logicamente de erros, para dimensionar os tamanhos corretos para as bolas que compõem a carga do moinho, várias fórmulas têm sido propostas para determinar a relação entre o tamanho das bolas e o tamanho das partículas minerais. Normalmente, para moagem primária, utilizam-se bolas com diâmetro que variam entre 10 e 5 cm, enquanto para moagem secundária, utilizam-se bolas de 5 a 2 cm de diâmetro (Wills, et al, 2006).

Com auxílio das fórmulas estabelecidas por Rowland, apud Luz et al, (2010, p.193) calculam-se os diâmetros máximos dos corpos moedores.

$$B = \left(\frac{F}{K_m}\right)^{1/2} \left(\frac{SW}{N_c \sqrt{D_m}}\right)^{1/3} \quad (1)$$

Onde:

B é o diâmetro da bola, em polegadas;

F é a distribuição granulométrica da alimentação, em $[\mu\text{m}]$

K_m é o tipo de moagem;

W_i é o índice de trabalho (*Work index*) da alimentação, em $[\text{kWh}]$;

S é o peso específico do minério, em $[\text{g/cm}^3]$;

N_c é a porcentagem da velocidade crítica do moinho e;

D_m é o diâmetro do moinho interno ao revestimento, em $[\text{m}]$.

A Tabela 2 mostra os valores de K para os moinhos de bolas.

Tabela 2 - Valores do fator K_m para o moinho de bolas

Tipo de Moagem			Valores de K_m
Tipo de Processo	Tipo de Descarga	Tipo de Circuito	
Úmido	Grade (<i>Overflow</i>)	Aberto	350
Úmido	Grade (<i>Overflow</i>)	Fechado	350
Úmido	Diafragma	Aberto	330
Úmido	Diafragma	Fechado	330
Seco	Diafragma	Aberto	335
Seco	Diafragma	Fechado	335

Fonte - Adaptado de Oliveira, (2012, p.29)

Bond (1958) apud Oliveira (2012, p.30), apresenta a proporção dos tamanhos das bolas que devem ser inseridas ao moinho no início da operação, sendo similar àquela encontrada quando a operação do moinho já tenha alcançado o equilíbrio, ou seja, a carga sazoadada, Tab. 3.

Tabela 3 - Carga inicial de equilíbrio, porcentagem em peso.

Diâmetro. pol./[mm]	Diâmetro de Reposição, pol./[mm]						
	4 ^{1/2} [115]	4 [100]	3 ^{1/2} [90]	3 [75]	2 ^{1/2} [65]	2 [50]	1 ^{1/2} [40]
4 ^{1/2} [115]	23,0	-	-	-	-	-	-
4 [100]	31,0	23,0	-	-	-	-	-
3 ^{1/2} [90]	18,0	34,0	24,0	-	-	-	-
3 [75]	15,0	21,0	38,0	31,0	-	-	-
2 ^{1/2} [65]	7,0	12,0	20,5	39,0	34,0	-	-
2 [50]	3,8	6,5	11,5	19,0	43,0	40,0	-
1 ^{1/2} [40]	1,7	2,5	4,5	8,0	17,0	45,0	51,0
1 [25]	0,5	1,0	1,5	3,0	6,0	15,0	49,0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

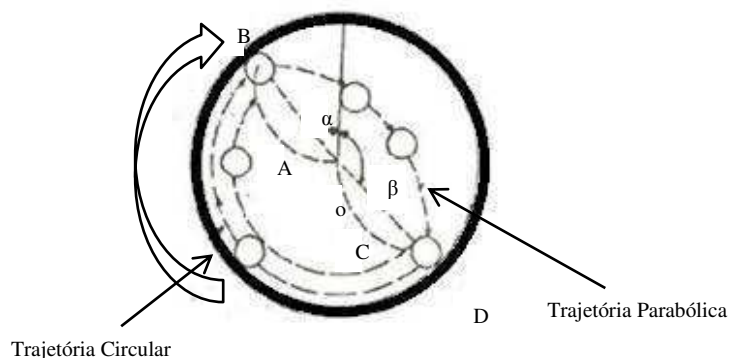
Fonte – Adaptado de Bond ,(1958) apud Oliveira, (2012, p.30)

2.4 Movimento da carga no moinho

O movimento de rotação no interior do moinho é o responsável pela fragmentação das partículas. Durante o período em que o moinho está girando a carga é levantada próximo à carcaça, devido à força centrífuga exercida sobre ela, até o ponto em que a força peso passa a ser predominante. Há um acúmulo de energia pelos corpos moedores na forma de energia potencial gravitacional durante a elevação desta pela parede interna do moinho descarregada na forma de energia cinética durante a queda.

No momento em que os corpos moedores são elevados pelo movimento da carcaça até certo ponto de onde caem, seguindo uma trajetória parabólica, sobre as outras bolas que estão na parte inferior do cilindro e sobre o minério que ocupa os interstícios das bolas, ver Fig. 6.

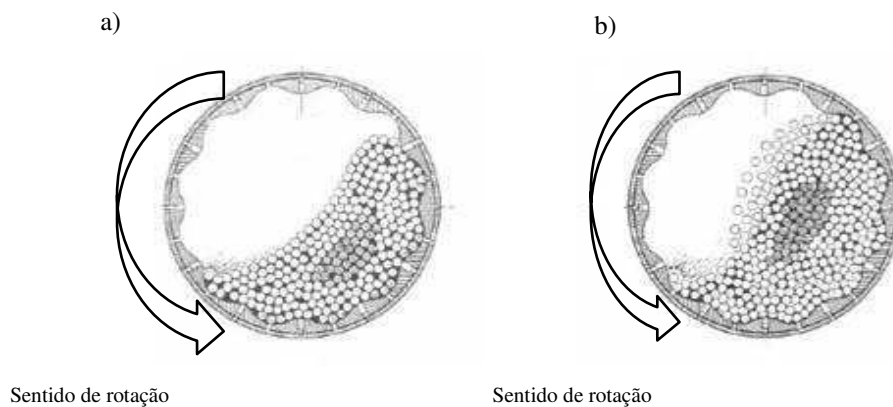
Figura 6 - Trajetórias das bolas no moinho



Fonte – Adaptado de Luz et al, (2010, p.183)

A carga sendo arremessada da parede da carcaça, em trajetória parabólica, pode apresentar dois tipos de movimento, dependendo da velocidade de rotação do moinho, cascata ou catarata Fig. 7.

Figura 7 - Regimes de moagem: (a) cascata, (b) catarata

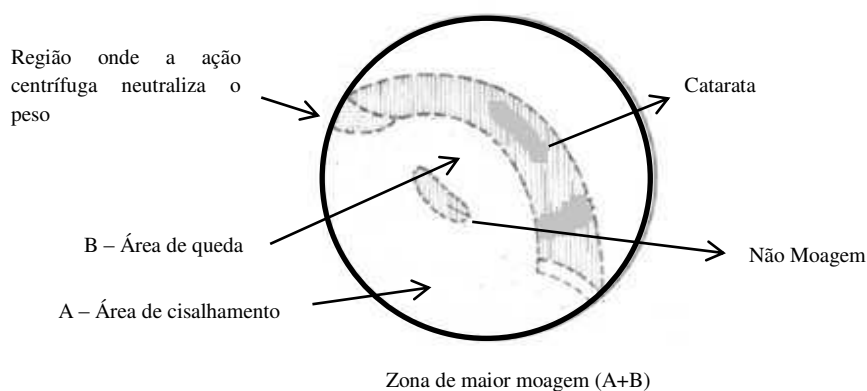


Fonte - Adaptado de Beraldo, (1987) apud Oliveira, (2012, p.31)

No movimento de cascata, as bolas rolam sobre a carga no sentido descendente, gerando a fragmentação das partículas por atrito. No movimento de catarata, as bolas são lançadas sobre a carga e a moagem é realizada, essencialmente, por impacto. Durante sua movimentação a carga apresenta três zonas de moagem, ver Fig. 8:

- Zona de cisalhamento, onde as bolas rolam umas sobre as outras em camadas concêntricas, através do próprio movimento individual das mesmas dentro do moinho. Nesta zona a quebra das partículas ocorre pelos mecanismos de compressão e cisalhamento.
- Zona de quebra, onde ocorre o movimento de cascata.
- Zona de impacto, em que a moagem ocorre pelo regime de catarata.

Figura 8 - Comportamento da carga de bolas



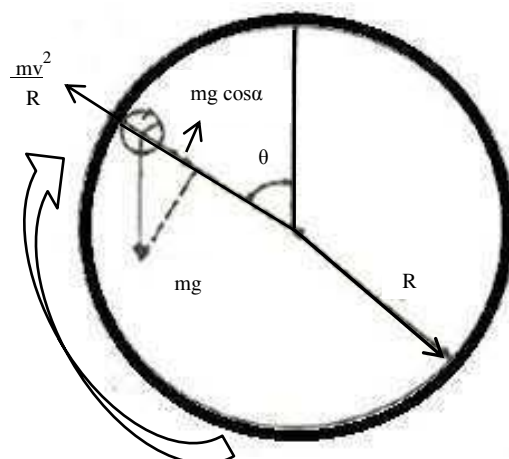
Fonte - Adaptado de Beraldo, (1987) apud Oliveira, (2012, p.31)

2.5 Velocidade do moinho

A velocidade de operação do moinho é de grande importância para um bom desempenho no processo de moagem, podendo-se reduzir o consumo de bolas, diminuir o desgaste dos revestimentos e determinar a granulometria do produto, por meio da geração de partículas mais finas ou mais grosseiras.

Devido à elevação das bolas pelo movimento do moinho e impelidas pela força centrífuga, é descrita uma trajetória circular. Enquanto a força centrífuga for maior que a força da gravidade, as bolas permanecem nesta trajetória. No momento que o componente da força da gravidade que se opõem a força centrífuga for maior que esta, as bolas abandonam a trajetória circular e passam a seguir uma trajetória parabólica, conforme a Fig. 9.

Figura 9 - Forças que Figuram sobre a bola no moinho



Fonte - Adaptado de Luz et al, (2010, p.182)

A força centrífuga é dada por:

$$F_c = m\omega^2 \frac{D_m}{2} \quad (2)$$

Onde:

F_c é a força centrífuga [N];

m é a massa da partícula (bola) [kg]

ω é a velocidade angular [rad/s]

D_m é o diâmetro interno do moinho [m].

A força gravitacional é dada por:

$$F_g = mg \quad (3)$$

Para que a partícula permaneça em contato com a parede do moinho, a força centrífuga deve ser igual a componente da força gravitacional, desta forma, tem-se que:

$$F_c = F_g \cos \theta \quad (4)$$

Onde θ é mostrado na Figura 9.

Assim, uma partícula irá separar a partir da parede no ponto onde:

$$\cos \alpha = \frac{F_c}{F_g} \quad (5)$$

A velocidade crítica do moinho, ω_c , é definida como a velocidade na qual a bola permanece em contato com a parede por um ciclo completo. Na parte superior do moinho quando $\theta = 0$, tem-se:

$$F_c = F_g \quad (6)$$

$$m \frac{\omega^2 D_m}{2} = mg \quad (7)$$

$$\omega = \left(\frac{2g}{D_m} \right)^{1/2} \quad (8)$$

A velocidade crítica é normalmente expressa em rotações por minuto

$$N_c = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2g}{D_m} \right)^{1/2} = \frac{(2 \times 9,81)^{1/2}}{2\pi D_m^{1/2}}$$

$$N_c = \frac{0,705}{D_m^{1/2}} \text{ rot/sec}$$

$$N_c = \frac{42,3}{D_m^{1/2}} \text{ rot/min} \quad (9)$$

Devido à importância da velocidade crítica para a operação de moagem, a velocidade de operação do moinho é sempre expressa em termos de sua porcentagem e pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$\% \omega_c = 2,364 N_c \sqrt{D_m} \quad (10)$$

O perfil de revestimento e a viscosidade da polpa no moinho podem ter um efeito significativo sobre a sua velocidade crítica. Usualmente moinhos operam numa faixa de 65% a 82% da velocidade crítica. Entretanto, valores mais altos com 90% muitas vezes podem se usado (King, 2000).

Na década de 20 usavam-se velocidades acima de 80% da velocidade crítica nos maiores moinhos operados na época ($D_m = 2,4\text{m}$). Entretanto, Taggart (1936) apud Luz, et al, (2010, p.190), mostrou que operando-se a 57% da velocidade crítica reduzia-se o consumo de energia, assim como de revestimento e de bolas, sem baixar muito a capacidade do moinho. Atualmente, todos os fabricantes recomendam uma sensível diminuição da velocidade de operação do moinho, com o aumento do diâmetro do cilindro. Na Tab. 4 estão os valores recomendados pela Allis-Chalmers.

Tabela 4 - Relação diâmetro pela velocidade de operação do moinho (Allis Chalmers)

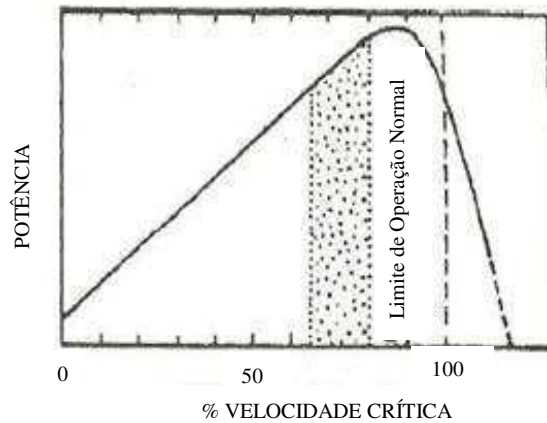
Diâmetro Interno		% da Velocidade Crítica	
Metros	Pés	Barras	Bolas
0,91 – 1,83	3 – 6	76 – 73	80 – 78
1,83 – 2,74	6 – 9	73 – 70	78 – 75
2,74 – 3,66	9 – 12	70 – 67	75 – 72
3,66 – 4,57	12 – 15	67 – 64	72 – 69
4,57 – 5,49	15 – 18	-	69 – 66

Fonte – Adaptado de Luz et al, (2010, p.191)

Outro parâmetro importante que define o desempenho de um moinho é o consumo de energia. A potência fornecida ao moinho é utilizada principalmente para levantar a carga. Uma potência adicional é necessária para manter o moinho girando.

Na Figura 10 pode-se ver o efeito na potência consumida no moinho.

Figura 10 - Efeito da velocidade do moinho em sua potência



Fonte – Adaptado de Luz et al, (2010, p.191)

2.5.1 Potência dos moinhos

Um importante cálculo que deve ser apresentado no contexto dos modelos da primeira geração é o da potência consumida nos moinhos tubulares. Um modelo simples é descrito por King (2001), e de acordo com as definições mostradas na Fig. 11.

O cálculo do torque (T), necessário para girar o moinho pode ser dado por:

$$T = M_c g d_c + T_f \quad (11)$$

Onde,

M_c é a massa total da carga do moinho em [kg];

d_c é a distância do centro do moinho ao centro de gravidade em [m] e;

T_f é torque necessário para superar o atrito [N.cm].

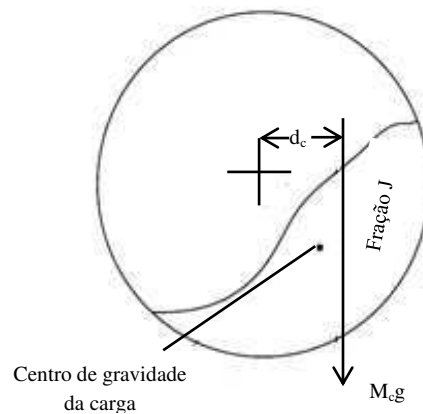
A potência do moinho P pode ser calculada a partir de:

$$P = 2\pi NT \quad (12)$$

Onde:

N é a rotação do moinho em [rpm].

Figura 11 - Ilustração do modelo simplificado para o cálculo do torque necessário para girar um moinho tubular



Fonte – Adaptado de King, (2001)

Para moinhos de diferentes diâmetros que operam na mesma fração da velocidade crítica e que têm o mesmo grau de enchimento J , a potência líquida pode ser escrita em função de um parâmetro α_p constante.

$$P_{Liq} = 2\pi N M_c g d_c = \alpha_p N_c M_c d_c = \alpha_p \left(\frac{1}{D_m^{0,5}} \right) L D_m^2 D_m \quad (13)$$

Logo:

$$P_{Liq} = \alpha_p L D_m^{2,5} \quad (14)$$

Onde,

D_m é o diâmetro interno do moinho em [m] e;

L é o comprimento do moinho [m].

No ajuste da Equação 14 a dados empíricos, expoentes de 2,3 a 3,0 em D_m são encontrados (King, 2001).

2.5.2 Fator de enchimento/ volume de carga

O fator de enchimento do moinho representa o percentual do volume do moinho ocupado pela carga (considerando os espaços vazios entre as bolas), sendo expresso pela Eq.15:

$$J = 113 - 126 \frac{H}{D_m} \quad (15)$$

Onde:

J é o fator de enchimento, em [%];

H é a distância do topo do moinho ao topo da carga em repouso em [m].

D_m é o diâmetro interno do moinho em [m]

A porcentagem da carga do moinho geralmente não excede 50% do volume. Na prática, os moinhos com descarga por overflow trabalham com fatores de enchimento que variam entre 30 e 45%, como apresentado na Tab. 5, a seguir.

Tabela 5 - Valores usuais de fator de enchimento dos corpos moedores

Tipo	Fator de Enchimento
Moinho de transbordo	45 a 30%
Moinho de grade	55 a 35%
Moinho de barras	40 a 22%

Fonte - Adaptado de Luz et al, (2010, p.192)

O volume de carga no moinho, como apresentada por Beraldo (1987) apud Oliveira (2012, p. 34), afeta diretamente a capacidade de moagem pela dependência da potência em função do grau de enchimento. Além disso, o volume da carga para uma dada velocidade de operação, também afeta o regime de moagem, onde para cargas mais altas o movimento de catarata é mais acentuado, influenciando, portanto, a distribuição granulométrica do produto.

O volume da carga influencia, também, a velocidade de quebra das partículas, sendo quase existe um ponto ótimo de grau de enchimento, onde o material ocupa em torno de 50 a 60% dos espaços vazios entre as bolas. Valores baixos e muito altos para

o grau de enchimento reduzem a velocidade de quebra, devido ao choque entre as bolas e ao acolchoamento do choque das bolas, respectivamente.

2.6 Modelos matemáticos aplicados aos processos de cominuição

2.6.1 Modelos da primeira geração

O processo de moagem demanda um alto consumo energético, o que por sua vez representa um custo total das operações subsequentes. Segundo constatações empíricas quanto menor for o tamanho da partícula a ser quebrada, maior será a energia para fragmentá-la. Logo baseado nesta informação podemos considerar uma energia incremental dE necessária para produzir uma mudança, dx , no tamanho, por exemplo, no P80. Assim, pode-se relacionar estas variações pela Eq. 16.

$$dE = -C \cdot \frac{dx}{x^n} \quad (16)$$

Onde:

E é a energia requerida por unidade de massa;

x é o diâmetro da partícula;

n é o expoente indicativo da ordem do processo;

C é a constante relativa do material.

Se integrada a Equação (16), com $n \neq 1$, obtem-se:

$$E = C \left(\frac{1}{x_2^{n-1}} - \frac{1}{x_1^{n-1}} \right) \quad (17)$$

Esta Equação é conhecida como expressão de Charles.

Seguindo este raciocínio, vários estudiosos investigaram e descreveram diferentes relações, as quais serão vistas a seguir.

2.6.1.1 Modelo de Kick

A primeira dessas relações é proposta por Friedrich Kick em 1885. Segundo este autor, “a energia necessária para produzir variações análogas no tamanho de corpos geometricamente semelhantes é constante para uma mesma redução de tamanho”.

Para $n = 1$, na Equação 17, obtemos:

$$E = C \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \quad (18)$$

Onde:

C é uma constante;

X_2 é o diâmetro do produto;

X_1 é o diâmetro inicial da partícula.

2.6.1.2 Modelo de Rittinger

A segunda relação foi formulada P. Ritter Von Rittinger, segundo a qual “a área da nova superfície produzida pela fragmentação é diretamente proporcional ao trabalho útil consumido”.

Para $n = 2$, na Equação 17, obtem-se:

$$E = C \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) \quad (19)$$

2.6.1.3 Modelo de Bond

Esses modelos matemáticos de relacionar a energia consumida com a fragmentação não satisfizeram a todos os casos práticos. F.C. Bond propôs uma lei, posteriormente conhecida por Lei de Bond (3ª Lei da Fragmentação). Ela diz: “a energia consumida para reduzir o tamanho de um material é inversamente proporcional à raiz

quadrada do tamanho”. Ele definiu como tamanho, a abertura da peneira pela qual passam 80% do material.

Para $n = 1,5$, na Equação 17, obtém-se:

$$E = C \left(\frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right) \quad (20)$$

Bond propôs o uso de um índice conhecido como W_i (*Work Index*) ou índice de trabalho, que é definido como o trabalho necessário para reduzir a unidade de peso do material considerado, desde um tamanho inicial teoricamente infinito ($F = \infty$), até uma granulometria 80% passante em 100 μm . Portanto:

$$W_i = C \left(\frac{1}{\sqrt{100}} - \frac{1}{\sqrt{\infty}} \right) \quad (21)$$

$$W_i = \frac{C}{\sqrt{x_2}} \quad (22)$$

$$C = 10W_i \quad (23)$$

Substituindo na Equação 20, o valor de C, ter-se-à:

$$E = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right) \quad (24)$$

O sentido físico deste fator (W_i), conhecido por “Work Index” ou “Índice de Trabalho”, ou ainda “Fator de Trabalho”, é o valor do trabalho em kWh/ton curta (1 ton curta = 907 Kg).

2.6.2 Modelos da segunda geração

2.6.2.1 Modelo de Balanço Populacional

Os modelos matemáticos da primeira geração apresentaram limitações, diante disto, alguns pesquisadores buscaram novas ideias para descrever os complexos mecanismos envolvidos nos processos de cominuição. Logo, novas ideias surgiram com engenheiros químicos que descreveram moinhos como sendo um processo cinético tal qual uma reação química de primeira ordem, considerando o moinho como um reator de mistura perfeita e as partículas alimentadas são os reagentes e o material cominuído é o produto. Esta hipótese necessitou de um modelo que levasse em conta o processo sobre populações (de partículas), para que pudesse ser utilizada na prática. Assim os pesquisadores lançaram mão de uma ferramenta já desenvolvida para problemas de engenharia química e utilizada nos processos de quebra e aglomeração, chamada modelo de balanço populacional (MBP).

O MBP permite levar em conta os microprocessos que ocorrem no interior de um equipamento de cominuição de partícula (transporte, quebra e classificação) e descrevê-los matematicamente. No caso de modelos de moinhos, o modelo do balanço populacional é alimentado por equações que regem propriedades médias do material, como a taxa de quebra e a distribuição de quebra do material.

Estudos anteriores a 1960 mostravam a complexibilidade da cominuição, o que levou os pesquisadores da época à necessidade de se compreender a física e os mecanismos envolvidos na fratura de partículas. Logo, paralelamente ao MBP, difundiu-se a ideia de se caracterizar mecanisticamente a quebra. Testes de fragmentação foram realizados sob condições controladas de aplicação de esforços, visando estudar o comportamento de deformação das partículas, a iniciação e propagação de falhas em sólidos e a geração de fragmentos. Porém a caracterização da fratura de partículas individuais encontrou limitações quanto à instrumentação necessária para medir algumas grandezas e inexistência de sensores e equipamentos capazes de medir as variáveis de interesse o que acabou ocasionando a estagnação de seu desenvolvimento.

Em contra partida, o MBP ganhou popularidade na indústria, sendo capaz de descrever via retro cálculo a maioria dos processos de cominuição. O retro cálculo, é

uma metodologia de otimização dos parâmetros do processo a partir dos resultados experimentais das análises granulométricas das correntes do circuito. Alguns autores (Herbst e Rajamani, 1982; Austin et al, 1984) propuseram metodologias de escalonamento de moinhos tubulares baseadas no modelo do balanço populacional. A popularidade do MBP fez com que alguns grupos seguissem diferentes linhas de pensamento nos seus modelos de cominuição baseados no modelo do balanço populacional.

Para um moinho de bolas, (Herbst e Fuerstenau, 1980) definem a taxa específica de quebra como função empírica da energia aplicada na moagem. Por outro lado, Austin, et al (1984), define a cinética como função dos parâmetros operacionais e atribui à função de distribuição de quebra integralmente as características do material. Whiten (1984), por sua vez, estabelece uma função quebra e agrega à cinética uma função de classificação deixando o modelo com mais graus de liberdade para o ajuste (sem compromisso com a cinética real do processo).

Com o avanço da tecnologia em computadores, durante a década de 80 surgiram simuladores comerciais de processos de cominuição, como é o caso do UsimPac, ModSim, JKSimMet, dentre outros. Estes simuladores são munidos de modelos que descrevem matematicamente as operações unitárias das usinas de processamento mineral. Estes modelos são baseados no MBP e estes simuladores também são capazes de estimar, via retro cálculo, parâmetros destes modelos para o processo em estado estacionário com erros de 1 a 2% em relação ao processo (Herbst e Fuerstenau, 1980).

O modelo do balanço populacional é baseado na caracterização de uma população através de uma distribuição de partículas no domínio de variáveis internas e externas, o que proporciona um procedimento de modelagem formalizado e poderoso. A ideia básica é a de que, conforme as partículas se movem através do sistema, suas coordenadas externas e internas variam: as coordenadas externas devido à movimentação física através do sistema e as internas devido às alterações proporcionadas pelo processamento.

O conjunto de coordenadas externas e internas relacionadas a uma partícula define a coordenada da localização no chamado espaço de fase. A coordenada externa descreve sua localização física atual, enquanto que as coordenadas internas descrevem características próprias das partículas. As coordenadas internas devem ser suficientemente numerosas para descrever a partícula com todo o detalhamento

necessário para sua completa caracterização em termos dos processos que precisam ser descritos, (King, 2001).

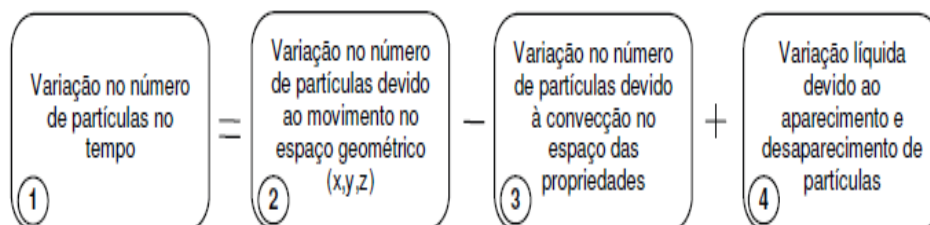
Alguns exemplos de coordenadas internas são:

- Tamanho de partícula (provavelmente a mais trabalhada);
- Composição mineralógica;
- Composição química;
- Forma da partícula e;
- Energia superficial específica.

De acordo com a aplicação específica do MBP, pode-se escolher uma ou mais coordenadas internas adequadas. Assim, na modelagem da cominuição a coordenada interna que se torna mais relevante no modelo é o tamanho de partícula.

A Equação do balanço populacional é descrita de uma forma geral na Figura 12. Esta é a descrição microscópica do processo, ou seja, as propriedades da população variam em cada segmento do espaço geométrico e também no tempo.

Figura 12 - Esquema representativo do balanço populacional microscópico



Fonte - Carvalho, (2009) apud Carvalho, (2007)

2.6.3 Modelos da terceira geração

2.6.3.1 Método dos Elementos Discretos - MED

O Método dos Elementos Discretos (MED) do inglês Discrete Element Method (DEM) refere-se a um método numérico cuja abordagem recai sobre os métodos discretos, os quais representam o meio como um conjunto de partículas independentes

que interagem com o seu vizinho mais próximo, por meio de leis de contatos locais, onde a perda de contatos e formação de novos contatos entre as partículas ocorrem progressivamente.

O conceito do MED foi originalmente apresentado por Cundall and Strack (1979) e aplicado para modelar o comportamento das partículas do solo em condições de carregamento dinâmico. Subsequentemente, esta técnica tem sido adaptada como uma alternativa para uma abordagem mecânica na modelagem de uma variedade de sistemas físicos (ver Campbell, 1990; Barker, 1994; Walton, 1994).

O MED desfruta de uma ampla gama de aplicações, onde no início da década passada, a Powder Technology dedicou um número especial a este tópico (volume 109, 2000).

O MED compreende basicamente dois estágios, o cálculo das forças de contato e posteriormente o cálculo do movimento das partículas por meio da segunda Lei de Newton. No primeiro, as forças de interação entre partículas são calculadas permitindo-se uma interpenetração entre os elementos, tornando esta formulação para cálculo da relação força-deslocamento conhecida como método dos contatos suaves, Donzé et al, (2008). Como apontado por Cundall e Hart (1992), apesar desta abordagem parecer um pouco forçada, ela de fato representa o que ocorre na superfície do plano de deformação entre duas partículas. No segundo estágio, a segunda Lei de Newton é utilizada para determinar as acelerações e velocidades de cada partícula, e a partir daí, a nova posição dos elementos. Este processo é repetido até que seja atingido o equilíbrio do sistema, e é também conhecido como Dinâmica Molecular (Neves, 2009).

No método dos Elementos Discretos os modelos são baseados em diferentes tipos de leis constitutivas para os contatos. O modelo mais simples é assumir leis de contatos lineares para a força normal e cisalhante, além de rigidez e ângulo de atrito constantes no deslizamento. Existem outros modelos força-deslocamento para o componente normal, como leis elásticas não lineares, e rigidez normal e cisalhante dependente da força. Ainda existem modelos que consideram a resistência ao rolamento das partículas (Neves, 2009).

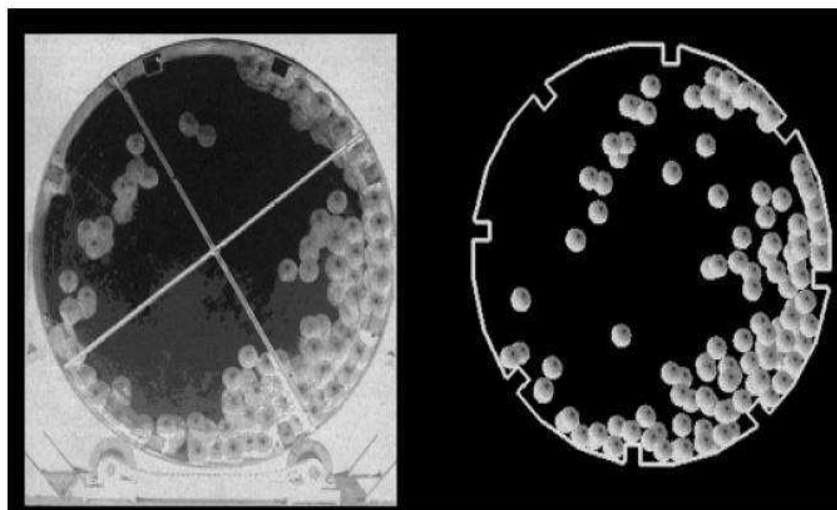
A evidência direta da carga do movimento foi limitada a apenas moinhos de escala de laboratório. Mais tarde, quando ferramentas numéricas, particularmente o método dos elementos discretos foi introduzido, Cundall e Strack (1979), ele foi adaptado inicialmente por Mishra e Rajamani (1992) e Mishra e Rajamani (1994) a e

1994 b) e, posteriormente, por muitos outros, para acompanhar o movimento da carga em moinho de grandes diâmetros.

Quase todos os pesquisadores que utilizaram o DEM para resolver problemas de engenharia mineral têm analisado o movimento da carga em moinhos tubulares. Atualmente, existem várias pesquisas direcionadas para a compreensão da dinâmica de carga em moinhos tubulares; Dentre eles estão: Cleary (2001), Inoue e Okaya (1996), Misra e Rajamani et al, (1999, 2000b) e Van Nierop et al, (2001).

O MED tem sido utilizado em muitos estudos de simulação para analisar o movimento da carga numa ampla gama de moinhos tubulares. Ele passou por vários estágios de rigoroso processo de validação antes de ser aceito como uma ferramenta numérica viável para análise de movimento. Para ilustrar, vamos comparar os dados experimentais típicos obtidos a partir de um diâmetro de 90 cm e 15 cm de comprimento de um moinho equipado com oito levantadores 4x4 cm com os resultados da simulação do MED. A Fig. 13, mostra a comparação, em que a semelhança entre o perfil de carga prevista e experimental é evidente. Extensa validação de dados experimentais podem ser encontradas em Venugopal e Rajamani (2001).

Figura 13 - Comparação do movimento da carga em um moinho de bolas operando a 70% da velocidade crítica com enchimento de 20% em laboratório com a simulação por MED

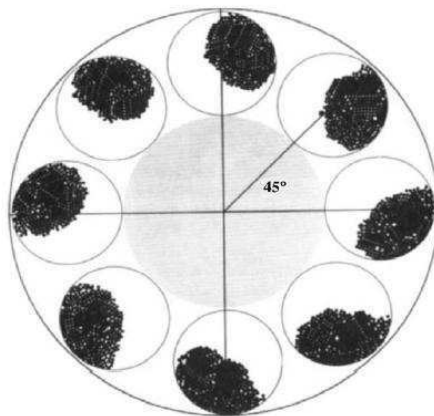


Fonte - Mishra, (2003) parte II

Enquanto a maioria dos investigadores utilizaram o MED em larga escala análise de moinhos tubulares, há vários outros que têm utilizado com sucesso a técnica de análise de movimento de carga em moinhos tecnicamente mais sofisticados. Mishra

(1994) aplicou o MED para análise de movimento de carga no moinho planetário. Uma perspectiva instantânea típica do movimento da carga num moinho planetário como previsto por 2D é mostrado na Fig. 14 (Mishra, 1995) apud Mishra, (2003).

Figura 14 - Movimento da carga dentro de um moinho planetário



Fonte - Mishra (1995) apud Mishra (2003), parte II.

O ciclo de cálculos dos algoritmos do MED consiste da geração de partículas, do acompanhamento das trajetórias, da detecção de contatos, do cálculo das forças de contato, cálculo das forças de corpo sobre cada partícula (gravidade, força de arrasto, eletrostática, etc.), da atualização da velocidade e da aceleração, da atualização das posições das partículas e seus contornos, MED Solutions Ltda. (2005) apud Santos (2013, p.54).

A Figura 15 é um modelo extraído da DEM Solutions. O ciclo recomeça com a determinação das trajetórias.

Figura 15 - Ciclo de cálculo do método dos elementos discretos



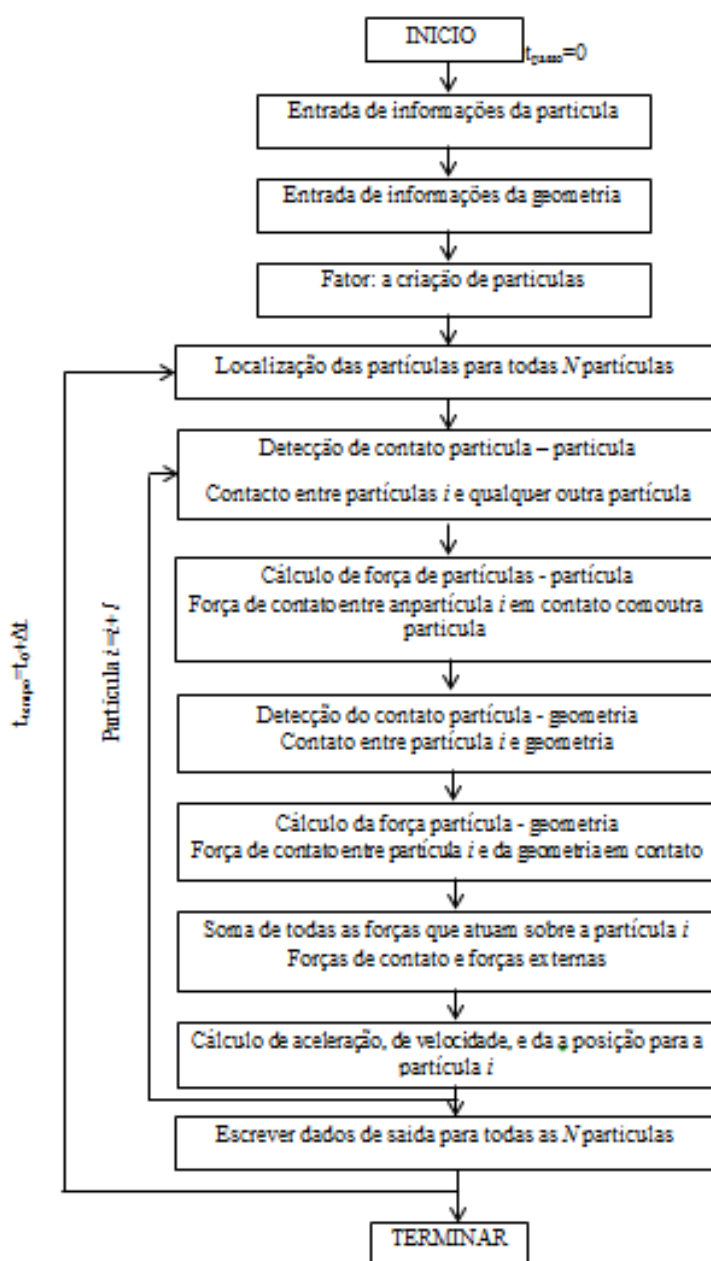
Fonte - DEM Solutions Ltda. (2005) apud Santos, (2013, p.54.)

