

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MÉTODO PARA DETERMINAR SOBRETENSÕES DINÂMICAS  
DEVIDAS A REJEIÇÃO RÁPIDA DE CARGAS EM SISTE-  
MAS DE POTÊNCIA DE EXTRA ALTA TENSÃO

por

HERONIDES XAVIER DA SILVA FILHO

CAMPINA GRANDE, PARAÍBA

JULHO - 1976

MÉTODO PARA DETERMINAR SÔBRETENSÕES DINÂMICAS  
DEVIDAS A REJEIÇÃO RÁPIDA DE CARGA EM SIS-  
TEMA DE POTÊNCIA DE EXTRA ALTA TENSÃO

HERONIDÉS XAVIER DA SILVA FILHO  
(Engenheiro Eletricista)

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DE PÓS-  
GRADUAÇÃO E PESQUISA DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA COMO PARTE DOS REQUI-  
SITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM EN-  
GENHARIA ELÉTRICA.

F. D. C.  
621.026(013)  
5536 m.

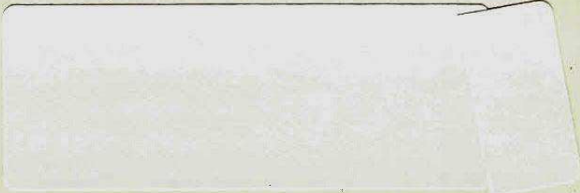


S586m Silva Filho, Heronides Xavier da.  
Método para determinar sobretensões dinâmicas devidas a rejeição rápida de carga em sistemas de potência de extra alta tensão / Heronides Xavier da Silva Filho. - Campina Grande, 1976.  
105 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1976.  
"Orientação : Prof. Dr. R. P. Aggarwal".  
Referências.

1. Potência Elétrica. 2. Sobretensões Dinâmicas - Método. 3. Sistemas de Potência. 4. Potência de Extra Alta Tensão. 5. Dissertação - Engenharia Elétrica. I. Aggarwal, R. P. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.026(043)



A minha esposa e pais

## A G R A D E C I M E N T O S

O autor agradece:

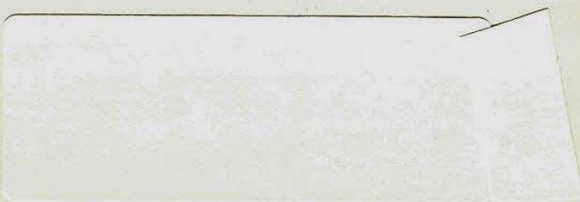
De modo especial ao Dr. R.P. Aggarwal do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, por sua valiosa ajuda na orientação e desenvolvimento do trabalho.

Ao Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Rio Grande do Norte que lhe concedeu esta oportunidade.

Ao CIDA e CNPq pela ajuda financeira.

Aos seus professores, colegas de curso e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

## R E S U M O



O presente trabalho teve como objetivo apresentar um método digital, baseado nas técnicas de análise de espaço-estado, para estudar sôbretensões dinâmicas em Sistemas de Potência de EHV devidas a rejeição rápida de carga. Foi demonstrado a conveniência da representação em L para os circuitos equivalentes dos transformadores e verificado o comportamento do sistema com reatores linear nas extremidades da linha de transmissão. Também foi observado o efeito da saturação dos transformadores.

O último capítulo é dedicado à apresentação das equações a serem usadas numa possível simulação para o caso trifásico desbalanceado.

## N O M E N C L A T U R A

- $v_s$  = tensão interna do gerador
- $R_{51}$  = resistência de armadura do gerador
- $X_{51}$  = reatância transitória do gerador
- $R_{52}$  = resistência para representar as perdas de cobre do transformador do gerador
- $X_{52}$  = reatância de dispersão do transformador do gerador
- $R_4$  = resistência para representar as perdas de ferro do transformador do gerador
- $Y_2 = Y_3$  = admitância equivalente da linha de transmissão representada pelo circuito  $\pi$  equivalente
- $X_6$  = reatância de magnetização do transformador do gerador
- $R_7$  = resistência da linha de transmissão
- $X_7$  = reatância da linha de transmissão
- $R_1$  = resistência para representar as perdas de cobre do transformador de carga
- $X_1$  = reatância de dispersão do transformador de carga
- $R_2$  = resistência para representar as perdas de ferro do transformador de carga
- $X_8$  = reatância de magnetização do transformador de carga

# Í N D I C E

	pgs.
CAPÍTULO I	
- Introdução	1
CAPÍTULO II	
- Sistema de Potência em estudo: Circuitos Equivalentes	4
CAPÍTULO III	
- Sôbretensões dinâmicas para o sistema de potência sem reatores linear e os transformadores sem saturação	23
1- Efeito do fator de potência	27
2- Influência das perdas de cobre e ferro	29
3- Dois geradores iguais em paralelo	35
- Sôbretensões dinâmicas para o sistema de potência com reatores linear e os transformadores sem saturação	42
- Sôbretensões dinâmicas para o sistema de potência sem reatores linear e com transformadores de núcleo saturado	50
- Sôbretensões dinâmicas para o sistema de potência com reatores linear e os transformadores de núcleo saturado	



1- Chave abrindo do lado de baixa tensão	61
2- Chave abrindo do lado de alta tensão	68

#### CAPITULO IV

- Sôbretensões dinâmicas para o sistema trifásico desbalanceado	75
---	----

APÊNDICE A	84
------------	----

APÊNDICE B	92
------------	----

APÊNDICE C	98
------------	----

REFERÊNCIAS	105
-------------	-----

## CAPÍTULO I

### I N T R O D U Ç Ã O

Entre a situação de estado permanente normal e a situação permanente após uma operação de chaveamento existe um processo transitório que dá origem a oscilação de corrente e tensão e por isso, à elevação de tensão do sistema de potência. Tais sôbretensões elevadas são chamadas sôbretensões e resultam da acomodação compensadora das energias elétricas e magnéticas que estão armazenadas entre condutores e entre condutores e terra. O valor destas sôbretensões dependem de uma vasta gama de condições, envolvendo evidentemente, os parâmetros do sistema.

Um dos requisitos iniciais no projeto de uma rede de alta tensão é determinar as sôbretensões esperadas

nas várias linhas e barramentos que compõem a rede. Seu valor e tempo de duração devem ser estudados cuidadosamente e comparados com a capacidade dos equipamentos de modo que haja compatibilidade entre o projeto final da rede e os parâmetros dos equipamentos escolhidos.

O esforço para estimar o caráter e a severidade das sôbretensões num sistema de transmissão deve ser baseado num projeto anterior.

No projeto inicial a disposição geográfica do sistema, a capacidade e números de fios, a localização e tamanho dos transformadores, bem como os reatores shunt de compensação, para manter aceitável as tensões de barramento, e as cargas são determinadas pelas análises de fluxos de carga e de estabilidade, enquanto a seleção dos parâmetros elétricos se baseiam na avaliação das perdas da linha, na coordenação de isolamento e na operação econômica.

As sôbretensões são estudadas e feitos os refinamentos necessários para se chegar ao projeto final da rede e aos seus parâmetros elétricos.

Nêste trabalho analisamos os efeitos da saturação dos transformadores e dos reatores shunt de compensação sôbre os valores das sôbretensões em alguns casos particulares.

Na análise de surto de manobras em linhas de

transmissão longas é recomendável distinguir três períodos: (1)

- (1) Um período de surto, no qual os efeitos da onda viajante predomina e no qual os elementos do sistema são representados por suas impedâncias de surto. Ele começa com o desligamento do primeiro pólo disjuntor e termina quando se anula os efeitos da onda viajante. Este período demora alguns milissegundos, cerca de 30 a 40 vezes o tempo de propagação da linha, dependendo do seu comprimento.
- (2) Um período dinâmico, que é transitório entre o período de surto e o estado estacionário e é caracterizado pela variação da tensão contida num envelope que varia aperiódicamente com o tempo. O período dinâmico pode alcançar até um segundo de duração.
- (3) Um período de estado estacionário durante o qual a tensão é periódica porém pode ser altamente distorcida.

Nosso estudo será restrito às sôbretensões dinâmicas, por ser este o período mais importante.

O fenômeno das sôbretensões dinâmicas é inerente as linhas de transmissão de Extra Alta Tensão pois estas possuem capacitância considerável, fornecendo muitos MVAR ao Sistema de Potência.

Univ. Federal do Rio de Janeiro  
Instituto de Física  
Coo de Pós-Graduação  
Rua Aprígio Veloso, 832 - Tel. (083) 321-7222-R 355  
68.100 - Campina Grande - Paraíba

## CAPÍTULO II

### SISTEMA DE POTÊNCIA EM ESTUDO, CIRCUITOS EQUIVALENTES

O Sistema de Potência de Extra Alta Tensão em estudo é o da fig.1 abaixo.

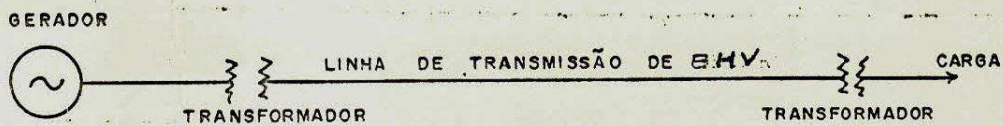


Fig.1 Diagrama unifilar para o sistema de EHV

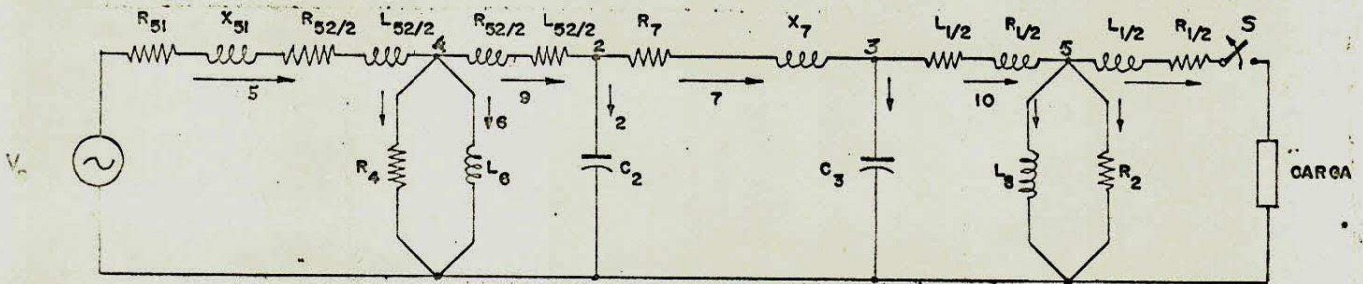


Fig.2 Circuito equivalente do sistema com os transformadores representados pelos circuitos T

Consiste simplesmente de uma fonte geradora transmitindo potência através de uma linha de transmissão longa. Na fig. 2 temos o diagrama de impedâncias para o mesmo sistema. A fonte geradora está representada pela fonte de excitação em série com sua reatância transitória e sua resistência de armadura. Os dois transformadores estão representados por seus circuitos T equivalentes, onde consideramos a reatância de dispersão, a reatância de magnetização e as perdas de ferro e de cobre. A linha de transmissão está representada por seu circuito  $\pi$  equivalente.

A rejeição rápida de carga é simulada pela abertura da chave S, satisfazendo a condição da corrente de carga ser zero no instante que a chave é aberta, isto é,  $i_L = 0$  quando  $t =$  tempo inicial, que tomaremos como sendo zero.

Vamos supor também que a máquina fica sujeita a aceleração dada por : (2)

$$a = \frac{\pi \cdot f}{H} \times (P_i - P_s)$$

onde,

$f$  = frequência do sistema

$H$  = constante de inércia

$P_i$  = potência de entrada para o gerador

$P_s$  = potência de saída para o gerador

As potências de entrada e de saída do gerador são aquelas depois que a carga é desconectada.

Após o desligamento, considerando o efeito da aceleração, a tensão de excitação fica:

$$v_s = K \left( 1 + \frac{a \cdot t}{2\pi f} \right) \sin \left( (w + a \cdot t) \cdot t + \phi \right)$$

onde  $K$  e  $\phi$  são constantes obtidas das condições de estado estacionário.

A ação do regulador de tensão é completamente ignorada.

A constante de tempo do governador da turbina é suposto bastante grande de modo que sua importância é muito pouca durante o primeiro segundo no qual os estudos são conduzidos.

Para a fig.2, baseado nas técnicas de espaço estado para análise de rede, temos as seguintes equações diferenciais.

$$v_5 - v_4 = L_5 \frac{di_5}{dt} + R_5 \cdot i_5 \quad (1)$$

$$v_4 - v_2 = L_9 \frac{di_9}{dt} + R_9 \cdot i_9 \quad (2)$$

$$v_2 - v_3 = L_7 \frac{di_7}{dt} + R_7 \cdot i_7 \quad (3)$$

$$v_3 - v_5 = L_{10} \frac{di_{10}}{dt} + R_{10} \cdot i_{10} \quad (4)$$

$$L_6 \frac{di_6}{dt} = v_4 \quad (5)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 \quad (6)$$

$$C_3 \frac{dv_3}{dt} = i_3 \quad (7)$$

$$L_8 \frac{di_8}{dt} = v_5 \quad (8)$$

Cada corrente de indutor e cada tensão de capacitor é uma variável de estado . Assim , para eliminar  $v_4$ ,  $v_5$ ,  $i_3$  e  $i_2$  vamos fazer:

$$v_4 = R_4 \times (i_5 - i_6 - i_9)$$

$$v_5 = R_2 \times (i_{10} - i_8)$$

$$i_2 = i_9 - i_7$$

$$i_3 = i_7 - i_{10}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
Pró-Reitoria Para Assuntos do Interior  
Coordenação Setorial de Pós-Graduação  
Rua Aprígio Veloso, 882 - Tel (083) 321-7222-R 355  
58.100 - Campina Grande - Paraíba



Preparando para a forma matricial, fica:

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = -i_7 + i_9 \quad (6a)$$

$$C_3 \frac{dv_3}{dt} = i_7 - i_{10} \quad (7a)$$

$$L_5 \frac{di_5}{dt} = (-R_4 - R_5) \cdot i_5 + R_4 \cdot i_6 + R_4 \cdot i_9 + v_s \quad (1a)$$

$$L_6 \frac{di_6}{dt} = R_4 \cdot i_5 - R_4 \cdot i_6 - R_4 \cdot i_9 \quad (5a)$$

$$L_7 \frac{di_7}{dt} = v_2 - v_3 - R_7 \cdot i_7 \quad (3a)$$

$$L_8 \frac{di_8}{dt} = -R_2 \cdot i_8 + R_2 \cdot i_{10} \quad (8a)$$

$$L_9 \frac{di_9}{dt} = -v_2 + R_4 \cdot i_5 - R_4 \cdot i_6 + (-R_4 - R_9) \cdot i_9 \quad (2a)$$

$$L_{10} \frac{di_{10}}{dt} = v_3 + R_2 \cdot i_8 + (-R_2 - R_{10}) \cdot i_{10} \quad (4a)$$

Assim, temos :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \\ i_9 \\ i_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -\frac{1}{C_2} & 0.0 & \frac{1}{C_2} & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{C_3} & 0.0 & 0.0 & -\frac{1}{C_3} \\ 0.0 & 0.0 & \frac{-R_4 - R_5}{L_5} & \frac{R_4}{L_5} & 0.0 & 0.0 & \frac{R_4}{L_5} & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & \frac{R_4}{L_6} & \frac{-R_4}{L_6} & \frac{-R_7}{L_7} & 0.0 & \frac{-R_4}{L_6} & 0.0 \\ \frac{1}{L_7} & -\frac{1}{L_7} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & \frac{-R_2}{L_8} & 0.0 & \frac{R_2}{L_8} \\ -\frac{1}{L_9} & 0.0 & \frac{R_4}{L_9} & \frac{-R_4}{L_9} & 0.0 & 0.0 & \frac{-R_4 - R_9}{L_9} & 0.0 \\ 0.0 & \frac{1}{L_{10}} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & \frac{R_2}{L_{10}} & 0.0 & \frac{-R_2 - R_{10}}{L_{10}} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \\ i_9 \\ i_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ \frac{v_s}{L_5} \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

No apêndice A temos os dados do sistema.