Capítulo III
EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

3 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

O DEM empregado neste trabalho utiliza a abordagem esfera-suave originalmente desenvolvida por Cundall e Strack. Neste método, as partículas em contato são permitidas suportar pequenas deformações, e essas deformações são utilizadas para calcular as forças que atuam entre as mesmas, tal como indicado no algoritmo numérico geral ilustrado na Fig.16.

Figura 16–Algoritmo numérico do DEM.



Fonte – Adptado de Marigo, 2010.

O algoritmo numérico do DEM geralmente começa por colocar as partículas no sistema. A detecção dos contatos é a etapa em que se dá o maior consumo de tempo do ponto de vista computacional, exigindo muitas operações em termos computacionais. Uma vez que a detecção dos contatos seja concluída a força total atuando sobre cada partícula é determinada e, portanto, a translação e a rotação do movimento podem ser descritas através da integração das equações do movimento de Newton Eqs. 25 e 26. Os cálculos são realizados em intervalos de tempo discretos. Entre cada passo de tempo, as partículas movem-se em linha reta de acordo com a velocidade e aceleração calculadas no tempo precedente de cada etapa. Estas trajetórias são utilizadas para calcular as posições das partículas no próximo passo de tempo. As sobreposições (isto é, contatos) são então utilizadas para calcular as forças que atuam sobre cada partícula, que determinam a sua velocidade e aceleração no próximo intervalo de tempo. Por conseguinte, a posição, velocidade e aceleração são obtidas para todas as partículas em passos de tempo discretos. A força e o torque são a soma de todas as forças e torques que atuam sobre cada partícula, incluindo gravidade, arrasto em fluidos, campos magnéticos e campos eletrostáticos.

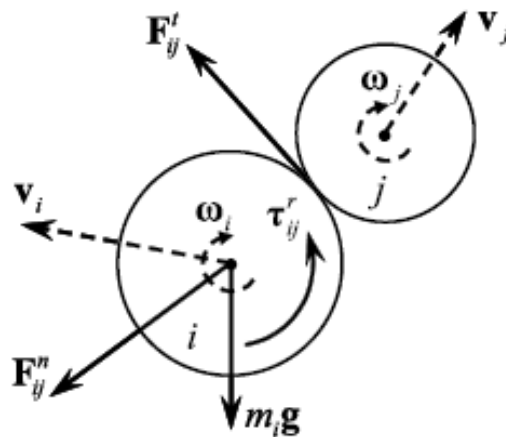
3.1 Leis do movimento

Neste trabalho, as forças e torques, devido à gravidade, colisão e atrito de rolamento são considerados e equações do movimento de Newton para uma partícula i em contato com a partícula j , assume a seguinte forma:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum (\mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t) + m_i \mathbf{g} \quad (25)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum (\mathbf{R}_i \times \mathbf{F}_{ij}^t) - \boldsymbol{\tau}_{ij}^r \quad (26)$$

Onde m_i , I_i , \mathbf{v}_i e ω_i , são respectivamente a massa, momento de inercia e velocidade translacional e rotacional da partícula i . \mathbf{F}_{ij}^n e \mathbf{F}_{ij}^t são as forças normais e tangenciais devido ao contato entre a partícula i e j no passo de tempo atual, conforme relatado na Fig. 17. \mathbf{R}_i é o vetor entre o centro da partícula i e o ponto de contato onde a força \mathbf{F}_{ij}^t é aplicada.

Figura 17– Contato entre a partícula i e a partícula k 

Fonte – Marigo, 2010.

O termo $\tau_{ij}^r = -\mu_r R_i |F_{ij}^n| \hat{\omega}_i$, na Equação 26 é adicionado devido o torque causado pelo atrito de rolamento. O parâmetro μ_r é definido como o coeficiente de atrito de rolamento e $\hat{\omega}_i$ é o vetor unitário da velocidade angular da partícula i . As perdas pelo atrito de rolamento podem surgir, por exemplo, a partir da quebra de ligações de superfícies, tais como em líquidos ou campos eletrostáticos, histerese na deformação do movimento do ponto de contato e por bloqueios devido a rugosidades na superfície de contato. Assim, enquanto que as causas da resistência ao rolamento são entendidas de um modo geral, o valor deste coeficiente de atrito é de difícil de previsão e medição para materiais granulares.

Considerando a Figura 17, tem-se que:

- R_i = raio da partícula i
- R_j = raio da partícula j
- r_i = posição da partícula i (em relação a posição do centro)
- r_j = posição da partícula j (em relação a posição do centro)
- v_i = velocidade da partícula i
- v_j = velocidade da partícula j

Quando as duas partículas estão em contato a seguinte relação é válida:

$$|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \leq R_i + R_j \quad (27)$$

O vetor unitário normal que une os centros das duas partículas é definido como:

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \quad (28)$$

A velocidade relativa é definida como:

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j \quad (29)$$

Por conseguinte, a velocidade relativa na direção normal é dada por:

$$\mathbf{v}_{ij}^n = (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij})\mathbf{n}_{ij} \quad (30)$$

A velocidade relativa na direção tangencial é dada por:

$$\mathbf{v}_{ij}^t = \mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{ij}^n \quad (31)$$

O vetor unitário tangente é calculado da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{t}}_{ij} = \frac{\mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{ij}^n}{\|\mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{ij}^n\|} \quad (32)$$

Após o cálculo da força do contato e a sua contribuição para cada partícula o movimento das partículas pode ser determinado. O movimento translacional pode ser escrito em termos de posição, velocidade e aceleração, e o movimento rotacional em termos de sua velocidade angular e aceleração angular.

As equações do movimento dadas nas Equações 25 e 26 são integradas usando diferenças finitas centrais que envolvem um valor Δt para o passo de tempo. Os valores das velocidades translacionais e velocidades angulares são calculadas para intervalos de

$t \pm n \frac{\Delta t}{2}$. No entanto, os valores dos deslocamentos, acelerações translacionais e angulares, força e torque, são calculados em intervalos primários $t \pm n \Delta t$. As acelerações são calculadas como:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left(\mathbf{v}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \mathbf{v}_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right) \quad (33)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left(\omega_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \omega_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right) \quad (34)$$

As Equações 33 e 34 podem ser substituídas em 25 e 26 determinando as velocidades para o tempo $t \pm n \frac{\Delta t}{2}$. Tem-se como resultado:

$$\mathbf{v}_i^{(t+\Delta t/2)} = \mathbf{v}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\sum \frac{1}{m_i} (\mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t) + \mathbf{g} \right) \Delta t \quad (35)$$

$$\omega_i^{(t+\Delta t/2)} = \omega_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\sum (\mathbf{R}_i \times \mathbf{F}_{ij}^t) - \boldsymbol{\tau}_{ij}^r \right) \Delta t \quad (36)$$

As velocidades mostradas nas equações acima são usadas para atualizar a posição do centro da partícula. A posição da partícula pode-se determinar como segue:

$$\mathbf{r}_i^{(t+\Delta t)} = \mathbf{r}_i^{(t)} + \mathbf{v}_i^{(t-\Delta t/2)} \Delta t \quad (37)$$

O passo de tempo para a integração numérica deve ser definido menor do que um determinado valor crítico para fazer o cálculo estável. Com base na frequência natural de um sistema característico de oscilação de massa-mola, o período de oscilação pode ser calculado como:

$$\Delta t = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (38)$$

Onde, m é a massa da partícula e K é a rigidez do sistema de mola-massa. Em sistemas reais, o passo de tempo é calculado utilizando a menor massa e a maior rigidez.

Uma vez definida a Equação para o instante em que as partículas entram em contato, alguns modelos podem ser apresentados como forma de encontrar a força que surge no momento da colisão.

O modelo mais simples de contato é o linear, em que a rigidez da mola é uma constante. Uma melhoria em relação a esse modelo ser feita considerando a teoria de Hertz para obter a relação força - deformação. Esta abordagem tem sido estendida para os casos em que a colisão de corpos tendem a deformar-se. Os modelos numéricos da interação de contato que envolve a Equação da força-deformação com um termo de amortecimento para refletir dissipação na zona de contato. Assim, a área de contato é efetivamente modelada como um sistema mola-amortecedor. Aqui, a discussão é limitada apenas à interação entre partículas esféricas.

3.2 Modelos de contatos

Um modelo é necessário para avaliar as forças entre as partículas e as partículas e qualquer outro corpo sólido (por exemplo, limites de parede), quando eles entram em contato. Não existe um consenso geral sobre qual o melhor modelo de contato uma vez que estes modelos não são equivalentes e lidam com contatos de partículas de forma diferente. Para os modelos com base na teoria de Hertz que consideram partículas que se deformam elasticamente, enquanto que o modelo linear mola amortecedor considera deformações viscoelástica. Todos estes modelos dependem de parâmetros, e de valores que deve ser incluídos na configuração. É muito importante para validar qualquer modelo baseado no DEM antes de usá-lo. A estratégia de validação deve sempre incluir um teste final entre os resultados numéricos e experimentais.

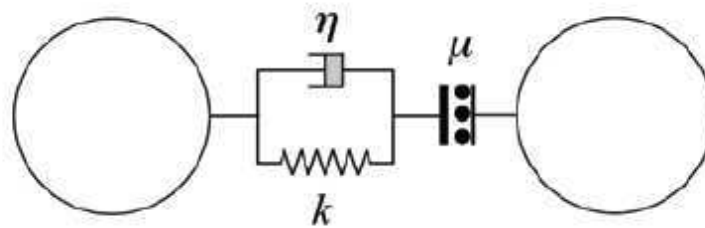
3.2.1 Modelo linear massa-mola

O modelo de contato usado por Cundall e Strack é baseado em um modelo de Kelvin-Voigt representado na Fig. 18. Uma mola, um amortecedor e um deslizador

representam o modelo de contato na direção normal e tangencial. Este modelo assume a definição dos seguintes parâmetros nas direções normais e tangenciais:

- Rigidez – k ;
- Coeficiente de amortecimento – η e;
- Coeficiente de atrito - μ .

Figura 18– Modelo de contato Kelvin – Voigt: rigidez K , amortecimento η e deslizador μ .



Fonte – Marigo, 2010.

Cundall e Strack definem na Equação 39 para o modelo de contato normal e a Eq. 40 para força de contato na direção tangencial.

$$\mathbf{F}_{ij}^n = (-k_n \delta_{ij}^n - \eta_n \mathbf{v}_{ij}^n) \quad (39)$$

$$\mathbf{F}_{ij}^t = (-k_t \delta_{ij}^t - \eta_t \mathbf{v}_{ij}^s) \quad (40)$$

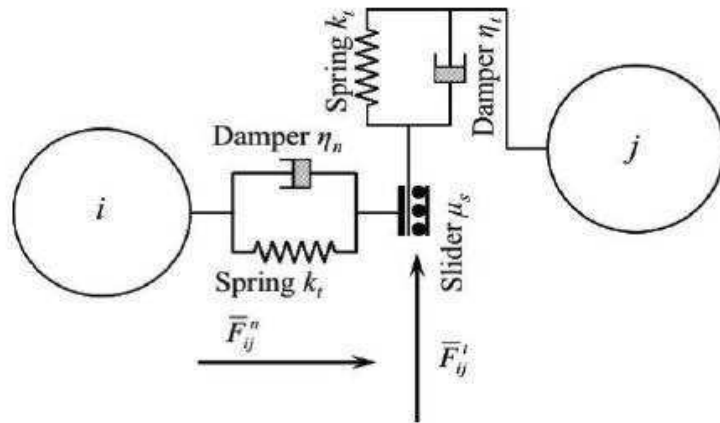
Os parâmetros de rigidez nas direções normais e tangenciais (k_n e k_t), parâmetros de amortecimento (η_n e η_t), e o coeficiente de atrito μ devem ser definidos no modelo de simulação. δ_{ij}^n e δ_{ij}^t são os deslocamento normal e tangencial devido as forças normais e tangenciais, \mathbf{v}_{ij}^s representa a velocidade de deslizamento no pontos de contato definida conforme a Eq.41:

$$\mathbf{v}_{ij}^s = \mathbf{v}_{ij} - (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij})\mathbf{n} + (R_i \omega_i + R_j \omega_j) \times \mathbf{n}_{ij} \quad (41)$$

3.2.2 Modelo não linear

Mishra (2003) estudou um modelo não-linear cuja adaptação é relativa ao modelo de contato de Cundall e Strack, Fig.19.

Figura 19– Modelo de contato de Hertz Mindlin



Fonte – Mishra, (2003), parte I.

Neste modelo, o primeiro termo da Equação 39 é substituído por um termo não linear que considera a Teoria Hertz para contato normal. Para o contato tangencial Mishra propôs uma adaptação da Eq. 39 para incluir um termo de dissipação viscosa na Eq. 42. Por conseguinte o modelo de contato modificado resulta na seguinte forma:

$$\mathbf{F}_{ij}^n = \left(-k_n \delta_{ij}^{n^{3/2}} - \eta_n (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}) \mathbf{n}_{ij} \right) \quad (42)$$

$$\mathbf{F}_{ij}^t = \left(-k_t \delta_{ij}^t - \eta_t \mathbf{v}_{ij}^t \right) \quad (43)$$

Onde \mathbf{v}_{ij}^s velocidade de deslizamento foi substituída por \mathbf{v}_{ij}^t velocidade tangencial relativa. Forças tangenciais suficientemente alta fará com que as partículas escorreguem uma em relação a outra ou outras superfícies com as quais elas estão em contato. Considere menos coesivas as partículas sujeitas a uma força normal constante: a medida do escorregamento devida a tangencial é determinada por:

$$|\mathbf{F}_{ij}^t| < \mu |\mathbf{F}_{ij}^n| \quad (44)$$

Estas equações representam um corte para a magnitude da máxima força tangencial para um dado coeficiente de atrito estático μ e é conhecida como Lei de Coulomb do atrito. Se a Eq. 44 é satisfeita o efeito de \mathbf{F}_{ij}^t é provocar uma pequena o movimento relativo, denominado "Microdeslizamento" e a Eq. 43 é utilizada como força tangencial. Se a Eq. 44 não é satisfeita o deslizamento abrange toda a área de contato e isso pode ser referido como "grosso deslizamento". Neste caso, a força tangencial é dada pela primeira lei de atrito Amontons 'da seguinte forma, onde $\hat{\mathbf{t}}_{ij}$ é o vetor unitário tangencial:

$$\mathbf{F}_{ij}^t = -\mu |\mathbf{F}_{ij}^n| \hat{\mathbf{t}}_{ij} \quad (45)$$

Este modelo é uma extensão do modelo de força de contato linear mola amortecedor de Cundall e Strack. As forças de contato normais e tangenciais não-lineares são representadas pelas Eqs.46 e 47 e que resultam de uma combinação do modelo não linear de Hertz na direção normal e do modelo de Mindlin linear elástico na direção tangencial com um termo dissipativo na direção tangencial. Para ambas as direções normais e tangenciais um segundo termo de dissipação é aplicado para explicar a energia perdida durante as colisões através de deformação inelástica e atrito.

No modelo de contato de Hertz Mindlin a colisão entre as duas esferas i e j , a força normal \mathbf{F}_{ij}^n atuando em cada esfera é dado por:

$$\mathbf{F}_{ij}^n = -\frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta_{ij}^{n\frac{3}{2}} - 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \Psi \sqrt{S_n m^*} \mathbf{v}_{ij}^n \quad (46)$$

Onde E^* é o Módulo de Young's das duas partículas que colidem, R^* é o raio equivalente δ_{ij}^n representa o deslocamento de partícula normal devido à força normal, m^* é a massa equivalente, a rigidez do contato normal $S_n = 2E^* \sqrt{R^* \delta_n}$ e \mathbf{v}_{ij}^n a componente normal da velocidade relativa. O coeficiente de amortecimento Ψ é uma função do coeficiente de restituição, e , assume um valor entre 0 e 1 (totalmente viscoso para totalmente elástico)

A força tangencial \mathbf{F}_{ij}^t depende do deslocamento tangencial δ_{ij}^t , a velocidade relativa tangencial \mathbf{v}_{ij}^t e a rigidez de contato tangencial $S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}$. A força

tangencial pode ser ainda limitada pela condição de deslizamento definida pela lei do atrito de Coulomb.

$$\mathbf{F}_{ij}^t = -S_t \delta_{ij}^t - 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \Psi \sqrt{S_n m^*} \mathbf{v}_{ij}^n \quad (47)$$

O coeficiente de amortecimento é uma função do coeficiente de restituição e é definida como:

$$\Psi = -\frac{lne}{\sqrt{(lne)^2 + \pi^2}} \quad (48)$$

onde e é o coeficiente de restituição.

Para duas esferas 1 e 2, o raio equivalente R^* , a massa equivalente m^* , o módulo de Young's E^* e o módulo de cisalhamento G^* são definidos a seguir:

$$R^* = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (49)$$

$$m^* = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)^{-1} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (50)$$

$$E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (51)$$

E_1 e E_2 são os módulos de Young's das esferas 1 e 2 e ν_1 , ν_2 os coeficientes de Poisson's das esferas 1 e 2.

$$\frac{1}{G^*} = \frac{(2 - \nu_1)}{G_1} + \frac{(2 - \nu_2)}{G_2} \quad (52)$$

G_1 e G_2 são os módulos de cisalhamento das esferas 1 e 2.

Capítulo IV
MATERIAIS E MÉTODO

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Realizou-se neste trabalho um estudo que possibilitou a calibração de um sistema mecânico que inclui o estudo da eficiência do moinho de uso em laboratório. Os testes experimentais, para a determinação de parâmetros necessários ao ajuste de informações que possa subsidiar a simulação e o *software* utilizado, foi realizado no Laboratório de Tratamento de Minérios (LTM) da Coordenação dos Cursos Técnicos Integrado e Subsequente em Mineração do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Campus Campina Grande.

Com o estudo experimental, foi possível realizar as simulações do processo de moagem com mais precisão, com a possibilidade de calibração dos modelos na simulação, nesta pesquisa utilizou-se o *software* de simulação DEMpack³ (<http://www.cimne.com/spacehome/0/1117>).

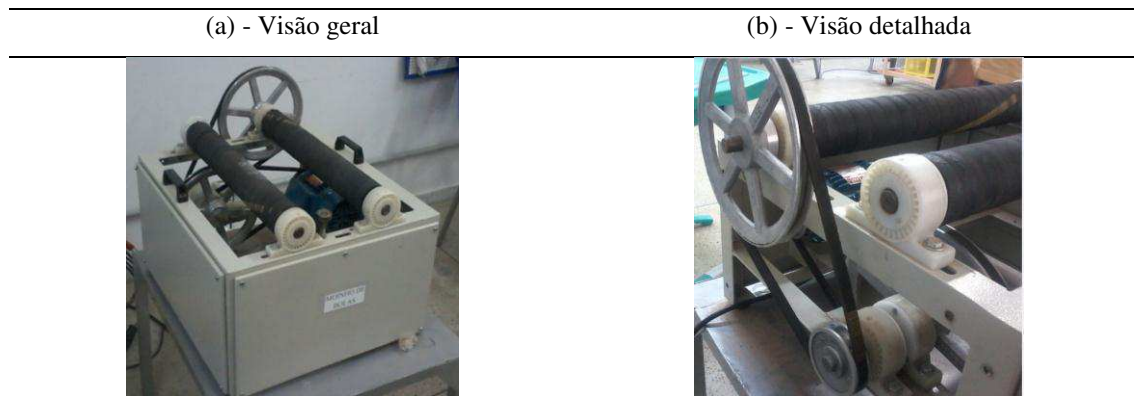
4.1 Análise do Sistema Mecânico (relação de transmissão inicial)

Para se chegar a avaliação e o estudo da influência da rotação na eficiência do moinho (a partir de determinação da velocidade crítica do moinho - N_C) primeiramente avaliou-se a relação de transmissão entre as polias que compõe um sistema de redução de velocidades. Inicialmente o sistema de redução possuía quatro polias, onde duas possuíam um diâmetro $\Phi=250\text{mm}$ e duas de $\Phi=75\text{mm}$. Uma das polias de $\Phi=75\text{mm}$, é a polia motora, na qual tem-se acoplado um motor elétrico da marca Weg, modelo 63668 com potência de $\frac{1}{2}$ Hp, cuja rotação máxima é de 3640 rpm.

Acoplado a última polia movida ($\Phi=250\text{mm}$) tem-se o rolo que transmite o movimento a jarra. Além deste rolo tem-se outro para auxiliar no suporte da jarra. Na Fig. 20 (a) e (b), mostram-se o sistema de redução bem como os rolos de transmissão de velocidade e de apoio do moinho.

³DEMPack é o nome de uma família de produtos de software baseados no DEM. A Equipe DEMPack foi criada em 2012 em CIMNE (www.cimne.com) e é responsável por todos estes produtos.

Figura 20 – Sistema de redução do moinho de bolas



Fonte - Autoria Própria

A Equação utilizada para o cálculo da relação de transmissão é dada por:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_1}{N_2} \quad (53)$$

onde ω_1 e ω_2 são a velocidade angular, r_1 e r_2 os raios, Φ_1 e Φ_2 os diâmetros e N_1 e N_2 as rotações das polias.

Logo para o sistema de redução utilizado aqui pode-se escrever a Equação 48, da seguinte forma:

$$N_4 = \frac{\Phi_3 \Phi_1}{\Phi_4 \Phi_2} N_1 \quad (54)$$

onde, a rotação da polia motriz foi chamada de N_1 , já N_2 e N_3 são as rotações para as polias intermediárias, e no mesmo eixo em que está preso o rolo a rotação da polia denomina-se N_4 .

4.2 Velocidade crítica do moinho

Para a realização da moagem foi necessário a determinação da velocidade crítica do moinho a partir da qual determina-se a velocidade de operação. No Laboratório dispõe-se de quatro jarras com diâmetros distintos e, como estes diâmetros

estão relacionados diretamente com a velocidade crítica calculou-se estas velocidades, mostradas na Tab. 6 a seguir:

Tabela 6 - Velocidade crítica do moinho

Moinho		
Dm (cm)	Velocidade Crítica - rpm	
Dm_1	11,5	124,79
Dm_2	17,5	101,20
Dm_3	19,0	97,25
Dm_4	23,5	87,27

Fonte - Autorial Própria

4.3 Características operacionais do moinho de bolas

A jarra escolhida e utilizada para a realização da moagem foi a de número quatro da Tabela 6, $Dm=23,5$ cm. A jarra foi fixada num suporte que possuía um diâmetro de 30cm, em que se tem o sistema de fixação e fechamento da jarra, para que pudesse ser realizado o movimento circular sem que houvesse perda de material, Fig. 21.

Figura 21 - Moinho no suporte pronto para iniciar a rotação

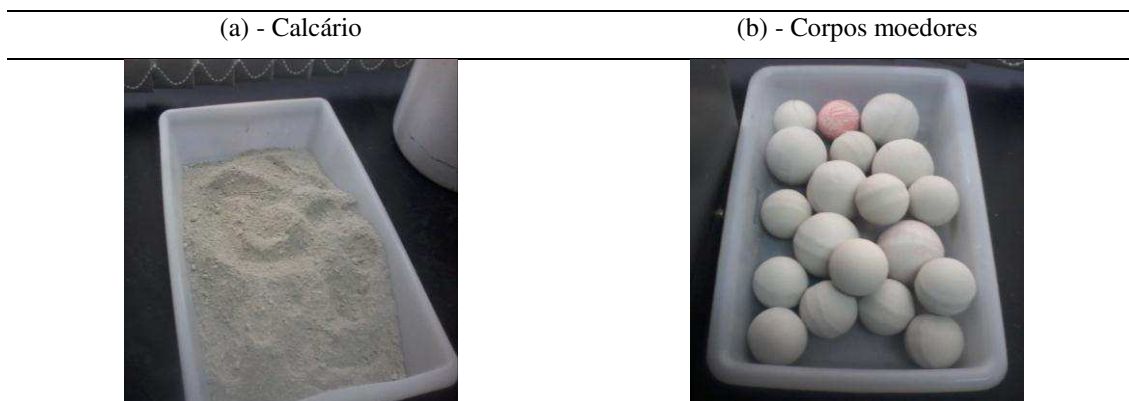


Fonte: Autorial Própria

Esta jarra tem capacidade para armazenar um volume de até 12078,08 cm³, sendo que o fator de enchimento (J) foi definido como sendo de 50% da sua capacidade total, destes, 56% foram preenchidos com minério de calcário Fig. 22(a) e 44% com

corpos moedores Fig. 22(b). Foram utilizados no experimento uma quantidade de 19 corpos moedores, sendo seis com $\Phi_{\text{médio}}=54,3\text{mm}$ e treze com $\Phi_{\text{médio}}=43,3\text{mm}$.

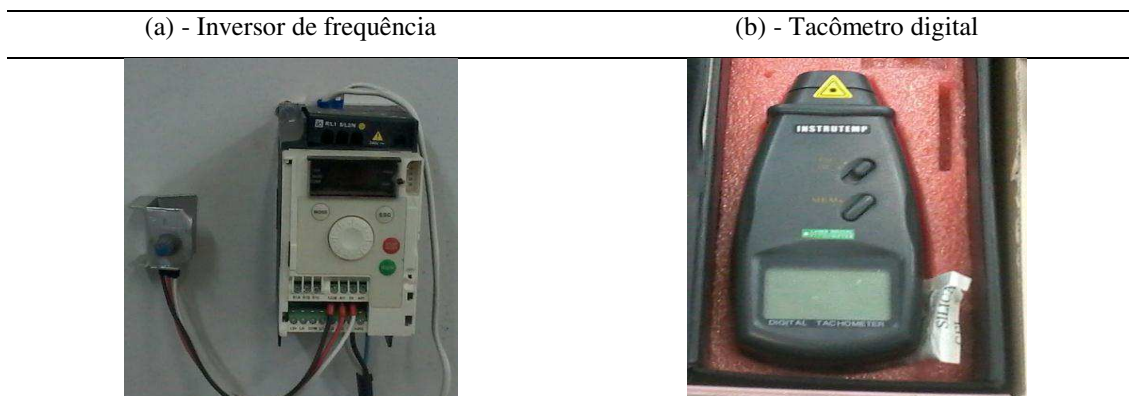
Figura 22 – Minério de calcário e corpos moedores



Fonte - Autoria Própria

Para controlar a rotação do motor foi instalado um inversor de frequência da Schneider modelo N998 para controle de motores de até 1CV de potência, Fig. 23(a). Para medir a rotação da jarra e das polias foi utilizado um tacômetro digital ótico da Instrutemp modelo ITTC7200, Fig. 23(b).

Figura 23 – Equipamentos utilizados para controlar e medir a rotação do motor



Fonte - Autoria Própria

A massa do minério e dos corpos moedores foram pesados em uma balança digital da BEL modelo 5000 com capacidade de até 5 kg, Fig. 24(a). Após a moagem o minério foi passado em um conjunto de peneiras da Bronzinox modelo 223975 com aberturas de +30#, +50# e +80#, ver Fig. 24(b), que estavam acopladas a um vibrador

de peneiras da Bertel modelo 110/220 v no qual foi observada a sua distribuição granulométrica, Fig. 24(c).

Figura 24 – Equipamentos utilizados para a distribuição granulométrica do minério



Fonte - Autoria Própria

4.4 Moagem

Antes de ser iniciada a moagem, alguns procedimentos foram adotados como forma de garantir que todos os ensaios tivessem as mesmas condições de realização.

O minério utilizado para a moagem foi o calcário, ver Figura 22(a), que tem uma densidade $2,66 \text{ g/cm}^3$. Foram utilizados aproximadamente 40,5 kg de calcário, onde 16,8 kg deste minério havia acabado de chegar da mina e encontrava-se disponível no Laboratório de Tratamento de Minério (LTM), o qual foi utilizado na primeira moagem, porém antes foram passados em um britador de mandíbulas para reduzir o seu tamanho ou granulometria. Depois de britado o calcário, dividiu-se sua massa em cinco amostras de aproximadamente 3,36 kg para que pudessem ser moídas. Para a segunda moagem foi utilizado uma massa de 23,7 kg de minério de calcário, minério este que veio também diretamente da mina para o laboratório e, portanto não ficou estocado, para esta moagem a massa do minério foi também britada e depois dividida em sete amostras de aproximadamente 3,36 kg para que fossem moídas. De ambas as moagens foram retiradas uma amostra, para que esse material fosse peneirado antes de ser moído, com o intuito de estabelecer um ponto de corte que serviria como referência para a distribuição granulométrica, além de observar se a moagem era mesmo necessária, pois o calcário é considerado uma rocha branda de baixa resistência. A Fig. 25 mostra o calcário antes da moagem junto com os corpos moedores.

Figura 25 - Calcário no moinho com os corpos moedores antes da moagem



Fonte - Autoria Própria

O tempo utilizado para o peneiramento do material que não foi cominuído (moído) foi de 10 minutos. Após este ensaio anotou-se os valores de distribuição granulométrica das peneiras para que assim pudessem ser feitas as devidas comparações com o material que seria moído e depois peneirado.

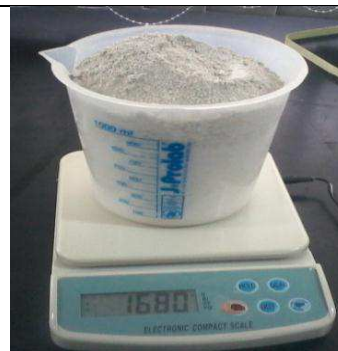
Para cada moagem, variou-se a rotação do moinho para que os valores da sua velocidade atingissem 57%, 60%, 65%, 70%, 75% e 80% da sua velocidade crítica N_C , respectivamente. Neste processo foi utilizado também o tempo fixo de 10 minutos e que após esse tempo o minério e os corpos moedores foram retirados e separados com o máximo de cuidado, para não haver perda de minério após este processo de moagem Fig. 26(a), o mesmo foi cuidadosamente pesado, Fig. 26(b).

Figura 26 – Calcário após a moagem

(a) - Calcário e corpos moedores



(b) - Calcário sendo pesado

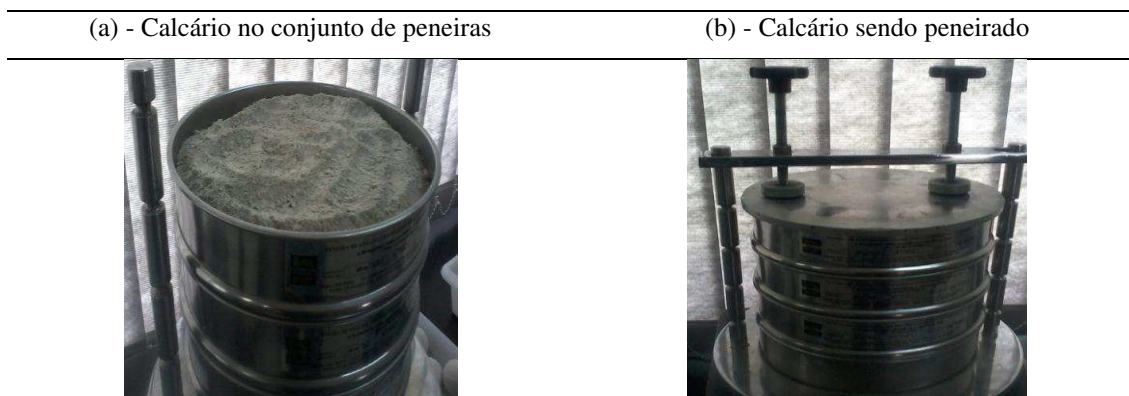


Fonte - Autoria Própria

Logo após a pesagem, o minério foi colocado em um conjunto de peneiras que estavam em ordem com as seguintes aberturas das malhas: +30# (0,595mm), seguida pela de +50# (0,297mm) e +80# (0,177mm). O fundo da peneira, que equivale ao

material menor de -80# conforme visto na Fig. 24(b), ambas acopladas a um peneirador vibratório, ver Fig. 24(c). Vale ressaltar que as peneiras tinham capacidade para suportar até 2 kg de minério, o que fez que neste caso a necessidade de dividir o material em duas partes. As Fig. 27(a) e 27(b) mostram o calcário antes de ser peneirado e durante o peneiramento.

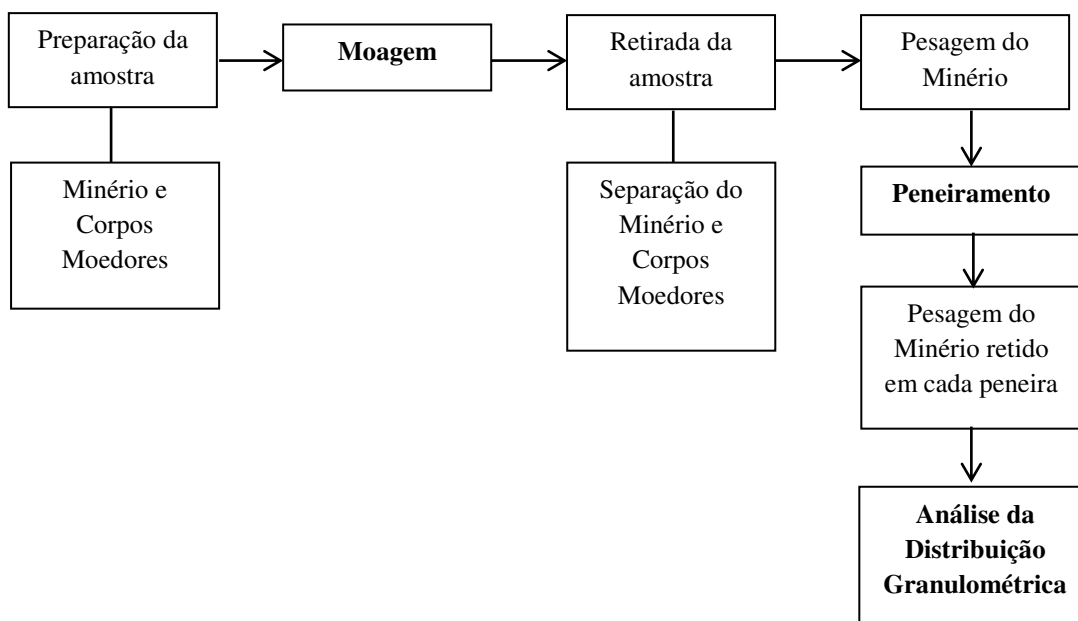
Figura 27 – Calcário nas peneiras



Fonte - Autoria Própria

O fluxograma da Figura 28 mostra as etapas do processo da moagem realizada no laboratório.

Figura 28 – Fluxograma do processo de moagem



Fonte - Autoria Própria

4.5 Simulação computacional

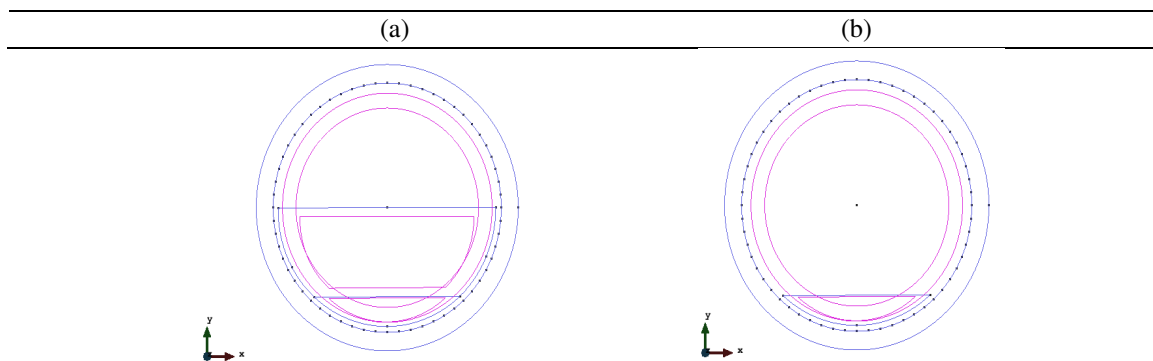
O software utilizado para simulação pelo MED foi o DEMpack. O pré-processamento foi realizado no software GiD⁴ versão 12.0.3 (<http://www.gidhome.com/>). Para que fosse possível realizar a simulação do moinho de bolas, foi necessário carregar o programa com as seguintes informações:

- a) Geometria do Moinho; b) Dados do Problema; c) Camadas; d) Tipos de Elementos; e) Curva de carregamento; f) Propriedades das Malhas; g) Materiais; h) Cinemática; i) Contatos; j) Carregamento; k) Amortecimento, l) Geração de Malhas. (Ver apêndices)

4.5.1 Pré – processamento do software utilizado

A geometria do modelo do moinho (jarra) tem dimensões originais com raios interno e externo, $R_{int}=11,75\text{cm}$ e $R_{ext}=13,50\text{cm}$, respectivamente definiu-se também dois volumes de referência, um composto por corpos moedores Fig. 29(a) e minério e um outro apenas com corpos moedores, conforme a Fig. 29(b).

Figura 29 - (a) Geometria do moinho para minério e corpos moedores, (b) Geometria do moinho para corpos moedores

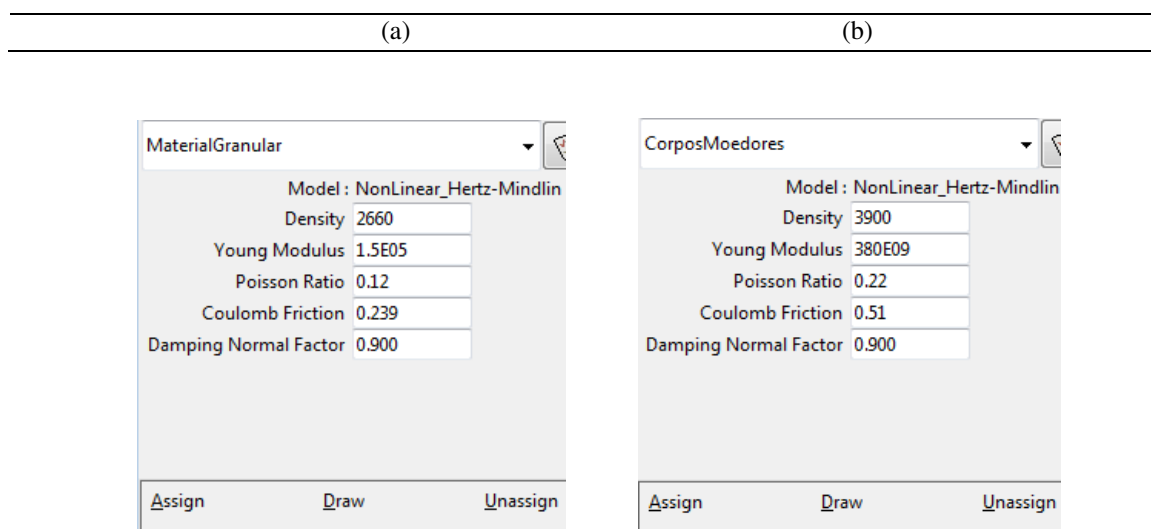


Fonte - Autoria Própria.

⁴GiD é um, adaptador de fácil utilização universal para simulações numéricas em ciência e engenharia. Ele foi projetado para cobrir todas as necessidades comuns no domínio simulações numéricas do pré para o pós-processamento: modelagem geométrica, definição eficaz de dados de análise, que engrenam, transferência de dados para o software de análise, bem como a visualização de resultados numéricos.

Os modelos de materiais foram definidos individualmente para cada parte do modelo definido no MED e no MEF. Para o MED utilizou-se **Modelo Não Linear de Hertz-Mindlin**. Este modelo utiliza diferentes formulações para atribuir às propriedades do material, que neste caso são os corpos moedores e o minério (calcário). Assim foram definidos parâmetros como: a densidade do material, o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, o atrito de Coulomb e o fator de amortecimento normal, Fig. 30(a) e 30(b).

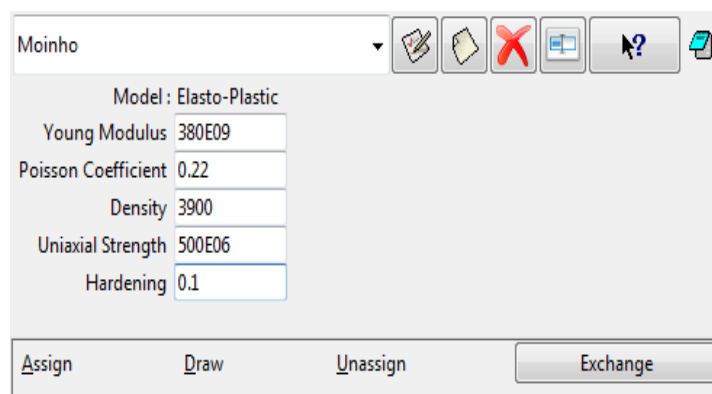
Figura 30 - Definição dos parâmetros do calcário pelo MED, (a) Material granular e (b) Corpos moedores



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Já para o modelo do MEF utilizou-se o **Modelo Elástico Plástico**, mesmo sabendo que o moinho (jarra) utilizado neste trabalho não possui essa característica, pois o seu material é composto por cerâmica de alumina. Porém como esse é o único modelo disponível para o material, no *software* utilizado e que também por sua vez alguns parâmetros foram definidos: o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, a densidade, a resistência a tração e o encruamento, Fig. 31.

Figura 31 - Definição dos parâmetros do material - MEF



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

As propriedades físicas dos materiais que compõe o calcário, moinho (jarra) e corpos moedores que são compostos por materiais de cerâmica de alumina, são mostrados na Tab. 7 a seguir:

Tabela 7 - Valores definidos dos parâmetros dos materiais

Parâmetros	Moinho	Corpos Moedores	Calcário
Módulo de Elasticidade	380 GPa	380 GPa	0,15MPa
Coefficiente de Poisson	0,22	0,22	0,12
Densidade	3900 kg/m ³	3900 kg/m ³	2660 kg/m ³
Atrito de Coulomb	-	0,1; 0,51; 0,9 ^(*)	0,239 ^(*)
Fator de Amortecimento Normal	-	0,900 ^(**)	0,900 ^(**)
Resistência a tração	500 MPa	-	-
Encruamento	0,1	-	-

Fonte - Adaptado de Silva, 2008 e disponível em:

<http://www.ceramtec.com/files/noindex/ca_manual_technical_ceramics.pdf>

(*) Valores utilizados para verificar o que mais aproxima-se do resultado experimental

(**) Valores de referência utilizado na simulação indicados pelo Suporte Técnico da CIMNE/DEMPack para substâncias densas.

Aqui o algoritmo de simulação deve ser capaz de determinar posição, deslocamento (trajetória), velocidades e forças que se estabelece entre os corpos. Porém os corpos poderão interagir entre si e entre corpos e barreiras físicas, como as paredes

do moinho. Dessa forma, é preciso saber quando ocorrem as colisões ou contatos entre os corpos na simulação.

A determinação do contato é um problema de não linearidade geométrica cujo objetivo é determinar quando e como dois ou mais corpos se tocam. Aqui, foi realizada as condições de contato entre todas as partes do modelo, onde a partir da malha mestre (*master mesh*) que foi definida como moinho e a malha alvo (*slave mesh*) que foi definido como **material granular** chegou-se ao contato denominado: **moinho - material granular**.

4.5.2 Pós – processamento do software utilizado

Nesta etapa o *software* foi alimentado com informações que seriam apresentadas no pós-processamento, baseadas no número de passos de tempo que estejam prescritos cujos intervalos de tempo gerem os resultados: elementares, nodais e dependendo dos modelos do MEF ou do MED e seus respectivos históricos.

- a) **Resultados Nodais:** salva as grandezas físicas de cada nó medida no sistema como: deslocamento angular, velocidades de translação e rotação aceleração, força, tensão entre outros.
- b) **Resultados do MEF:** salva as grandezas físicas dos elementos FEM, baseado nos pontos de Gauss, como as tensões de Von Mises.
- c) **Resultados do MED:** salva as grandezas físicas dos elementos DEM, como: desgaste, raios, densidade, contatos entre outros.

Já para o histórico de saída é possível a criação de gráficos:

- a) **MEF:** cria gráficos das grandezas físicas dos elementos FEM, com base nos pontos de saída de Gauss, como a energia, por exemplo, Ver anexos.
- b) **MED:** cria gráficos das grandezas físicas dos elementos DEM, como: coesão, contatos, tensões e energia, Ver anexos.

Capítulo V
RESULTADOS E DISCUSSÕES

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Resultados experimentais

Com o objetivo de se estudar a influência da velocidade crítica (N_C) e outros parâmetros do processo de moagem e conseqüentemente realizar simulações, para que possam apresentar resultados mais próximos de uma situação real, foi necessário, uma calibração e um redimensionamento do sistema de transmissão do moinho. Com isso objetivou-se também o estudo da distribuição granulométrica desejada em todas as velocidades críticas (N_C) estudadas, além do que, foi observada a necessidade de não sobrecarregar o motor quando este foi exigido trabalhar no limite da N_C .

5.1.1 Variação da velocidade do motor

Com o objetivo de aumentar a escala de relação de transmissão do equipamento, variou-se a velocidade do motor entre 500 rpm e 3640 rpm com intervalos de 250 rpm, rotações estas que foram medidas por um tacômetro digital.

Com base na Equação 54, foi calculada as rotações para todas as polias, teoricamente, porém utilizando-se o tacômetro digital, foi possível medir a rotação das polias experimentalmente, podendo ser feitas comparações e medidas de erro nas diferenças. Os resultados obtidos encontram-se na Tab. 8.

Tabela 8 - Relação de transmissão - Polias (RPM)

RESULTADOS TEÓRICOS				RESULTADOS EXPERIMENTAIS				ERROS (%)	
N_1	N_2	N_3	N_4	N_1	N_2	N_3	N_4	N_4	N_2
500	150	150	45	500	143	143	41	8,89	4,67
750	225	225	68	750	215	215	62	8,15	4,44
1000	300	300	90	1000	286	286	82	8,89	4,67
1250	375	375	113	1250	357	357	102	9,33	4,80
1500	450	450	135	1500	428	428	123	8,89	4,89
1750	525	525	158	1750	500	500	143	9,21	4,76
2000	600	600	180	2000	572	572	164	8,89	4,67
2250	675	675	203	2250	643	643	184	9,14	4,74
2500	750	750	225	2500	715	715	205	8,89	4,67
2750	825	825	248	2750	787	787	225	9,09	4,61
3000	900	900	270	3000	860	860	246	8,89	4,44

3250	975	975	293	3250	930	930	266	9,06	4,62
3500	1050	1050	315	3500	1002	1002	286	9,21	4,57
3640	1092	1092	328	3640	1039	1039	298	9,04	4,85
							MÉDIA	9,02	4,67

Fonte - Autoria Própria

5.1.2 Velocidade crítica do moinho (N_C)

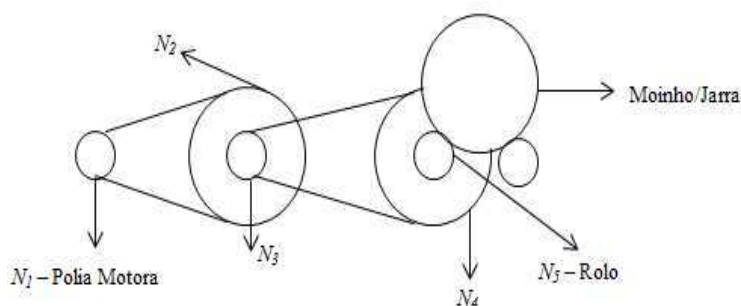
Como visto no item 4.3 utilizou-se um moinho com $D_m = 23,5$ cm, substituindo-se o valor do diâmetro na Eq. 9, obteve-se a velocidade crítica N_C que foi de:

$$N_c = \frac{42,305}{\sqrt{0,235}} \rightarrow N_c = 87,27 \text{ rpm}$$

Para os experimentos considerou-se os valores de (57%, 60%, 65%, 70%, 75% e 80%) da N_C como velocidade de rotação do moinho. A escolha destes percentuais foi baseada em Taggart (1936) apud Luz et al, (2010, p.190) e King (2000).

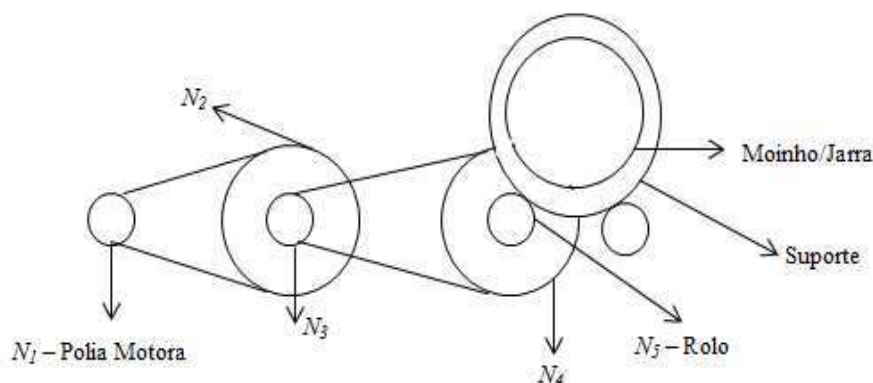
Para que fosse possível atingir as rotações referentes aos percentuais da N_C estabelecidos para o estudo, utilizou-se a transmissão por roda atrito que estabelece a relação entre os diâmetros do rolo (N_4) e a jarra do moinho. Porém estas rotações teóricas foram encontradas para dois momentos distintos, onde no primeiro momento considerou-se o moinho/jarra sem o suporte e para o segundo momento o moinho/jarra inserido num suporte, cujo diâmetro era de 30cm, ambos os casos mostrados nas Fig. 32 e 33 a seguir.

Figura 32 – Representação esquemática mostrando a relação de transmissão do moinho sem suporte



Fonte - Autoria Própria.

Figura 33 – Representação esquemática mostrando a relação de transmissão do moinho com suporte



Fonte - Aatoria Própria.

O motor utilizado possuía uma rotação máxima $N_1=3640$ rpm e que para atingir-se a N_C das rotações que foram sugeridas, sejam elas no moinho com ou sem suporte, assumiu-se que já eram conhecidas estas rotações de N_C e que para atingir essas rotações existe um valor de N_1 e N_4 teóricos para cada N_C que são calculado pela Eq.54.

Para os resultados experimentais, mediu-se com um tacômetro a rotação do moinho até este atingir a N_C requerida. Ao atingir, mediu-se as suas rotações em N_1 e N_4 , procedimento este utilizado em ambos os casos do moinho com e sem suporte.

A Tabela 9 mostra os valores individuais das rotações necessárias em N_1 e N_4 , para atingir a N_C requerida a partir dos seus percentuais, nos casos teóricos e experimentais para os casos do moinho operando com ou sem suporte.

Tabela 9 - Resultados teóricos

TEÓRICOS					
(%) N_C	N_C - rpm	N_1 - rpm necessário		N_4 - rpm necessário	
		C/SUPORTE	S/SUPORTE	C/SUPORTE	S/SUPORTE
57	49,74	2368,72	2131,85	213,18	191,87
60	52,36	2489,39	2244,05	224,40	201,96
65	56,72	2701,17	2431,05	243,11	218,79
70	61,09	2908,95	2618,06	261,81	235,63
75	65,45	3116,73	2805,06	280,51	252,46
80	69,81	3324,52	2992,06	299,21	269,29
EXPERIMENTAIS					
57	49,74	2892,00	2300	235,00	188
60	52,36	3026,00	2420	245,00	198

65	56,72	3310,00	2620	268,00	215
70	61,09	3540,00	2820	287,00	232
75	65,45	-	3020	-	248
80	69,81	-	3220	-	265

Fonte - Autoria Própria

As variações entre as rotações em N_I atingiram, em média, 18%, quando comparados os valores medidos teoricamente e experimentalmente com suporte, em média 7% quando medidos teoricamente e experimentalmente sem o suporte. Já para N_4 , as variações chegaram a variar em torno de 9%, quando comparados os valores medidos teoricamente e experimentalmente com suporte, e em média 1,8% quando medidos teoricamente e experimentalmente sem o suporte.

5.2 Adequação do sistema de transmissão

Observou-se que o sistema de redução do conjunto de polias do moinho mostrou-se inadequado, pois de acordo com os resultados experimentais obtidos, não se chegou a atingir as rotações requeridas e conseqüentemente a velocidade crítica, para os percentuais acima de 75% da sua N_c quando a rotação foi realizada com o moinho no suporte, observou-se também que foi atingido um valor limite, próximo da rotação máxima do motor o que poderia levar a sobrecarga do mesmo.

No caso da rotação do moinho com suporte chegou-se a alcançar os 80% da N_c , porém esta não é a nossa realidade uma vez que a moagem realizada necessita do suporte para prender a tampa do moinho e evitar a perda do minério.

Com o intuito de atingir-se os 80% da N_c do moinho quando este estivesse no suporte, projetou-se uma nova relação de transmissão das polias, substituindo a polia 4 (N_4) que possuía um diâmetro $\Phi=250\text{mm}$ por uma polia de $\Phi=180\text{mm}$, mantendo-se as demais polias com os mesmos diâmetros e realizou-se novos testes, os quais são demonstrados a seguir.

5.2.1 Nova relação de transmissão

Realizada a mudança no sistema de transmissão das polias do moinho e sob as mesmas condições que foram submetidos os experimentos anteriores, calculou-se a

nova relação de transmissão do moinho, cujos resultados encontram-se na Tab. 10 a seguir.

Tabela 10 - Nova relação de transmissão

RESULTADOS TEÓRICOS				RESULTADOS EXPERIMENTAIS				ERROS (%)	
POLIAS - rpm				POLIAS - rpm					
N_1	N_2	N_3	N_4	N_1	N_2	N_3	N_4	N_4	N_2
500	150	150	63	500	143	143	58	7,20	4,67
750	225	225	94	750	215	215	86	8,27	4,44
1000	300	300	125	1000	286	286	115	8,00	4,67
1250	375	375	156	1250	357	357	143	8,48	4,80
1500	450	450	188	1500	428	428	173	7,73	4,89
1750	525	525	219	1750	500	500	200	8,57	4,76
2000	600	600	250	2000	572	572	229	8,40	4,67
2250	675	675	281	2250	643	643	257	8,62	4,74
2500	750	750	313	2500	715	715	285	8,80	4,67
2750	825	825	344	2750	787	787	315	8,36	4,61
3000	900	900	375	3000	860	860	342	8,80	4,44
3250	975	975	406	3250	930	930	371	8,68	4,62
3500	1050	1050	438	3500	1002	1002	400	8,57	4,57
3640	1092	1092	455	3640	1039	1039	45	8,79	4,85
MÉDIA								8,53	4,67

Fonte - Autoria Própria

Notou-se, como esperado, que houve um aumento considerável da rotação na polia 4 (N_4), que chega a ser de 27,9% para os resultados teóricos e de 28,3% para os resultados experimentais.

5.2.2 Nova velocidade do moinho

Com base nos resultados obtidos pelo novo sistema de transmissão de polias, foram calculadas as novas rotações N_1 e N_4 de forma teórica, pela Eq. 54 como já mencionado anteriormente. Também foram assumidos o conhecimento das rotações N_C e que cada uma possuía uma rotação diferente em N_1 e N_4 para atingirem teoricamente a velocidade requerida. Para os resultados experimentais foram utilizados a mesma metodologia citada na seção 5.1.2.

Os resultados são mostrados na Tabela 11, para os casos teóricos e experimentais do moinho operando com ou sem suporte.

Tabela 11 - Resultados teóricos e experimentais

TEÓRICOS					
(%) N_C	N_C - rpm	N_I - rpm necessário		N_4 - rpm necessário	
		C/SUPORTE	S/SUPORTE	C/SUPORTE	S/SUPORTE
57	49,74	1705,48	1534,93	213,18	191,87
60	52,36	1795,24	1615,71	224,40	201,96
65	56,72	1944,84	1750,36	243,11	218,79
70	61,09	2094,45	1885,00	261,81	235,63
75	65,45	2244,05	2019,64	280,51	252,46
80	69,81	2393,65	2154,29	299,21	269,29
EXPERIMENTAIS					
57	49,74	1990,00	1643,00	225,00	188,00
60	52,36	2130,00	1728,00	242,00	198,00
65	56,72	2275,00	1888,00	260,00	215,00
70	61,09	2455,00	2018,00	280,00	232,00
75	65,50	2660,00	2168,00	303,00	248,00
80	69,80	2870,00	2308,00	325,00	265,00

Fonte - Autoria Própria

A tabela acima apresenta valores teóricos das rotações do moinho e das polias, para o caso de não haver perda de eficiência da relação de transmissão, porém se observar essa nova relação de transmissão, verifica-se que N_4 possui os mesmos valores teóricos apresentados na Tab. 9. Isso ocorre mesmo com a mudança do diâmetro em N_4 , pois os diâmetros do suporte e do moinho permanecem os mesmos assim como os dos rolos, portanto, sem afetar a rotação em N_4 .

5.3 Moagem

O processo de moagem foi dividido em dois experimentos, pois como foram vistos nos itens anteriores desta seção, dois momentos distintos ocorreram na avaliação mecânica do sistema de transmissão do moinho, em que a velocidade crítica (N_C) do mesmo pode ser determinante para alcançar a granulometria desejada na moagem.

A moagem ocorreu com o moinho no suporte, uma vez que foi necessário fechar sua tampa e a mesma só lacrava com o sistema de aprisionamento dado pelo suporte. Para estudar-se a eficiência do sistema de moagem, foi estabelecido como parâmetro de comparação a passagem do material na malha +30#, para ambos os experimentos, cujas polias estabeleceu a rotação N_4 (polia com $\Phi=250\text{mm}$ e a polia com $\Phi=180\text{mm}$).

Como já foi dito existiram dois momentos distintos na avaliação mecânica do sistema de transmissão do moinho. O primeiro momento se refere justamente à primeira moagem, obtendo-se resultados para 57%, 60%, 65% e 70% da velocidade crítica (N_C), pois ao chegar a este percentual da (N_C) praticamente estávamos no limite da rotação do motor (N_I).

A Tabela 12 mostra a distribuição granulométrica do calcário para este primeiro momento da moagem, após o peneiramento.

Tabela 12 - Distribuição granulométrica do primeiro experimento

DADOS DA AMOSTRA			MASSA INDIVIDUAL(g)				(%) RETIDO SIMPLES			
AMOSTRA	% N_C	MASSA (g)	+30#	+50#	+80#	+80#	+30#	+50#	+80#	+80#
1	57	3357	2083	579	516	179	62,05	17,25	15,37	5,33
2	60	3360	2108	600	505	147	62,74	17,86	15,03	4,38
3	65	3360	2190	555	450	165	65,18	16,52	13,39	4,91
4	70	3357	1902	659	514	282	56,66	19,63	15,31	8,40
PENEIRAMENTO SEM MOAGEM		3360	1953	554	512	341	58,13	16,49	15,24	10,15

Fonte - Autoria Própria

A segunda moagem refere-se ao segundo momento em que foi realizada a mudança da polia (N_4), nesse caso observou-se que fora alcançado todos os percentuais da (N_C) e sem sobrecarregar o motor, fazendo-o trabalhar numa faixa menor que 3000 rpm.

A Tabela 13 mostra a distribuição granulométrica do calcário para este segundo momento da moagem, após o peneiramento.

Tabela 13 - Distribuição granulométrica do segundo experimento

DADOS DA AMOSTRA			MASSA INDIVIDUAL(g)				(%) RETIDO SIMPLES			
AMOSTRA	% N _C	MASSA (g)	+30#	+50#	+80#	+80#	+30#	+50#	+80#	+80#
1	57	3357	1296	846	970	239	38,61	25,20	28,89	7,12
2	60	3356	1928	763	488	171	57,45	22,74	14,54	5,10
3	65	3357	1496	820	824	211	44,56	24,43	24,55	6,29
4	70	3357	2027	794	384	149	60,38	23,65	11,44	4,44
5	75	3356	1803	810	557	183	53,72	24,14	16,60	5,45
6	80	3354	1097	860	1167	228	32,71	25,64	34,79	6,80
PENEIRAMENTO SEM MOAGEM		3360	1865	409	758	325	55,51	12,17	22,56	9,67

Fonte - Autoria Própria

Observa-se que o segundo experimento mostrou uma distribuição granulométrica mais satisfatória, dentro da malha de interesse que foi a de (+30#) em relação ao resultado do primeiro experimento, demonstrado pela menor quantidade de massa, e conseqüentemente menor percentual de minério retido na peneira.

Fazendo-se uma comparação para cada percentual da velocidade crítica individualmente, Tab. 14, verifica-se que houve uma diferença na massa retida, entre os experimentos. Isso pode ter sido devido a falta de homogeneidade do calcário, ou seja, o mesmo pode ter vindo de diferentes frentes de lavra, o que explicaria esta diferença em sua distribuição granulométrica, uma vez que para ambos os experimentos foram realizados sob as mesmas condições de operação.

Tabela 14 – Diferenças percentuais entre as moagens das massas individuais e o retido simples para cada velocidade crítica.

Dados da Amostra			Diferença Percentual da Massa Individual (%)				Diferença Percentual do retido simples (%)			
AMOSTRA	% N _C	MASSA (g)	+30#	+50#	+80#	+80#	+30#	+50#	+80#	+80#
1	57	3357	60,72	31,56	46,80	25,10	60,71	31,55	46,80	25,14
2	60	3356	9,33	21,36	3,48	14,04	9,21	21,46	3,37	14,12
3	65	3357	46,39	32,32	45,39	21,80	46,27	32,38	45,46	21,94
4	70	3357	6,17	17,00	33,85	89,26	6,16	17,00	33,83	89,19
5	75	3356	NÃO HOUVE COMPARAÇÕES							
6	80	3354								

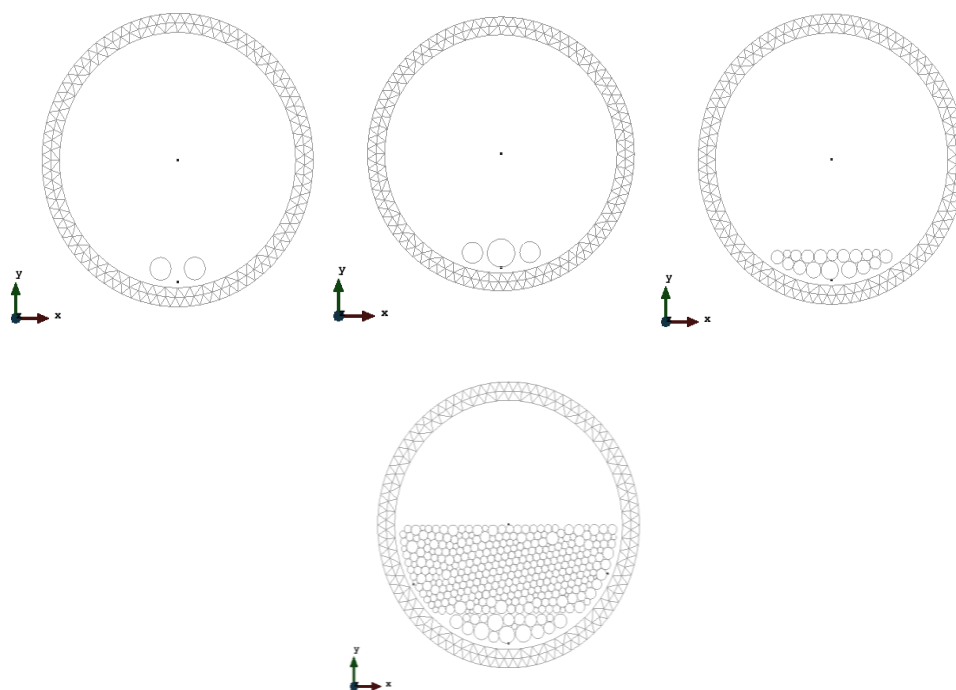
Fonte - Autoria Própria

5.4 Simulação numérica do movimento dos corpos dentro do moinho

5.4.1 Movimento dos corpos moedores no moinho

Foram realizadas 4 (quatro) diferentes tipos de simulações, ver Figura 31. A primeira, apenas com 2 (dois) corpos moedores, a segunda com 3 (três) corpos moedores, a terceira com 18 (dezoito) corpos moedores, com o objetivo de validar a simulação computacional a partir dos resultados experimentais, e a quarta simulação com os corpos moedores e o minério com o objetivo de estudar o movimento dos corpos no processo de moagem. Na Fig. 34 observa-se as malhas geradas pelo *software* para análise do comportamento dos corpos moedores no interior da jarra do moinho. Para simular o movimento da jarra do moinho a mesma foi discretizada pelo Método dos Elementos Finitos, sendo gerado uma malha de elementos triangulares lineares com três graus de liberdade. Os corpos moedores foram discretizados pelo Método dos Elementos Discretos para a simulação do movimento dos corpos moedores e utilizado o modelo de contato de Hertz-Mindlin para simular o comportamento de interação entre os corpos moedores e entre as paredes da jarra do moinho (malha de elementos finitos) e os corpos moedores.

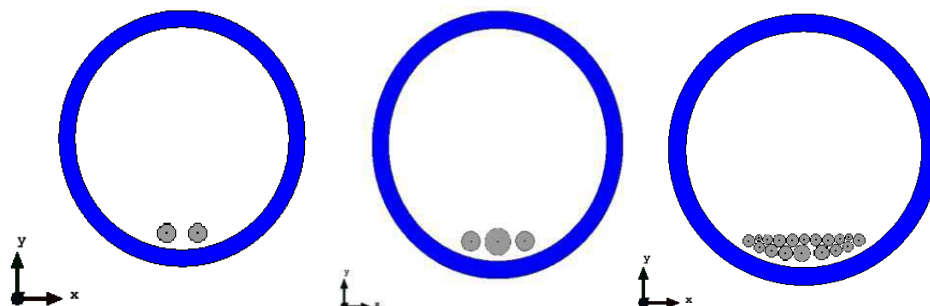
Figura 34 - Malhas geradas



Fonte: Autoria Própria

São mostrados aqui o comportamento do movimento dos corpos moedores para os tempos de $t=2s$, $8s$, $15s$ e $20s$ para todas as velocidades críticas (N_C). A Fig. 35 mostra os corpos moedores no tempo $t=0s$.

Figura 35 – Posição dos corpos moedores no início da simulação.