Para a frequência de 50 hertz:

(Vamos usar esta frequência porque os dados do sistema são para este valor).

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_3} = \frac{2\pi f}{Y_2} = \frac{314.16}{0.736} = 0.4268 \times 10^3$$

$$\frac{-R_4 - R_5}{L_5} = \frac{-200 - 0.0044}{0.00056} = -0.3557 \times 10^6$$

$$\frac{R_4}{L_5} = 0.3557 \times 10^6$$

$$\frac{R_4}{L_6} = \frac{200}{0.35014} = 0.5712 \times 10^3$$

$$\frac{1}{L_7} = \frac{1}{0.00016} = 0.6068 \times 10^4$$

$$\frac{R_7}{L_7} = \frac{0.0048}{0.00016} = 0.2913 \times 10^2$$

$$\frac{R_2}{L_8} = \frac{100}{0.14324} = 0.6901 \times 10^3$$

$$\frac{1}{L_9} = \frac{1}{0.00013} = 0.7541 \times 10^4$$

$$\frac{R_9}{L_9} = \frac{200}{0.00013} = 0.1508 \times 10^7$$

$$\frac{-R_2 - R_9}{L_9} = -0.1508 \times 10^7$$

$$\frac{1}{L_{10}} = \frac{1}{0.000053} = 0.1887 \times 10^5$$

$$\frac{-R_2 - R_{10}}{L_{10}} = \frac{-100 - 0.005}{0.000053} = -0.1887 \times 10^7$$

$$\frac{R_2}{L_{10}} = 0.1887 \times 10^7$$

Assim, numericamente nosso sistema de equações diferenciais fica:

$\frac{d}{dt}$	$v_2$	0.0	0.0	0.0	0.0	$-0.4268 \times 10^3$
	$v_3$	0.0	0.0	0.0	0.0	$0.4268 \times 10^3$
	$i_5$	0.0	0.0	$-0.3557 \times 10^6$	$0.3557 \times 10^6$	0.0
	$i_6$	0.0	0.0	$0.5712 \times 10^3$	$-0.5712 \times 10^3$	0.0
	$i_7$	$0.6068 \times 10^4$	$-0.6068 \times 10^4$	0.0	0.0	$-0.2913 \times 10^2$
	$i_8$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	$i_9$	$-0.7541 \times 10^4$	0.0	$0.1508 \times 10^7$	$-0.1508 \times 10^7$	0.0
	$i_{10}$	0.0	$0.1887 \times 10^5$	0.0	0.0	

0.0	$0.4268 \times 10^3$	0.0	$\times$	$v_2$	0.0
0.0	0.0	$-0.4268 \times 10^3$		$v_3$	0.0
0.0	$0.3557 \times 10^6$	0.0		$i_5$	$v_s \times 1778.7$
0.0	$-0.5712 \times 10^3$	0.0		$i_6$	0.0
0.0	0.0	0.0		$i_7$	0.0
$-0.6981 \times 10^3$	0.0	$0.6981 \times 10^3$		$i_8$	0.0
0.0	$-0.1508 \times 10^7$	0.0		$i_9$	0.0
$0.1887 \times 10^7$	0.0	$-0.1887 \times 10^7$		$i_{10}$	0.0

Este sistema de equações diferenciais linear de primeira ordem pode ser resolvido pelo método numérico de RUNSE-KUTTA de quarta ordem utilizando o método matemático do apêndice B e o programa de computador do apêndice C.

As condições iniciais são obtidas a partir das condições de estado estacionário no instante inicial. Conhecendo as condições de carga, todas as variáveis de estado e as constantes da tensão de excitação podem ser facilmente calculadas.

Vamos considerar o sistema funcionando em plena carga, com tensão 0.95 p.u. e fator de potência 0.95 atrasado. Para calcular as condições iniciais a corrente e a tensão são tomadas na forma senoidal, satisfazendo a condição de carga e a condição da corrente de carga ser zero no instante  $t=0$ . Vamos supor que nosso tempo inicial é zero em todos os casos estudados daqui por diante.

Assim,

$$v_L = 0.95 \text{ sen } ( \omega t + \theta )$$

e

$$i_L = 1.93 \text{ sen } ( \omega t )$$

onde  $\theta$  é o ângulo de potência.

Passamos aos cálculos das condições iniciais:

$$v_L = 0.95 \angle \cos^{-1} 0.95 = 0.9025 + j0.2966 \text{ p.u.}$$

$$i_L = 1.83 \angle 0^\circ = 1.8300 + j0.0000 \text{ p.u.}$$

Com os dados do apêndice A, temos os seguintes valores numéricos com relação a fig.2 :

$$Z_1 = \frac{R_1}{2} + j \frac{X_1}{2} = 0.0050 + j0.0167 \text{ p.u.}$$

$$Z_{10} = Z_1$$

$$R_2 = 100 \text{ p.u.}$$

$$X_3 = 45 \text{ p.u.}$$

$$Y_3 = Y_2 = 0.7360 \text{ p.u.}$$

$$R_7 = 0.0048 \text{ p.u.}$$

$$X_7 = 0.0510 \text{ p.u.}$$

$$Z_9 = \frac{R_{52}}{2} + j \frac{X_{52}}{2} = 0.0025 + j0.0417 \text{ p.u.}$$

$$X_6 = 110 \text{ p.u.}$$

$$R_4 = 200 \text{ p.u.}$$

$$R_5 = R_{51} + \frac{R_{52}}{2} = 0.0044 \text{ p.u.}$$

$$X_5 = X_{51} + X_{52}/2 = 0.1767 \text{ p.u.}$$

Então:

$$v_5 - v_L = i_L \cdot Z_1 = 0.0092 + j0.0306 \text{ p.u.}$$

$$v_5 = 0.9117 + j0.3272 \text{ p.u.}$$

$$i_0 = v_5 / X_0 = 0.0073 - j0.0203 \text{ p.u.}$$

$$i_8(0) = -0.0203 \text{ p.u.}$$

$$i_{10} = i_L + i_8 + v_5/R_2 = 1.8464 - j0.0170 \text{ p.u.}$$

$$i_{10}(0) = -0.0170 \text{ p.u.}$$

$$v_3 - v_5 = i_{10} \cdot Z_{10} = 0.0095 + j0.0307 \text{ p.u.}$$

$$v_3 = 0.9212 + j0.3579 \text{ p.u.}$$

$$v_3(0) = 0.3579 \text{ p.u.}$$

$$i_7 = i_{10} + v_3 \cdot Y_3 = 1.5030 + j0.6610 \text{ p.u.}$$

$$i_7(0) = 0.6610 \text{ p.u.}$$

$$v_2 - v_3 = i_7 \cdot Z_7 = -0.0266 + j0.0852 \text{ p.u.}$$

$$v_2 = 0.8946 + j0.4431 \text{ p.u.}$$

$$v_2(0) = 0.4431 \text{ p.u.}$$

$$i_9 = i_7 + v_2 \cdot Y_2 = 1.2569 + j1.3194 \text{ p.u.}$$

$$i_9(0) = 1.3194 \text{ p.u.}$$

$$v_4 - v_3 = i_9 \cdot Z_9 = -0.0519 + j0.0557 \text{ p.u.}$$

$$v_4 = 0.8427 + j0.4988 \text{ p.u.}$$

$$i_6 = v_4/X_6 = 0.0045 - j0.0077 \text{ p.u.}$$

$$i_6(0) = -0.0077 \text{ p.u.}$$

$$i_5 = i_9 + i_6 + v_4/R_4 = 1.2656 + j1.3142 \text{ p.u.}$$

$$i_5(0) = 1.3142 \text{ p.u.}$$

$$v_s - v_4 = i_5 \cdot Z_5 = -0.2266 + j0.2294 \text{ p.u.}$$

$$v_s = 0.6161 + j0.7292 \text{ p.u.}$$

Assim,

$$K = 0.9539 \text{ p.u.}$$

e

$$\rho = \tan^{-1} 1.1820 = 0.8606 \text{ radianos}$$

Portanto,

$$v_2(0) = 0.4431$$

$$v_3(0) = 0.3579$$

$$i_5(0) = 1.3142$$

$$i_6(0) = -0.0077$$

$$i_7(0) = 0.6610$$

$$i_8(0) = -0.0170$$

$$i_9(0) = 1.3194$$

$$i_{10}(0) = -0.0170$$

Vamos supor que a constante de entrada de potência para o gerador é igual a 1.65 p.u. (100% dos MW da máquina), depois que a carga é desconectada, e a potência



de saída zero. Então a aceleração da máquina em radianos por segundo ao quadrado é:

$$a = \frac{(3.14)(50)}{8.22} \times 1.65 = 31.51 \text{ rd/seg}^2$$

onde 8.22 é o valor da constante de inércia H em MU.s./MVA

A tensão de excitação considerando a aceleração após o desligamento é:

$$v_s = K(1+0.1t) \text{sen}((314+31.51t)t + \varphi) \quad (\Lambda)$$

Para este modelo, no qual os transformadores estão representados pelos circuitos T equivalentes, alguns dos coeficientes resultam da ordem de  $10^7$ , de modo que não foi possível obter resultados com passos de largura superior a  $10^{-6}$  seg.. Para todos os outros passos de largura superior tentados o computador acusou aviso de OVERFLOW ou UNDERFLOW.

Com um passo de largura  $10^{-6}$  seg. será necessário um milhão de passos para cobrir o tempo de análise de um segundo. Portanto, quando os transformadores são representados pelos circuitos equivalentes T o método para estudar sobretensões a demonstrar não se mostra eficaz sob o ponto de vista prático.

Modificamos os circuitos equivalentes T dos transformadores para seus respectivos circuitos equivalentes

em L, conforme fig.3 . Vamos verificar este caso.(3)

Consideremos a figura abaixo na qual os transformadores estão representados por seus circuitos equivalentes.

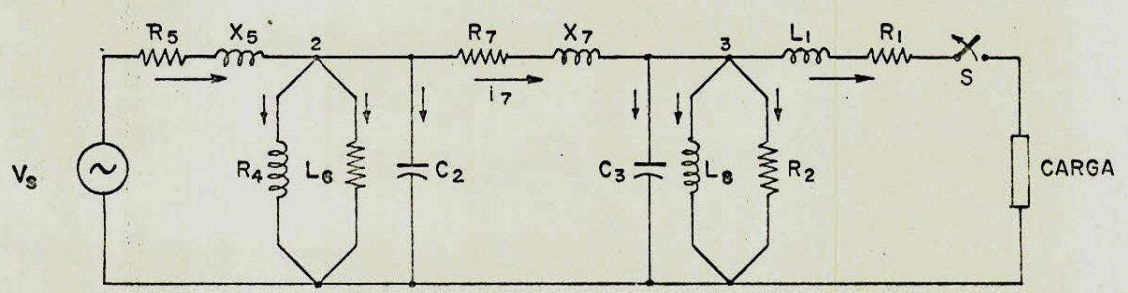


Fig.3 Circuito equivalente do sistema com os transformadores representados pelos circuitos L.

Nesta figura  $R_5$  é a soma da resistência de armadura do gerador com a resistência que representa as perdas de cobre do transformador do gerador.  $X_5$  é a soma da reatância transitória do gerador com a reatância de dispersão do transformador do gerador.

Para esse caso obtemos as seguintes equações diferenciais:

$$V_s - v_2 = L_5 \frac{di_5}{dt} + R_5 \cdot i_5 \quad (10)$$

$$v_2 - L_6 \frac{di_6}{dt} = 0 \tag{10}$$

$$v_2 - v_3 = L_7 \frac{di_7}{dt} + R_7 \cdot i_7 \tag{11}$$

$$v_3 - L_8 \frac{di_8}{dt} = 0 \tag{12}$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} - i_2 = 0 \tag{13}$$

$$C_3 \frac{dv_3}{dt} - i_3 = 0 \tag{14}$$

Preparando para a forma matricial vamos eliminar  $i_2$  e  $i_3$  que não são variáveis de estado.

Temos então:

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_5 - i_6 - i_7 - \frac{v_2}{R_4} \tag{13a}$$

$$C_3 \frac{dv_3}{dt} = i_7 - i_8 - \frac{v_3}{R_2} \tag{14a}$$

$$L_5 \frac{di_5}{dt} = v_5 - v_3 - R_5 \cdot i_5 \tag{9a}$$

B

$$L_6 \frac{di_6}{dt} = v_2 \tag{10a}$$

$$L_7 \frac{di_7}{dt} = v_2 - v_3 - R_7 \cdot i_7 \tag{11a}$$

$$L_8 \frac{di_8}{dt} = v_3 \tag{12a}$$

Consequentemente nossa matriz é:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_4 \cdot C_2} & 0.0 & \frac{1}{C_2} & \frac{-1}{C_2} & \frac{-1}{C_2} & 0.0 \\ 0.0 & \frac{-1}{R_2 \cdot C_3} & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{C_3} & \frac{-1}{C_3} \\ \frac{-1}{L_5} & 0.0 & \frac{-R_5}{L_5} & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ \frac{1}{L_6} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ \frac{1}{L_7} & \frac{-1}{L_7} & 0.0 & 0.0 & \frac{-R_7}{L_7} & 0.0 \\ 0.0 & \frac{1}{L_8} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ \frac{v_s}{L_5} \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores numéricos do sistema ,  
nesta matriz , vem:

$$c \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2134 \times 10^1 & 0.0 & 0.4268 \times 10^3 & -0.4268 \times 10^3 \\ 0.0 & -0.4269 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 \\ -0.1439 \times 10^4 & 0.0 & -0.9931 \times 10^1 & 0.0 \\ 0.2856 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.6068 \times 10^4 & -0.6068 \times 10^4 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.6901 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.4268 \times 10^3 & 0.0 \\ 0.4268 \times 10^3 & -0.4268 \times 10^3 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.2913 \times 10^2 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ v_s \cdot 1439.3 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

Nestas equações  $v_2$ ,  $v_3$ ,  $i_5$ ,  $i_6$ ,  $i_7$  e  $i_8$  são as variáveis de estado enquanto  $v_s$  (tensão de excitação) é dada pela fórmula (A) após a carga ser desconectada.

Para as mesmas condições de carga do modelo anterior e as mesmas considerações, temos as seguintes condições iniciais calculadas como anteriormente, a partir do estado estacionário para  $t=0$ .

$$v_2(0) = 0.4428$$

$$v_3(0) = 0.3575$$

$$i_5(0) = 1.3130$$

$$i_6(0) = -0.0081$$

$$i_7(0) = 0.6608$$

$$i_8(0) = -0.0205$$

As constantes para a fórmula (A) da tensão de excitação considerando a aceleração são:

$$K = 0.9543 \text{ p.u.}$$

e

$$\phi = 0.8683 \text{ rd.}$$

Observamos que os maiores coeficientes das equações diferenciais obtidos são da ordem de  $10^4$ . Só foi possível obter resultados utilizando passos de largura in-

feriores a  $10^{-3}$  seg. .

Para todos os outros passos tentados de largura superior àquela o computador acusou aviso de OVERFLOW ou UNDERFLOW.

Testamos esse modelo para diversas larguras de passos inferiores a  $10^{-3}$  seg. , com 1000 passos, isto é , durante o tempo de um segundo. Os resultados obtidos foram sempre praticamente iguais.

Comparamos os resultados com aquêles encontrados para o modelo com os transformadores em T com largura de passo  $10^{-6}$  seg. , com 2000 passos e , durante este tempo, isto é, 20 mili-segundos, os resultados foram bastante precisos , principalmente quando comparamos os dois modelos utilizando o mesmo passo igual a  $10^{-6}$  seg. .