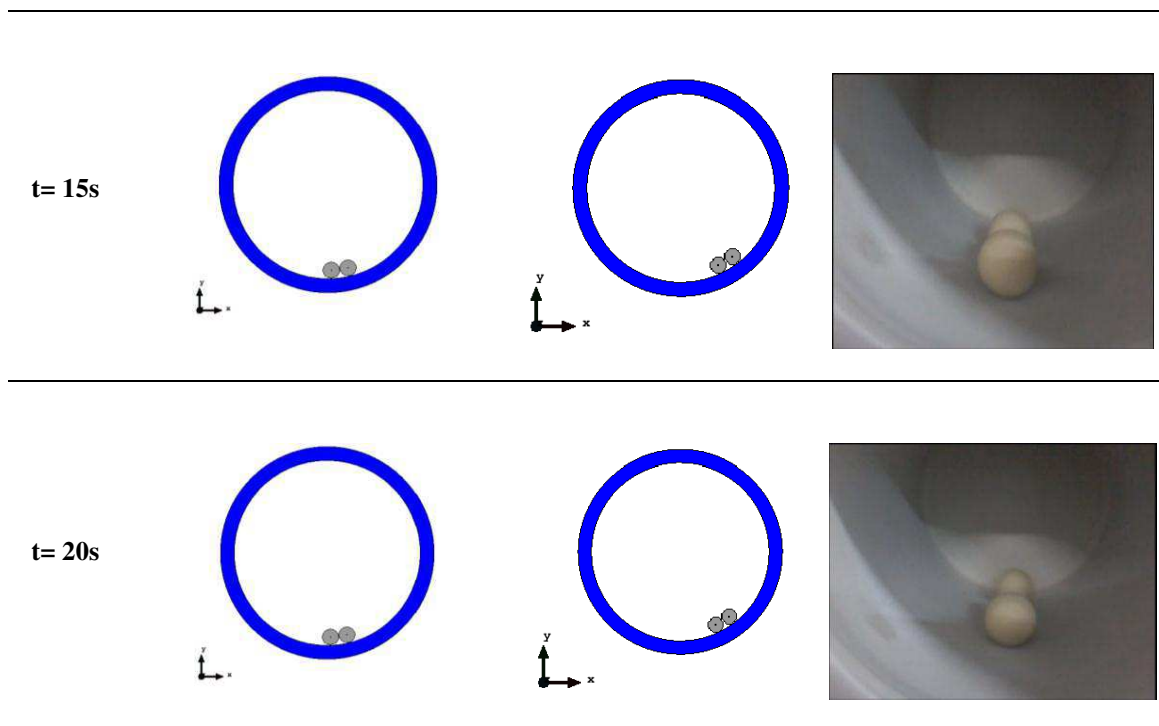


Fonte - Autoria Própria

a) Para dois corpos moedores:

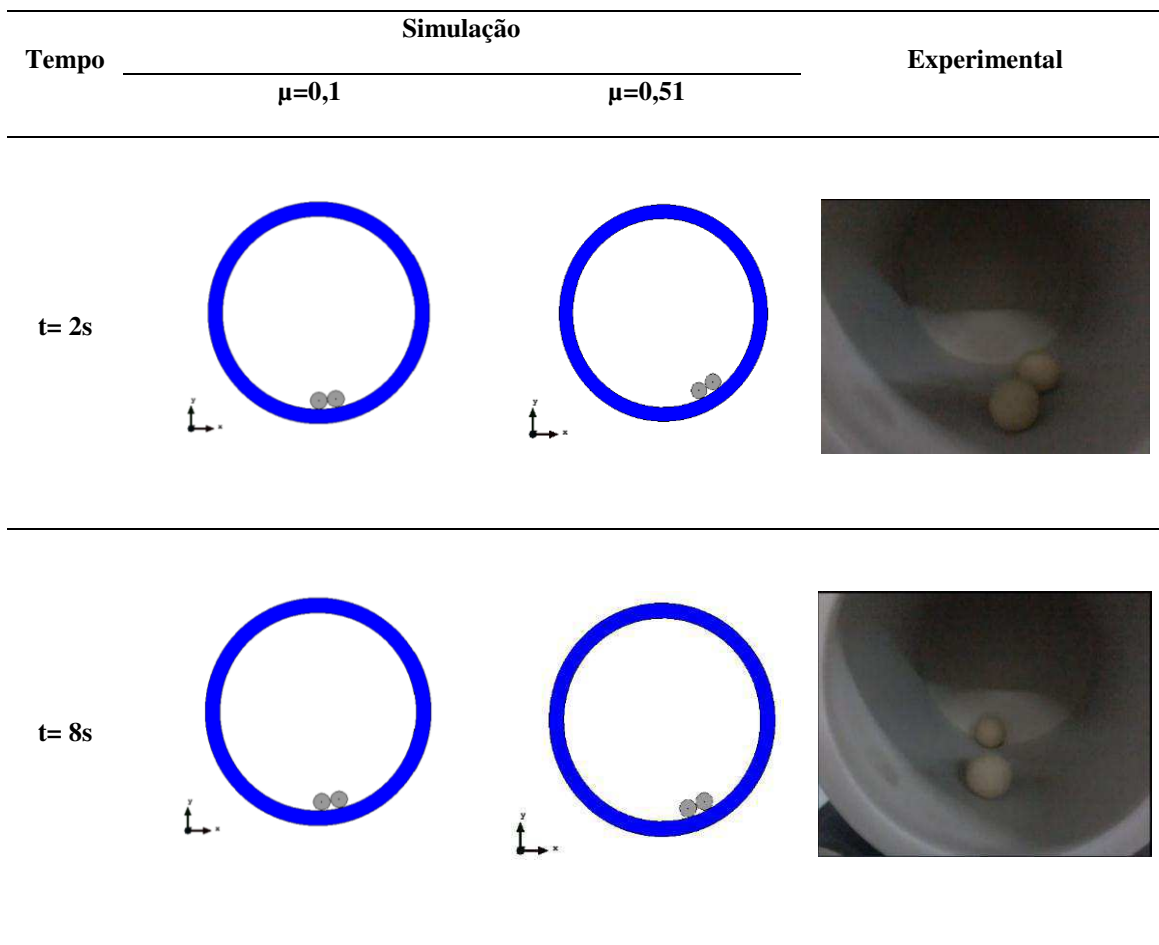
Figura 36 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores

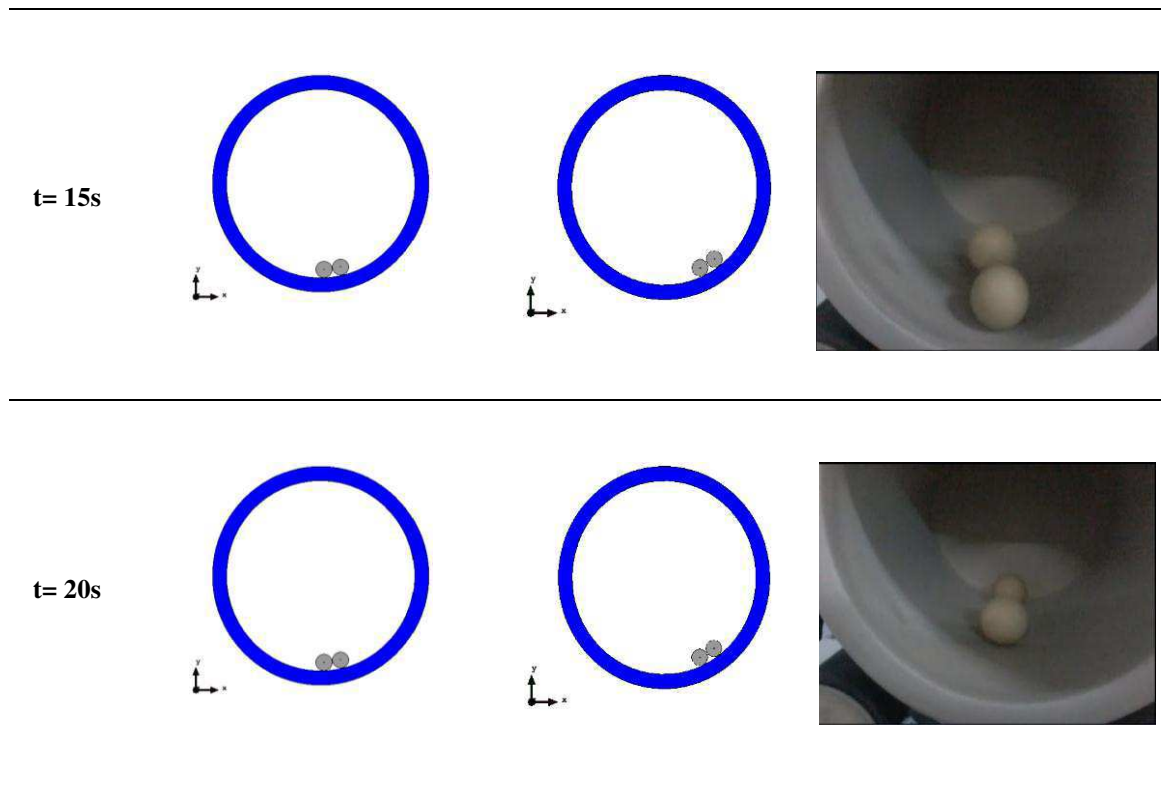
Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
$t= 2s$			
$t= 8s$			



Fonte - Autoria Própria

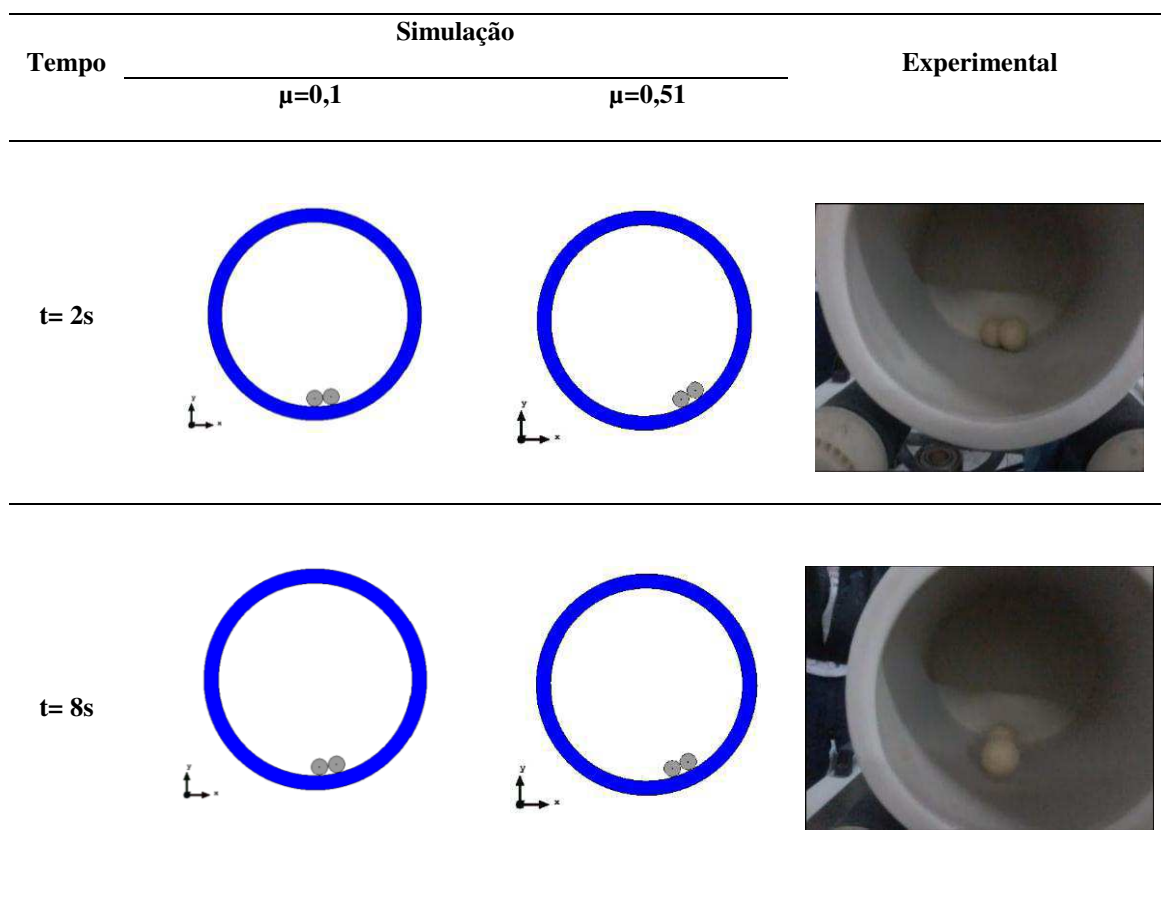
Figura 37 - Deslocamento para (60%) da velocidade crítica para dois corpos moedores

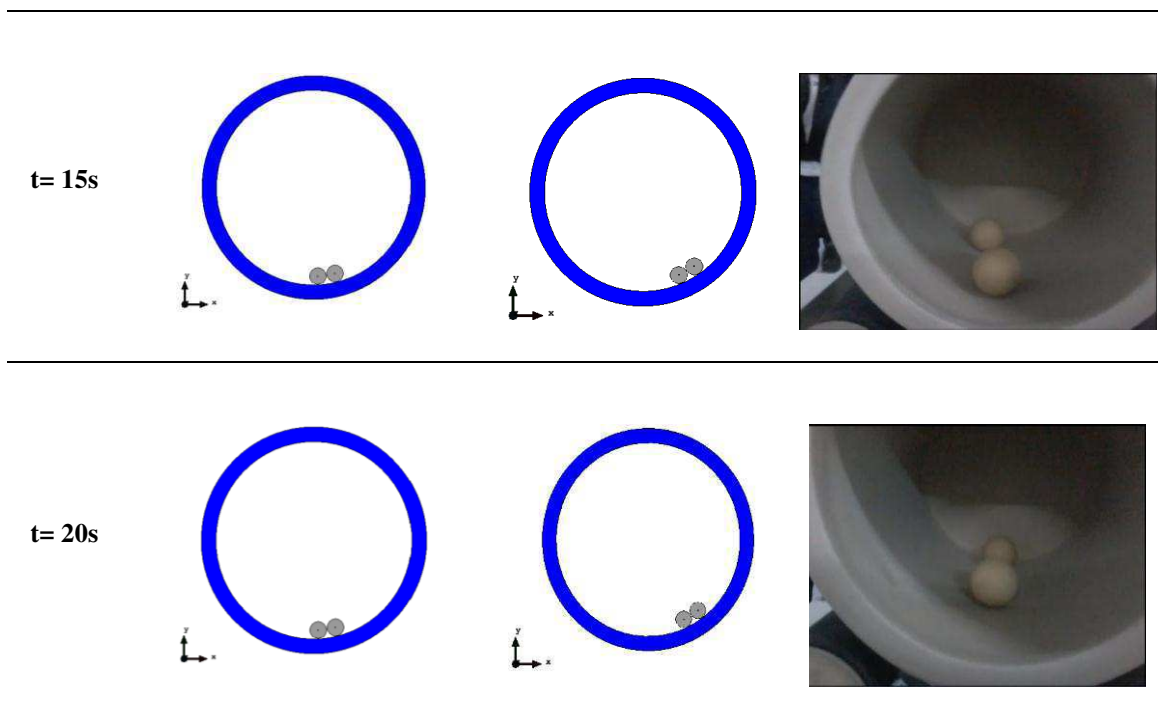




Fonte - Autoria Própria

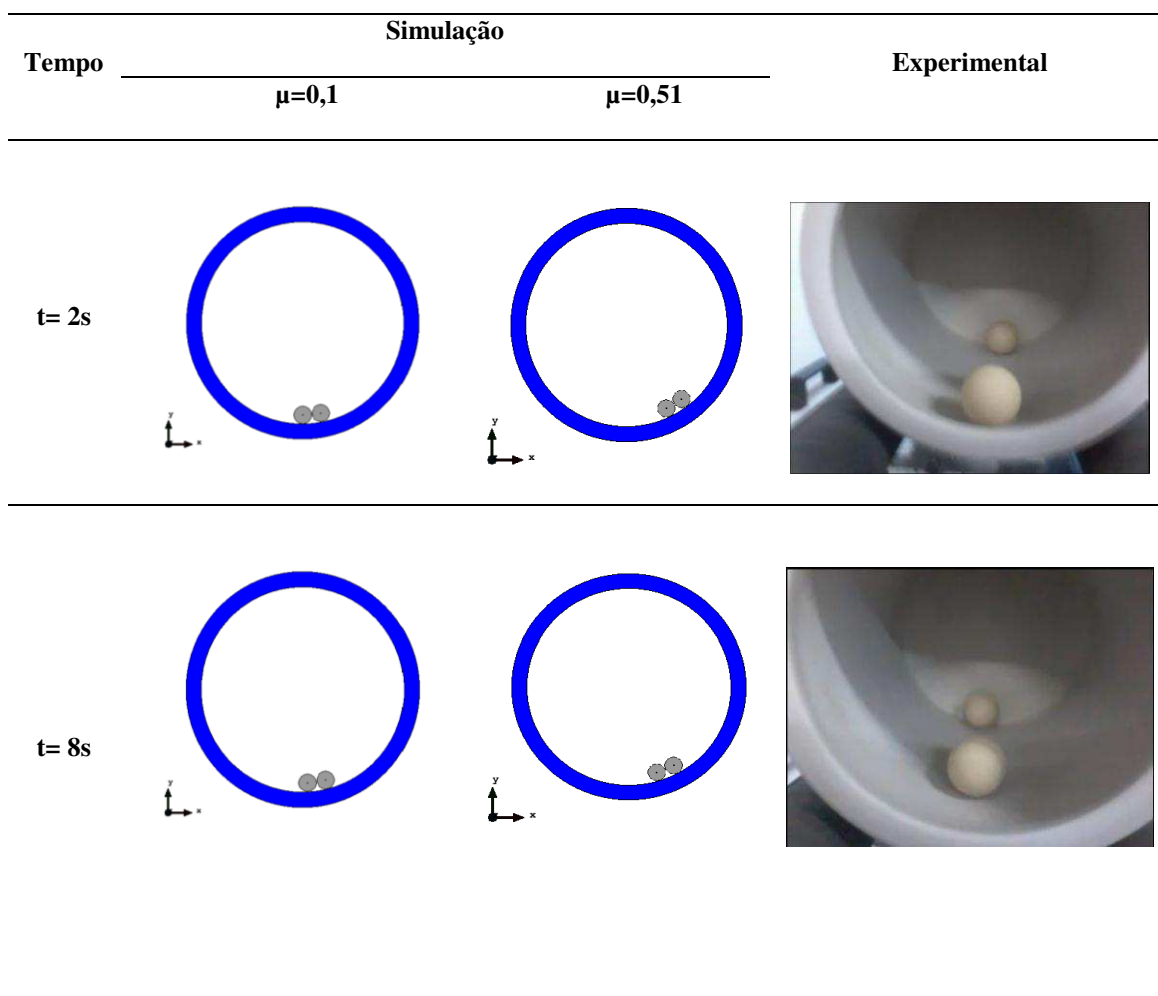
Figura 38 - Deslocamento para (65%) da velocidade crítica para dois corpos moedores

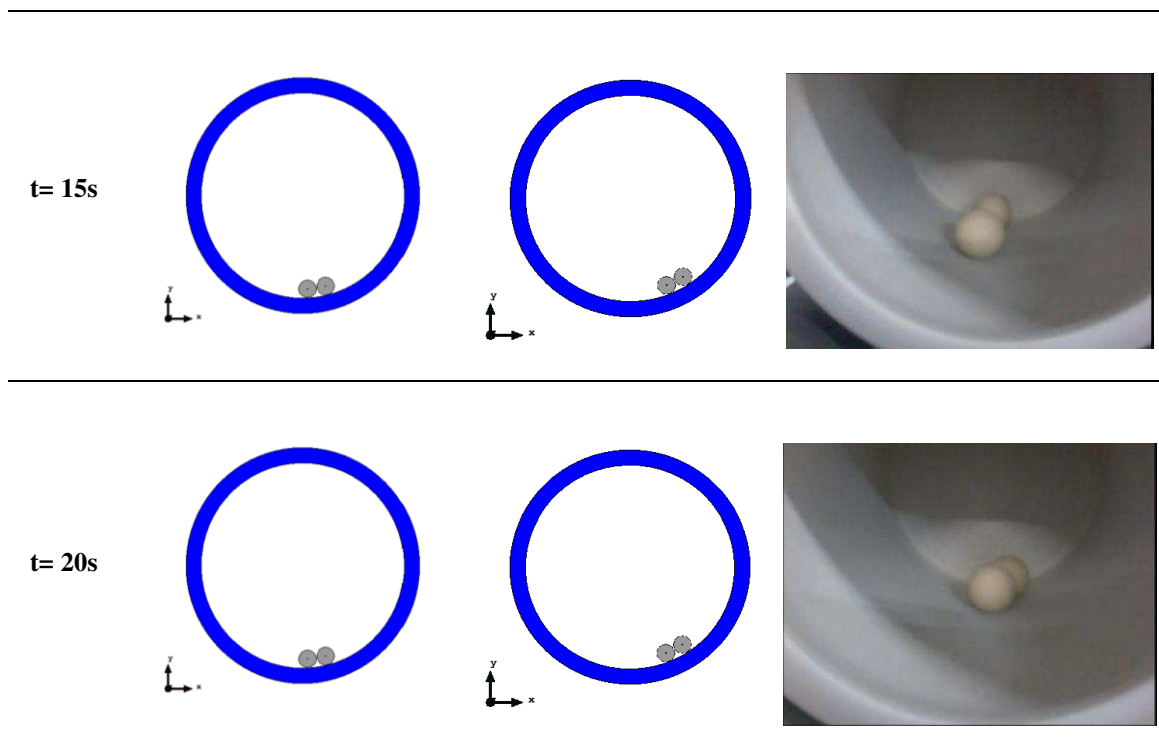




Fonte - Autoria Própria

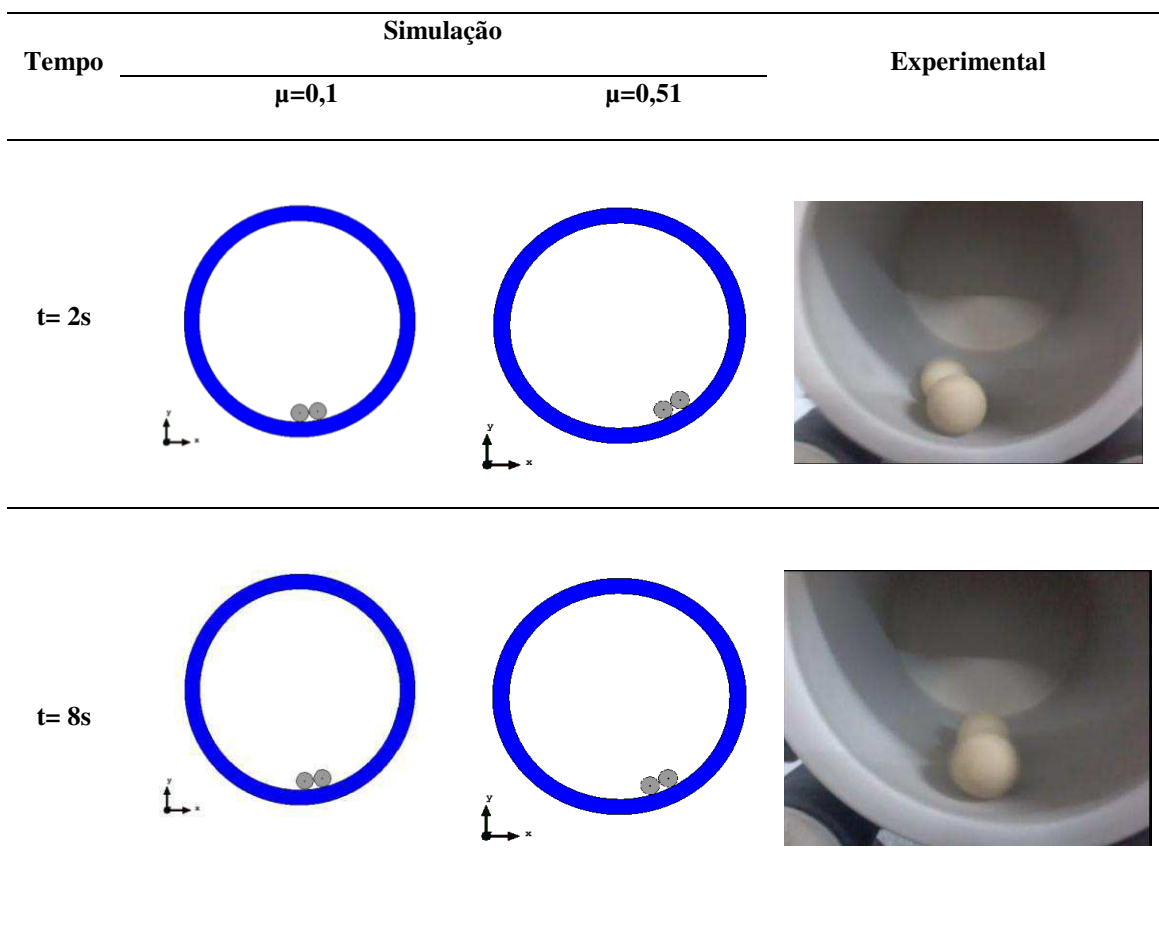
Figura 39 - Deslocamento para (70%) da velocidade crítica para dois corpos moedores

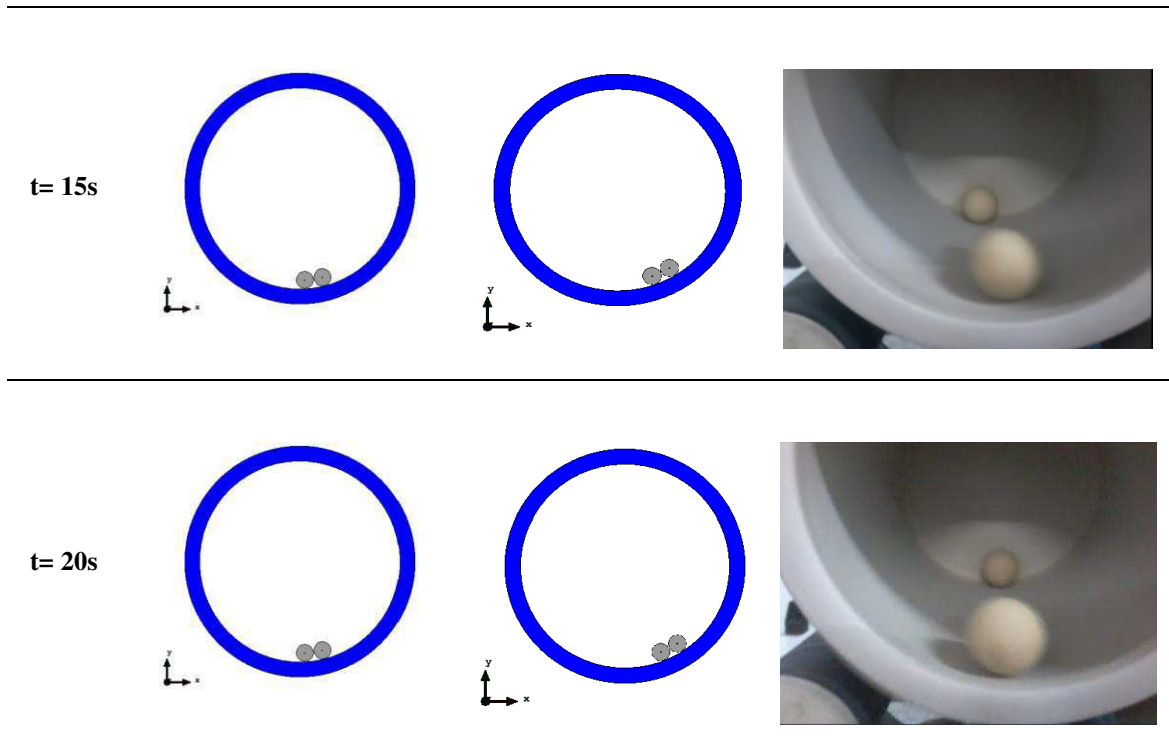




Fonte - Autoria Própria

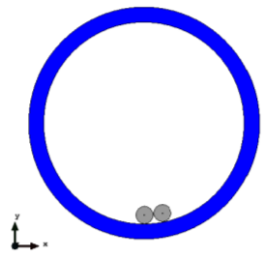
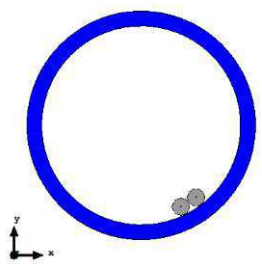

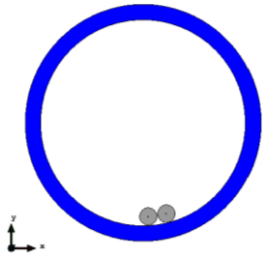
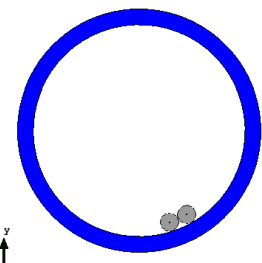

Figura 40 - Deslocamento para (75%) da velocidade crítica para dois corpos moedores

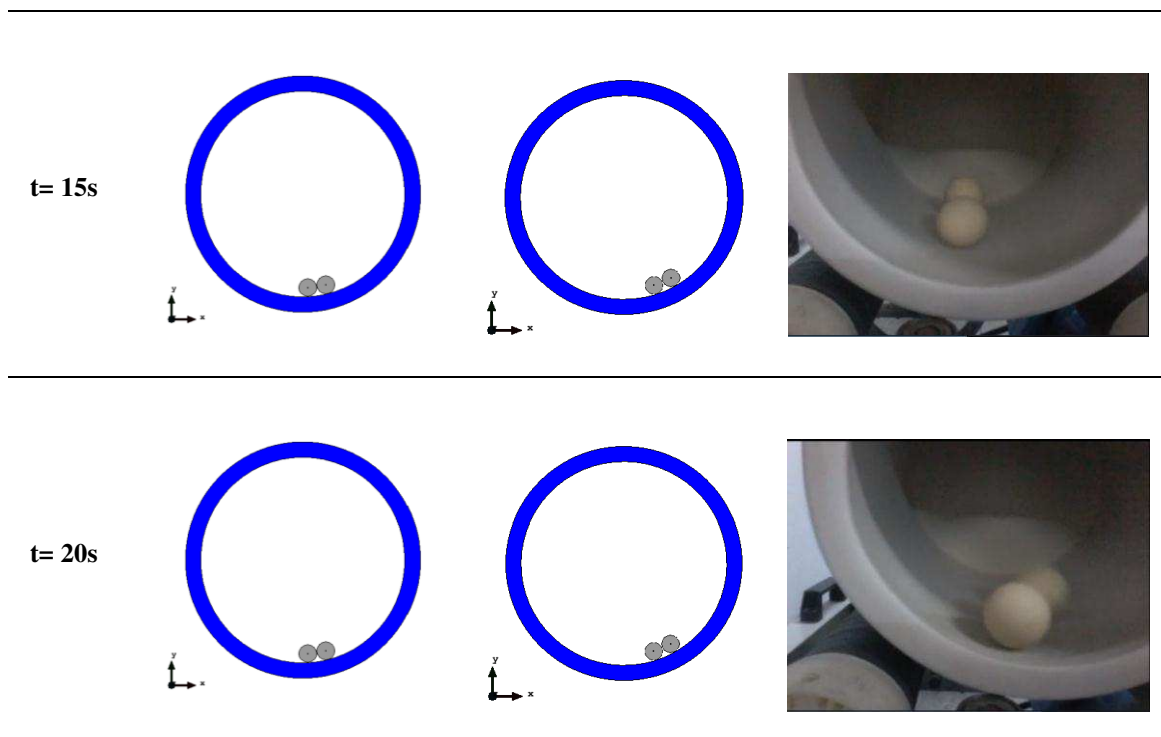




Fonte - Autoria Própria

Figura 41 - Deslocamento para (80%) da velocidade crítica para dois corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
$t = 2s$			
$t = 8s$			



Fonte - Autoria Própria

Observa-se pelas Figuras anteriores (Figuras 36 a 41) que o movimento dos corpos moedores foram os mesmos independentemente da velocidade crítica utilizada, ou seja, inicialmente atinge-se um máximo para posteriormente se estabilizar sofrendo pequenas oscilações em relação a posição de equilíbrio. É possível observar que mesmo a simulação sendo realizada em duas dimensões (2D), o movimento foi qualitativamente o mesmo que o observado experimentalmente quando considerando três dimensões (3D).

Como era de se esperar, o coeficiente de atrito de Coulomb influenciou no deslocamento máximo atingido pelos corpos moedores, que neste caso para $\mu=0,1$, e 57% da velocidade crítica, foi de 2,30 cm na direção x e de -0,67 cm na direção y, e para 80% da velocidade crítica foi de 2,31 cm na direção x e de -0,67 na direção y.

Para $\mu=0,51$, e 57% da velocidade crítica o deslocamento foi de 9,44 cm na direção x e de 2,64 cm na direção y e para 80% da velocidade crítica foi de 9,35 cm na direção x e de 2,54 cm na direção y.

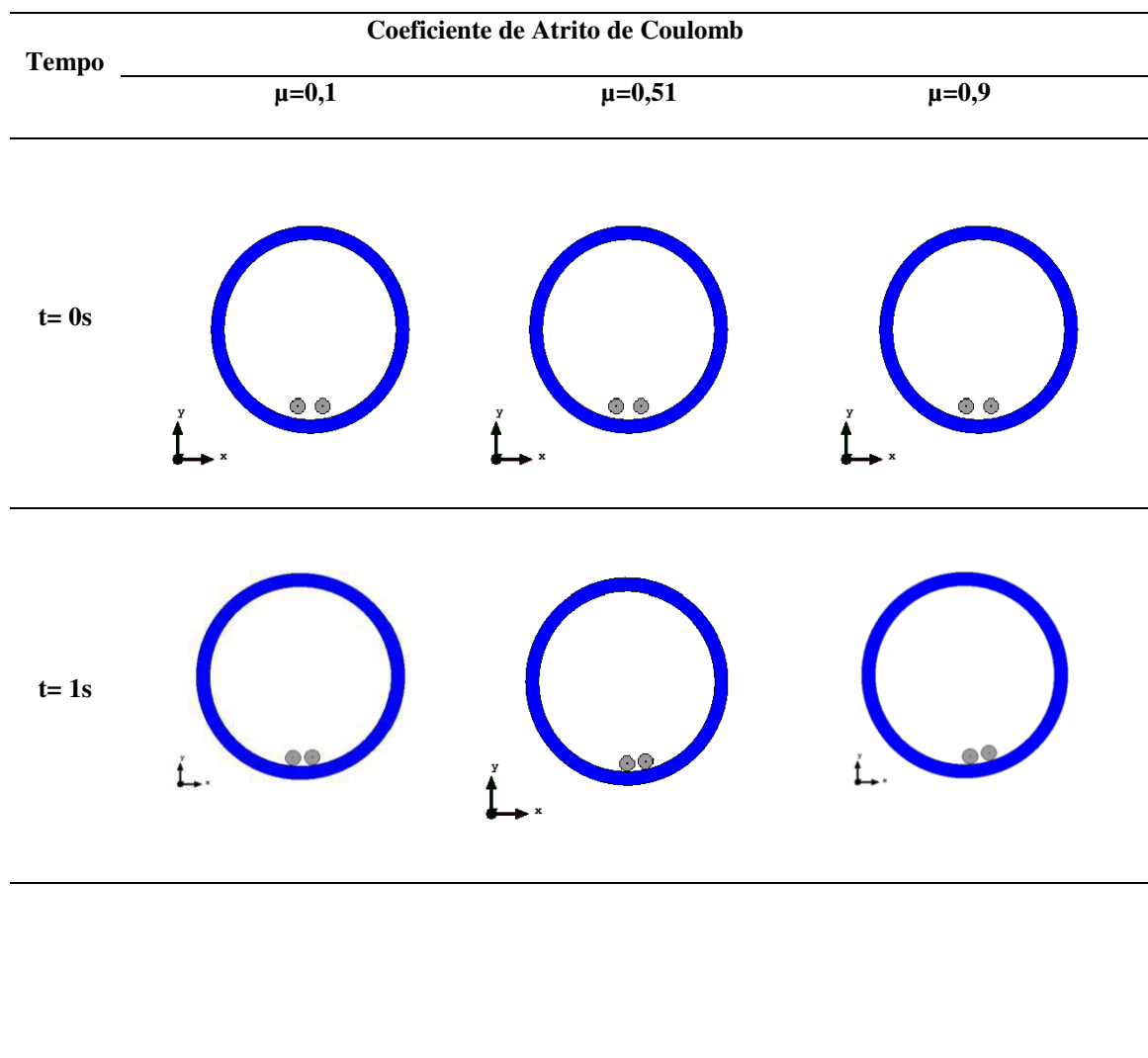
A partir das constatações observadas, as quais foram descritas no parágrafo anterior, foi possível realizar a calibração do modelo comparando-se as imagens obtidas pela simulação com as obtidas a partir dos experimentos realizados. De maneira geral, observou-se que, para o coeficiente de atrito de Coulomb de 0,1, os resultados da

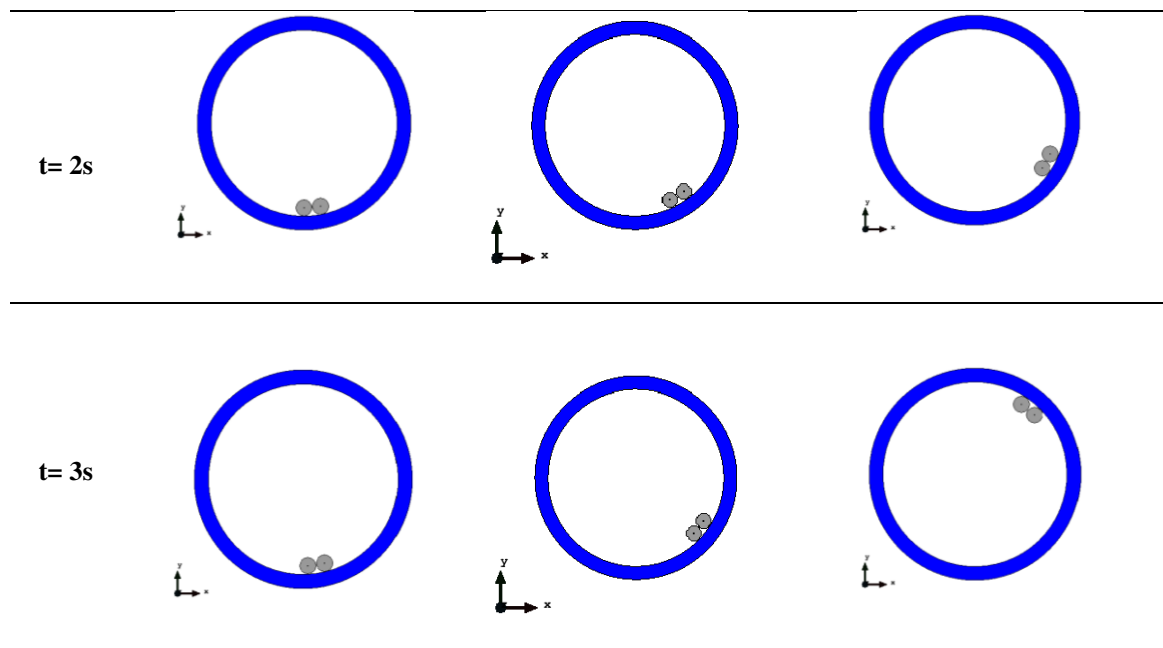
simulação concordam melhor com os resultados experimentais, ou seja, relativo ao movimento da carga (corpos moedores) no moinho.

Nas Figuras 42 e 43, para 57% da velocidade crítica e para 80% da velocidade crítica, respectivamente, mostra-se a sequência de movimentos desde o tempo $t=0s$ até o tempo de $t=3s$ onde atingiu-se o deslocamento máximo, neste caso para os coeficientes de atrito de Coulomb de 0,1, 0,51 e 0,9.

Inicialmente a posição dos corpos moedores estão a uma determinada distância da jarra (suspensos), Fig. 35, para $t=0s$. Em seguida verifica-se que o movimento é de queda livre até atingir a parede da jarra e em seguida um leve deslocamento na direção da rotação no tempo $t=1s$. Dando continuidade ao movimento, devido a inercia do sistema e de acordo com o sentido de rotação o deslocamento, atinge seu máximo em $t=3s$.