Concluimos ser possível utilizar as equações diferenciais de espaço-estado para estudar as sôbretensões em Sistemas de Potência, em níveis práticos, quando representamos os transformadores deste sistema por seus circuitos L equivalentes, com isso baixando os valores dos coeficientes das equações diferenciais que o descreve e também o número destas equações.

Para cobrir um segundo de pesquisa foram precisos no mínimo 1000 passos para esse caso, enquanto para o mesmo período, com os transformadores em T seriam necessários 1 000 000 de passos, aumentando o tempo de computação

de mil v $\hat{e}$ zes. Para cobrir um segundo de pesquisa com o mod $\hat{e}$ lo com os transformadores em L, com passo de largura 1 ms, foram necess $\hat{a}$ rio, em m $\acute{e}$ dio 70 segundos no computador IBM 370/145 do Centro de Ci $\hat{e}$ ncias e Tecnologia da Universidade Federal da Para $\hat{i}$ ba. Conseq $\hat{u}$ entemente para o mod $\hat{e}$ lo cujos transformadores est $\hat{a}$ o em L seriam necess $\hat{a}$ rios, em m $\acute{e}$ dia, 70 000 segundos ( 19horas 26min 40 seg).

Os resultados a que nos referimos s $\hat{a}$ o as ten $\hat{s}$ ões nos transformadores. Pontos 2 e 3 das figuras que usamos neste trabalho para representar nosso sistema.

Passaremos agora a verificar alguns casos particulares com o objetivo de observar a coer $\hat{e}$ ncia do m $\acute{e}$ todo com os at $\acute{e}$  ent $\hat{a}$ o empregados (TNA) e o mesmo mod $\hat{e}$ lo para estudo de estabilidade e, comprovar o comportamento f $\acute{i}$ sico dos sistemas de pot $\hat{e}$ ncia, como a redu $\hat{c}$ ão das s $\hat{o}$ bretens $\hat{o}$ es a- $\hat{t}$ av $\acute{e}$ s de reatores linear em paralelo nas extremidades da linha de transmiss $\hat{a}$ o e os efeitos de transformadores saturados.

Em todas situa $\hat{c}$ ões estudadas daqui por dian-  
te o passo utilizado tem largura de 500 micro-segundos. Como normalmente vamos usar o tempo de um segundo de an $\acute{a}$ lise, o n $\acute{u}$ mero de passos ser $\hat{a}$  2 000 .

### CAPITULO III

#### SÔBRETENSÕES DINÂMICAS PARA O SISTEMA DE POTÊNCIA SEM REATORES LINEAR E OS TRANSFORMADORES SEM SATURAÇÃO.

Nosso sistema é aquele da figura 3, consequentemente as equações diferenciais são as mesmas do conjunto B que resulta no sistema numérico C.

O pico máximo encontrado foi -2.066 p.u. para a tensão no ponto 3. Apresentamos os resultados, em forma de gráfico, para a tensão no ponto 3 na fig.4 durante o tempo de 250 mili-segundos. O pico máximo para a tensão no ponto 2 foi -1.965 p.u. .

A forma de onda para  $v_2$  é semelhante aquela para  $v_3$ , sendo os picos de  $v_3$  sempre um pouco maior, por isso apresentamos apenas os resultados para a tensão no transformador da carga. Evidentemente os picos máximos ocorrem no mesmo instante, isto é, no 12º mili-segundo. O envelope da onda tem forma próxima da senoidal e devida as resistências para representar as perdas, atenua em torno de uma reta de inclinação 0.655 pela parte superior e -0.655 pela parte inferior,



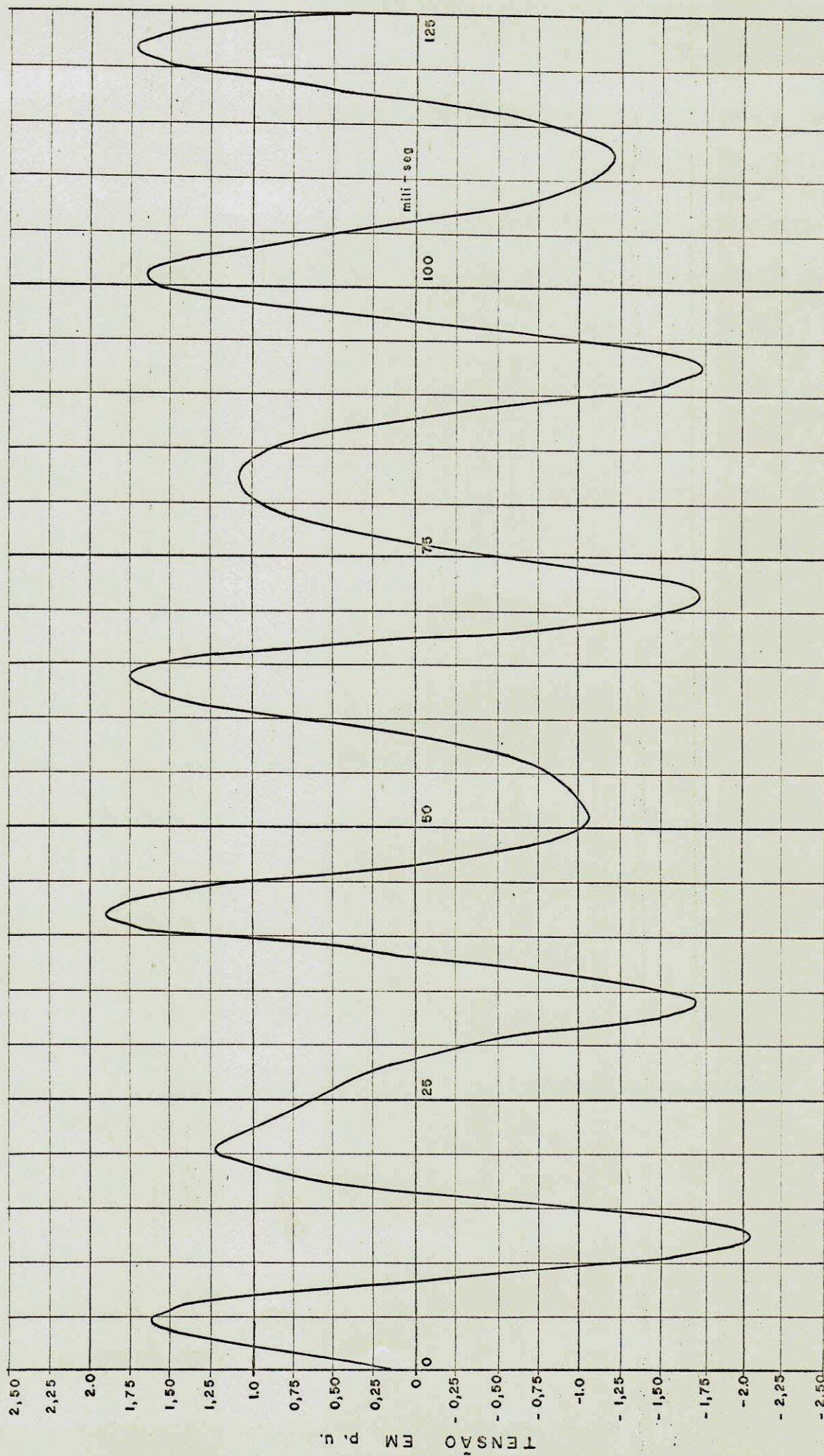
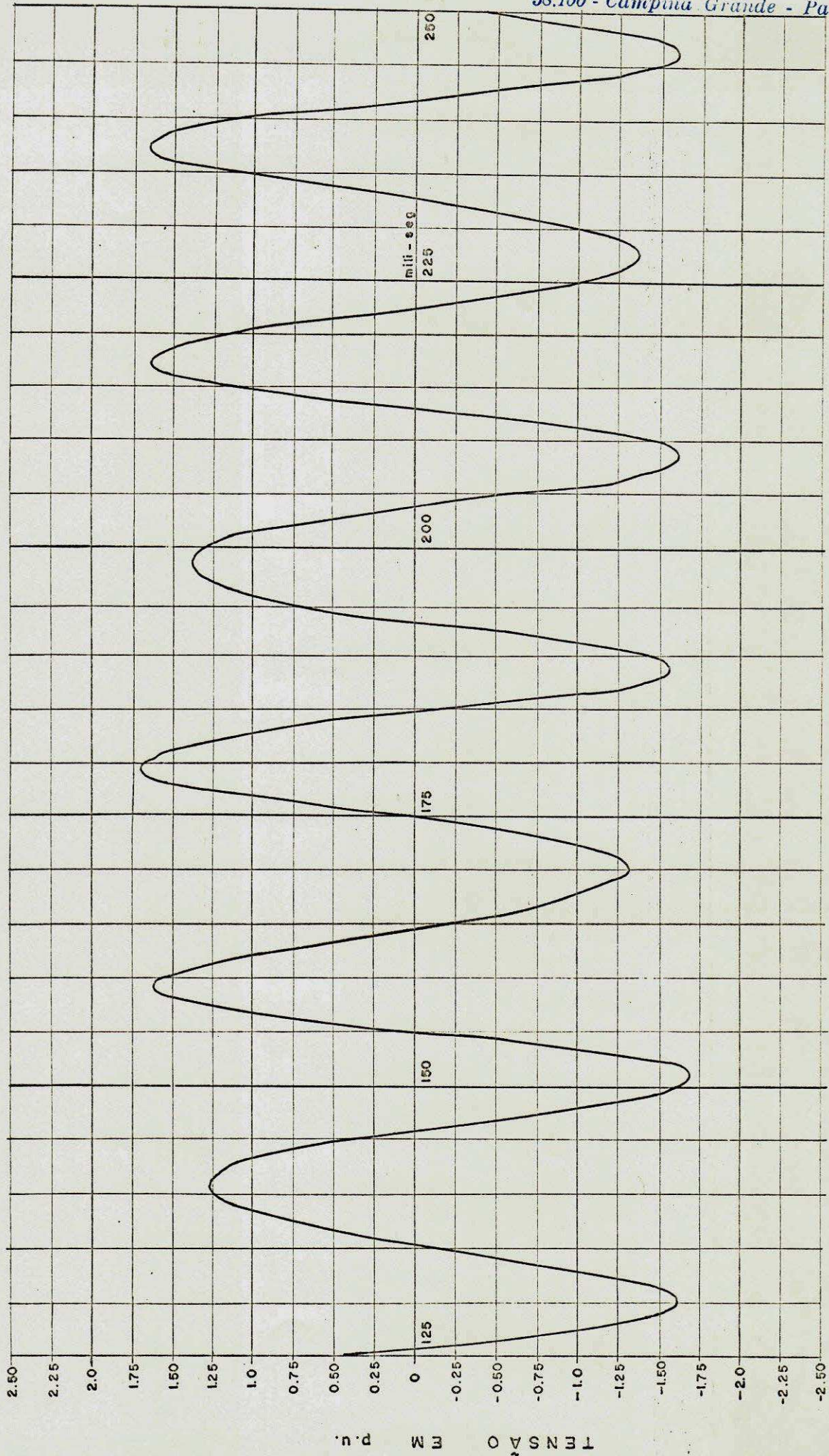


FIG. 4 - SOBRETENSÕES DINÂMICAS PARA UM SISTEMA DE 400KV, CAR --  
 GA DE 180 MVA, TENSÃO 0,95 E FATOR DE POTÊNCIA 0,95. ATRA-  
 SADO. O SISTEMA SEM REATORES LINEAR E TRANSFORMA-  
 DORES SEM SATURAÇÃO.



CONTINUAÇÃO DA FIGURA 4 .

Tempo em ms	Tensão $v_3$ em p.u.
246	-1.640
294	1.583
340.5	-1.609
397	-1.667
443	1.646
488.5	-1.717
534	1.793
561	-1.751
641.5	1.793
668	-1.813
720	1.844
773	-1.888
816	1.920
876	-1.967
918.5	1.999
960.5	-2.037
985.5	2.580
994	-2.065

Tabela 1

isso devido o efeito da aceleração conforme consideramos na fórmula (A). A partir aproximadamente do 400<sup>o</sup> ms a onda das sôbretensões torna-se senoidal com amplitude  $\pm 1.667$  p.u., esta amplitude aumenta um pouco com o tempo chegando a  $\pm 2.060$  p.u. no primeiro segundo de computação ; Do 400<sup>o</sup> ms até o 1<sup>o</sup> segundo a envoltória é uma reta de inclinação 0.655 . Na tabela 1 apresentamos alguns valores dos picos para corroborar o que foi dito.

Se não considerássemos a aceleração o pico máximo seria aproximadamente o mesmo e no mesmo instante, pois o adiantamento de fase neste instante ainda é insuficiente. A atenuação da envoltória ocorre em tôrno de uma reta sem inclinação e a partir aproximadamente do 400<sup>o</sup> ms os picos das tensões permanecem constantes em tôrno de  $\pm 1.446$  p.u.

## 1- EFEITO DO FATOR DE POTÊNCIA

Para verificar o efeito do fator de potência vamos comparar o resultado anterior obtido com fator de potência 0.95 atrasado com os fatores de potência 1.0 e 0.85 atrasado.

Encontramos:

a) Condições iniciais para o sistema da fig.3 com fator de

potência 1.0.

$$v_2(0) = 0.1572$$

$$v_3(0) = 0.0609$$

$$i_5(0) = 1.3766$$

$$i_6(0) = -0.0086$$

$$i_7(0) = 0.6918$$

$$i_8(0) = -0.0215$$

A constante  $K=0.8435$  e o ângulo  $\phi=0.6869$  rd.

b) Condições iniciais para o sistema da fig.3 com fator de potência 0.85 atrasado.

$$v_2(0) = 0.6387$$

$$v_3(0) = 0.5613$$

$$i_5(0) = 1.1819$$

$$i_6(0) = -0.0073$$

$$i_7(0) = 0.5950$$

$$i_8(0) = -0.0184$$

A constante  $K=1.0211$  e o ângulo  $\phi=1.0016$  rd.

Resultados:

f.p.	tensão pico máximo no ponto 3
1.0	-1.855
0.95	-2.066
0.85	-2.181

Verificamos então que o fator de potência é de grande importância no valor de pico máximo alcançado pelas sôbretensões dinâmicas. A forma de onda não é alterada. Para f.p. menor é solicitada uma tensão de excitação maior. Os valores iniciais ao longo da linha também crescem quando o fator de potência diminui.

## 2- INFLUÊNCIA DAS PERDAS DE FERRO E DE COBRE

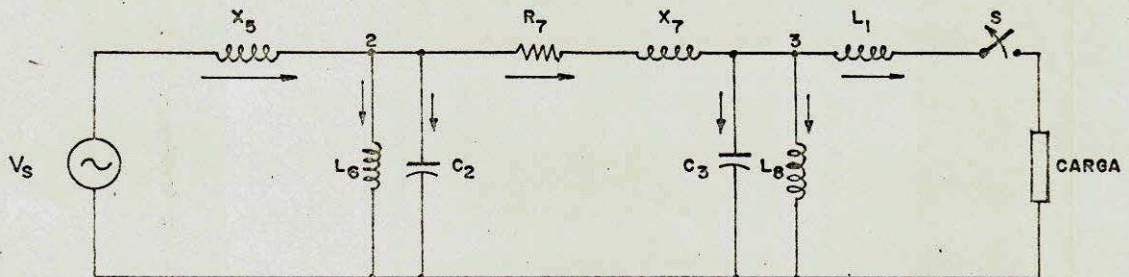


Fig.5 Sistema sem oerdas de ferro e de cobre

Vamos considerar a figura 5 , na qual o sistema está representado sem as resistências que representam as perdas de cobre e de ferro.

As equações diferenciais são idênticas aquelas do grupo B anterior , fazendo  $R_2$  e  $R_4$  infinitas e  $R_5$  zero.