Figura 42 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores

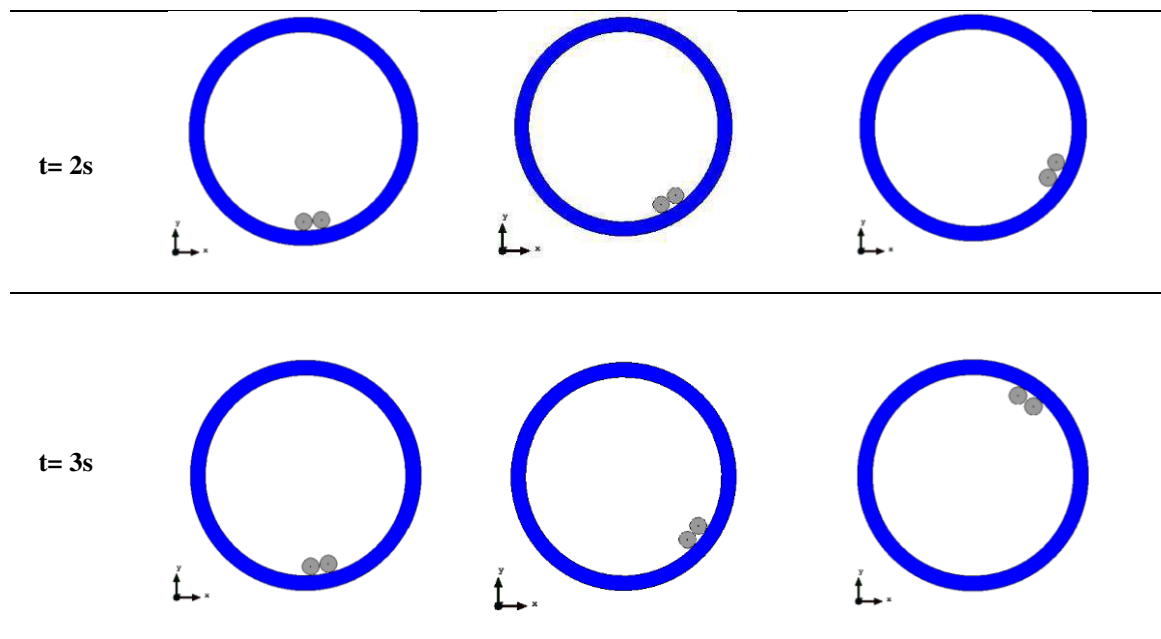




Fonte - Autoria Própria

Figura 43 – Deslocamento para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores

Tempo	Coeficiente de Atrito de Coulomb		
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	$\mu=0,9$
t= 0s			
t= 1s			

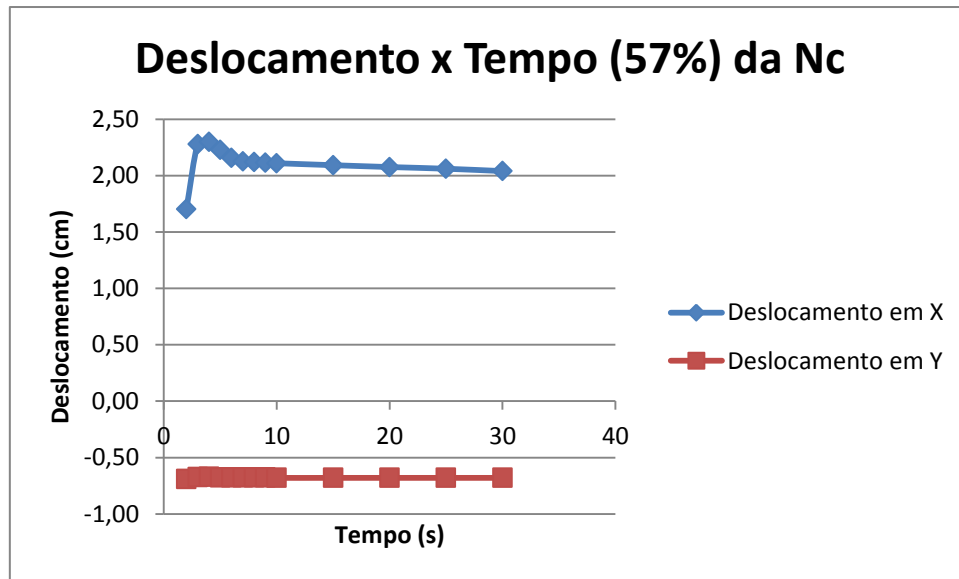


Fonte - Autoria Própria

Observando-se ainda, os resultados mostrados nas Figuras 42 e 43, verificou-se que para $\mu=0,9$, e 57% da velocidade crítica, o deslocamento foi de 9,28 cm na direção x e de 17,51cm na direção y e, para 80% da velocidade crítica foi de 8,75 cm na direção x e de 18,02cm na direção y e ambos para o tempo $t=3s$.

Na Figura 44, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,1$, e 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 2,11 cm e -0,68 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, diminuindo para 2,04 cm na direção x e permanecendo constante em -0,68 cm na direção y, para o tempo $t=30s$.

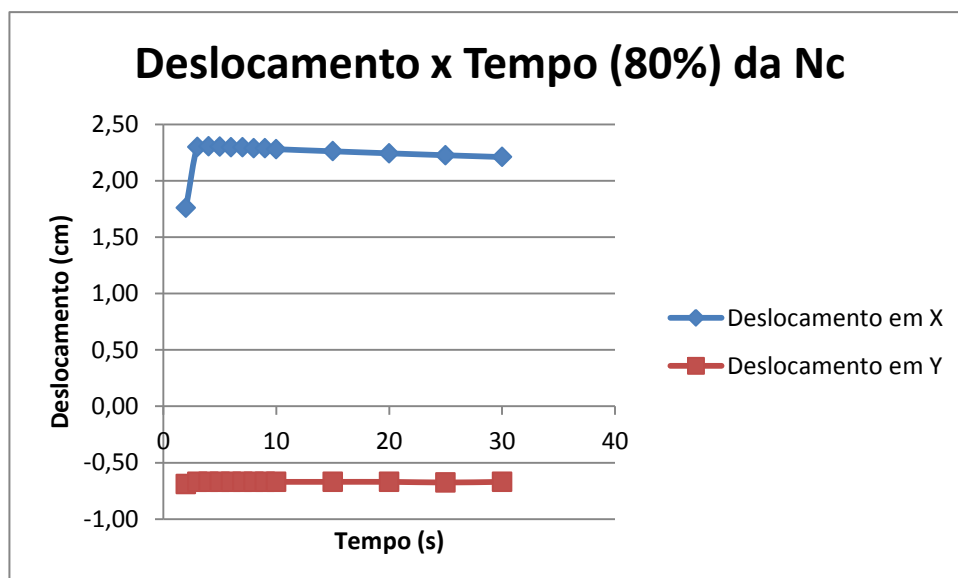
Figura 44 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,1$



Fonte - Autoria Própria

Na Figura 45, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,1$, e 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 2,28 cm e -0,67 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, diminuindo para 2,21 cm na direção x e permanecendo constante em -0,67 cm na direção y, para o tempo $t=30s$.

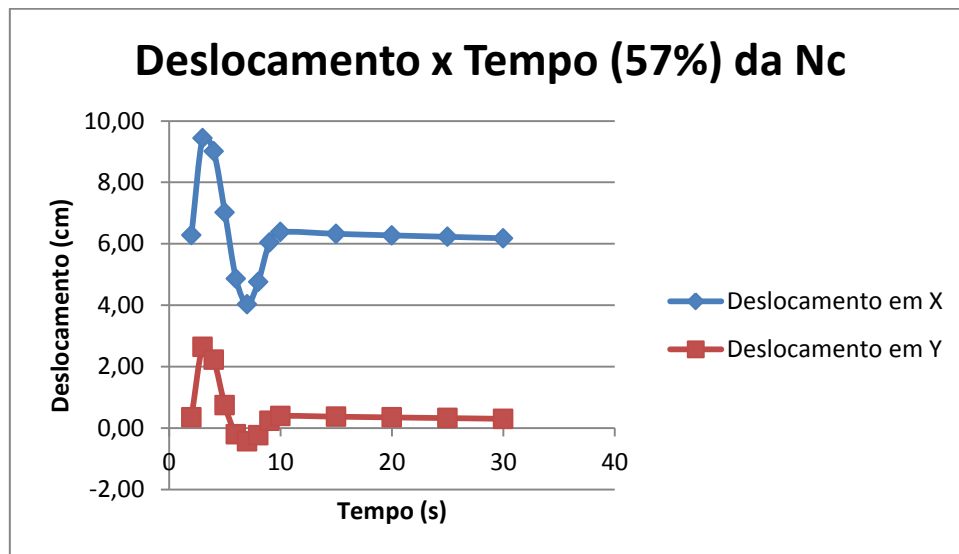
Figura 45 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,1$



Fonte - Autoria Própria

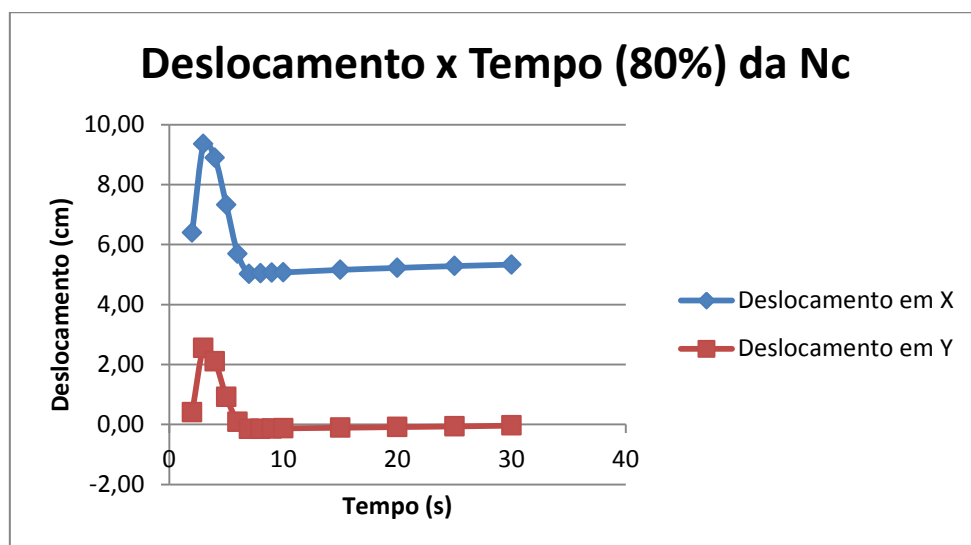
É possível observar também, nas Figuras 46 e 47, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,51$ que, para 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 6,38 cm e 0,39 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, diminuindo para 6,18 cm na direção x e para 0,30 cm na direção y, para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 5,07 cm e -0,13 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, aumentando para 5,33 cm na direção x e para -0,04 na direção y, para o tempo $t=30s$.

Figura 46 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,51$



Fonte - Autoria Própria

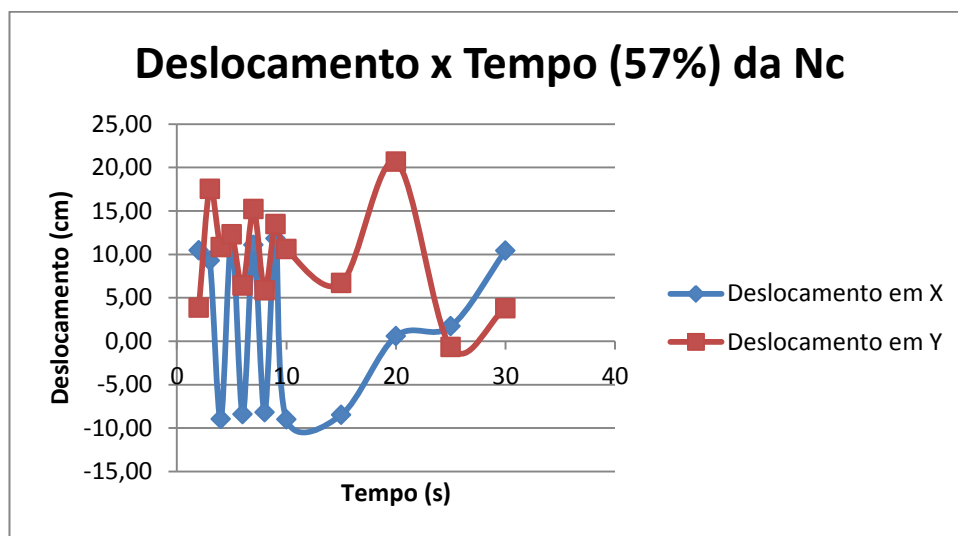
Figura 47 – Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,51$



Fonte - Autoria Própria

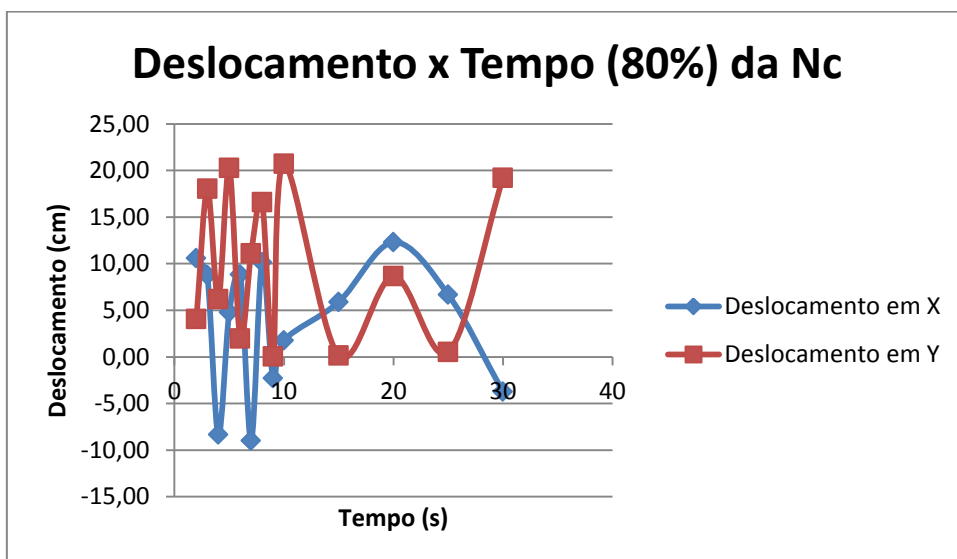
Nas Figuras 48 e 49, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,9$, e 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de -9,00 cm e 10,58 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, aumentando para 10,39 cm na direção x e diminuindo para 3,79 cm na direção y, para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 1,77 cm e 20,71 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, diminuindo para -3,75 cm na direção x e para 19,20 na direção y, para o tempo $t=30s$.

Figura 48 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,9$



Fonte - Autoria Própria

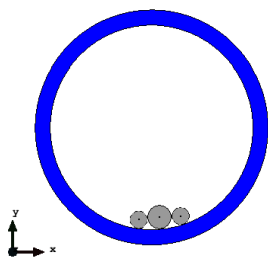
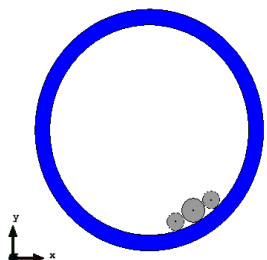

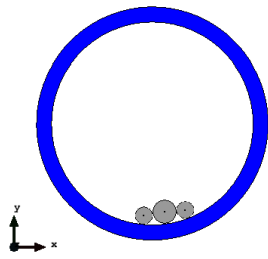
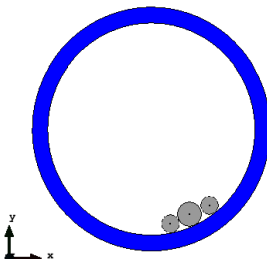

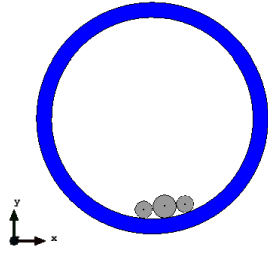
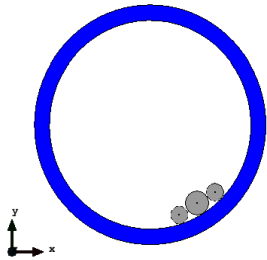

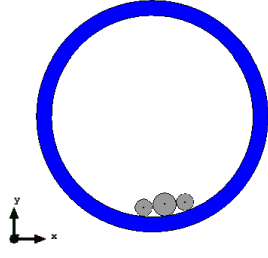
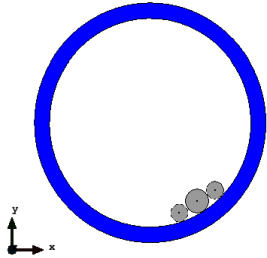

Figura 49 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores $\mu=0,9$.



Fonte - Autoria Própria

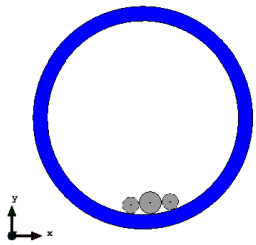
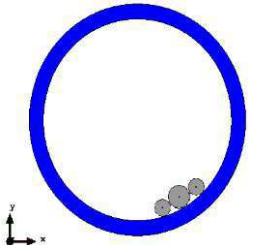

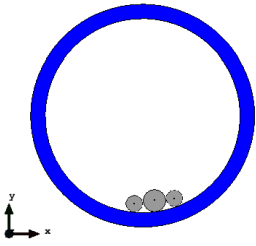
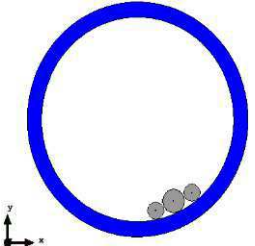

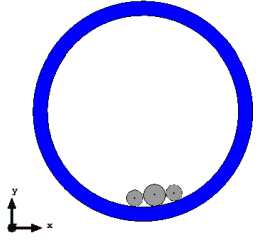
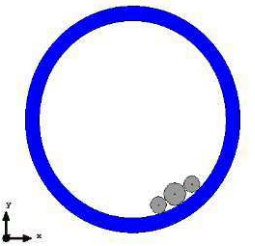

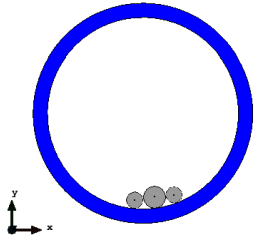
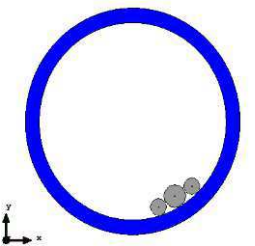

b) Para três corpos moedores:

Figura 50 - Deslocamento para (57%) da velocidade crítica para três corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

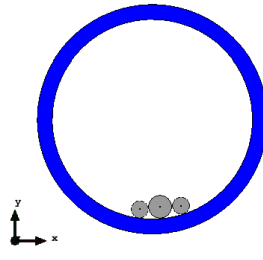
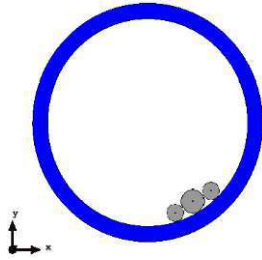

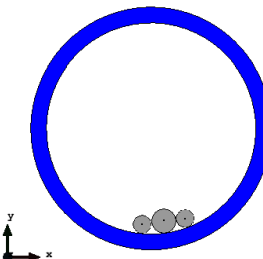
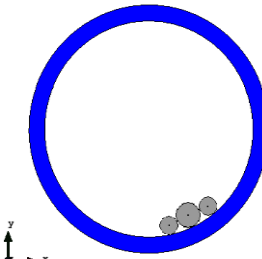

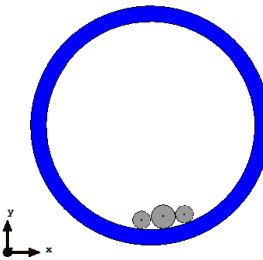
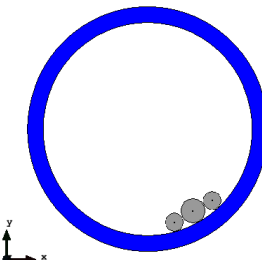

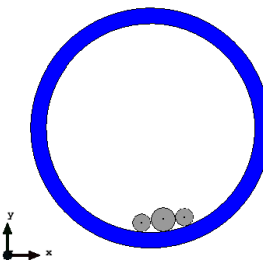
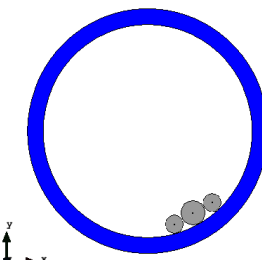

Fonte - Autoria Própria

Figura 51 - Deslocamento para (60%) da velocidade crítica para três corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

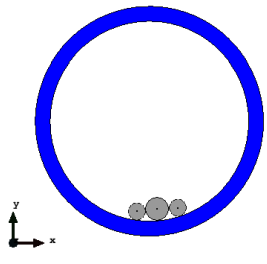
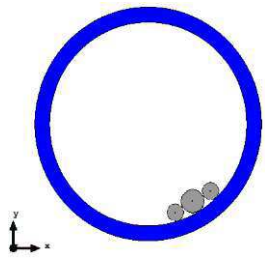

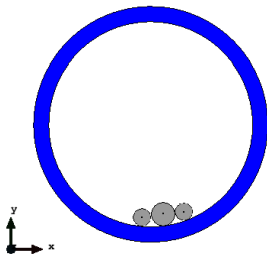
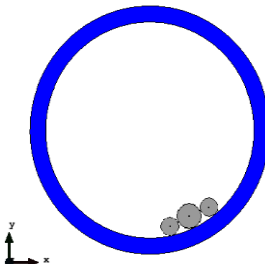

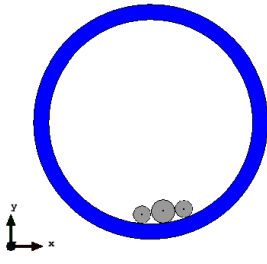
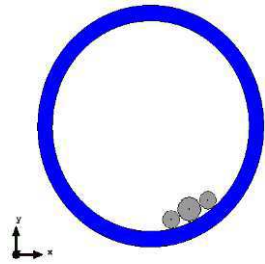

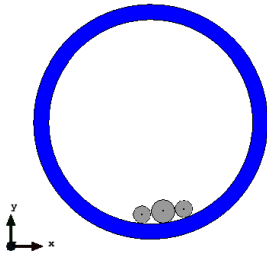
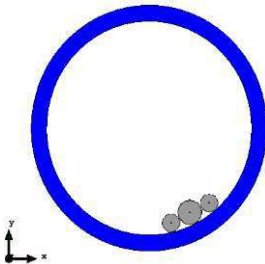

Fonte - Autoria Própria

Figura 52 - Deslocamento para (65%) da velocidade crítica para três corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

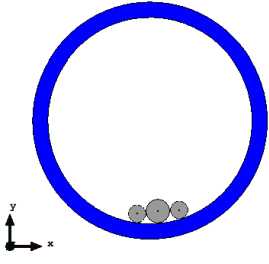
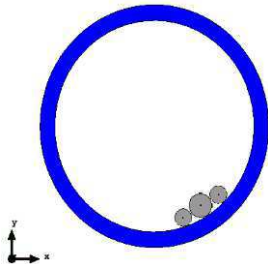

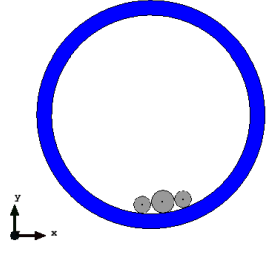
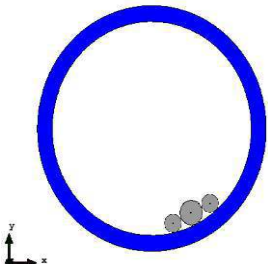

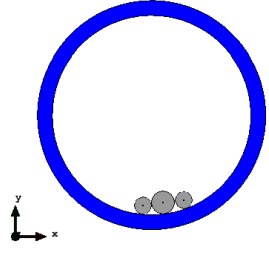
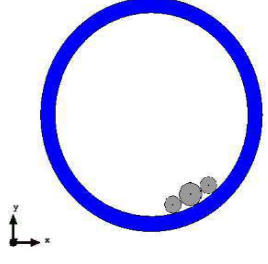

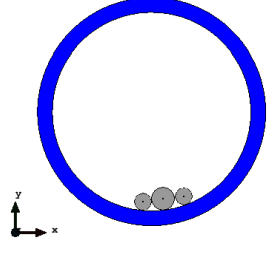
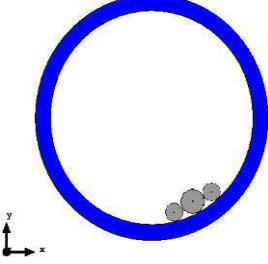

Fonte - Autoria Própria

Figura 53 - Deslocamento para (70%) da velocidade crítica para três corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

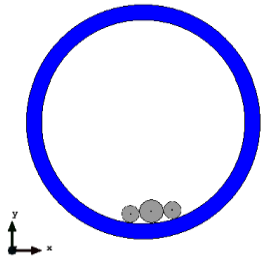
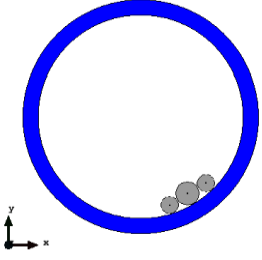

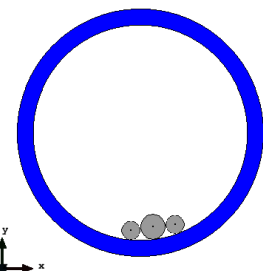
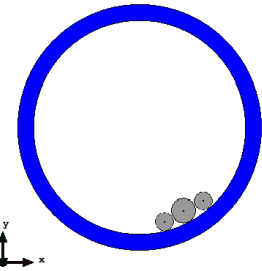

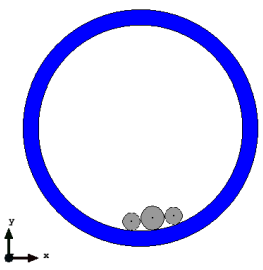
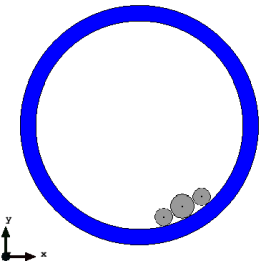

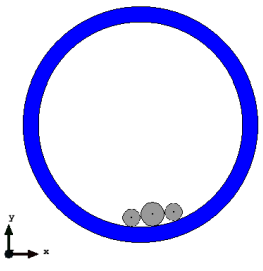
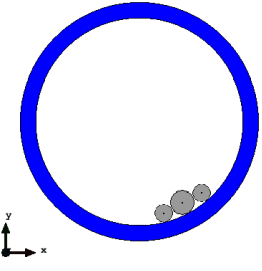

Fonte - Autoria Própria

Figura 54 - Deslocamento para (75%) da velocidade crítica para três corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

Fonte - Autoria Própria

Figura 55 - Deslocamento para (80%) da velocidade crítica para três corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

Fonte - Autoria Própria

Observa-se pelas Figuras anteriores (Figuras 50 a 55) que o movimento dos corpos moedores foram os mesmos independentemente da velocidade crítica utilizada, ou seja, inicialmente atinge-se um máximo para posteriormente se estabilizar, sofrendo pequenas oscilações em relação a posição de equilíbrio. É possível observar que, mesmo a simulação sendo realizada em duas dimensões (2D), o movimento foi qualitativamente o mesmo que o observado experimentalmente quando considerando três dimensões (3D).

Como era de se esperar o coeficiente de atrito de Coulomb influenciou no deslocamento máximo atingido pelos corpos moedores, que neste caso para $\mu=0,1$, e 57% da velocidade crítica, foi de 1,40 cm na direção x e de -0,45 cm na direção y e para 80% da velocidade crítica foi de 1,36 cm na direção x e de -0,46 na direção y.

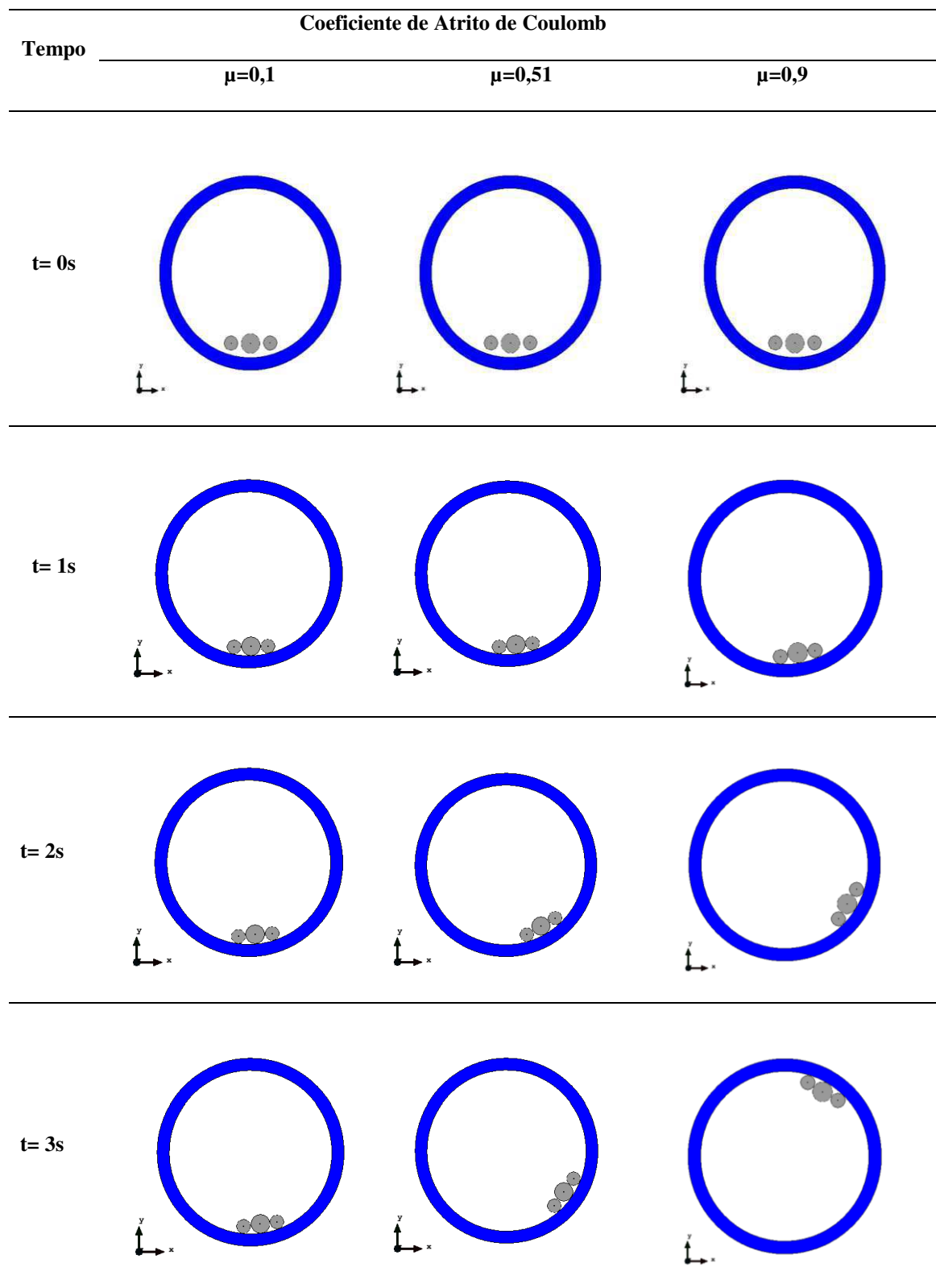
Para $\mu=0,51$, e 57% da velocidade crítica, o deslocamento máximo foi de 8,40 cm na direção x e de 3,79 cm na direção y e para 80% da velocidade crítica foi de 8,44 cm na direção x e de 3,84 cm na direção y.

A partir das constatações observadas, as quais foram descritas no parágrafo anterior, foi possível realizar a calibração do modelo comparando-se as imagens obtidas pela simulação com as obtidas a partir dos experimentos realizados. De maneira geral observou-se que, para o coeficiente de atrito de Coulomb de 0,1, os resultados da simulação concordam melhor com os resultados experimentais, ou seja, relativo ao movimento da carga (corpos moedores) no moinho.

Nas Figuras 56 e 57, para 57% da velocidade crítica e para 80% da velocidade crítica, respectivamente, mostra-se a sequência de movimentos desde o tempo $t=0s$ até o tempo de $t=3s$, para os coeficientes de atrito de Coulomb de 0,1, 0,51 e 0,9.

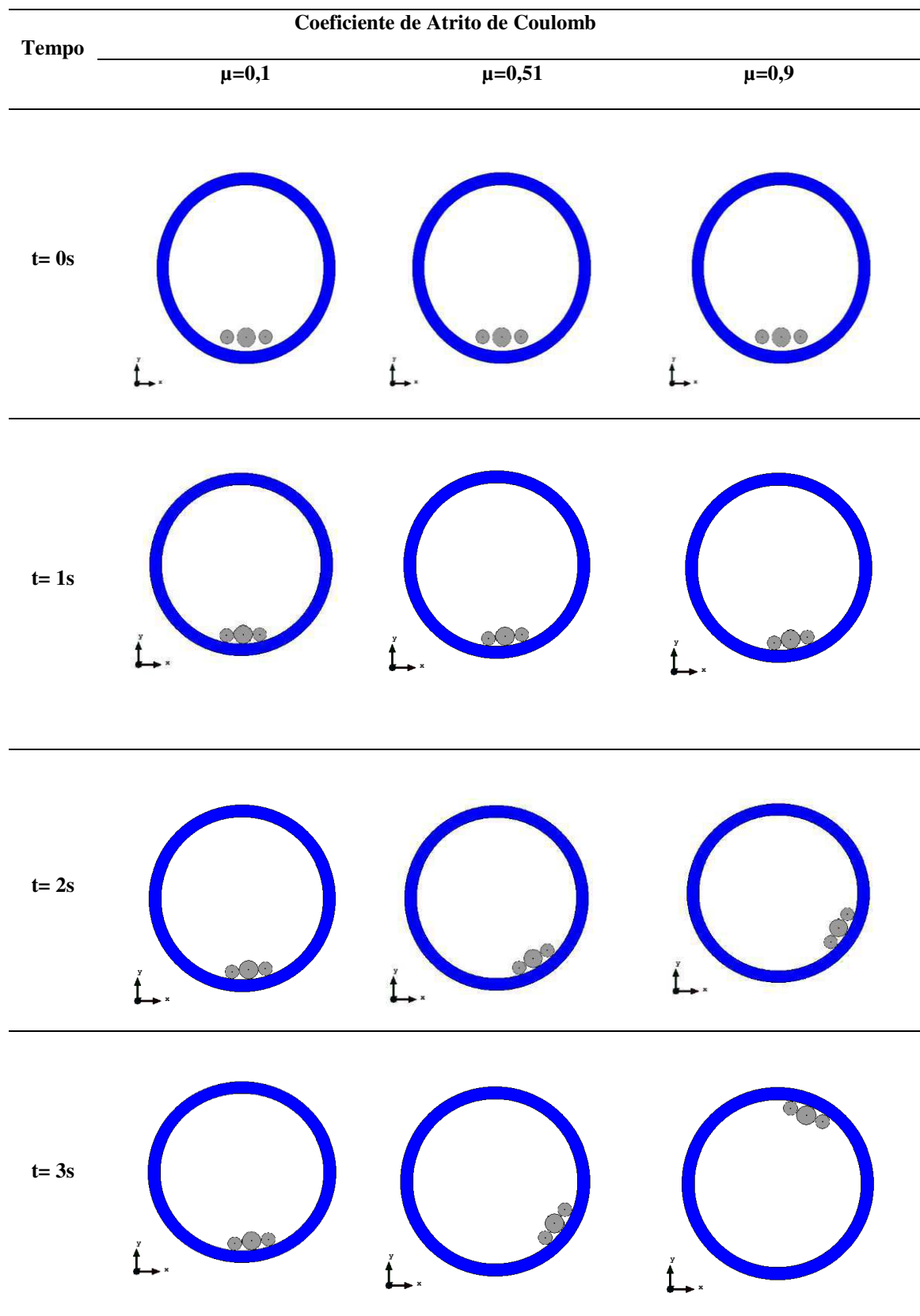
Inicialmente a posição dos corpos moedores estão a uma determinada distância da jarra (suspensos), Fig. 35, para $t=0s$. Em seguida verifica-se que o movimento é de queda livre até atingir a parede da jarra e em seguida um leve deslocamento na direção da rotação no tempo $t=1s$, dando continuidade ao movimento, devido a inercia do sistema, e de acordo com o sentido de rotação, o deslocamento atinge seu máximo em $t=3s$.