O Sistema de equações diferenciais C torna-se:

$\frac{d}{dt}$	=	$v_2$	0.0	0.0	$0.4263 \times 10^3$	$-0.4268 \times 10^3$
		$v_3$	0.0	0.0	0.0	0.0
		$i_5$	$-0.1439 \times 10^4$	0.0	0.0	0.0
		$i_6$	$0.2856 \times 10^1$	0.0	0.0	0.0
		$i_7$	$0.6068 \times 10^4$	$-0.6068 \times 10^4$	0.0	0.0
		$i_8$	0.0	$0.6981 \times 10^1$	0.0	0.0

$-0.4268 \times 10^3$	0.0	x	$v_2$	0.0
$0.4268 \times 10^3$	$-0.4268 \times 10^3$		$v_3$	0.0
0.0	0.0		$i_5$	$v_s \cdot 1439.3$
0.0	0.0		$i_6$	0.0
$-0.2913 \times 10^2$	0.0		$i_7$	0.0
0.0	0.0		$i_8$	0.0

As condições iniciais são as seguintes para a tensão na carga 0.95 p.u. e f.p. 0.95 atrasado:

$$v_2(0) = 0.4397$$

$$v_3(0) = 0.3565$$

$$i_5(0) = 1.2811$$

$$i_6(0) = -0.0060$$

$$i_7(0) = 0.6441$$

$$i_8(0) = -0.0201$$

A constante  $K=0.9254$  e o ângulo  $\hat{\phi}=0.8699$  rd.

Os valores encontrados estão no gráfico da fig.6 durante o tempo de 0 a 250 ms e na tabela 2 temos alguns picos para observarmos o comportamento do sistema até o 1º seg. O pico máximo no gráfico da figura 6 é -2.004 p.u. alcançado no 12º mili-segundo. Este pico não é ultrapassado até o tempo de 488.5 ms quando a tensão  $v_3$  toma o valor -2.091 p.u. . Aquêl valor volta ainda a ser superado em diversos instantes conforme podemos constatar pela tabela 2.

A partir da metade do segundo os picos para este caso são notadamente superiores àqueles onde consideramos as resistências de perdas. O efeito da não consideração dessas resistências no circuito dá origem a uma corrente D.C., que não decai com o tempo, e pode circular pelo percurso consistindo de  $v_s$ ,  $X_5$  e  $X_6$ .



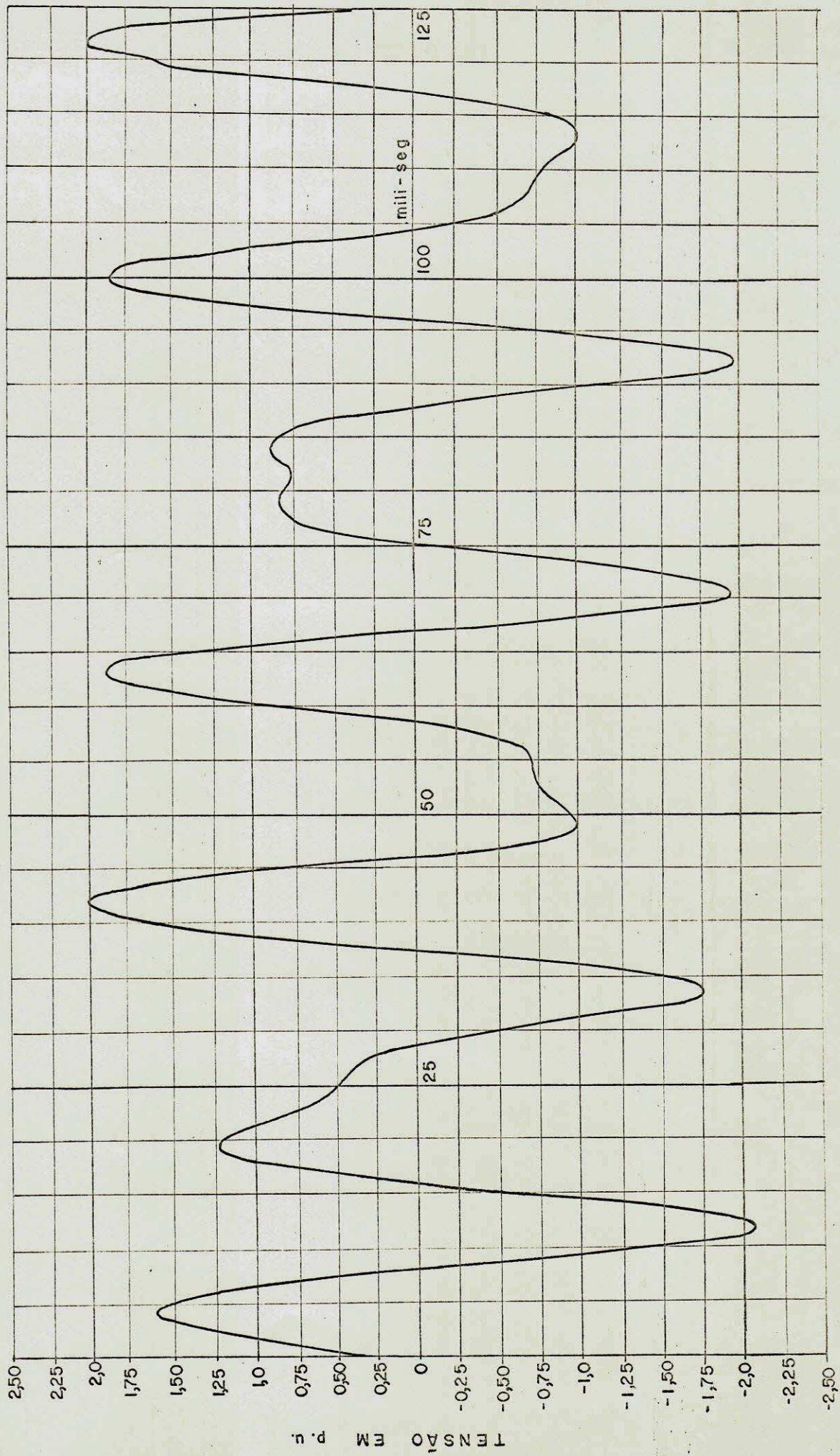
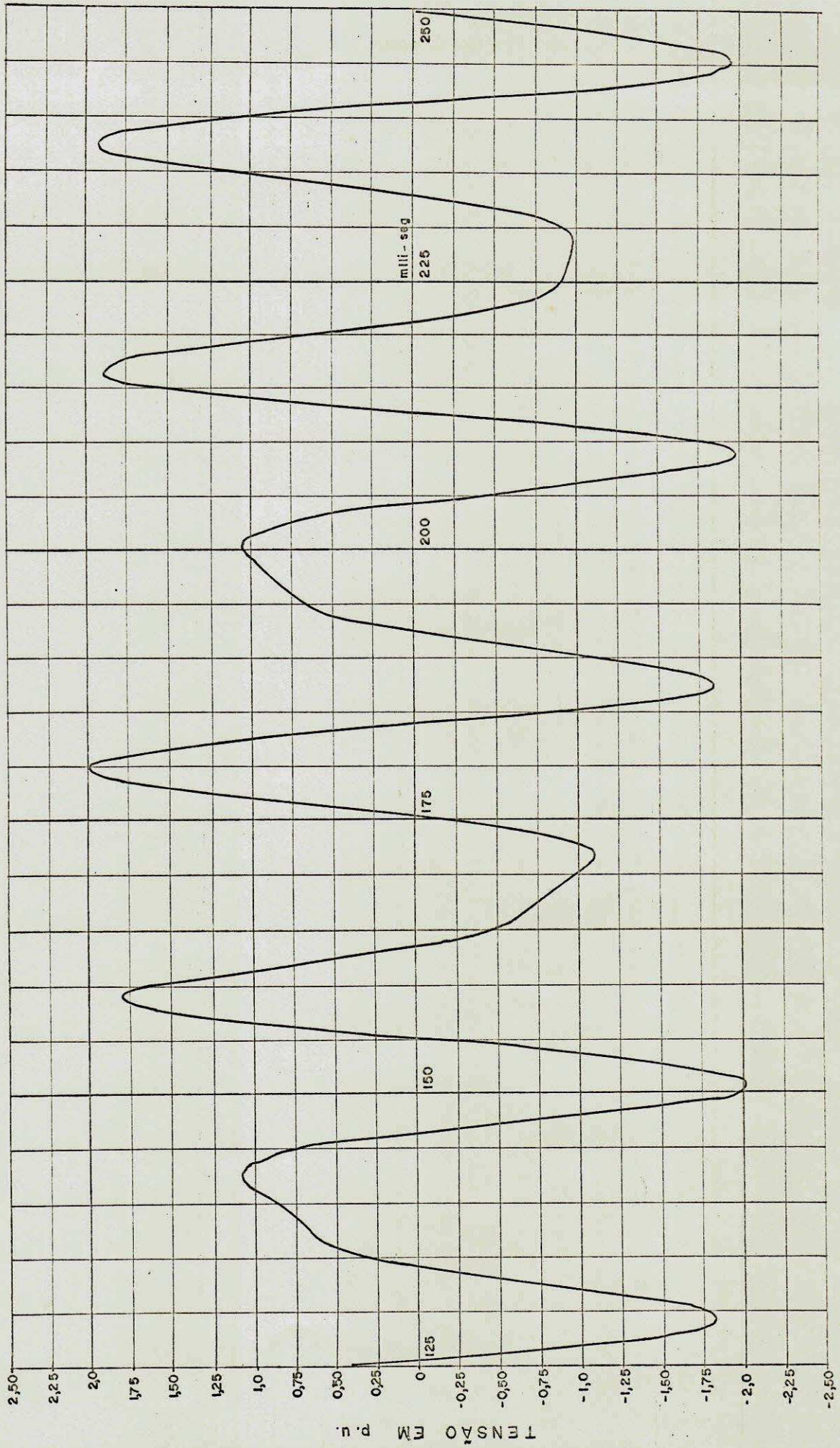


FIG. 6 -- SOBRE-TENSÕES DINÂMICAS PARA UM SISTEMA DE 400 KV, CARGA DE 180 MVA, TENSÃO 0,95 E FATOR DE POTÊNCIA 0,95 ATRASADO, OS TRANSFORMADORES SEM SATURAÇÃO, SISTEMA SEM REATORES LINEAR E TODAS AS PERDAS DESPREZÍVEIS.



COTINUAÇÃO DA FIG. 6

Tempo em ms	Tensão $v_3$ em p.u.
245.5	-1.962
295	1.695
340	-1.718
388.5	1.824
496.5	1.810
560.5	-1.954
623.5	2.125
686	-2.086
729	2.085
756	-2,118
798.5	2.157
867.5	2.233
909.5	-2.175
935.5	2,118
943.5	-2.269
977.5	-2.258
985	2.216
993.5	-1.877

Tabela 2

Os valores máximos para o caso sem perdas e para o caso com perdas são aproximadamente iguais , -2.084 p.u. ( $\approx 834$  Kv) sem perdas e -2.066p.u. ( $\approx 827$  Kv) com perdas e ambos ocorrem no tempo de 12 mili-segundo.

Com perdas conforme vimos, existe o amortecimento e as sôbretensões tornam-se senoidais a partir aproximadamente do 400<sup>o</sup> ms com valores de picos  $\pm 1.667$  p.u. .Quando não consideramos as perdas não há atenuação durante todo o tempo de um segundo e as sôbretensões são tais que seu envelope é uma senóide distorcida.

Mostramos que depois do 489<sup>o</sup> ms o valor -2.084 p.u. era ultrapassado, isto porque neste tempo já é sensível o efeito da aceleração.

Esses dois casos, sistema com perdas e sistema sem perdas , mostra que uma escolha conveniente para os valores das resistências reduzirá o valor das sôbretensões dinâmicas num Sistema de Potência de Extra Alta Tensão.

### 3- DOIS GERADORES IGUAIS EM PARALELO

Vamos observar o caso de dois geradores em paralelo tal qual na figura 7.

Nossas equações serão as mesmas do conjunto B anterior , considerando as seguintes modificações numéricas:

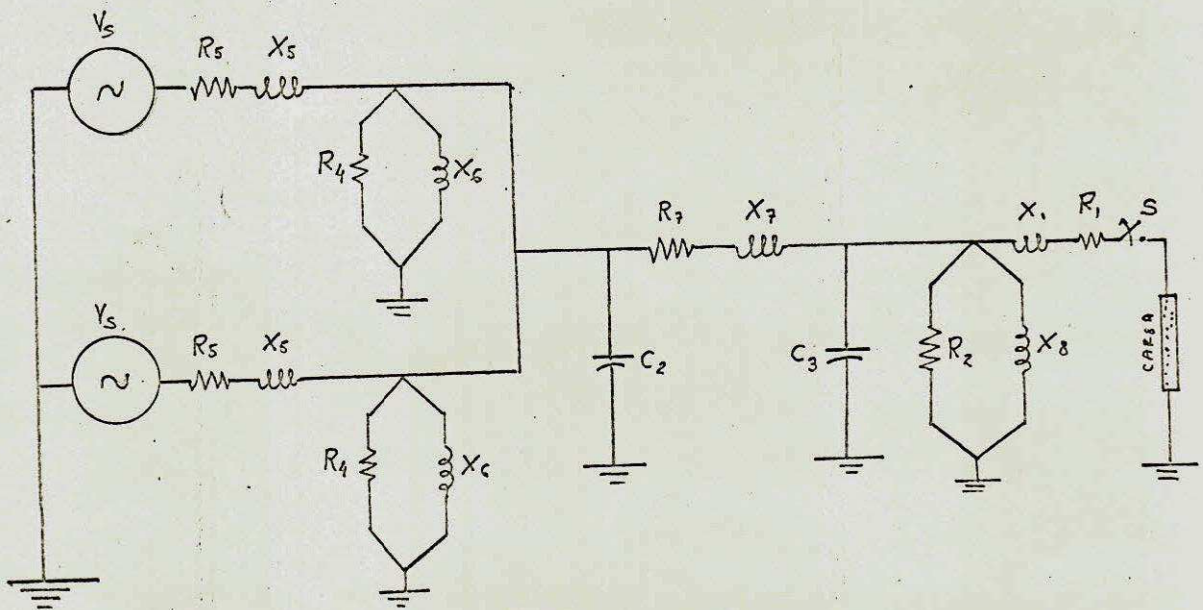


Fig. 7 Sistema alimentado por dois geradores iguais em paralelo

a) Devido ao paralelismo dos geradores

$$R_{51} = 0.0019/2 = 0.00095 \text{ p.u.}$$

$$X_{51} = 0.1350/2 = 0.0675 \text{ p.u.}$$

b) Devido ao paralelismo dos transformadores

$$R_{52} = 0.005/2 = 0.0025 \text{ p.u.}$$

$$X_{52} = 0.0833/2 = 0.0417 \text{ p.u.}$$

$$R_4 = 200/2 = 100 \text{ p.u.}$$

$$X_6 = 110/2 = 55 \text{ p.u.}$$

Assim,

$$R_5 = 0.00345 \text{ p.u. } e$$

$$X_5 = 0.1092 \text{ p.u.}$$

Portanto, nosso sistema de equações diferenciais na forma matricial, numericamente fica:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4264 \times 10^1 & 0.0 & 0.4268 \times 10^3 & -0.4268 \times 10^3 \\ 0.0 & -0.4269 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 \\ -0.2878 \times 10^4 & 0.0 & -0.9928 \times 10^1 & 0.0 \\ 0.5712 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.6068 \times 10^4 & -0.6068 \times 10^4 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.6981 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.4268 \times 10^3 & 0.0 \\ 0.4268 \times 10^3 & -0.4268 \times 10^3 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.2913 \times 10^2 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ v_s \cdot 2878.5 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

As condições iniciais para a tensão de carga 0.95 p.u., fator de potencia 0.95 atrasado e corrente de carga 3.66 p.u. ( Os dois geradores funcionando em plena carga)

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
Pró-Reitoria Para Assuntos do Interior  
Coordenação Setorial de Pós-Graduação  
Rua Aprígio Veloso, 882 - Tel (083) 321 7222-R 355  
58.100 - Campina Grande - Paraíba

são :

$$v_2(0) = 0.5960$$

$$v_3(0) = 0.4184$$

$$i_5(0) = 1.3412$$

$$i_6(0) = -0.0167$$

$$i_7(0) = 0.6445$$

$$i_8(0) = -0.0209$$

A constante  $K=1.2112$  e o ângulo  $\phi=0.8664$  rd.