Figura 56 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores



Fonte - Autoria Própria

Figura 57 – Deslocamento para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores

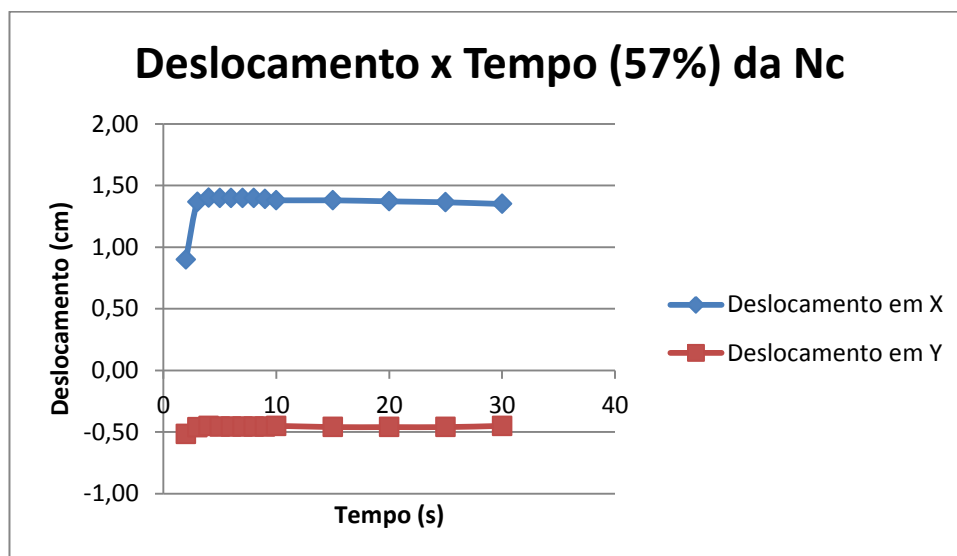


Fonte - Autoria Própria

Observando-se ainda os resultados mostrados nas Figuras 56 e 57, verificou-se que para $\mu=0,9$, e 57% da velocidade crítica, o deslocamento foi de 5,25 cm na direção x e de 18,69 cm na direção y e, para 80% da velocidade crítica foi de 4,00 cm na direção x e de 19,33 cm na direção y para o tempo $t=3s$.

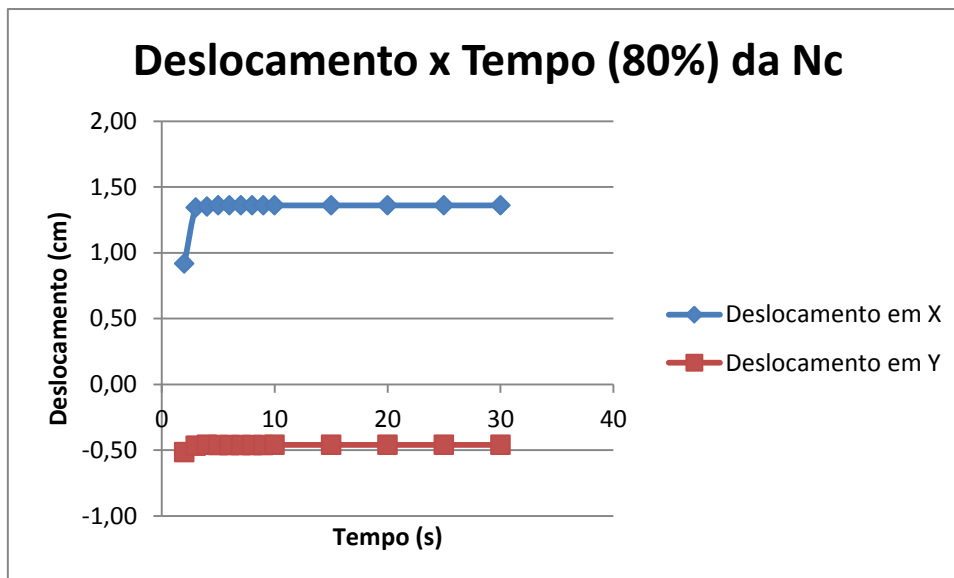
Nas Figuras 58 e 59, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,1$, e 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 1,38 cm e -0,46 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, diminuindo para 1,35 cm na direção x e permanecendo em -0,46 cm na direção y para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 1,36 cm e -0,46 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e permanecendo em 1,36 cm na direção x e -0,46 cm na direção y para o tempo $t=30s$.

Figura 58 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,1$



Fonte - Autoria Própria

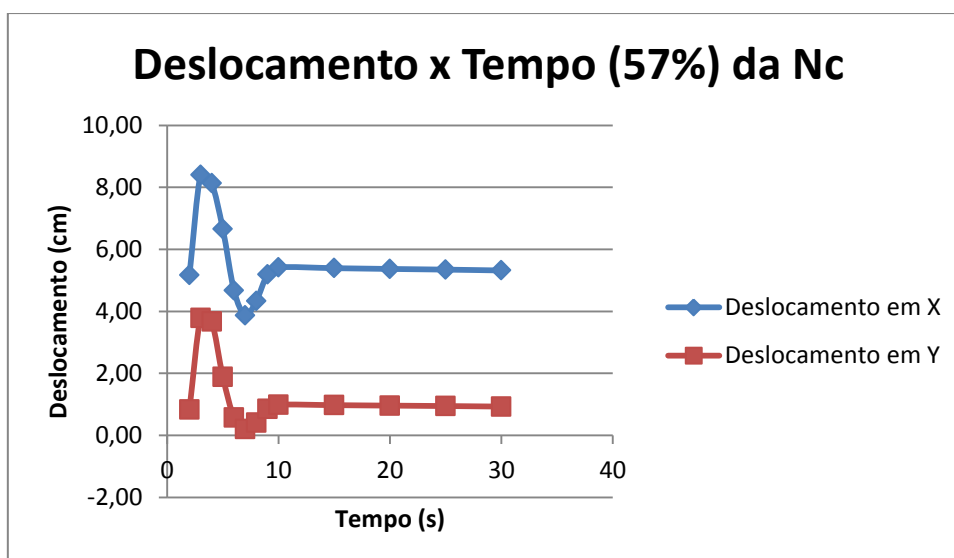
Figura 59 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,1$



Fonte - Autoria Própria

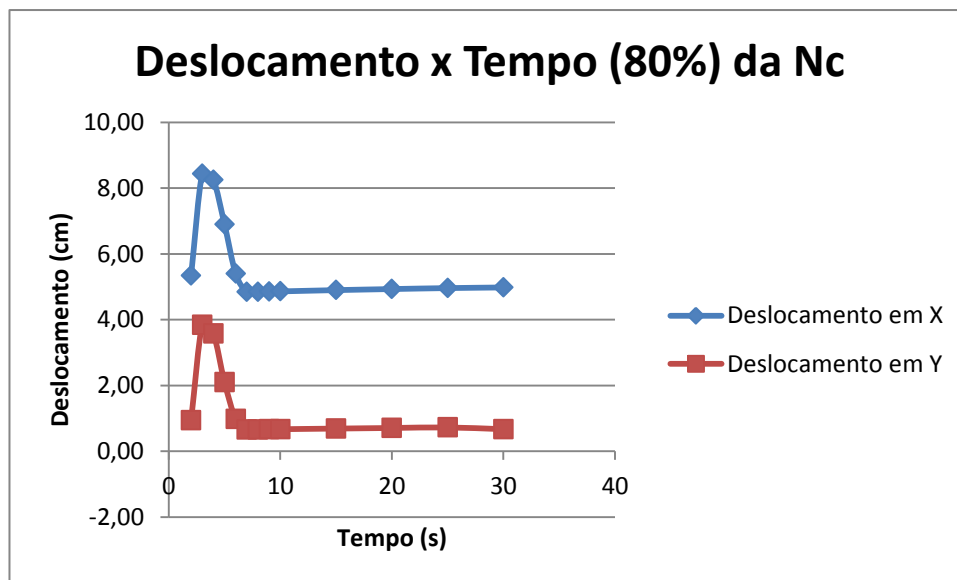
É possível observar também, nas Figuras 60 e 61 que, o coeficiente de atrito de Coulomb de 0,51, e 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 5,42 cm e 0,99 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e diminuindo para 5,32 cm na direção x e para 0,93 cm na direção y para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 4,86 cm e 0,67 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e aumentando para 4,98 cm na direção x e para 0,73 na direção y, para o tempo $t=30s$.

Figura 60 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,51$.



Fonte - Autoria Própria

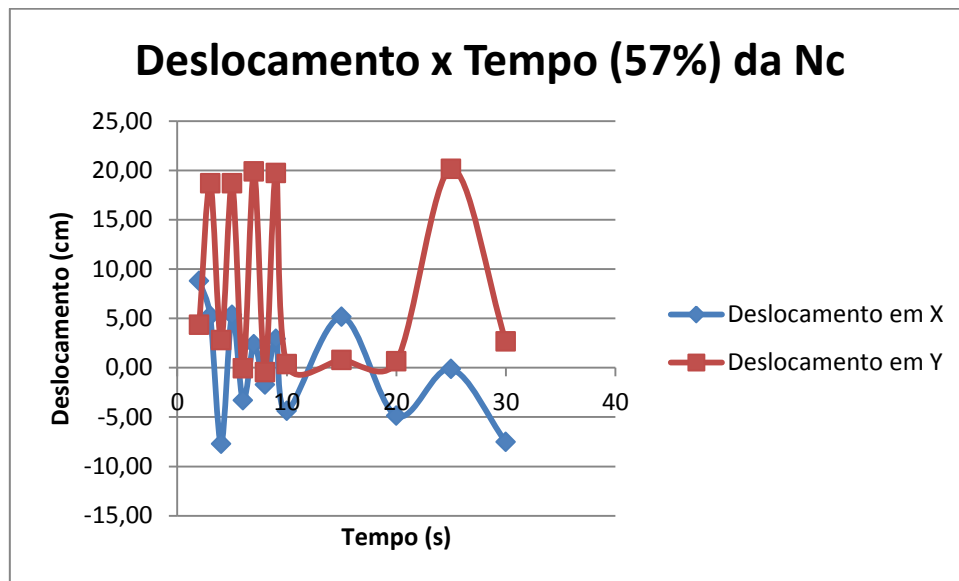
Figura 61 – Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,51$.



Fonte - Aatoria Própria

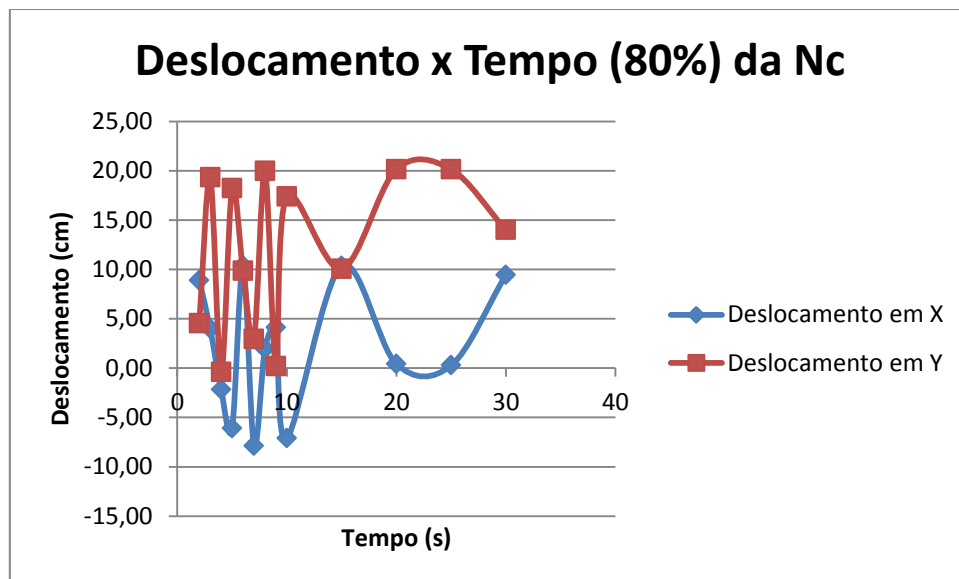
Nas Figuras 62 e 63, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,9$, e 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de -4,37 cm e 0,35 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, diminuindo para -7,54 cm na direção x e aumentando para 2,66 cm na direção y para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de -7,12 cm e 17,39 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, aumentando para 9,44 cm na direção x e diminuindo para 14,00 cm na direção y, para o tempo $t=30s$.

Figura 62 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,9$.



Fonte - Autoria Própria

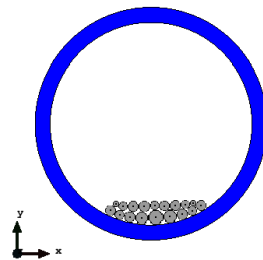
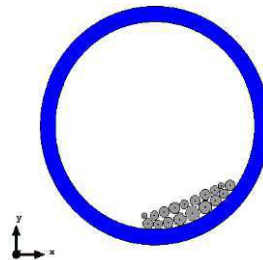

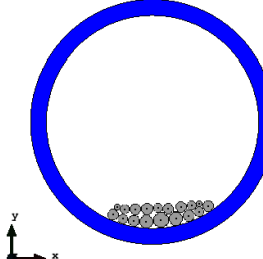
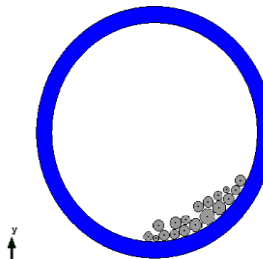

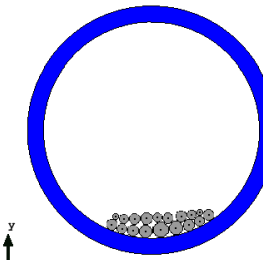
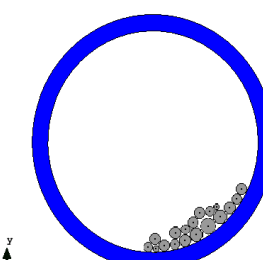
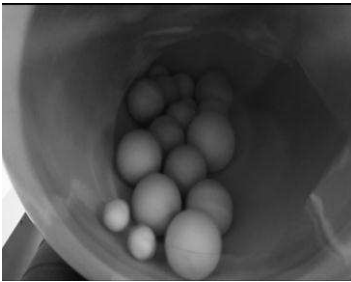
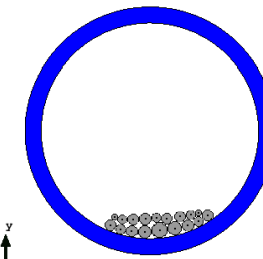
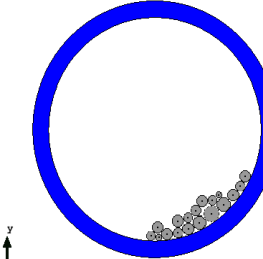
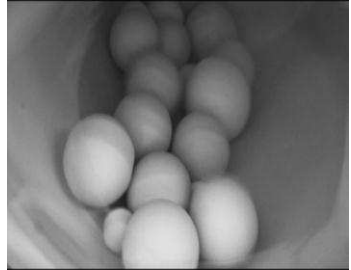
Figura 63 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, três corpos moedores $\mu=0,9$.



Fonte - Autoria Própria

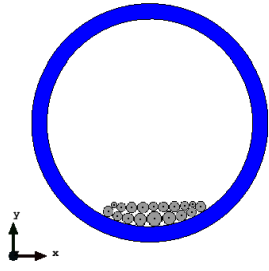
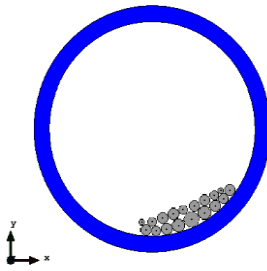

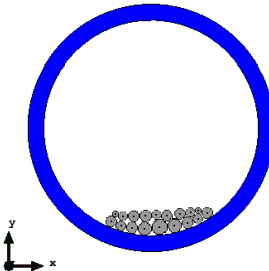
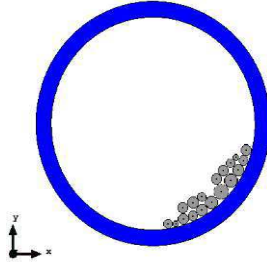

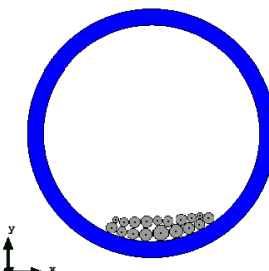
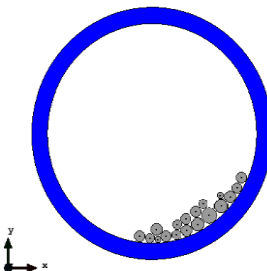

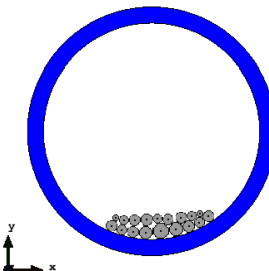
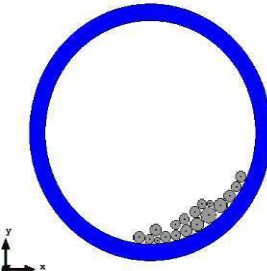
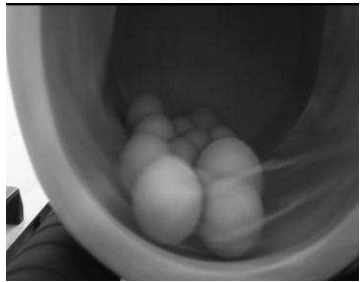
c) Para dezoito corpos moedores:

Figura 64 - Deslocamento para (57%) da velocidade crítica para vários corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

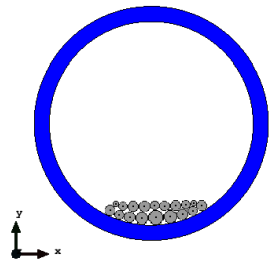
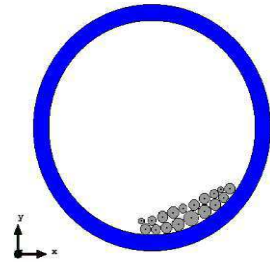
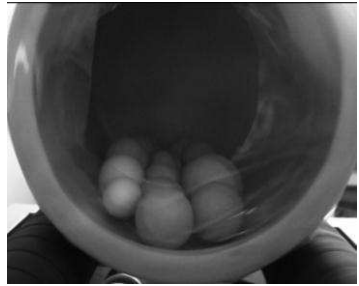
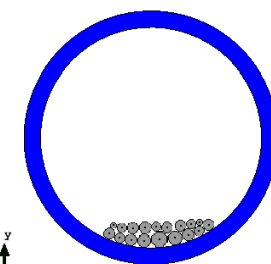
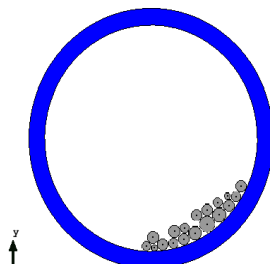

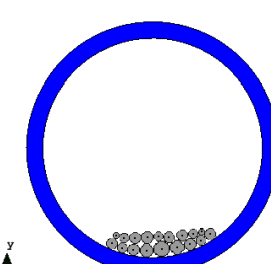
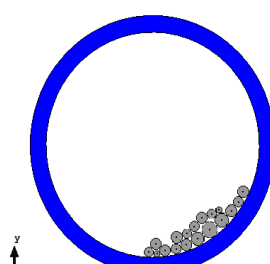

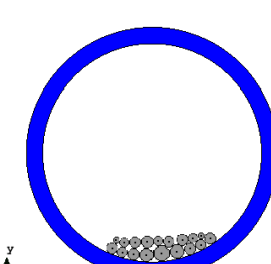
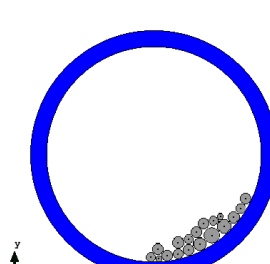

Fonte - Autoria Própria

Figura 65 - Deslocamento para (60%) da velocidade crítica para vários corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

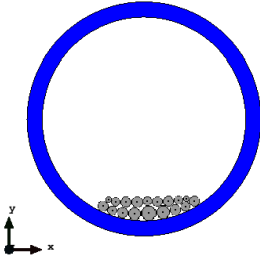
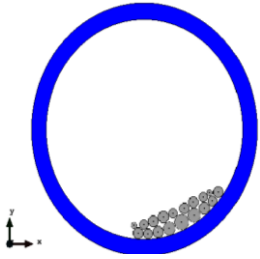

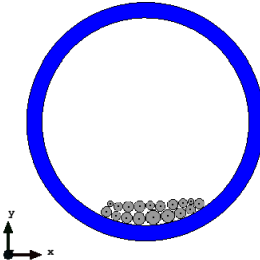
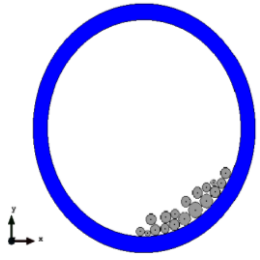

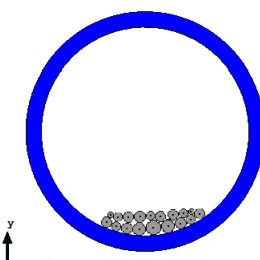
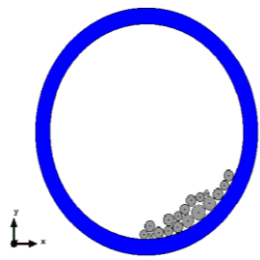

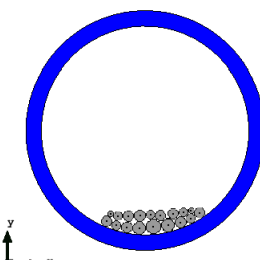
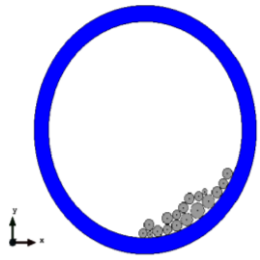

Fonte - Autoria Própria

Figura 66 - Deslocamento para (65%) da velocidade crítica para vários corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

Fonte - Autoria Própria

Figura 67 - Deslocamento para (70%) da velocidade crítica para vários corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

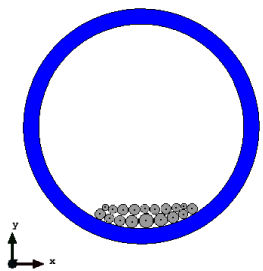
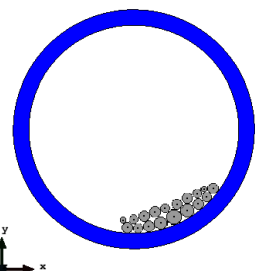

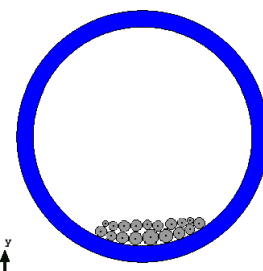
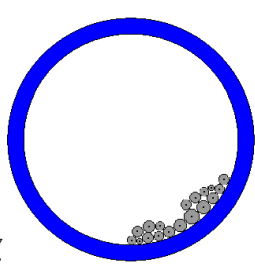

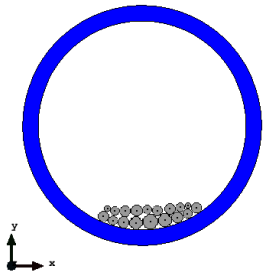
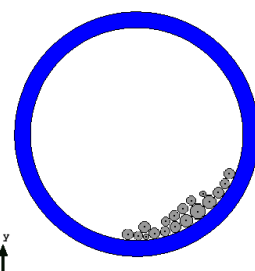

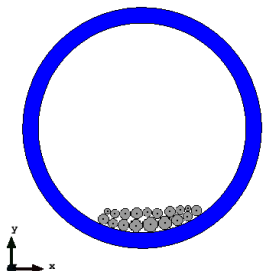
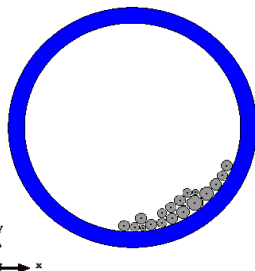

Fonte - Autoria Própria

Figura 68 - Deslocamento para (75%) da velocidade crítica para vários corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

Fonte - Autoria Própria

Figura 69 - Deslocamento para (80%) da velocidade crítica para vários corpos moedores

Tempo	Simulação		Experimental
	$\mu=0,1$	$\mu=0,51$	
t= 2s			
t= 8s			
t= 15s			
t= 20s			

Fonte - Autoria Própria

Observa-se pelas Figuras anteriores (Figuras 64 a 69) que o movimento dos corpos moedores foram os mesmos independentemente da velocidade crítica utilizada, ou seja, inicialmente atinge-se um máximo para posteriormente se estabilizar sofrendo pequenas oscilações em relação a posição de equilíbrio. É possível observar que mesmo a simulação sendo realizada em duas dimensões (2D), o movimento foi qualitativamente o mesmo que o observado experimentalmente quando considerando três dimensões (3D).

Como era de se esperar, o coeficiente de atrito de Coulomb influenciou no deslocamento máximo atingido pelos corpos moedores, que neste caso para $\mu=0,1$ e 57% da velocidade crítica foi de 1,30 cm na direção x e de -0,49 cm na direção y e, para 80% da velocidade crítica foi de 1,22 cm na direção x e de -0,50 na direção y.

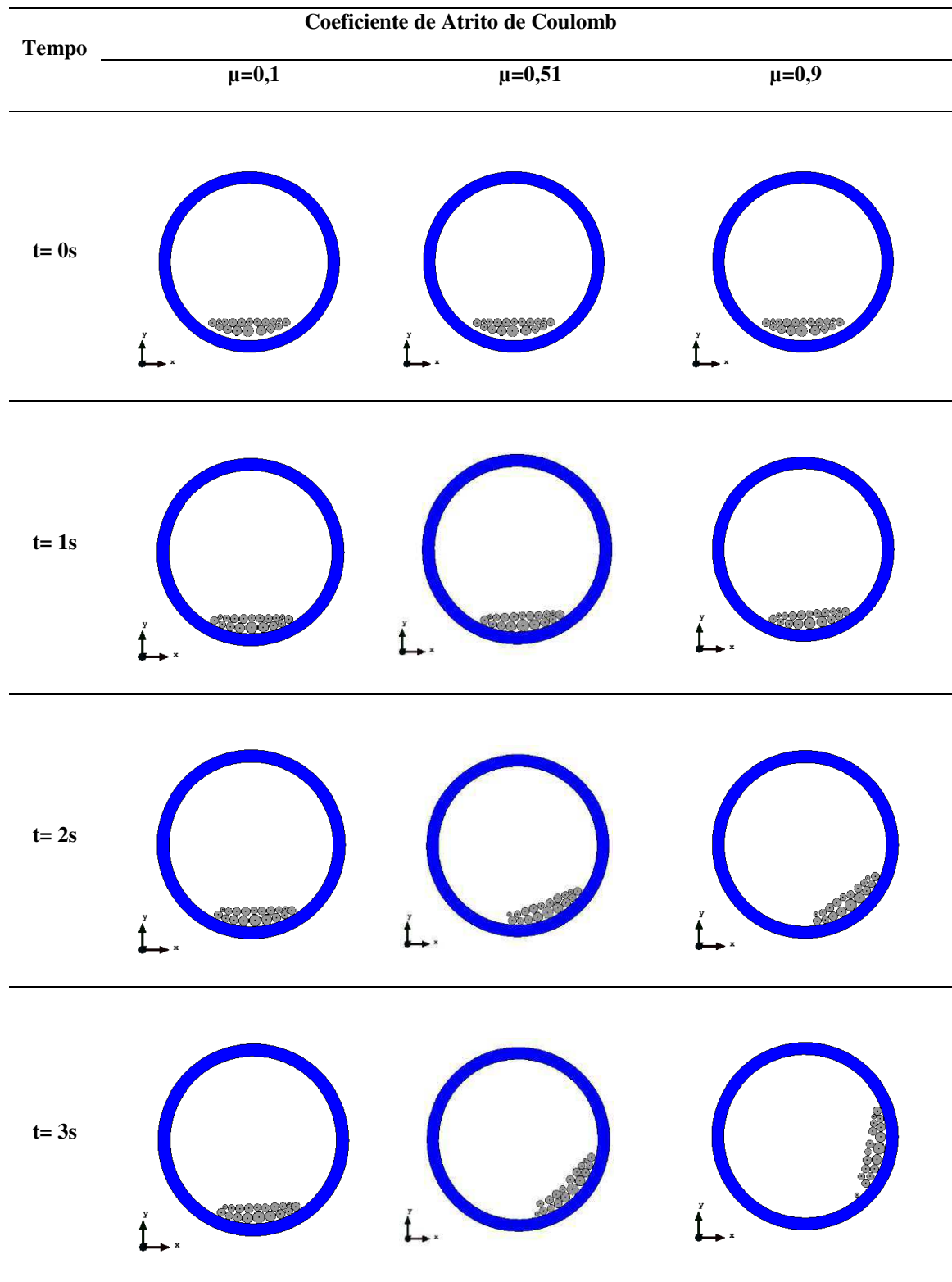
Para $\mu=0,51$ e 57% da velocidade crítica, o deslocamento máximo foi de 8,87 cm na direção x e de 3,78 cm na direção y e para 80% da velocidade crítica foi de 8,76 cm na direção x e de 3,64 cm na direção y.

A partir das constatações observadas, as quais foram descritas no parágrafo anterior, é possível realizar a calibração do modelo comparando-se as imagens obtidas pela simulação com as obtidas a partir dos experimentos realizados. Entretanto, observou-se neste caso que, com o coeficiente de atrito de Coulomb de 0,51, obteve-se melhores resultados em concordância com os resultados experimentais, ou seja, relativo ao movimento da carga (corpos moedores) no moinho. Pode-se destacar neste caso que o fator de enchimento (quantidade de corpos moedores) influenciou nos resultados considerando a aproximação do movimento da simulação com o observado experimentalmente.

Nas Figuras 70 e 71, para 57% da velocidade crítica e para 80% da velocidade crítica respectivamente, mostra-se a sequência de movimentos desde o tempo $t=0s$ até o tempo de $t=3s$, para os coeficientes de atrito de Coulomb de 0,1, 0,51 e 0,9.

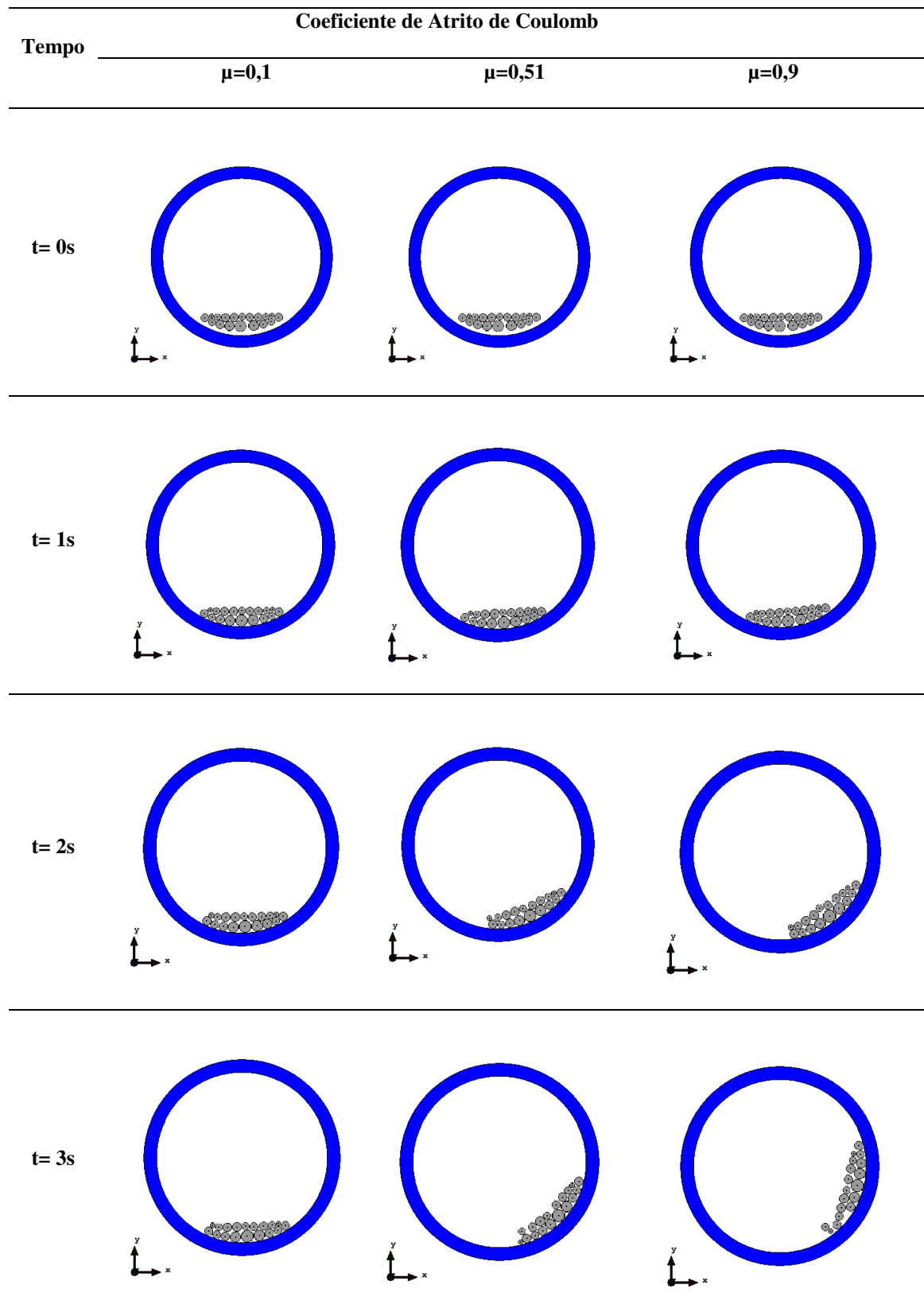
Inicialmente a posição dos corpos moedores estão a uma determinada distância da jarra (suspensos), Fig. 35, para $t=0s$. Em seguida verifica-se que o movimento é de queda livre até atingir a parede da jarra e em seguida um leve deslocamento na direção da rotação no tempo $t=1s$, dando continuidade ao movimento, devido a inercia do sistema e de acordo com o sentido de rotação o deslocamento atinge seu máximo em $t=3s$.

Figura 70 – Deslocamento para (57%) da velocidade crítica, três corpos moedores



Fonte - Autoria Própria

Figura 71 – Deslocamento para (80%) da velocidade crítica, dois corpos moedores

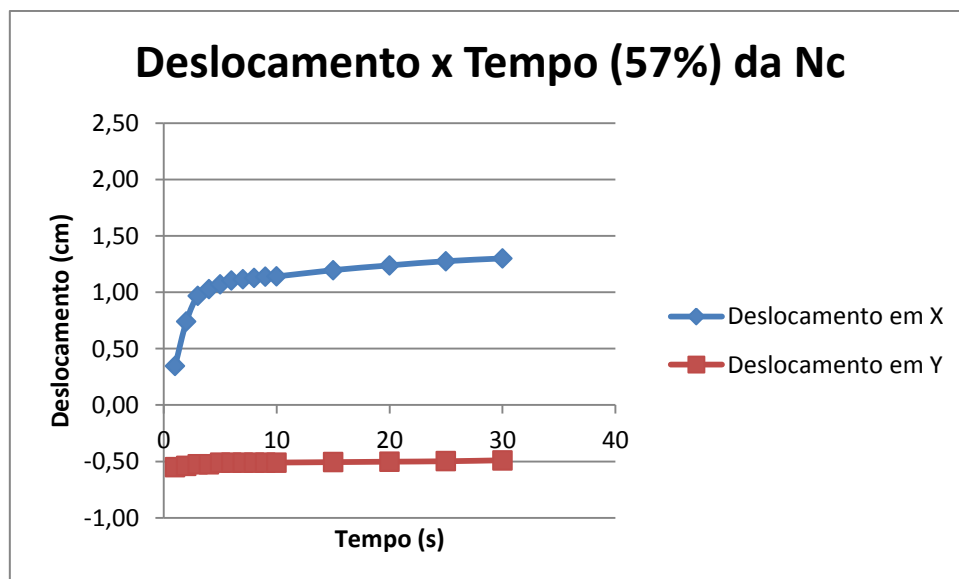


Fonte - Autoria Própria

Observando-se ainda os resultados, mostrados nas Figuras 70 e 71, verificou-se que para $\mu=0,9$ e 57% da velocidade crítica, o deslocamento foi de 10,90 cm na direção x e de 8,57 cm na direção y e para 80% da velocidade crítica foi de 10,72 cm na direção x e de 7,68 cm na direção y.

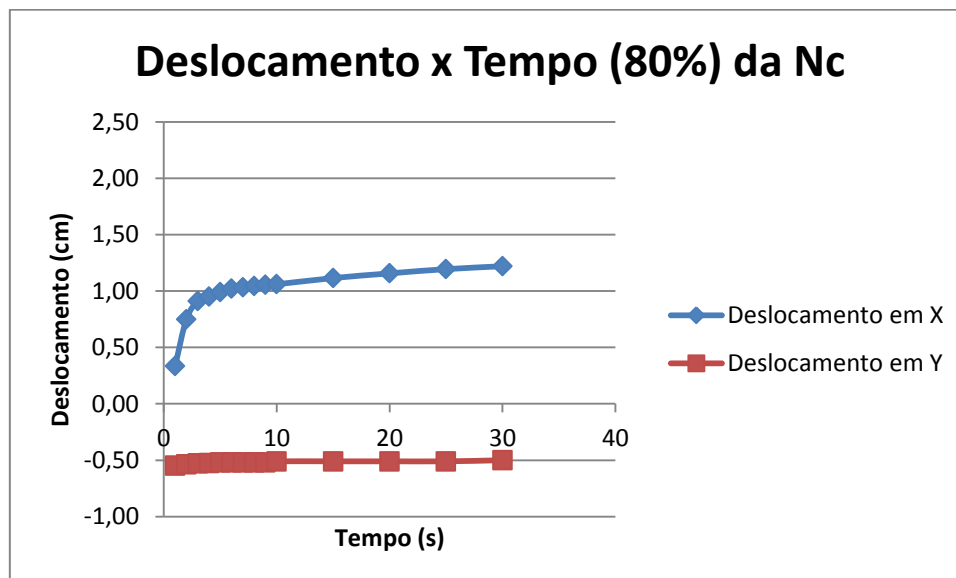
Nas Figuras 72 e 73, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,1$ e 57% da velocidade crítica, que os deslocamentos na direção x e direção y foram de 1,14 cm e -0,51 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e aumentou para 1,30 cm na direção x e para -0,49cm na direção y para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 1,06 cm e -0,51 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e aumentou para 1,22 cm na direção x e para -0,50 cm na direção y para o tempo $t=30s$.

Figura 72 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,1$



Fonte - Autoria Própria

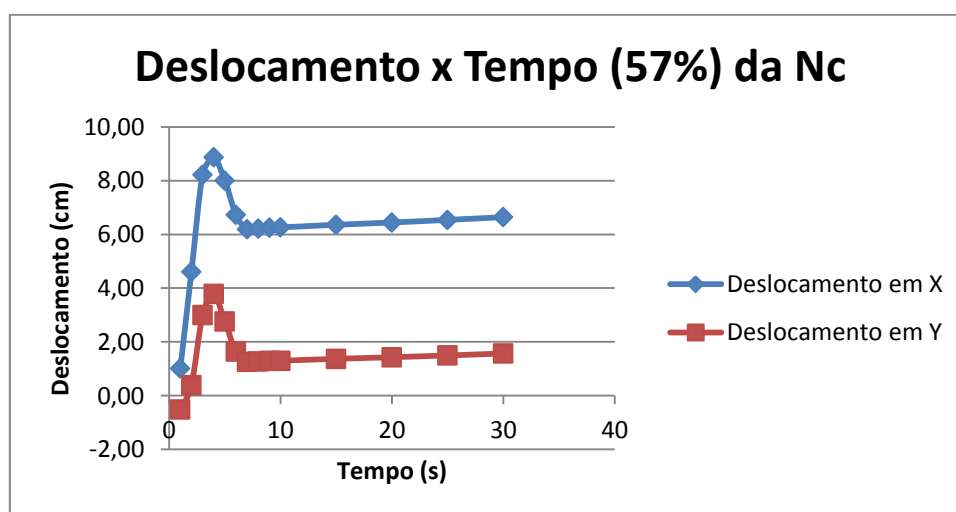
Figura 73 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,1$.



Fonte - Autoria Própria

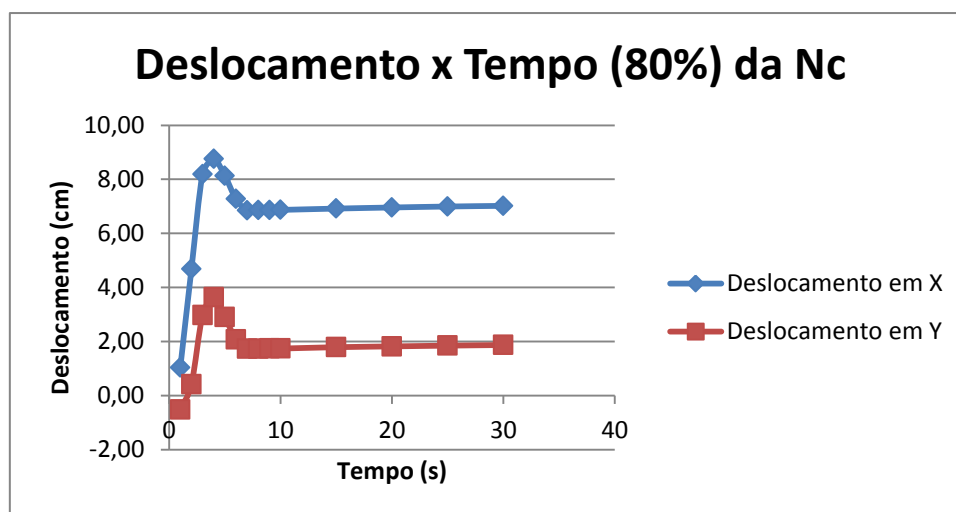
É possível observar também, nas Figuras 74 e 75, para o coeficiente de atrito de Coulomb de 0,51 e 57% da velocidade crítica, que os deslocamentos na direção x e direção y foram de 6,26 cm e 1,30 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e aumentou para 6,64 cm na direção x e para 1,57cm na direção y para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 6,87 cm e 1,74 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e aumentou para 7,02 cm na direção x e para 1,87 cm na direção y, para o tempo $t=30s$.

Figura 74 – Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,51$



Fonte - Autoria Própria

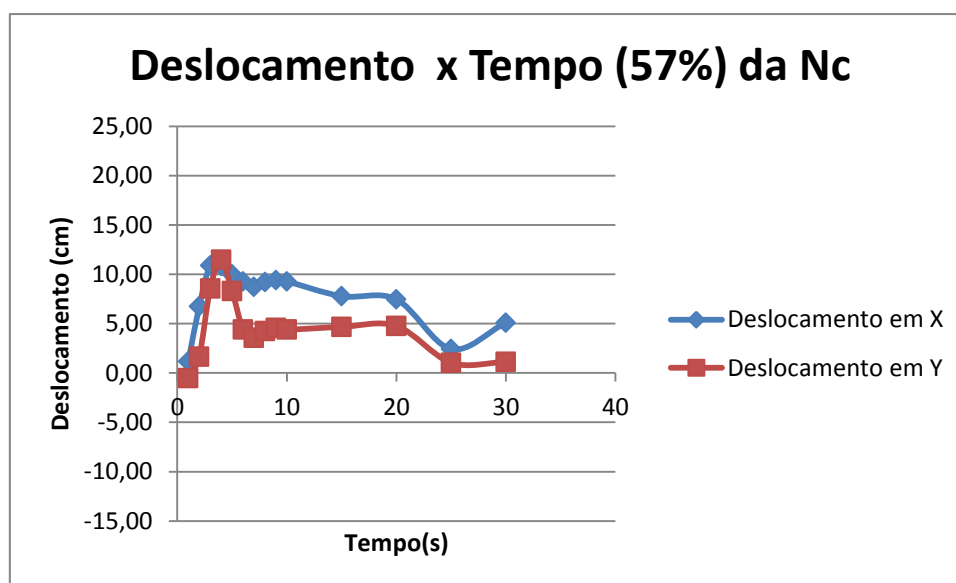
Figura 75 – Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,51$



Fonte - Autoria Própria

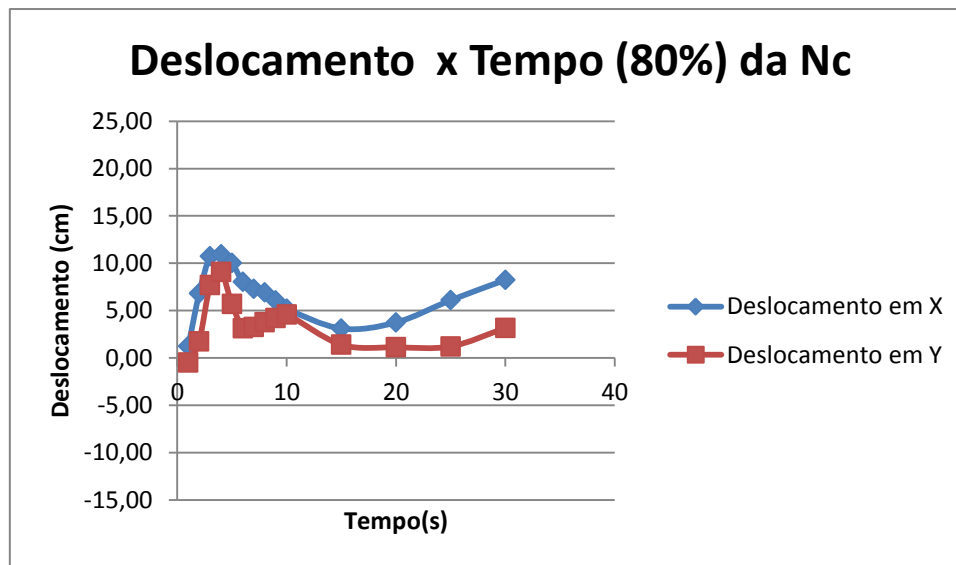
Nas Figuras 76 e 77, para o coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,9$ e 57% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 9,28 cm e 4,39 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e diminuiu para 5,10 cm na direção x e de 1,12 cm na direção y para o tempo $t=30s$. Já para 80% da velocidade crítica, os deslocamentos na direção x e direção y foram de 5,18 cm e 4,60 cm, respectivamente, para o tempo $t=10s$, e aumentou para 8,24 cm na direção x e diminuiu para 3,15 cm na direção y, para o tempo $t=30s$.

Figura 76 - Deslocamento versus tempo para (57%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,9$



Fonte - Autoria Própria

Figura 77 - Deslocamento versus tempo para (80%) da velocidade crítica, dezoito corpos moedores $\mu=0,9$



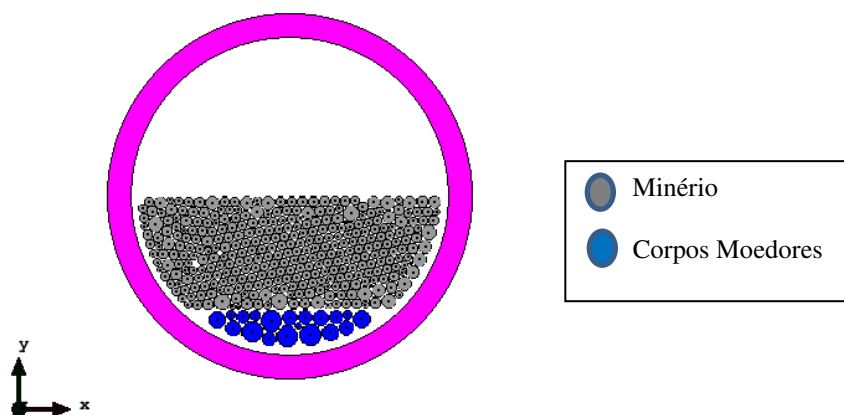
Fonte - Autoria Própria

5.4.2 Movimento dos corpos moedores e do minério no moinho

Para a simulação dos corpos moedores com o minério estipulou-se um tempo total de 600s, equivalente ao tempo da moagem realizada no laboratório que foi de 10 (dez) minutos. Desta forma, estudou-se a dinâmica dos corpos moedores, sua velocidade e deslocamento. Foram estudados o comportamento das forças envolvidas no processo, as forças normais e tangenciais. Todos esses parâmetros foram estudados a partir da variação percentual da velocidade crítica que já foram anteriormente apresentadas neste trabalho.

São apresentadas aqui as visualizações em duas dimensões (2D) do deslocamento dos corpos moedores em função do percentual da sua velocidade crítica (N_c), para os tempos de: 30s, 180s, 300, 360s, 480s e 600s, tempos estes que são mostrados em duas partes conforme as Fig. 79 e 80. A Fig. 78 mostra os corpos moedores no tempo $t=0s$.

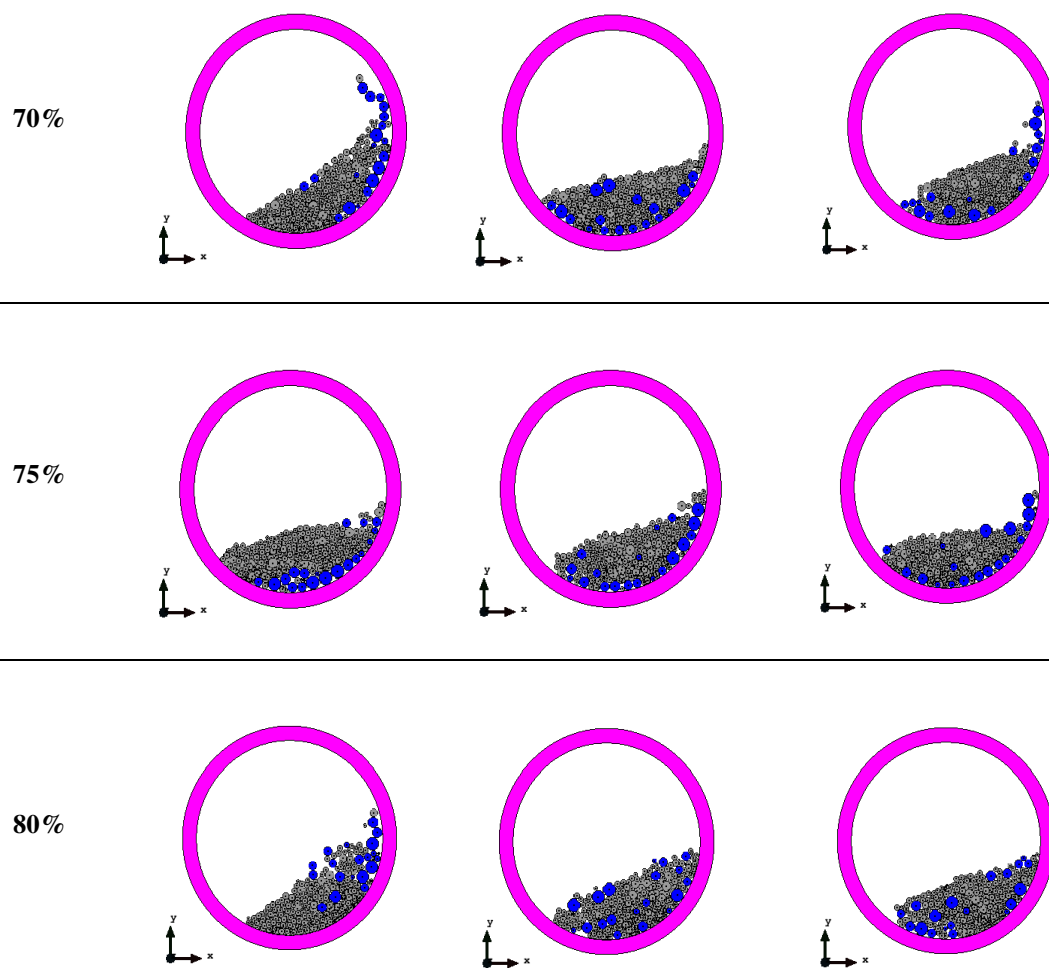
Figura 78 - Simulação do pós-processamento do moinho de bolas para corpos moedores e minério



Fonte - Autoria Própria

Figura 79 – Tempo referente a primeira parte da metade da moagem, $\mu=0,51$

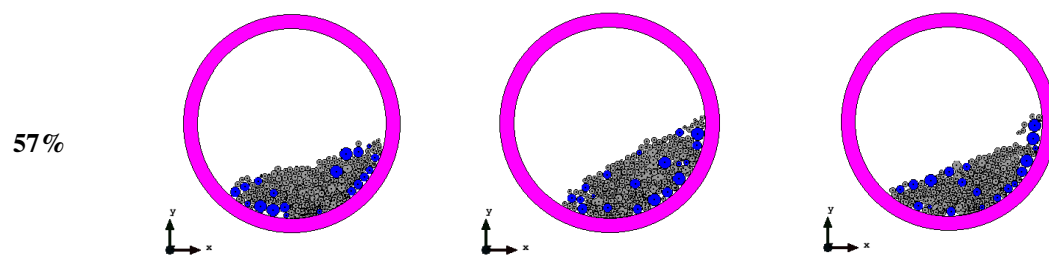
Velocidade	Tempo		
	30s	180s	300s
Crítica	<p>57%</p>		
	<p>60%</p>		
	<p>65%</p>		

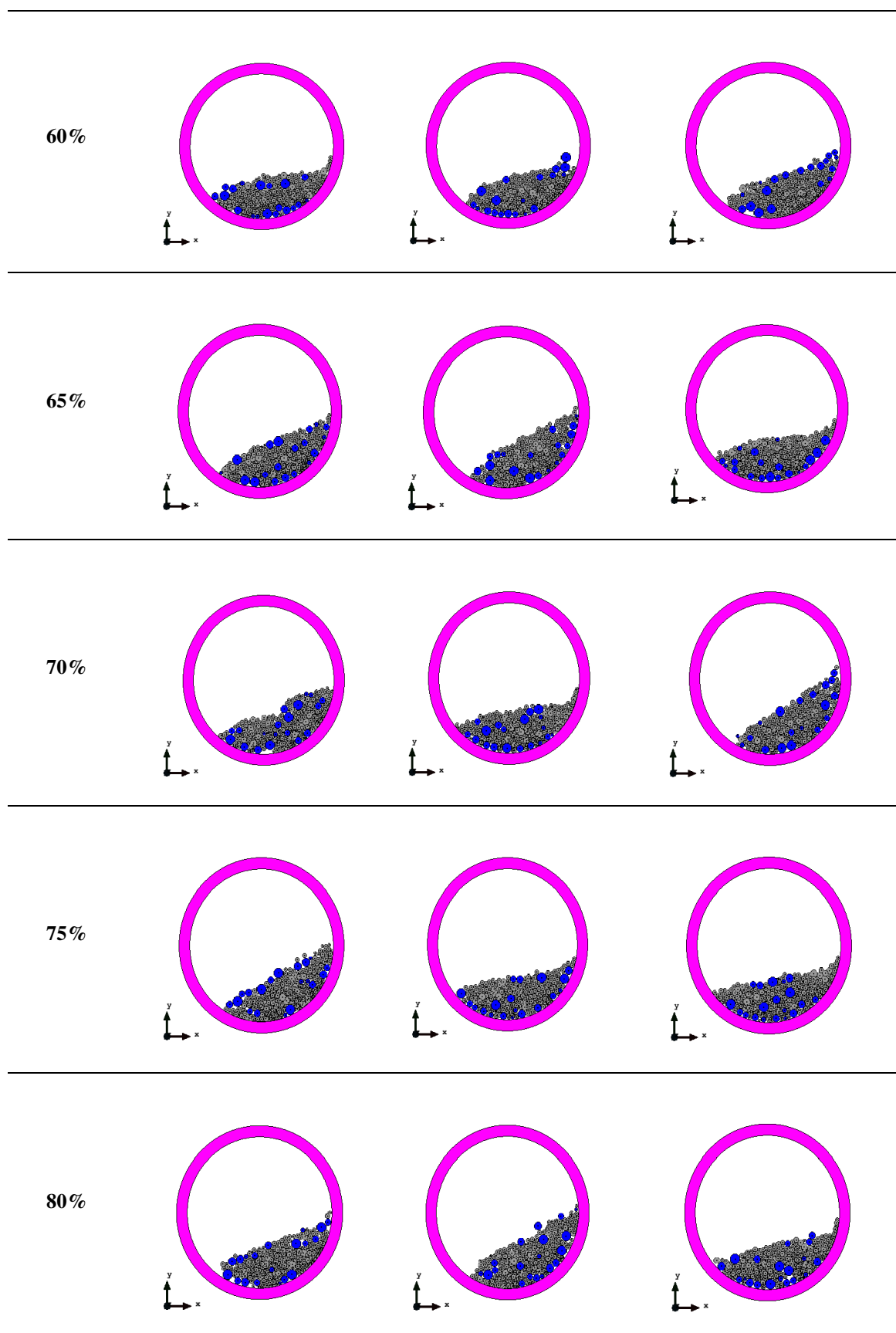


Fonte: Autoria Própria

Figura 80 - Tempo referente a segunda parte da metade da moagem, $\mu=0,51$

Velocidade	Tempo		
Crítica	360s	480s	600s





Fonte: Autoria Própria

Conforme apresentado na seção 2.4, os moinhos cadentes possuem dois tipos de movimento: o catarata e o cascata.

Na moagem em catarata a velocidade do moinho carrega os corpos moedores até uma posição elevada e essas caem sobre os outros corpos moedores e sobre a polpa causando fragmentação por impacto. Deve-se usar corpos moedores maiores para aumentar ainda mais a energia do meio moedor, e baixo fator de enchimento (menos bolas). Este regime é adequado para a fragmentação de material mais grosso e para evitar a produção de finos (Luz et al, 2010).

Na moagem em cascata, a baixa velocidade do moinho e o alto fator de enchimento fazem com que os corpos moedores, ao alcançarem uma certa altura, rolem sobre as outras, não havendo quase impacto e a moagem se dá por abrasão e atrito. Deve-se usar corpos moedores de diâmetros menores. Este regime é adequado para a obtenção de um produto final com granulometria fina (Luz et al, 2010).

Com base nas informações apresentadas, observou-se que a moagem realizada apresentou esses dois tipos de movimento em sua operação para o coeficiente de atrito de Coulomb de $\mu=0,51$; este foi utilizado tendo-se em vista que durante a calibração realizada anteriormente (para dezoito corpos moedores) este valor se aproximou mais do movimento apresentado pelos experimentos, quando se utiliza um alto fator de enchimento.

O regime catarata pode ser verificado na moagem por simulação, considerando que foi estudado variação da sua velocidade, tendo a velocidade crítica como referência. É possível destacar também, a presença de poucos corpos moedores de diâmetros maiores. Tomando-se como referência a velocidade crítica, pode ser considerada alta velocidade os valores a partir de 70% e isso é demonstrado na Fig. 76, para os percentuais de velocidades críticas de 70%, 75% e 80%, onde os corpos moedores, em alguns momentos, alcançam uma determinada altura acima do minério e desta forma supõe-se que é realizado a fragmentação (moagem ou cominuição) por impacto.

Já o regime cascata pode ser verificado na moagem devido a existência de mais fatores do que os mostrados no regime catarata como: baixas velocidades de rotação aqui representadas pelos percentuais de 57%, 60% e 65% da velocidade crítica. O alto grau de enchimento (J), que foi de 50% do volume do moinho e uma considerável quantidade de corpos moedores de pequenos diâmetros. Observa-se nas Fig. 76 e 77, que para todos os tempos e até mesmo para quase todas as velocidades críticas, devido ao alto grau de enchimento e principalmente a ausência dos levantadores (aletas) que o

movimento de moagem ocorreu por abrasividade, onde os corpos moedores apenas deslizavam sobre o minério.

Devido à existência dos dois regimes de operação: cascata e catarata na moagem, isso explicaria a diferença da distribuição granulométrica em parte das moagens realizadas experimentalmente. O ideal seria ter apenas um dos regimes em operação para assim poder definir a granulometria ideal, lembrando que o minério pode ter vindo de frentes diferentes o que ocasionaria também essa diferença em sua distribuição granulométrica.

5.5 Determinação da potência necessária para o movimento da moagem

Descreve-se aqui, a metodologia desenvolvida para o cálculo da potência consumida nos moinhos tubulares. Esta metodologia é baseada no modelo descrito por King (2001), apresentado no item 2.5.1, e de acordo com as definições mostradas na Fig. 11. Neste modelo o cálculo do torque (T), necessário para girar o moinho depende da massa total da carga do moinho do torque necessário para superar o atrito e da distância do centro do moinho ao centro de gravidade da carga. A potência do moinho (P) pode ser calculada a partir da rotação do moinho e do próprio torque.

A metodologia aqui desenvolvida parte do princípio de que é possível calcular o centro de gravidade da carga do moinho a partir da análise da Malha de Elementos Discretos. Nesta malha tendo-se o número de partículas (elementos discretos) é possível associar a posição \vec{r}_i e a massa m_i de cada partícula (elemento discreto).

Considerando a malha de elementos discretos como um sistema de massas discreto, formado por um conjunto de massas pontuais, o centro de massa do corpo formado por esta malha pode ser calculado de forma aproximada como segue:

$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum(\vec{r}_i * m_i)}{\sum m_i} \quad (55)$$

Considerando o valor de d_c como sendo o braço de alavanca que define o torque necessário para o movimento da carga do moinho, Fig. 11, aqui definiu-se como sendo o valor de \bar{x} que define o centro de gravidade e de acordo com esta Figura, tem-se:

$$d_c = \bar{x} = \frac{\sum(\vec{x}_i * m_i)}{\sum m_i} \quad (56)$$

Na Tabela 15, tem-se os valores do braço de alavanca d_c , neste caso considerado a distância \bar{x} do centro de gravidade da massa carga ao centro do moinho determinado pelo Método dos Elementos Discretos de acordo com a metodologia desenvolvida neste trabalho, para os tempos de 30s, 300s e 600s, para um coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,51$.

Tabela 15 - Valores de d_c para os tempos de 30s, 300s e 600s e $\mu=0,51$

Velocidade	Valor de \bar{x} para o centro de gravidade		
	30s	300s	600s
Crítica			
57%	3,1897	2,3677	2,7775
60%	3,1242	2,1304	3,4198
65%	3,1288	3,9508	1,5401
70%	3,8188	3,6131	3,8971
75%	1,4100	1,2098	1,7884
80%	4,0520	3,3028	1,9989

Fonte: Autoria Própria

Na Tabela 16, apresenta-se os valores dos torques, determinados a partir das simulações pelo Método dos Elementos Discretos de acordo com a metodologia desenvolvida neste trabalho, para os tempos de 30s, 300s e 600s, para um coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,51$.

Tabela 16 – Valores de T para os tempos de 30s, 300s e 600s e $\mu=0,51$

Velocidade	Valor do Torque (N . cm / cm)		
	30s	300s	600s
Crítica			
57%	15,1230	11,2254	13,1681
60%	14,8119	10,1004	16,2135
65%	14,8339	18,7309	7,3018
70%	18,1054	17,1301	18,4765
75%	6,6852	5,7361	8,4790
80%	19,2109	15,6591	9,4769

Fonte: Autoria Própria

Na Tabela 17, apresenta-se os valores das potências, determinadas a partir das simulações pelo Método dos Elementos Discretos de acordo com a metodologia desenvolvida neste trabalho, para os tempos de 30s, 300s e 600s, para um coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,51$.

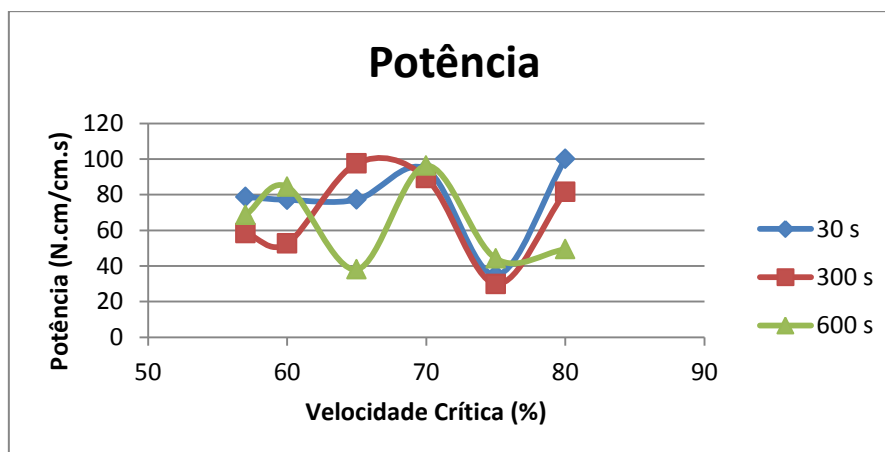
Tabela 17 – Valores de P para os tempos de 30s, 300s e 600s e $\mu=0,51$

Velocidade Crítica	Valor da Potência (N. cm / cm s)		
	30s	300s	600s
57%	78,772	58,471	68,590
60%	77,152	52,611	84,452
65%	77,266	97,565	38,034
70%	94,307	89,227	96,240
75%	34,822	29,878	44,166
80%	100,065	81,565	49,363

Fonte: Autoria Própria

Na Figura 81, apresenta-se os valores das potências, determinadas a partir das simulações pelo Método dos Elementos Discretos de acordo com a metodologia desenvolvida neste trabalho, para os tempos de 30s, 300s e 600s, para um coeficiente de atrito de Coulomb $\mu=0,51$.

Figura 81 – Gráfico da Potência versus Tempo e $\mu=0,51$



Fonte: Autoria Própria

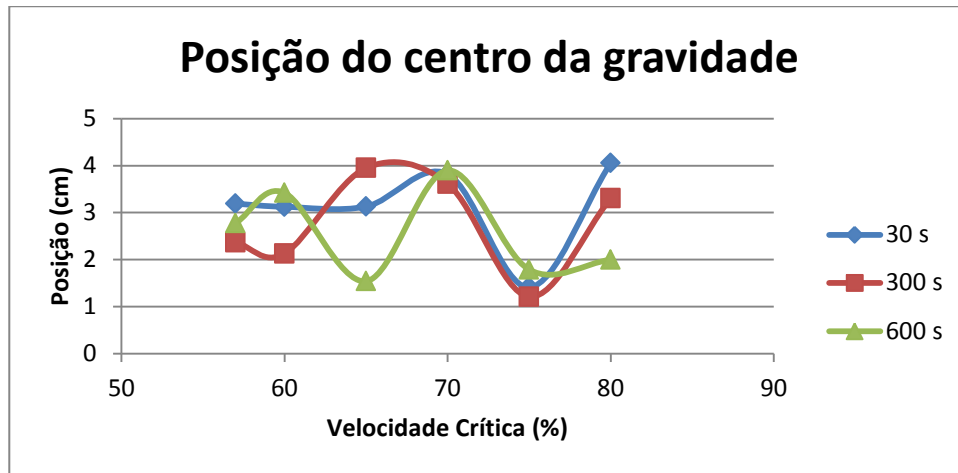
King (2001) discutiu, a partir das equações 13 e 14 seção 2.5.1, que, para moinhos de diferentes diâmetros mas para a mesma fração da velocidade crítica e tendo-

se o mesmo fator de enchimento, a potência líquida só depende do comprimento do moinho, do diâmetro do mesmo, e de um fator α_p , equações 13 e 14 seção 2.5.1. É possível observar que fator α_p , leva em consideração todos os aspectos relativos a aceleração da gravidade, velocidade crítica, a massa da carga relacionando seu volume e distância do centro de gravidade da carga do moinho como sendo uma fração do diâmetro do moinho.

Segundo o autor o expoente de 2,5 sobre o diâmetro do moinho da equação anterior foi por diversas vezes referido como tendo valores tão baixos quanto 2,3 e tão elevadas quanto 3,0. Desta feita é possível a partir da metodologia aqui desenvolvida verificar a calibração deste parâmetro. Inclusive é possível estudar o valor de α_p em que se envolve os parâmetros de acordo com o desenvolvimento feito, aceleração da gravidade, velocidade crítica, volume da carga do moinho e distância do centro de gravidade da carga do moinho como sendo uma fração do diâmetro do moinho.

O efeito da variação da velocidade crítica do moinho na potência pode ser verificada na Fig. 81. A velocidade de rotação do moinho influencia a potência em dois efeitos: o valor da velocidade crítica e o deslocamento do centro de gravidade. O centro de gravidade inicia no centro do moinho (carga inicialmente depositada no canto inferior do moinho), e começa a se deslocar se afastando do centro do lado em que se dá a rotação do moinho, quando a velocidade de rotação aumenta se aproximando da velocidade crítica o centro de gravidade move-se em direção ao centro do moinho novamente à medida que mais e mais material seja mantido contra a carcaça ao longo do ciclo. Desde que velocidade crítica é maior para raios menores a camada de centrifugação fica mais e mais densa, como a velocidade aumenta até que toda a carga esteja centrifugada e o consumo de energia líquida seria zero.

O efeito da carga do moinho é principalmente por meio do deslocamento do centro de gravidade e a massa da carga, Fig. 82.

Figura 82 - Gráfico da posição do centro de gravidade versus tempo e $\mu=0,51$ 

Fonte: Autoria Própria

Capítulo VI
CONCLUSÕES

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusões

Tendo em vista os resultados apresentados, pode-se concluir que o moinho de bolas, aqui utilizado, moinho em escala de laboratório, do ponto de vista mecânico, após a mudança realizada no sistema de transmissão e a instalação de um sistema de controle de velocidade, atendeu as expectativas que lhe foram colocadas à prova, neste caso a necessidade de atingir os percentuais da velocidade crítica (N_C) propostos, uma vez que antes das mudanças não se conseguia atingir as (N_C) requerida e acima de tudo, trabalhava-se com o motor no limite de seu funcionamento.

Nos peneiramentos realizados sem moagem para os dois experimentos foram observados que para o primeiro experimento a massa retida na malha de +30# foi um pouco menor do que a massa retida após a moagem. Mudança significativa observou-se na distribuição granulométrica realizada pelo peneiramento após a moagem para o segundo experimento, onde a massa retida na peneira com abertura da malha +30#, a qual foi referida como ponto de corte para a melhor moagem, obteve uma massa retida bem menor do que a realizada no primeiro experimento.

As informações sobre os parâmetros que alimentaram o software para a simulação da moagem foram quase todas de acordo com as características dos seus materiais, menos o tipo de modelo ao qual se referia o moinho, pois o mesmo não possuía as características que o software disponibiliza.

A partir das simulações do movimento dos corpos moedores para dois, três e dezoito corpos moedores verificou-se que é possível obter parâmetros que possam ser utilizados, comparando com o comportamento experimental, para validar a simulação computacional se aproximando da realidade (experimentação). Foi possível observar que a movimentação dos corpos moedores, geradas pela simulação foram de maneira qualitativa similares as ocorridas no experimento. Na maioria das simulações, inicialmente, houve um crescimento nos valores dos deslocamentos e posterior uma estabilização em torno de uma posição de equilíbrio, comportamento muito próximo do verificado na prática.

Foi possível verificar que o coeficiente de atrito de Coulomb, foi um fator determinante no comportamento da movimentação dos corpos moedores no moinho

aqui utilizado, em que não se utiliza revestimentos e elevadores que poderiam propiciar uma maior capacidade de transferência da energia necessária ao processo de moagem, acredita-se que com isso aumentaria-se a eficiência do moinho e conseqüentemente um menor gasto de energia. Nesta metodologia utilizada, verificou-se que a variação do percentual da velocidade crítica não se mostrou determinante na comparação visual do comportamento do movimento dos corpos moedores no moinho.

Outra verificação constatada é que na simulação pode-se utilizar modelos de contatos diferenciados podendo-se estudar outros fatores que possam influenciar no comportamento do movimento dos corpos moedores no moinho que utiliza jarra de porcelana e não utiliza revestimento e nem elevadores na sua construção.

A maioria dos valores dos deslocamentos máximos ocorreram em tempos próximos do início do movimento (aqui em torno de 3s), o movimento atinge seu máximo para em seguida atingirem o equilíbrio. Como era de se esperar o coeficiente de atrito influenciou o movimento dos corpos moedores, entretanto as mudanças nos percentuais da velocidade crítica, não parece ter influenciado o movimento.

Considerando a simulação do processo de moagem em que foi construído uma malha com corpos moedores e minério, os resultados computacionais mostraram-se qualitativamente próximo do experimento realizado e principalmente considerando que o moinho utilizado na moagem não possuía revestimento e levantadores, daí acredita-se que seja o fator motivador de quase todos comportamentos observados o movimento ocorrer favorecendo o movimento por abrasão, característica do regime de cascata.