As sôbretensões obtidas para o ponto 3 são um pouco menor que aquelas obtidas para o mesmo ponto com apenas um gerador. Na fig. 8 temos o gráfico da tensão  $v_3$  durante o período de 0 a 250 ms. Neste intervalo o pico máximo alcançado foi 2.017 p.u. no 21.5ª ms, valor que não é ultrapassado durante todo primeiro segundo de computação. Tal como no caso com um gerador, as sôbretensões atenuam em tórno de uma reta. Para este caso a inclinação é  $\approx 0.350$  e também é devido a consideração que fizemos supondo que a máquina fica acelerada após a desconexão da carga.

A redução das sôbretensões considerando dois geradores em paralelo deve-se à redução da reatância equivalente.

Na tabela 3 temos alguns picos, para este caso que comparados com a tabela 1 mostra que aquele caso é pior.

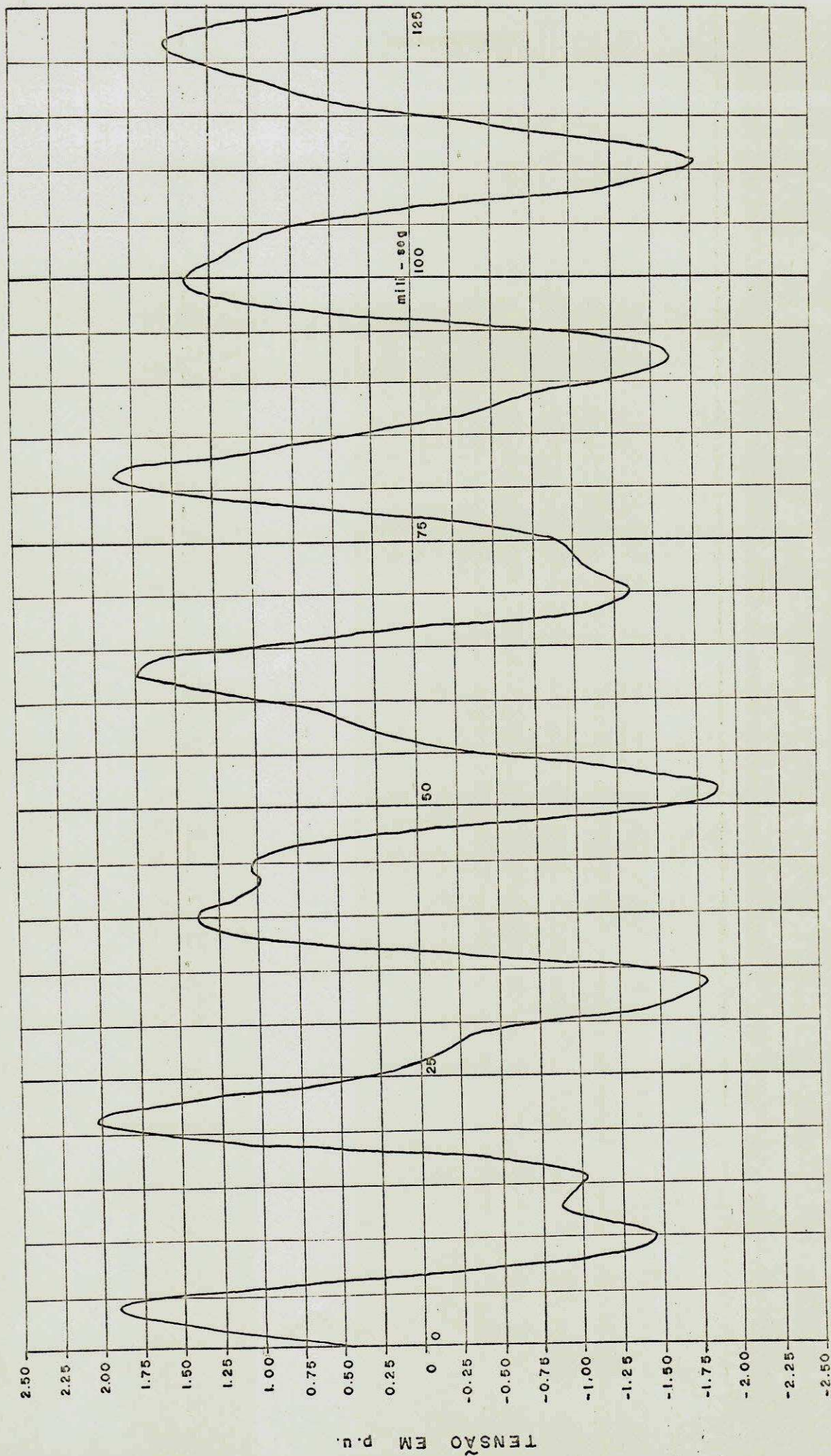
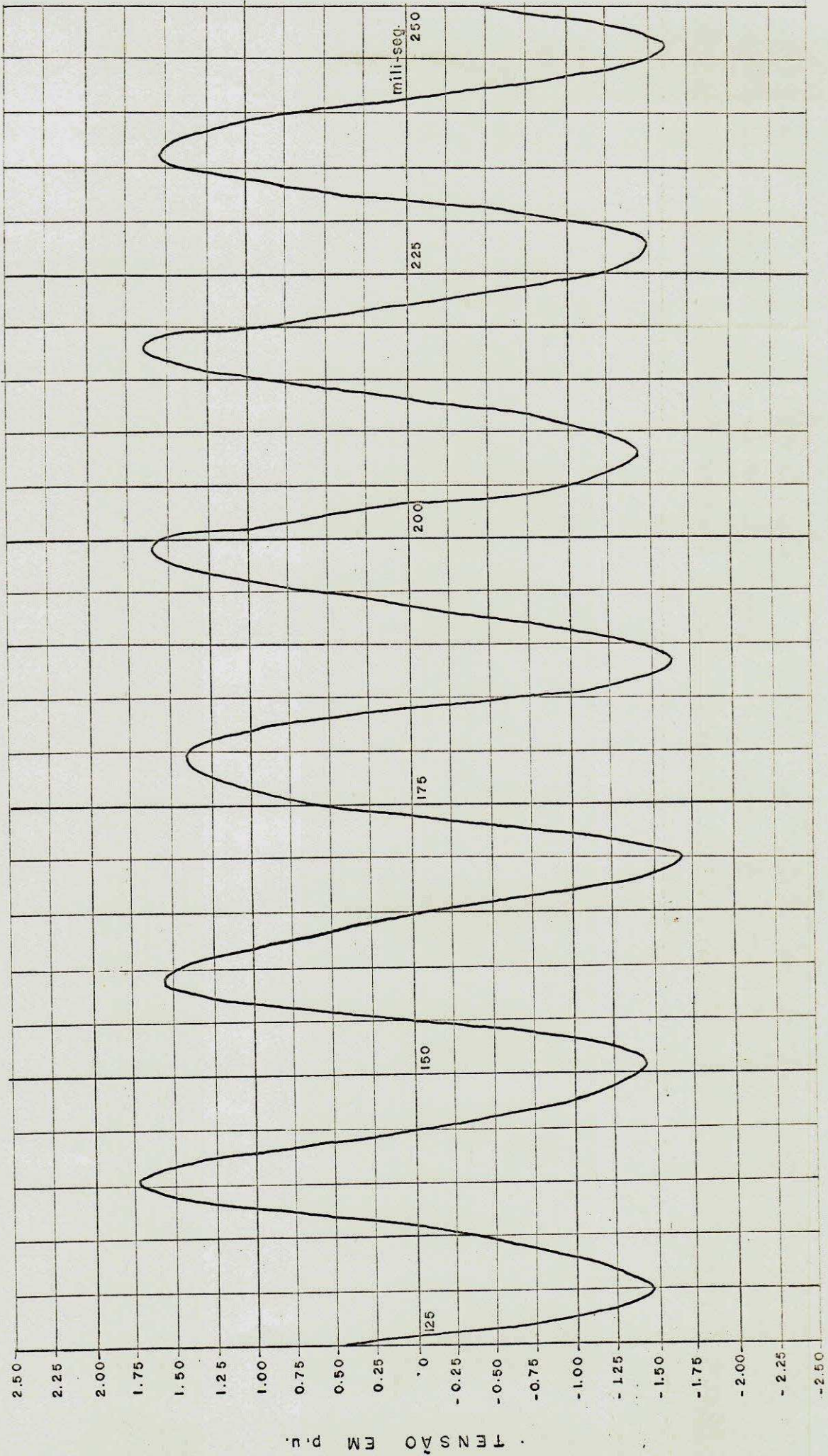


FIG. 8 -- SOBRETENSÕES DINAMICAS PARA UM SISTEMA DE 400 KW,  
 CARGA 360 m.v.a., TENSÃO 0.95 p.u., FATOR DE POTÊNCIA  
 0.95 ATRASADO. SISTEMA COM DOIS GERADORES EM PARALELO  
 IGUAIS, SEM REATOR LINEAR E TRANSFORMADOR 5 SEM  
 SATURAÇÃO.





CONTINUAÇÃO DA FIGURA -- 8

Tempo em ms	Tensão $v_3$ em p.u.
246.5	-1.651
312.5	1.601
397	-1.596
452	-1.649
497.5	-1.658
579	-1.685
597	-1.688
623.5	1.692
650.5	-1.697
694.5	1.720
720.5	-1.727
764	1.742
807.5	-1.762
867.5	1.782
910	-1.798
943.5	-1.814
969	1.816
994	-1.832

Tabela 3

SÔBRETENSÕES DINÂMICAS PARA O SISTEMA DE POTÊNCIA COM REATORES LINEAR E COM TRANSFORMADORES SEM SATURAÇÃO

Consideremos a fig.9 abaixo,

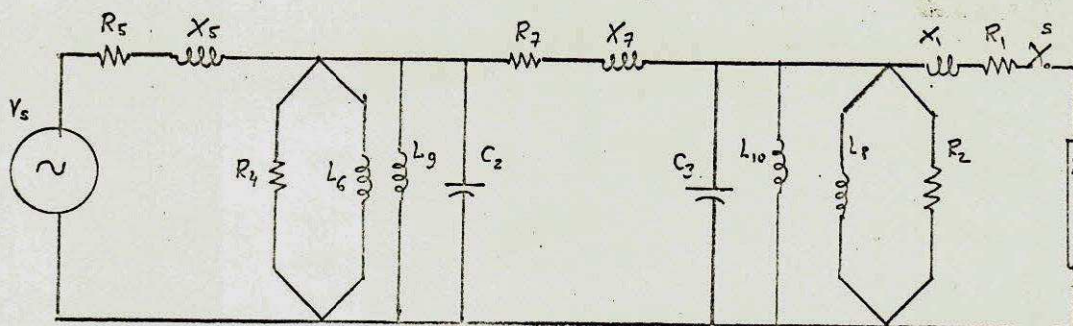


Fig.9 Sistema com reatores linear de 50 MVAR nas extremidades da linha de transmissão.

onde  $L_9$  e  $L_{10}$  são indutâncias que correspondem aos dois reatores colocados nas extremidades da linha de transmissão.

O valor das reatâncias normalmente usadas para esses reatores é 60% dos MVAR da linha de transmissão.

Cálculo dos MVAR da L.T.

Temos  $Y = 0.00092 \Omega$

$$V = 400 \text{ Kv}$$

$$P = V \times I = V^2 \times Y$$

$$P = 148 \text{ MVAR}$$

$$60\%(P) \approx 89 \text{ MVAR}$$

Como são dois reatores, um em cada extremidade, podemos considerar 50 MVAR para cada um deles.

Como a base é 100 MVA,

$$X_9 = X_{10} = 2 \text{ p.u.}$$

Estas reatâncias estão em paralelo com as reatâncias dos transformadores do gerador e da carga cujos valores são respectivamente,  $X_6 = 110 \text{ p.u.}$  e  $X_8 = 45 \text{ p.u.}$

Temos então :

$$X_6 // X_9 \approx 2 \text{ p.u.}$$

$$X_8 // X_{10} = 2 \text{ p.u.}$$

Portanto, vamos considerar as mesmas equações do conjunto B anterior, alterando apenas os valores de  $X_6$  e  $X_8$  que, conforme vimos, tornam-se aproximadamente 2 p.u.

Conseqüentemente o sistema de equações numericamente torna-se:

$v_2$	$-0.2134 \times 10^1$	0.0	$0.4268 \times 10^3$	$-0.4268 \times 10^3$
$v_3$	0.0	$-0.4269 \times 10^1$	0.0	0.0
$i_5$	$-0.1439 \times 10^4$	0.0	$-0.9931 \times 10^1$	0.0
$i_6$	$0.1571 \times 10^3$	0.0	0.0	0.0
$i_7$	$0.6068 \times 10^4$	$-0.6068 \times 10^4$	0.0	0.0
$i_8$	0.0	$0.1571 \times 10^3$	0.0	0.0

$-0.4268 \times 10^3$	0.0	x	$v_2$	0.0
$0.4268 \times 10^3$	$-0.4268 \times 10^3$		$v_3$	0.0
0.0	0.0		$i_5$	$v_s \cdot 1.439.3$
0.0	0.0		$i_6$	0.0
$-0.2968 \times 10^1$	0.0		$i_7$	0.0
0.0	0.0		$i_8$	0.0

Da mesma forma como nos casos anteriores a tensão é 0.95 com fator de potência 0.95 atrasado e a corrente de carga 1.83p.u. , sendo a carga desconectada quando a corrente passa por seu zero. Calculamos então as condições iniciais para as variáveis de estado no instante  $t=0$ .

Temos então:

$$v_2(0) = 0.4470$$

$$v_3(0) = 0.3565$$

$$i_5(0) = 0.4395$$

$$i_6(0) = -0.4567$$

$$i_7(0) = 0.2208$$

$$i_8(0) = -0.4603$$

A constante  $K=1.1580$  e o ângulo  $\phi=0.7683$  rd.

Apresentamos no gráfico da fig.10 os resultados durante o tempo de 0 a 250 ms. O pico máximo alcançado neste intervalo, para a tensão  $v_3$ , é  $-1.726$  p.u. no tempo de 32 ms. Este valor é ultrapassado antes do primeiro segundo de computação, precisamente no 977.5<sup>o</sup> ms, quando a tensão no transformador de carga alcança o valor  $-1.731$  p.u. Isto acontece devido o efeito da aceleração, que já é sensível na metade de um segundo. Na tabela 4 mostramos o comportamento do picos em alguns instantes durante o restante do tempo até completar 1 segundo.

O envelope dos picos é próximo do senoidal e atenua em torno da reta de inclinação  $\pm 0.52$ . Também neste caso, depois de aproximadamente 400 ms, o envelope é uma reta, e dizemos que as sôbretensões tornam-se senoidais com as amplitudes aumentando um pouco com o tempo devido a aceleração.

O ótimo do reator em torno de 60% dos INVAR da

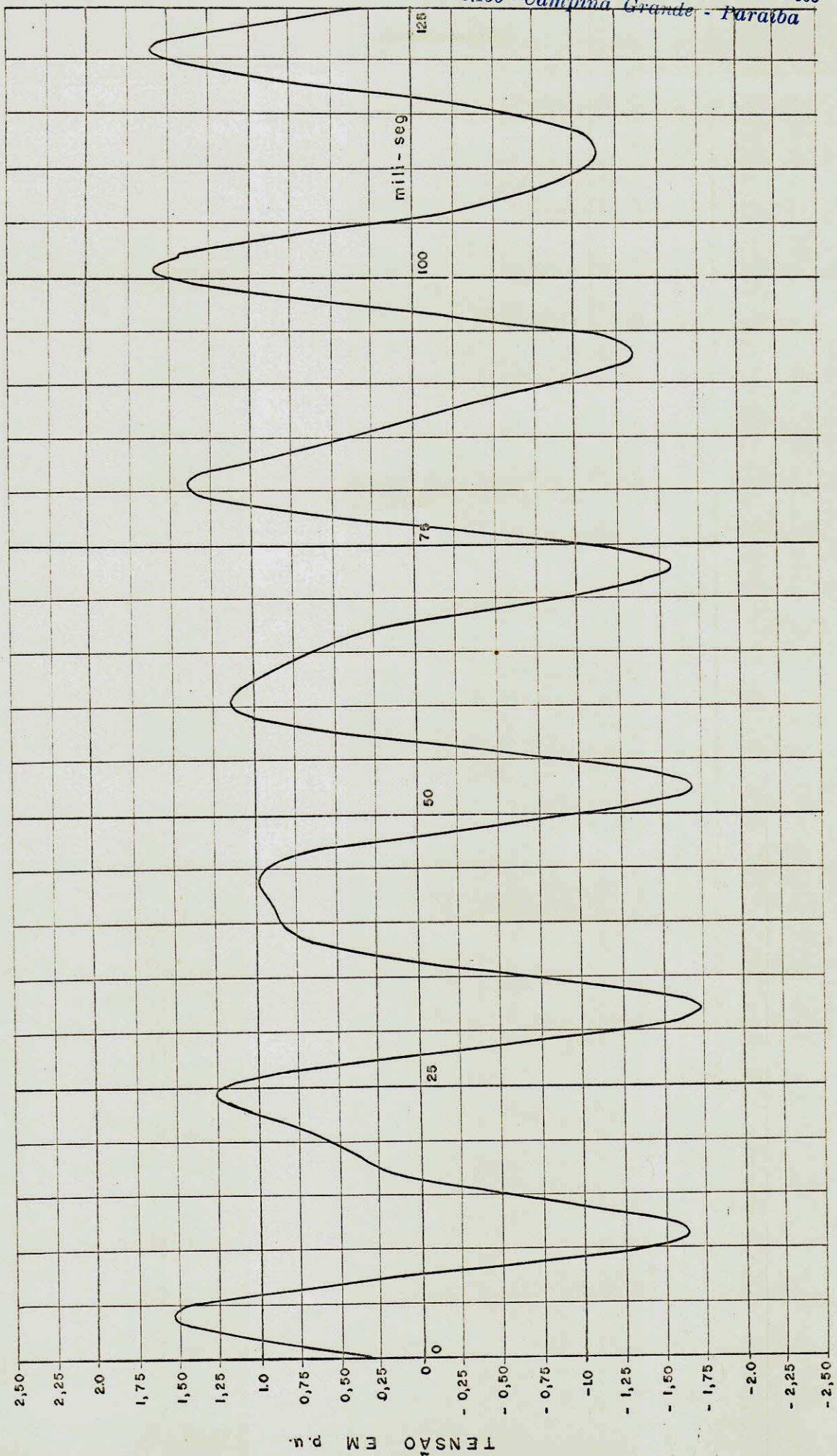
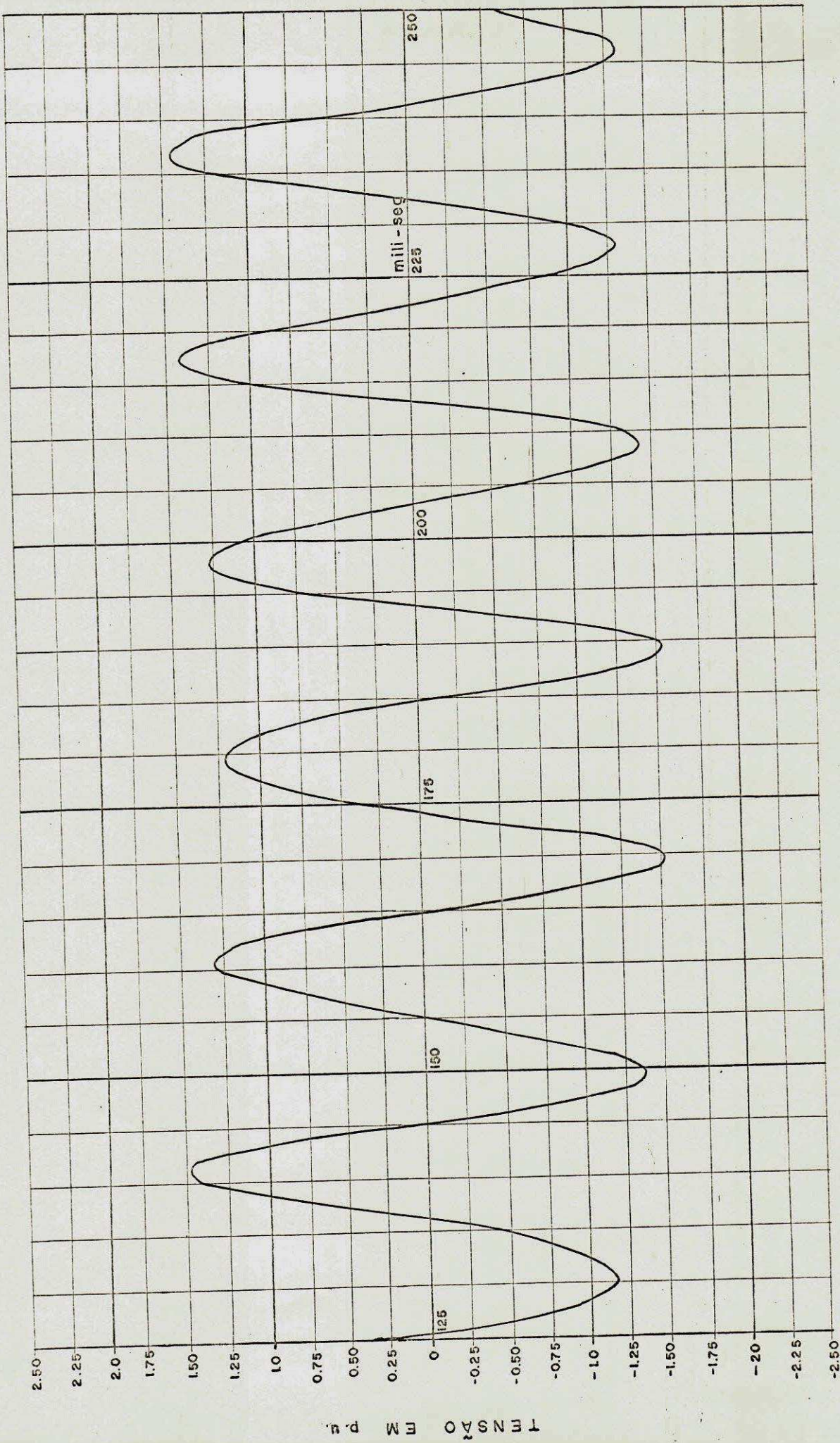


FIG. 10 -- SOBRE-TENSÕES DINÂMICAS PARA UM SISTEMA DE 400 KV, CARGA DE ISOMVA, TENSÃO 0,95 E FATOR DE POTÊNCIA 0,95 ATRASADO. O SISTEMA COM REATORES LINEAR E OS TRANSFORMADORES SEM SATURAÇÃO.



CONTINUAÇÃO DA FIG. 10



Tempo em ms	Tensão $v_3$ emp.u.
246.5	-1.303
294	1.342
350.5	-1.471
406	1.493
452.5	-1.507
489	-1.471
516.5	1.481
561	-1.517
606	1.556
650.5	-1.566
694.5	1.578
720	1.597
816.5	1.644
857	-1.665
901.5	1.690
944	-1.710
986	1.730

Tabela 4

linha de transmissão é por razões econômicas. Aumentando o tamanho dos reatores shunt para compensação adicional, efetivamente reduzirá mais as sobretensões dinâmicas. Esta técnica, entretanto, envolve maior investimento, aumentando as perdas e necessita de correção adicional no sistema básico. (4)

A melhor solução na maioria dos casos, é pôr reatores shunt que tornem aceitável o nível das tensões, mas não excessivamente.

SOBRETENSÕES DINÂMICAS PARA O SISTEMA DE POTÊNCIA SEM REATORES LINEAR E COM TRANSFORMADORES DE NÚCLEO SATURADO.

Vamos supor agora que os transformadores do gerador e da carga têm núcleo saturado conforme a curva no gráfico do apêndice A.

Na fig.11 abaixo os respectivos transformadores estão representados por seus fluxos variáveis.

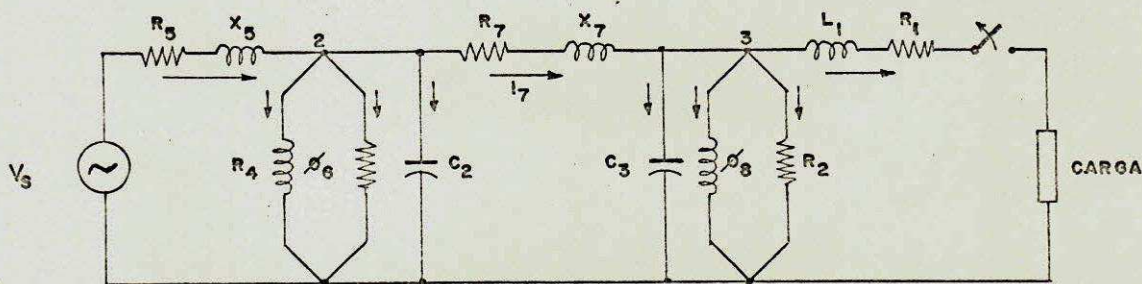


Fig.11 Sistema com transformadores saturados

No conjunto B anterior de equações diferenciais vamos modificar as equações 10a e 12a, substituindo a variável de estado  $i_6$  por  $\phi_6$  e a variável de estado  $i_8$  por  $\phi_8$ .

Temos então:

$$\frac{d\phi_6}{dt} = v_2 \quad (10b)$$

$$\frac{d\phi_8}{dt} = v_3 \quad (12b)$$

Assim, fica

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_5 - f(\phi_6) - i_7 - v_2/R_4 \quad (13b)$$

$$C_3 \frac{dv_3}{dt} = i_7 - f(\phi_8) - v_3/R_2 \quad (14b)$$

$$L_5 \frac{di_5}{dt} = -v_2 - R_5 \cdot i_5 + v_s \quad (9a)$$

$$\frac{d\phi_6}{dt} = v_2 \quad (10b)$$

$$L_7 \frac{di_7}{dt} = v_2 - v_3 - R_7 \cdot i_7 \quad (11a)$$

$$\frac{d\phi_8}{dt} = v_3 \quad (12b)$$

Nestas equações as correntes  $i_6$  e  $i_8$  das equações 13a e 14a, respectivamente, foram substituídas pelas funções de fluxo  $f(\phi_6)$  e  $f(\phi_8)$  para exprimir a não linearidade dos transformadores.

Temos então a matriz,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ \phi_6 \\ i_7 \\ \phi_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_4 \cdot C_2} & 0.0 & \frac{1}{C_2} & 0.0 & \frac{-1}{C_2} & 0.0 \\ 0.0 & \frac{-1}{R_4 \cdot C_3} & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{C_3} & 0.0 \\ \frac{-1}{L_5} & 0.0 & \frac{-R_5}{L_5} & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ \frac{1}{L_7} & \frac{-1}{L_7} & 0.0 & 0.0 & \frac{-R_7}{L_7} & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ \phi_6 \\ i_7 \\ \phi_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ \frac{v_s}{L_5} \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-f(\phi_6)}{C_2} \\ \frac{-f(\phi_8)}{C_3} \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

Numéricamente, fica :

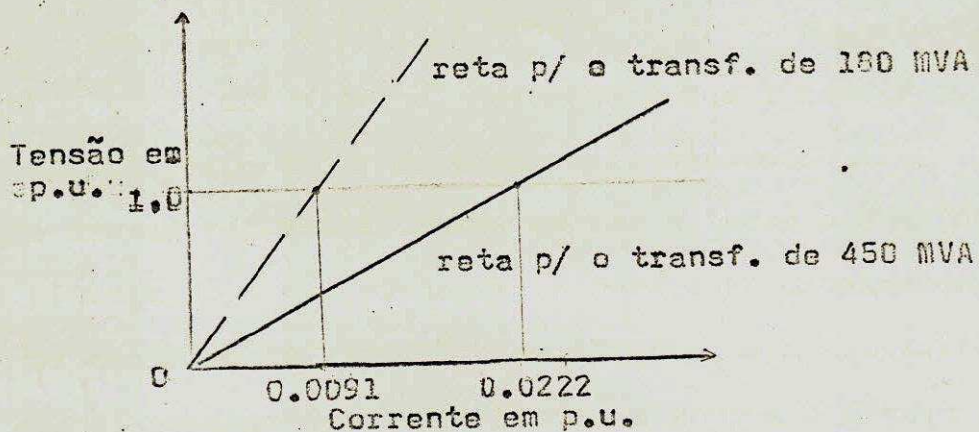
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ \phi_6 \\ i_7 \\ \phi_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2134 \times 10^1 & 0.0 & 0.4268 \times 10^3 & 0.0 \\ 0.0 & -0.4269 \times 10^1 & 0.0 & 0.0 \\ -0.1439 \times 10^4 & 0.0 & -0.9931 \times 10^1 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.6068 \times 10^4 & -0.6068 \times 10^4 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.4268 \times 10^3 & 0.0 \\ 0.4268 \times 10^3 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.2913 \times 10^1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ \phi_6 \\ i_7 \\ \phi_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ v_s \times 1439.3 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -f(\phi_6) \times 426.8 \\ -f(\phi_8) \times 426.8 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

Os elementos não linear são incorporados no

programa de computador através da subrotina HXS que entra com as curvas de saturação dos transformadores . Esta subrotina encontra-se no apêndice C.

Para verificarmos se essa subrotina estava correta, foram resolvidos os casos precedentes, sem transformadores saturados, introduzindo, através da subrotina HXS as linhas retas que representam os transformadores sem saturação. Naqueles casos , a reatância do transformador do gerador é  $X_6 = 110$  p.u. e a do transformador de carga é  $X_8 = 45$  p.u. . Assim utilizamos a figura abaixo.



Os resultados obtidos foram precisamente os mesmos, o que nos assegura que a subrotina está correta.

Para este caso as condições iniciais, para as mesmas condições de carga anteriores e as mesmas suposições no sistema , são:

$$v_2(0) = 0.4403$$

$$v_3(0) = 0.3565$$

$$i_5(0) = 1.3014$$

$$p_6(0) = -0.0028$$

$$i_7(0) = 0.6521$$

$$i_8(0) = -0.0029$$

A constante  $K=0.9499$  e o ângulo  $\phi=0.8615$  rd.

Na fig.12 mostramos como o fluxo no transformador da carga varia com o tempo. Observamos que a partir de 290<sup>o</sup> ms o fluxo começa mudar de sinal mais rapidamente. A intensidade dessas variações aumentam com o tempo o que justifica a elevação das sôbretensões. A partir aproximadamente do 810<sup>o</sup> ms as taxas de variações do fluxo  $\phi_3$  e a intensidade das mesmas começam decrescer conforme mostra a figura e por isso as sôbretensões começam cair próximo do primeiro segundo de computação.