Uma contribuição neste trabalho, é o desenvolvimento de uma metodologia em que se utiliza dos parâmetros possíveis de se obter pelo Método dos Elementos Discretos aplicado à simulação do processo de moagem, quais sejam, distância do centro de gravidade da carga no moinho e massa da carga do moinho diretamente. Para este desenvolvimento, utilizou-se como referência o modelo de King (2001) para calcular a potência necessária para o movimento da carga em moinhos semi-autógenos e autógenos. Neste modelo de King (2001), estabelece-se uma relação em que a potência é dependente do comprimento do moinho e do seu diâmetro. O fator de ponderação, alfa, neste modelo é o fator que inclui variáveis como: aceleração da gravidade, velocidade crítica do moinho, densidade da carga no moinho, volume do moinho, fator de enchimento e distância do centro de gravidade ao centro do moinho como uma fração do diâmetro do moinho.

A partir da metodologia desenvolvida, pode-se, estudar a influência dos parâmetros diretamente relacionados na equação de King (2001) a partir de informações obtidas pelo Método dos Elementos Discretos, importante ressaltar a necessidade de calibração da simulação com a experimentação.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros:

Como sugestão para futuros trabalhos pode-se citar:

- Estudar a influência da variação do diâmetro do moinho e do fator de enchimento, na dinâmica do movimento dos corpos moedores e minérios no interior do moinho;
- Estudar a influência da geometria e (projetar levantadores) do material do revestimento (variação do coeficiente de atrito de Coulomb) na eficiência do processo de moagem comparando a granulometria obtida do minério variando inclusive o tempo de moagem;
- Estudar a influência da geometria de levantadores (elevadores) na eficiência do processo de moagem comparando a granulometria obtida do minério;
- Realizar experimentos com moinhos com menores comprimentos, projetados para uma melhor visualização (filmagem) do movimento dos corpos moedores, de forma a aproximar ainda mais o comportamento observado nas simulações realizadas em 2D;
- Realizar simulações em 3D, com o objetivo de aproximar ainda mais o comportamento dos corpos moedores no interior do moinho;
- Estudar a implementação de novos modelos de contato para aproximar ainda mais a simulação do comportamento obtido experimentalmente, desta forma, seria possível verificar o efeito da rigidez dos materiais envolvidos, do coeficiente de restituição, do coeficiente de atrito de Coulomb e fator de amortecimento;
- Comparar a potência calculada pela metodologia desenvolvida com resultados obtidos experimentalmente a partir da implementação e utilização de equipamentos para medição de torque e potência.

REFERÊNCIAS

AUSTIN L.G., KLIMPEL R. and LUCKIE, P.T., 1984, “**Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling**”, AIME, SME, New York, USA (1984).

BARKER, G.C., 1994. **Computer simulations of granular materials**. In: Mehta, A. (Ed.), *Granular Matter: An Interdisciplinary Approach*. Springer-Verlag, New York, pp. 35–83.

CAMPBELL, C.S., 1990. **Rapid granular flows**. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 22, 57–92.

CARVALHO, R. M., 2009, **Desenvolvimento de Modelo Matemático Generalizado da Cominuição** . Dissertação de Mestrado em Engenharia Metalúrgica e Materiais - COOPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

CHAVES, A. P. E PERES, A. E. C. 2003. **Teoria e Prática do Tratamento de Minérios - Volume 3**. São Paulo: Signus, 2003.

CLEARY, P.W., 2001. **Modelling comminution devices using DEM**. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 25, 83– 105.

CUNDALL, P. A., STRACK, O.D.L. **A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies**. *Géotechnique*, v. 29, p. 47-65, 1979.

CUNDALL, P.A. & Hart, D.H. (1992). **Numerical Modelling of Discontinua. Engineering Computations**, 9:101-113.

DEMPACK/CIMNE (International Center for Numerical Methods in Engineering). **Tutorial 1: Mill 2D**, Spain, 2011. Disponível em <http://www.cimne.com/dem/problemtype>, acesso em: 20 de out. 2014.

DONZÉ, F.V., Richefeu, V. & Magnier, S. (2008). **Advances in Discrete Element Method Applied to Soil, Rock and Concrete Mechanics**. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 13.

HERBST, J.A. FUERSTENAU, D.W., 1980, “**Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models**”, *International Journal of Mineral Processing*, v. 7, n. 1 p. 1-31.

HERBST, J.A., RAJAMANI, K., 1982, “**The Application of Modern Control Theory to Mineral-Processing Operations**”, In: *Proceedings of the 12th CMMI Congress*, South African Inst. Min. Metall., Johannesburg, South Africa.

INOUE, T., OKAYA, K., 1996. **Grinding mechanisms of centrifugal mills a batch ball mill simulator**. *Int. J. Miner. Process.* 44 (45), 425– 435.

KING, R. P. **Modeling and simulation of mineral processing systems**. Boston: Butterworth Heinemann, 2001.

KING, R. P. **Technical notes 8: Grinding**, 2000.

LUZ, A. B., ALMEIDA, S.L.M., E FIGUEIRA, H. V.O. 2004. **Cominuição – Capítulo 4. Rio de Janeiro: CETEM**, 2004.

LUZ, A. B., FRANÇA, S. C. A., E SAMPAIO, J. A. 2010. **Tratamento de Minérios. Rio de Janeiro: CETEM**, 2010.

M. MARIGO, D. L. CAIRNS, M. DAVIES, M. COOK, A. INGRAM, E. H. STITT
Developing Mechanistic Understanding of Granular Behaviour in Complex Moving Geometry using the Discrete Element Method. Part A: Measurement and Reconstruction of TurbulaMixer Motion using Positron Emission Particle Tracking, *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 59, No. 3 (2010), pp. 217-238.

MINDLIN, R. D.; DERESIEWICZ, H. **Elastic spheres in contact under varying oblique forces**. Journal of Applied Mechanics., v. 20, n.75, p. 327-344, 1953. Mineral Processing, v. 7, n. 1 p. 1-31.

MISRA, A., CHEUNG, J., 1999. **Particle motion and energy distribution in tumbling mills**. Powder Technol. 105, 222– 227.

MISHIRA, B.K., 2003. **A review of computer simulation of tumbling mills by the discrete element method: Part I - contact mechanics**. Int. J. Miner. Process. 71 (2003) 73– 93.

MISHIRA, B.K., 2003. **A review of computer simulation of tumbling mills by the discrete element method: Part II – Practical applications**. Int. J. Miner. Process. 71 (2003) 95– 112.

MISHRA, B.K., RAJAMANI, R.K., 1994. **Simulation of charge motion in ball mills: Part 1. Experimental verifications**. Int. J. Miner. Process. 40, 171–186.

MISHRA, B.K., RAJAMANI, R.K., 1994. **Simulation of charge motion in ball mills: Part 2. Numerical simulations**. Int. J. Miner. Process. 40, 187–197.

Mishra, B.K., Rajamani, R.K., 1992. **The discrete element method for the simulation of ball mills**. Appl. Math. Model 16, 598– 604.

NEVES, C.E.V., 2009. **Comportamento de Materiais Granulares Usando o Método dos Elementos Discretos**. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

OLIVEIRA, R.F., 2012. **Uma Revisão dos Princípios de Funcionamento e Métodos de Dimensionamento de Moinhos de Bolas**. Monografia (Especialização em Engenharia de Recursos Minerais). Universidade Federal de Minas Gerais, MG, Brasil.

RAJAMANI, R.K., MISHRA, B.K., VENUGOPAL, R., DATTA, A., 2000b. **Discrete element analysis of tumbling mills**. Powder Technol. 109 (1– 3), 105– 112.

REID K.J. (1965) A solution to the batch grinding equation. Chem Eng Sci, 20, 953-963

SANTOS, E.G. **Análise da Forma da Partícula na Aplicação do Método dos Elementos Discretos (DEM)**. Belém, 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Pará.

SILVA, C. T., 2008. **Modelo Para Análise de Tensões Gravitacionais a Partir de Características Geomecânicas dos Maciços Rochosos**. Recife, 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral), Universidade Federal de Pernambuco, PE, Brasil.

VAN NIEROP, M.A., GLOVER, G., HINDE, A.L., MOYS, M.H., 2001. **A discrete element method investigation of the charge motion and power draw of an experimental two-dimensional mill**. Int. J. Miner. Process. 59, 131– 148.

VENUGOPAL, R., RAJAMANI, R.K., 2001. **3D simulation of charge motion in tumbling mills by the discrete element method**. Powder Technol. 115, 157– 166.

VERLAG MODERNE INDUSTRIE. **Manual Technical Ceramics**. Munich, 2011. Disponível em http://www.ceramtec.com/files/noindex/ca_manual_technical_ceramics.pdf
Acesso em: 07 maio 2015.

WALTON, O.R., 1994. **Numerical simulation of inelastic frictional particle– particle interaction**. In: Roco, M.C. (Ed.), Particulate Two-Phase Flow, pp. 884– 911. Chap. 25.

WHITEN, W.J., 1984, **Models and control techniques for crushing plants**. Control 84, Ed. Herbst, Society of Minerals Engineering, 217-224.

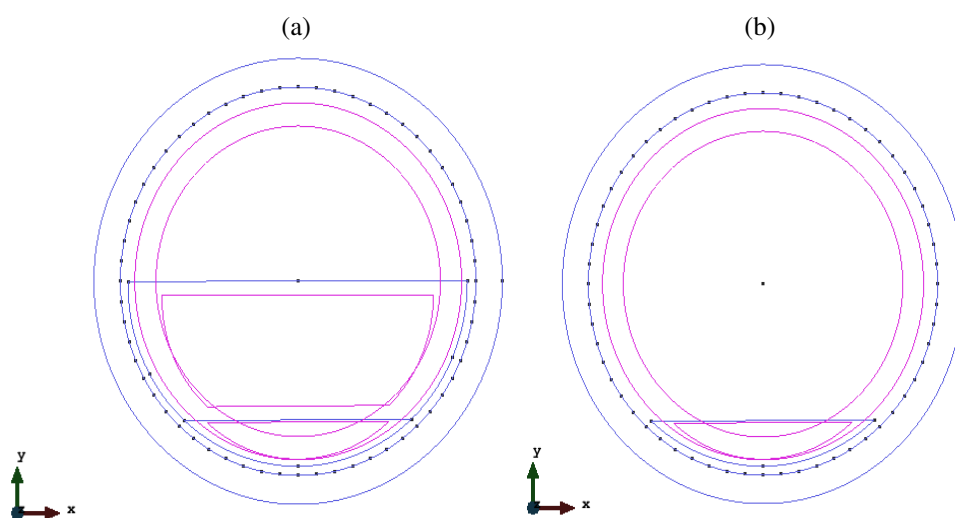
WILLS, B. A. E NAPIER-MUNN,T. 2006. **Mineral Processing Technology - An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery**. Burlington: Elsevier, 2006.

APÊNDICES

Apêndice 1A: Criação da geometria do moinho

Para que o moinho tivesse as mesmas dimensões do original, atribuímos os mesmos valores de seus respectivos raios interno e externo, os quais eram $R_{\text{int}}=11,75\text{cm}$ e $R_{\text{ext}}=13,50\text{cm}$. Definiu-se também o volume do moinho que é composto por corpos moedores e minério e um apenas com corpos moedores, conforme a Fig. 83.

Figura 83 - (a) Geometria do moinho para minério e corpos moedores, (b) Geometria do moinho para corpos moedores

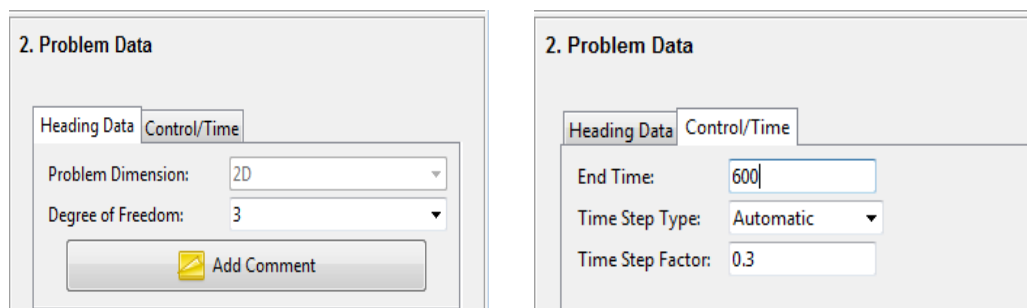


Fonte - Autoria Própria.

Apêndice 2A: Dados do problema

A entrada dos dados do problema Figura 84, permite-se definir parâmetros como: a dimensão do problema, o número de graus de liberdade de uma partícula, o tempo total da simulação e o passo de tempo (time step).

Figura 84 - Dados do problema



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMpack

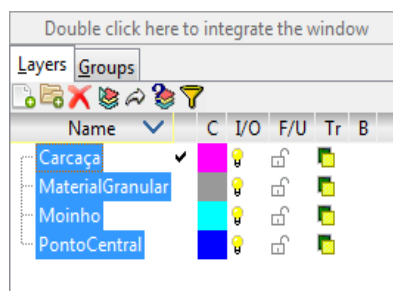
Utilizou-se o ambiente de trabalho em 2D com as partículas tendo 3 (três) graus de liberdade, o tempo total da simulação foi definido de acordo o tipo de simulação, 30s para as simulações só com os corpos moedores e 600s para a simulação com os corpos moedores e o minério, equivalente a 10 (dez) minutos, tempo este equivalente ao experimento de moagem realizado no laboratório, conforme descrito na seção 4.4.

Apêndice 3A: Camadas

Para a simulação foram criadas 4 (quatro) diferentes tipos de camadas, Figura 85:

- Material Granular: contendo o minério e os corpos moedores;
- Moinho: contendo a superfície/volume da jarra/moinho;
- Outer Crown: contendo a parte exterior do moinho e;
- Ponto Central: contendo o ponto central, definindo o eixo central do moinho.

Figura 85 - Camadas



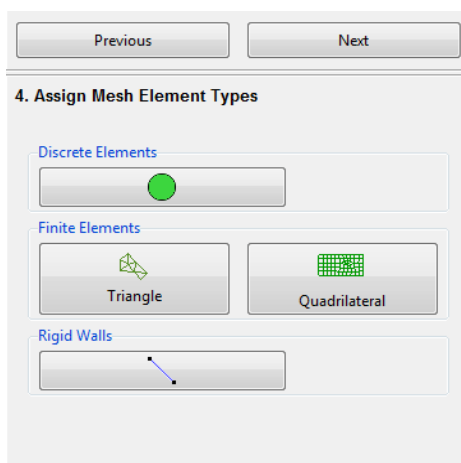
Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMpack

Apêndice 4A: Tipos de elementos

Nesta seção foram atribuídos os tipos de elementos: Método dos Elementos Finitos (MEF) e Método dos Elementos Discretos – MED, Fig. 86 para suas respectivas malhas.

Para Elementos Finitos foi atribuída a uma malha triangular que foi aplicado no moinho, já para Elementos Discretos a malha foi atribuída aos corpos moedores e o material granular (minério/calcário).

Figura 86 - Tipos de elementos: Elementos Finitos e Elementos Discretos

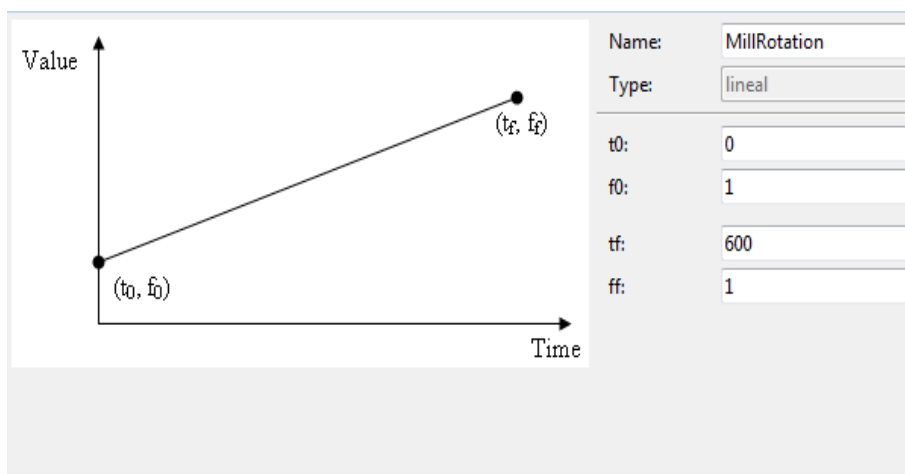


Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Apêndice 5A: Curvas de carregamento

Pode-se definir 3 (três) tipos de curvas auxiliares de carregamento: linear, senoidal e por ponto da curva em que adicionamos pares de pontos como um valor num determinado tempo. Neste trabalho utilizou-se a curva linear com valor constante, Fig. 87.

Figura 87 - Definição da curva de carregamento



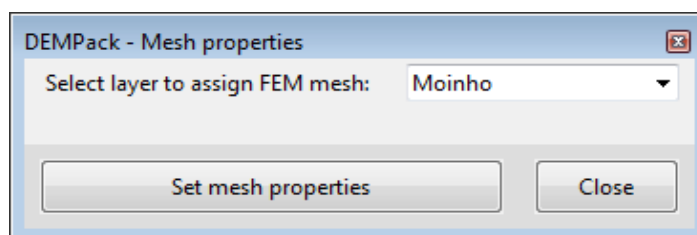
Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMpack

Apêndice 6A: Propriedade das malhas

Foram atribuídos os parâmetros que definem para os tipos de elementos (finitos e discretos), as propriedades das malhas que já foram selecionados para suas respectivas geometrias.

Para o caso da malha em que foi atribuída para o moinho como FEM, só temos que selecionar a camada em que esta se encontra, logo pode-se verificar de acordo com a Fig. 88.

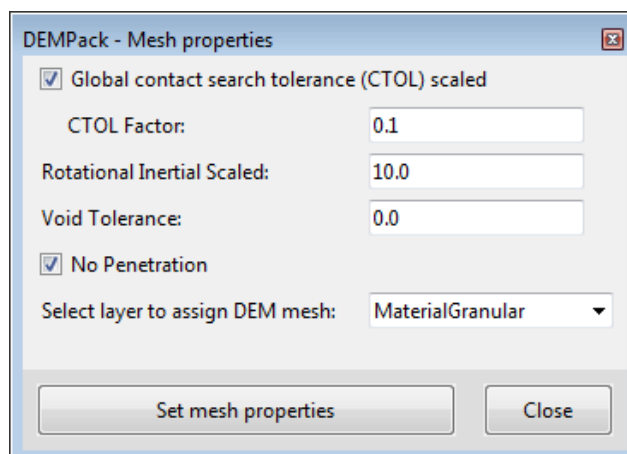
Figura 88 - Propriedade da malha - MEF



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMpack.

Já para o caso do DEM em que foi atribuída a geometria do Material Granular, temos como principal parâmetro que foi diagnosticado a não penetração deste material no moinho o qual é a camada a ser definida conforme a Fig. 89.

Figura 89 - Propriedade da malha - MED



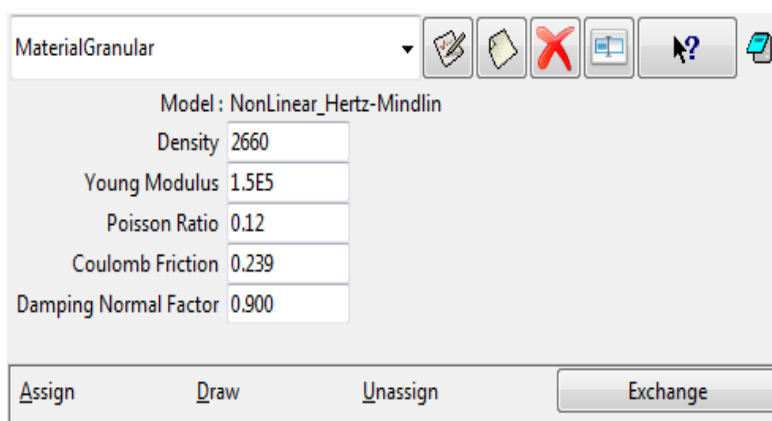
Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Apêndice 7A: Modelos de materiais

Nesta seção definiu-se e atribuiu-se as propriedades do material para cada parte do modelo definido como MED e MEF.

Para o MED utilizou-se o **Modelo Não Linear de Hertz-Mindlin**, este modelo utiliza diferentes formulações para atribuir às propriedades do material, que no nosso caso são os corpos moedores e o minério que é o calcário, logo foram definidos parâmetros como: a densidade do material, o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, o atrito de Coulomb e o de amortecimento normal, Fig. 90.

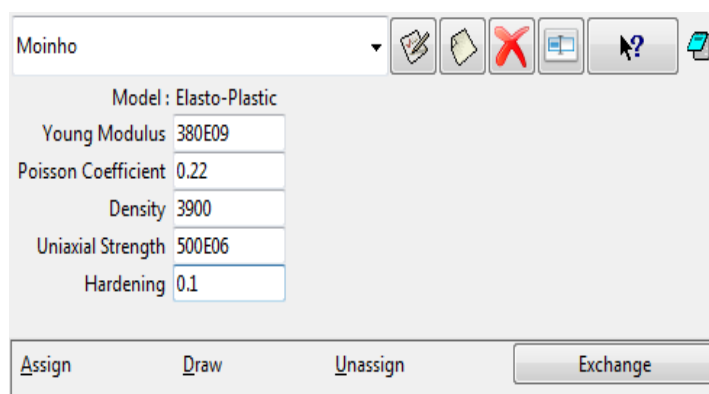
Figura 90 - Definição dos parâmetros do calcário - MED



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Já para o FEM utilizou-se o **Modelo Elástico Plástico**, mesmo sabendo que o moinho que se usou não possui essa característica, pois o seu material é composto por cerâmica de alumina, porém como esse é o único modelo disponível para o material e que também por sua vez alguns parâmetros foram definidos: o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, a densidade, a resistência a tração e o encruamento, Fig. 91.

Figura 91 - Definição dos parâmetros do material - MEF



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Os valores das propriedades físicas dos materiais que compõe o calcário, moinho e corpos moedores que são compostos por materiais de cerâmica de alumina, são mostrados na Tab. 18.

Tabela 18 - Valores definidos dos parâmetros dos materiais

Parâmetros	Moinho	Corpos Moedores	Calcário
Módulo de Elasticidade	380 GPa	380 GPa	0,15MPa
Coefficiente de Poisson	0,22	0,22	0,12
Densidade	3900 kg/m ³	3900 kg/m ³	2660 kg/m ³
Atrito de Coulomb	-	0,51	0,239
Fator de Amortecimento Normal	-	0,900	0,900
Resistência a tração	500 MPa	-	-
Encruamento	0,1	-	-

Fonte - Adaptado de Silva, 2008 e disponível em:

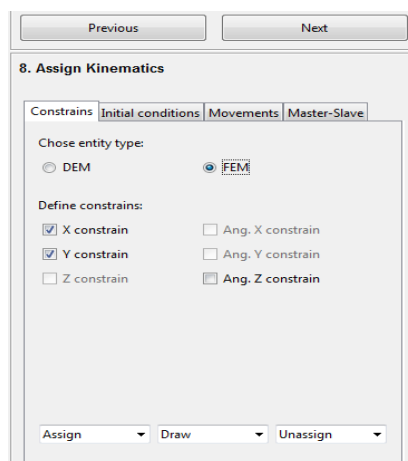
<http://www.ceramtec.com/files/noindex/ca_manual_technical_ceramics.pdf>

Apêndice 8A: Cinemática

Neste item foram definidas as condições da cinemática para o modelo, que no nosso caso foram propostas as condições apenas para o moinho, devido o material granular (minério e corpos moedores), puderem deslocassem em qualquer direção.

- a) **Restrições:** foi escolhido primeiramente o tipo de entidade em que fossem aplicadas as condições da cinemática escolhendo a do tipo MEF. Logo em seguida foram definidas as condições fazendo restrições aos planos **x** e **y**, conforme a Fig. 92.

Figura 92 - Definição da cinemática - Restrições



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

- b) **Movimentos:** foi definida aqui uma velocidade prescrita que foi aplicada na curva **Mill Rotation**, que por sua vez não teria movimento linear, mais sim angular definido pela velocidade crítica do moinho, Fig. 93.

Figura 93 - Definição da cinemática - Movimentos

8. Assign Kinematics

Constrains | Initial conditions | **Movements** | Master-Slave

Chose entity type:
 DEM FEM

Chose kinematic type:
 Displacement Velocity Acceleration

Select a curve:
 1 - Constant

Define movement:

Linear X	0	Angular X	0
Linear Y	0	Angular Y	0
Linear Z	0	Angular Z	1.66

Assign to: Draw Unassign

Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

- c) **Master-Slave:** Aqui foi estabelecida uma relação entre o ponto mestre ou nó mestre com várias entidades dependentes (entidades da geometria agrupadas em camadas ou nós), ou seja, todos os nós dependentes são dominados pelo nó mestre. Podemos dizer que existe uma dependência de translação e rotação entre o nó “escravo” e o nó mestre que definem uma relação de cinemática do corpo rígido. No nosso caso essa relação se dá pelo **ponto central** do moinho o qual chamamos de master e a **carcaça** que será considerado o nó “escravo”, conforme a Fig. 94.

Figura 94 - Definição da cinemática: Master-Slave

8. Assign Kinematics

Constrains | Initial conditions | Movements | **Master-Slave**

Select a master point/node:

Master: 62

Select a slave mesh:

Slave: Carcaça

Assign to: Draw Unassign

Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Apêndice 9A: Contatos

Nessa seção, foram definidas as condições de contato entre todas as partes do modelo. Onde a partir do **master mesh** que foi definida como moinho e o **slave mesh** que foi definido como **material granular** chegou-se ao contato denominado: **moinho-material granular**.

A partir deste contato pode-se definir seus parâmetros, Figuras: 95 e 96.

Figura 95 - Definição dos contatos

9. Assign Contacts

Contact Name: Moinho-MaterialGranular

Master Mesh: Moinho

Slave Mesh: MaterialGranular

New

List of assigned contacts:

Master	Slave
Moinho	MaterialGranular

Edit Delete

Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMpack

Figura 96 - Definição dos parâmetros de contatos

Master Layer: Jarra Slave Layer: GrindingMaterial

Contact Parameters

Friction Static: 0.20 Penalty Normal: 50.0E+6

Friction Kinematic: 0.20 Penalty Tangential: 50.0E+6

Friction Rolling: 0.0 Damping Normal: 0.1

Contact Type: ElastoPlastic Print

Bounding Box

BoundingBox Xmin: -16.199999999999999 BoundingBox Xmax: 16.199999999999999

BoundingBox Ymin: -16.188013316893738 BoundingBox Ymax: 16.188013316893738

Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMpack

Apêndice 10 A: Carregamento

Para esta seção podia-se ter atribuído diferentes tipos de cargas, fossem elas para a força gravitacional ou para forças nodais. Para este trabalho foi aplicada apenas a força gravitacional que tem seu valor definido em **9,81m/s²** na direção y igual a **-1** Fig. 97.

Figura 97 - Definição das cargas

The screenshot shows a software window titled '10. Loads'. At the top, there are 'Previous' and 'Next' buttons. Below them, the 'Gravity' tab is active, and the 'Nodal Loads' tab is also visible. A checkbox labeled 'Use gravity' is checked. Below this, there are four input fields: 'Gravity value' with the value 9.81, 'X-direction' with 0.0, 'Y-direction' with -1.0, and 'Z-direction' with 0.0.

Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Apêndice 11A: Amortecimento

Nessa seção foi definido o tipo de dissipação de energia que iria atuar no sistema modelado através da definição do amortecimento. O modelo de amortecimento utilizado no trabalho foi o **Não-Viscoso**, ver Fig. 98, onde a energia dissipada no sistema de partículas é proporcional às forças noidais. Também foram definidas as constantes de amortecimento translacional e rotacional dos graus de liberdade α e β .

Figura 98 - Definição do tipo de amortecimento

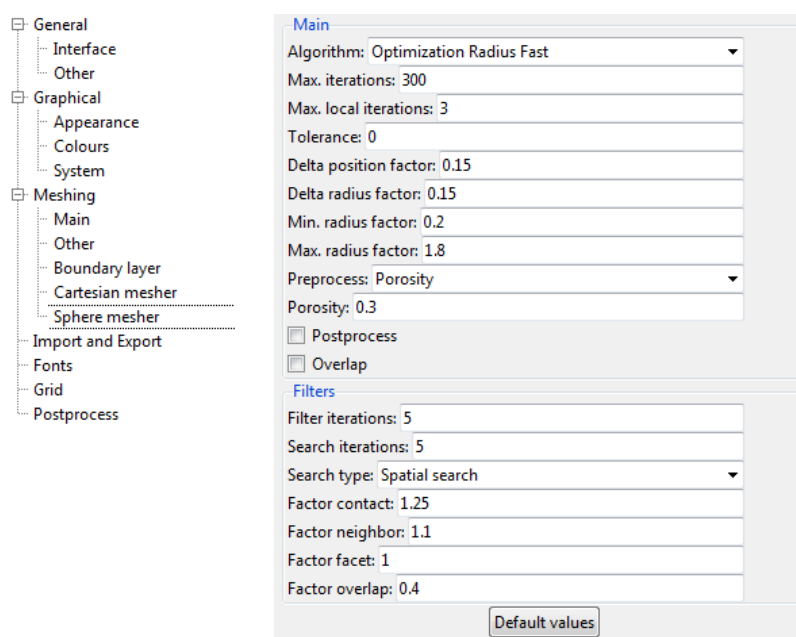
The screenshot shows a software window titled '11. Damping'. At the top, there are 'Previous' and 'Next' buttons. Below them, the 'Damping Mode' is set to 'Nonviscous' in a dropdown menu. Below this, there are two input fields: 'Alpha' with the value 0.2 and 'Beta' with the value 0.2.

Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Apêndice 12A: Geração de malhas

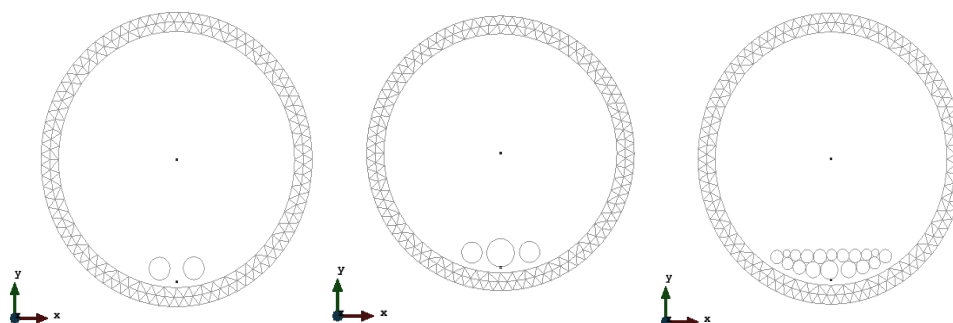
Neste tópico foram definidos alguns parâmetros sobre as malhas do material granular (minério e corpos moedores), parâmetros como: o máximo de interações, o fator de raio mínimo, o fator de raio máximo entre outros. Além de gerarmos as malhas do moinho e do material granular, Fig.: 99 e 100.

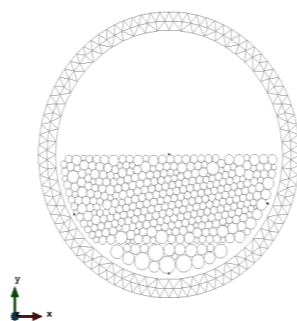
Figura 99 - Definição dos parâmetros da malha



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Figura 100 - Malhas geradas





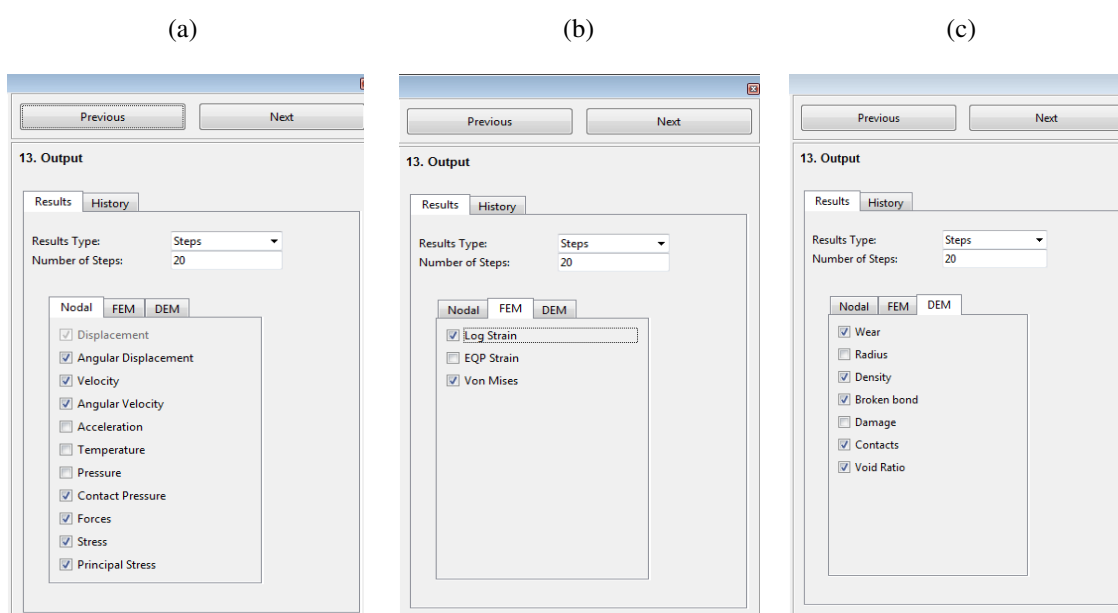
Fonte - Autoria Própria

Apêndices 13A: Pós-processamento

1. Resultados

- d) **Resultados Nodais:** salva as grandezas físicas de cada nó medida no sistema como: deslocamento angular, velocidades de translação e rotação aceleração, força, tensão entre outros.
- e) **Resultados MEF:** salva as grandezas físicas dos elementos FEM, baseado nos pontos de Gauss, como as tensões de Von Mises.
- f) **Resultados MED:** salva as grandezas físicas dos elementos DEM, como: desgaste, raios, densidade, contatos entre outros.

Figura 101 - (a) Resultados nodais, (b) Resultados MEF, (c) Resultados MED

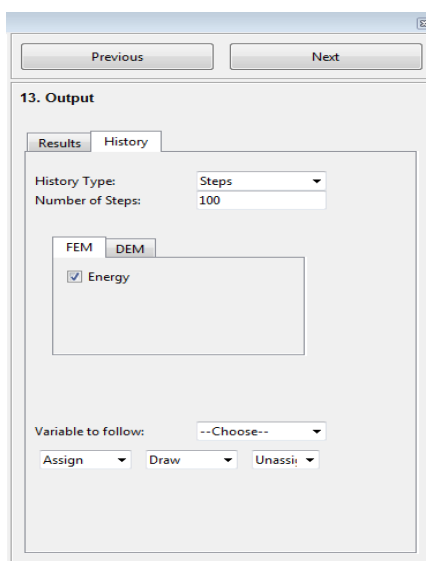


Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

2. Histórico de resultados

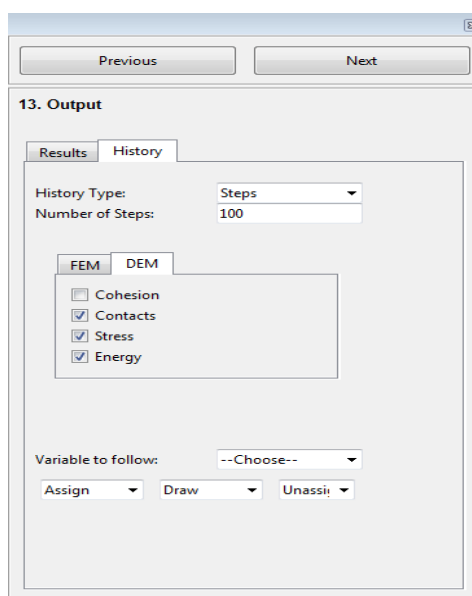
- c) **MEF**: cria gráficos das grandezas físicas dos elementos FEM, com base nos pontos de saída de Gauss, como a energia, por exemplo, Fig. 102.
- d) **MED**: cria gráficos das grandezas físicas dos elementos DEM, como: coesão, contatos, tensões e energia, Fig. 103.

Figura 102 - Resultados MEF



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack

Figura 103 - Resultados MED



Fonte - Tutorial 1 Mill 2D – CIMNE/DEMPack