Na fig.13 apresentamos os resultados em gráficos das sôbretensões obtidas para a duração de 250 ms. Até atingir o 200<sup>o</sup> ms o pico máximo alcançado para a tensão  $v_3$  é 2.055 p.u. no tempo 43.5 ms. A partir deste instante os picos tendem crescer e antes de completar os 250 ms atinge o valor 2.164 p.u. no tempo de 220 ms. A partir do 290<sup>o</sup> ms,

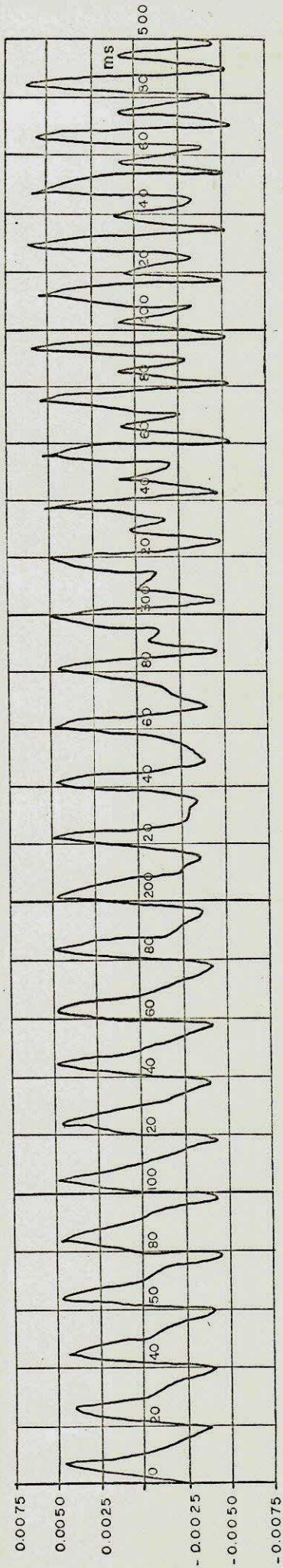
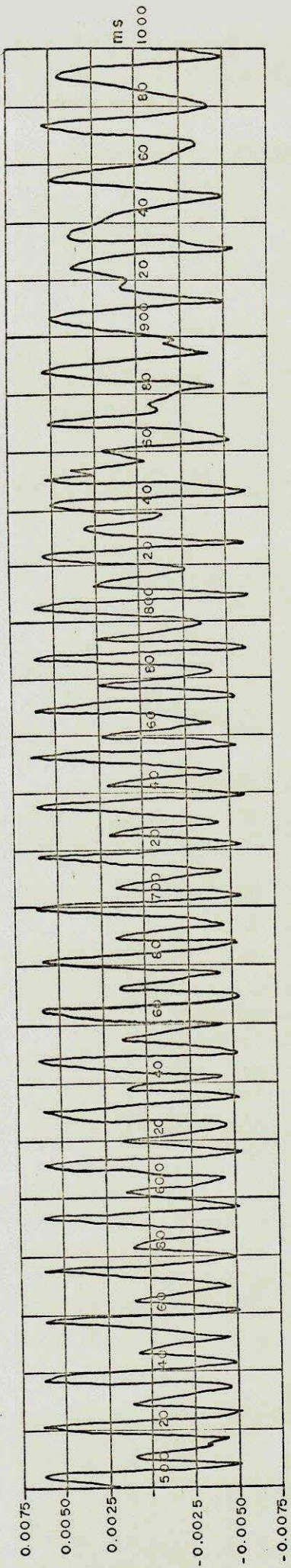


FIG. 12 — VARIÇÃO DO FLUXO DO TRANSFORMADOR DA CARGA.





CONTINUAÇÃO DA FIGURA -- 12

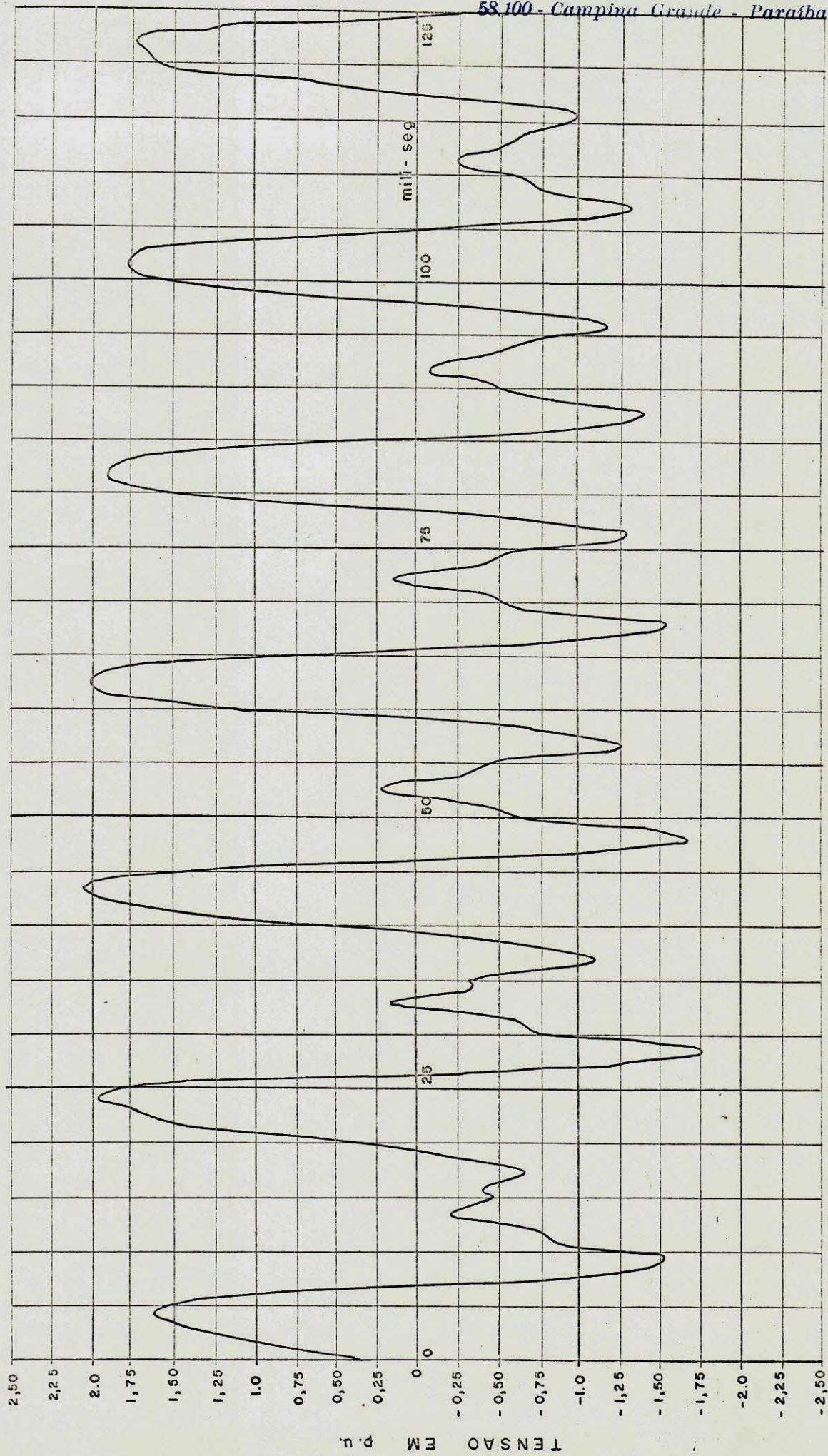
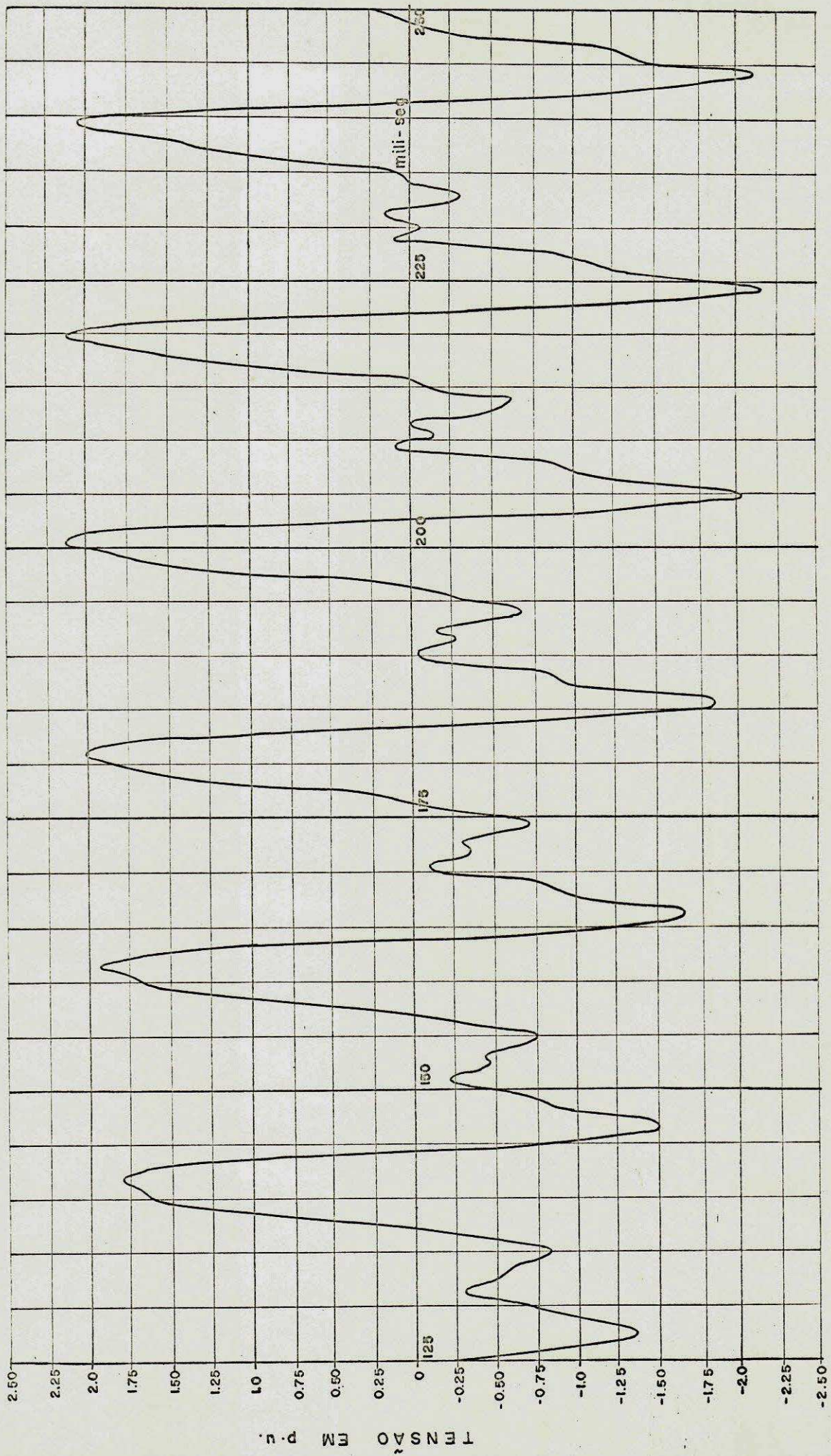


FIG.13 - SOBRE-TENSÕES DINÂMICAS PARA UM SISTEMA DE 400KV, CARGA DE 160MVA, TENSÃO 0,95 E FATOR DE POTÊNCIA 0,95 ATRASADO. SISTEMA SEM REATORES LINEAR E OS TRANSFORMADORES SATURADOS.



CONTINUAÇÃO DA FIG. 13

Tempo em ms	Tensão $v_3$ em p.u.
244	-2.122
308.5	1.887
359	-3.144
390.5	2.279
451.5	-3.652
500.5	3.141
559.5	-3.586
603.5	3.301
667	-3.770
715	3.626
772	-3.724
785.5	3.357
790.5	-4.083
812	3.636
848.5	3.849
891	-2.589
905.5	1.660
970.5	2.206

Tabela 5

quando as variações do fluxo começam ser mais rápidas, as sôbretensões crescem mais rapidamente, conforme vemos na tabela 5, onde temos alguns picos nos seus respectivos instantes de ocorrência. No 359<sup>o</sup> ms  $v_3$  atinge o valor -3.144 alcançando o valor máximo -4.023 p.u. no 790.5<sup>o</sup> ms. Depois os picos decrescem atingindo valores em torno de  $\pm 2$  p.u. próximo de terminar o primeiro segundo de computação.

Reduzindo a reatância de dispersão dos transformadores e levantando a dobra da curva de saturação faz o transformador operar num ponto inferior da curva de saturação, reduzindo assim, a geração de harmônicos e conseqüentemente baixando o nível das sôbretensões.

Aumentando a inclinação da região saturada, semelhantemente reduz-se a geração de harmônicos e assim resulta sôbretensões menores.

Sob o ponto de vista de custo cada 5% que decresce a reatância abaixo do seu valor normal é adicionado cerca de 2% no custo do transformador.<sup>(4)</sup>

A diminuição da reatância do transformador aumenta seu tamanho e a elevação da dobra da curva de saturação envolve mais ferro no núcleo, com isto as sôbretensões diminuem, porém o custo e o tamanho dos transformadores crescem consideravelmente.

SOBRETENSÕES DINÂMICAS PARA O SISTEMA DE POTÊNCIA COM REATORES LINEAR E OS TRANSFORMADORES DE NÚCLEO SATURADO.

1- Consideremos a figura abaixo onde as reatâncias  $X_9$  e  $X_{10}$  representam reatores linear. Os transformadores são representados por seus fluxos, isto é, o transformador do gerador por  $\phi_6$  e o transformador de carga por  $\phi_8$ .

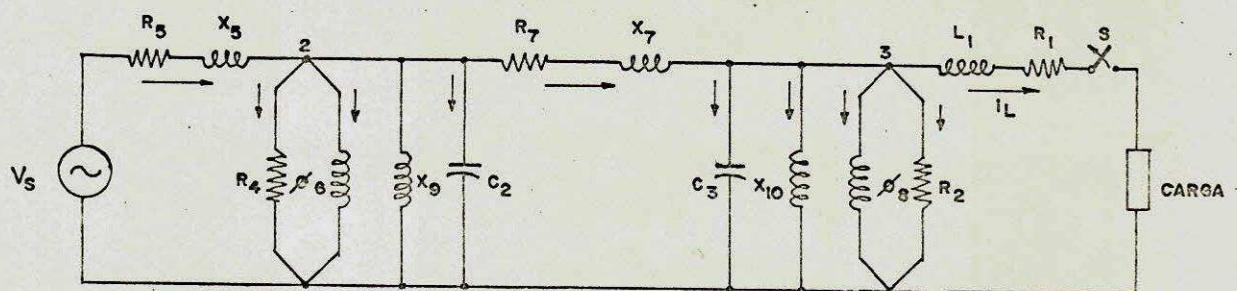


Fig.14 Sistema com reatores linear e transformadores de núcleo saturado

As equações do caso anterior acrescentamos outras duas referentes aos reatores;

$$L_9 \frac{di_9}{dt} = v_2$$

$$L_{10} \frac{di_{10}}{dt} = v_3$$

Assim,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ \phi_6 \\ i_7 \\ \phi_8 \\ i_9 \\ i_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_4 \cdot C_2} & \frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0.0 & \frac{-1}{C_2} & 0.0 & \frac{-1}{C_2} & 0.0 \\ 0.0 & \frac{-1}{R_4 \cdot C_3} & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{C_3} & 0.0 & 0.0 & \frac{-1}{C_3} \\ \frac{-1}{L_5} & 0.0 & \frac{-R_5}{L_5} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ \frac{1}{L_7} & \frac{-1}{L_7} & 0.0 & 0.0 & \frac{-R_7}{L_7} & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ \frac{1}{L_9} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & \frac{1}{L_{10}} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ i_5 \\ \phi_6 \\ i_7 \\ \phi_8 \\ i_9 \\ i_{10} \end{bmatrix}$$

0.0
0.0
$\frac{v_s}{L_5}$
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0

+

$f(\phi_6)$
$-\frac{1}{C_2}$
$f(\phi_8)$
$-\frac{1}{C_3}$
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0

Substituindo pelos dados, fica:

$\frac{d}{dt}$	$v_2$	$-0.2134 \times 10^1$	0.0	$0.4268 \times 10^3$	0.0
	$v_3$	0.0	$-0.4269 \times 10^1$	0.0	0.0
	$i_5$	$-0.1439 \times 10^4$	0.0	$-0.9931 \times 10^1$	0.0
	$\phi_6$	1.0	0.0	0.0	0.0
	$i_7$	$0.6068 \times 10^4$	$-0.6068 \times 10^4$	0.0	0.0
	$\phi_8$	0.0	1.0	0.0	0.0
	$i_9$	$0.1571 \times 10^3$	0.0	0.0	0.0
	$i_{10}$	0.0	$0.1571 \times 10^3$	0.0	0.0

$-0.4268 \times 10^3$	0.0	$-0.4268 \times 10^3$	0.0	$\times$	$v_2$
$0.4268 \times 10^3$	0.0	0.0	$-0.4268 \times 10^3$		$v_3$
0.0	0.0	0.0	0.0		$i_5$
0.0	0.0	0.0	0.0		$\phi_6$
$-0.2913 \times 10^1$	0.0	0.0	0.0		$i_7$
0.0	0.0	0.0	0.0		$i_8$
0.0	0.0	0.0	0.0		$i_9$
0.0	0.0	0.0	0.0		$i_{10}$

0.0	$-f(\phi_6) \times 426.8$
0.0	$-f(\phi_8) \times 426.8$
$v_5 \times 1439.3$	0.0
0.0	0.0
0.0	0.0
0.0	0.0
0.0	0.0
0.0	0.0



Para a mesma carga dos itens anteriores e as mesmas condições do sistema, temos as seguintes condições iniciais:

$$v_2(0) = 0.4473$$

$$v_3(0) = 0.3565$$

$$i_5(0) = 0.4017$$

$$\phi_6(0) = -0.0038$$

$$i_7(0) = 0.1921$$

$$\phi_8(0) = -0.0029$$

$$i_9(0) = -0.4639$$

$$i_{10}(0) = -0.4603$$

A constante  $K=1.1739$  e o ângulo  $\theta=0.7594$  rd.

Os resultados obtidos até 250 ms estão na fig.15. Neste período o máximo alcançado foi 1.691 p.u. para a tensão no ponto 3 e no tempo de 22 ms. Os picos crescem até -3.425p.u. no 808<sup>o</sup> ms. Na tabela 6 mostramos alguns picos até o tempo próximo a um segundo.

Os reatores tornaram as sobretensões sensivelmente inferiores ao caso anterior, isto é, os transformadores saturados com reatores linear resultam sobretensões menores àquelas obtidas para o sistema sem os mesmos reatores. As condições devido a não linearidade são também reduzidas e seus efeitos retardado.

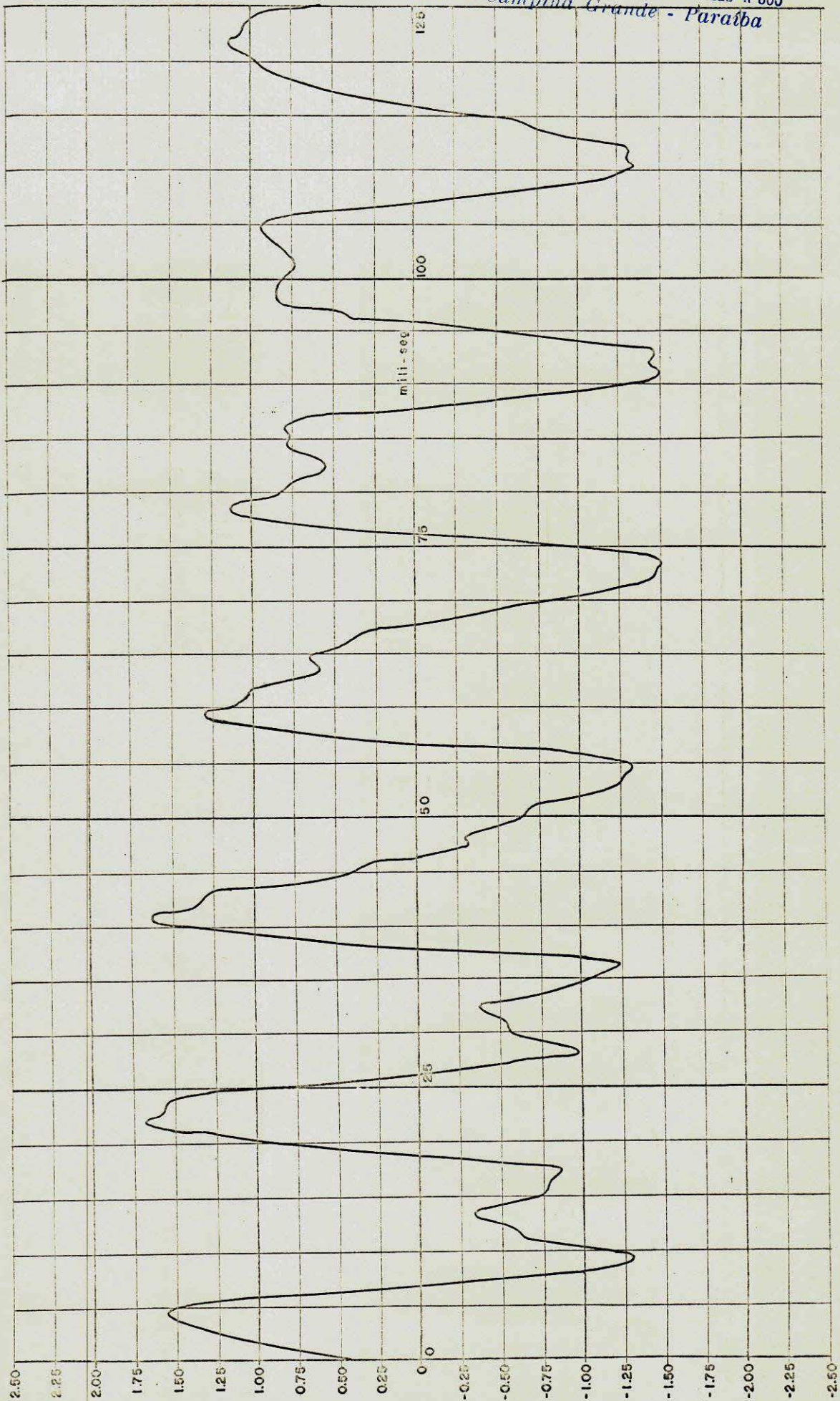
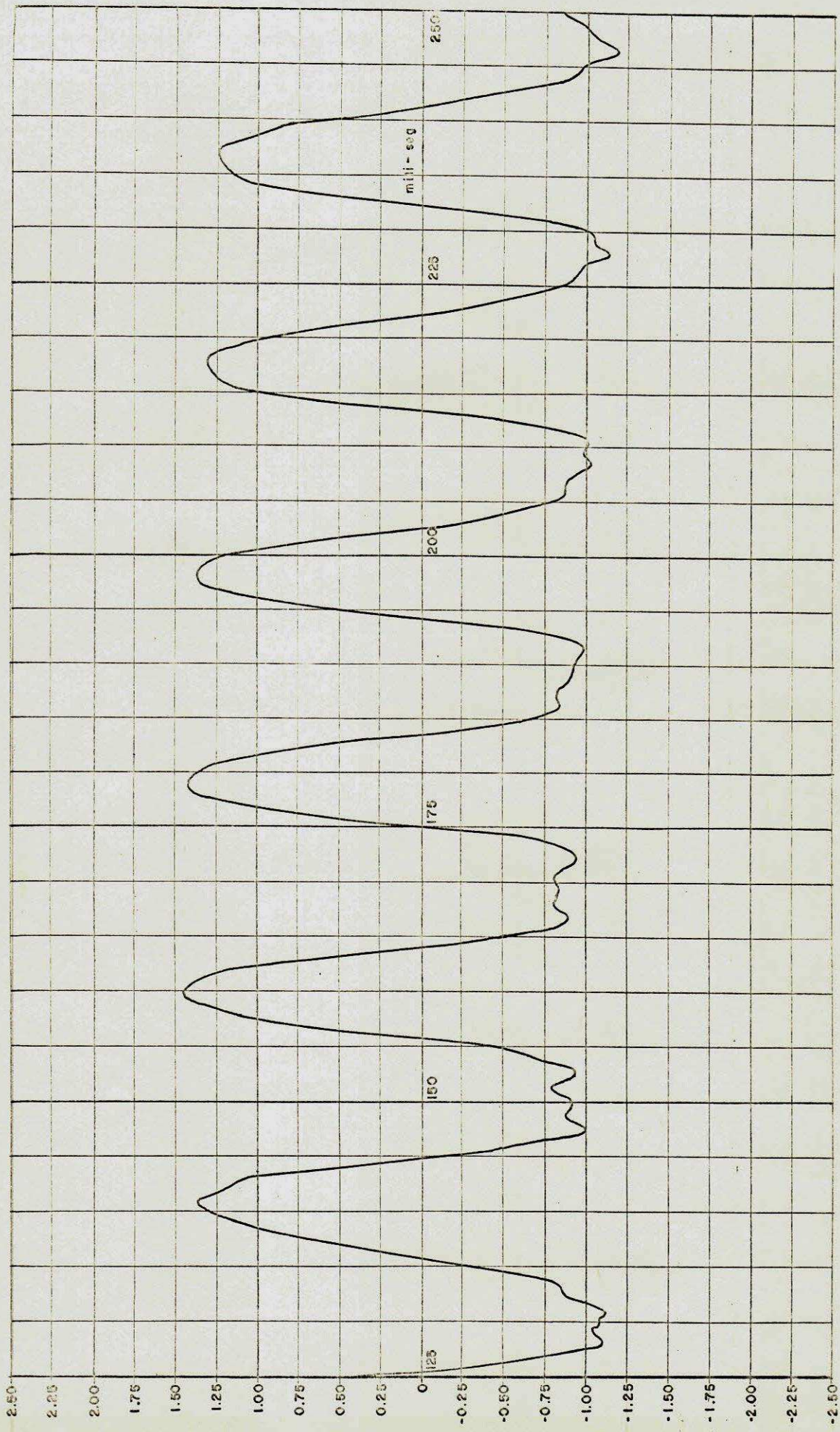


FIG. 15 - SOBRE-TENSÕES DINÂMICAS PARA UM SISTEMA DE 400KV, CARGA DE 180 MVA, FATOR DE POTÊNCIA 0.95, FATOR DE POTÊNCIA 0.95 ATRASADO. SISTEMA COM TRANSFORMADORES SATURADOS E COM REATOR LINEAR.



CONTINUAÇÃO DA FIG. 15

Tempo em ms	Tensão $v_3$ em p.u.
247	-1.197
294.4	1.223
304	-1.278
351	1.265
416	-1.161
462	1.736
504	-1.814
553	2.443
612.4	-2.098
661	2.348
702.5	-2.325
769	2.206
773.5	-3.337
808	-3.425
859.5	-3.338
898.5	2.746
947	-2.075
987	2.590

Tabela 6

2- Consideremos agora o caso em que a chave S abre do lado de alta tensão. Esta situação está representada na fig.16 abaixo.

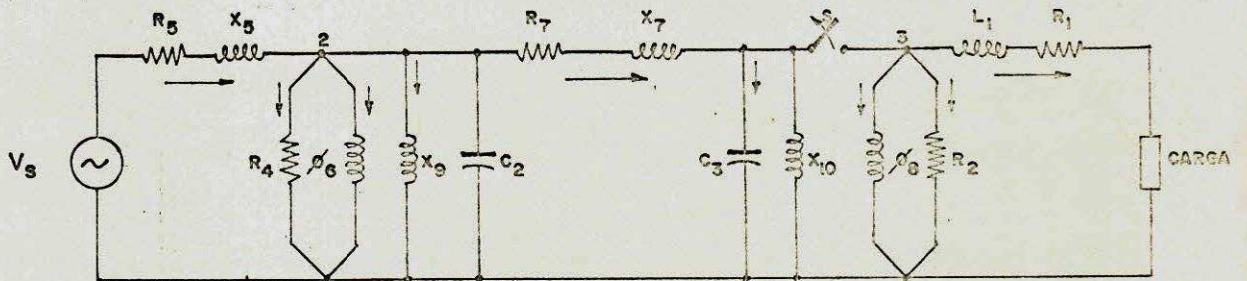


Fig.16 Mesmo sistema da fig.12 com a chave abrindo do lado de alta tensão.

As equações para esse caso são as mesmas da situação anterior com exceção da equação,

$$\frac{d\phi_B}{dt} = v_3,$$

desprezando a variável de estado  $\phi_B$  nas outras equações e fazendo  $R_2$  infinita.

Ficamos com sete equações.

Temos assim o sistema de equações diferenciais:

$\frac{d}{dt}$	=	$v_2$	$\frac{-1}{R_4 \cdot C_2}$	0.0	$\frac{1}{C_2}$	0.0	$\frac{-1}{C_2}$	$\frac{-1}{C_2}$	0.0	+	$v_2$	0.0	$\frac{-f(\phi_6)}{C_2}$	
		$v_3$	0.0	0.0	0.0	0.0	$\frac{1}{L_3}$	0.0	$\frac{-1}{C_3}$		$v_3$	0.0	0.0	
		$i_5$	$\frac{1}{L_5}$	0.0	$\frac{-R_5}{L_5}$	0.0	0.0	0.0	0.0		0.0	$i_5$	$v_5 \times 1439.5$	0.0
		$\phi_6$	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		0.0	$\phi_6$	0.0	0.0
		$i_7$	$\frac{1}{L_7}$	$\frac{-1}{L_7}$	0.0	0.0	$\frac{-R_7}{L_7}$	0.0	0.0		0.0	$i_7$	0.0	0.0
		$i_9$	$\frac{1}{L_8}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		0.0	$i_9$	0.0	0.0
		$i_{10}$	0.0	$\frac{1}{L_{10}}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		0.0	$i_{10}$	0.0	0.0

Númericamente fica,

$d$	=	$v_2$	$-0.2154 \times 10^1$	0.0	$0.4268 \times 10^3$	0.0
		$v_3$	0.0	0.0	0.0	0.0
		$i_5$	$-0.1439 \times 10^4$	0.0	$-0.9931 \times 10^1$	0.0
		$\phi_6$	1.0	0.0	0.0	0.0
		$i_7$	$0.6068 \times 10^4$	$-0.6068 \times 10^4$	0.0	0.0
		$i_9$	$0.1571 \times 10^3$	0.0	0.0	0.0
		$i_{10}$	0.0	$0.1571 \times 10^3$	0.0	0.0

$-0.2134 \times 10^1$	$-0.4268 \times 10^3$	0.0	x	$v_2$	+	0.0	+
$0.4268 \times 10^3$	0.0	$-0.4268 \times 10^3$		$v_3$		0.0	
0.0	0.0	0.0		$i_5$		$v_s \times 1439.3$	
0.0	0.0	0.0		$\phi_6$		0.0	
$-0.2913 \times 10^1$	0.0	0.0		$i_7$		0.0	
0.0	0.0	0.0		$i_9$		0.0	
0.0	0.0	0.0		$i_{10}$		0.0	

$-f(\phi_6) \times 426.8$
0.0
0.0
+
0.0
0.0
0.0
0.0

Para as mesmas condições e considerações anteriores, temos as seguintes condições iniciais:

$$v_2(0) = 0.4473$$

$$v_3(0) = 0.3565$$

$$i_5(0) = 0.4017$$

$$\phi_6(0) = -0.0030$$

$$i_7(0) = 0.1921$$

$$i_9(0) = -0.4639$$

$$i_{10}(0) = -0.4639$$

A constante  $K=1.1739$  e o angulo  $\theta=0.7594$  rd.

Os resultados obtidos estão no gráfico da fig.17, cobrindo o tempo de 250 ms. Neste intervalo o valor máximo alcançado foi -1.810 p.u. no 247.5 ms. Durante todo segundo de computação o máximo atingido para a tensão no ponto 3 foi -1.920 p.u. no 286. ms. A partir daí os picos decrescem e ficam em torno de  $\pm 1.60$  p.u. até terminar o tempo de computação. Na tabela 7 apresentamos alguns picos nos seus respectivos instantes de ocorrência. Nos instantes iniciais este caso é pior do que aquele quando a chave abre do lado de alta-tensão, mas logo após, seus valores de picos são bem menores.



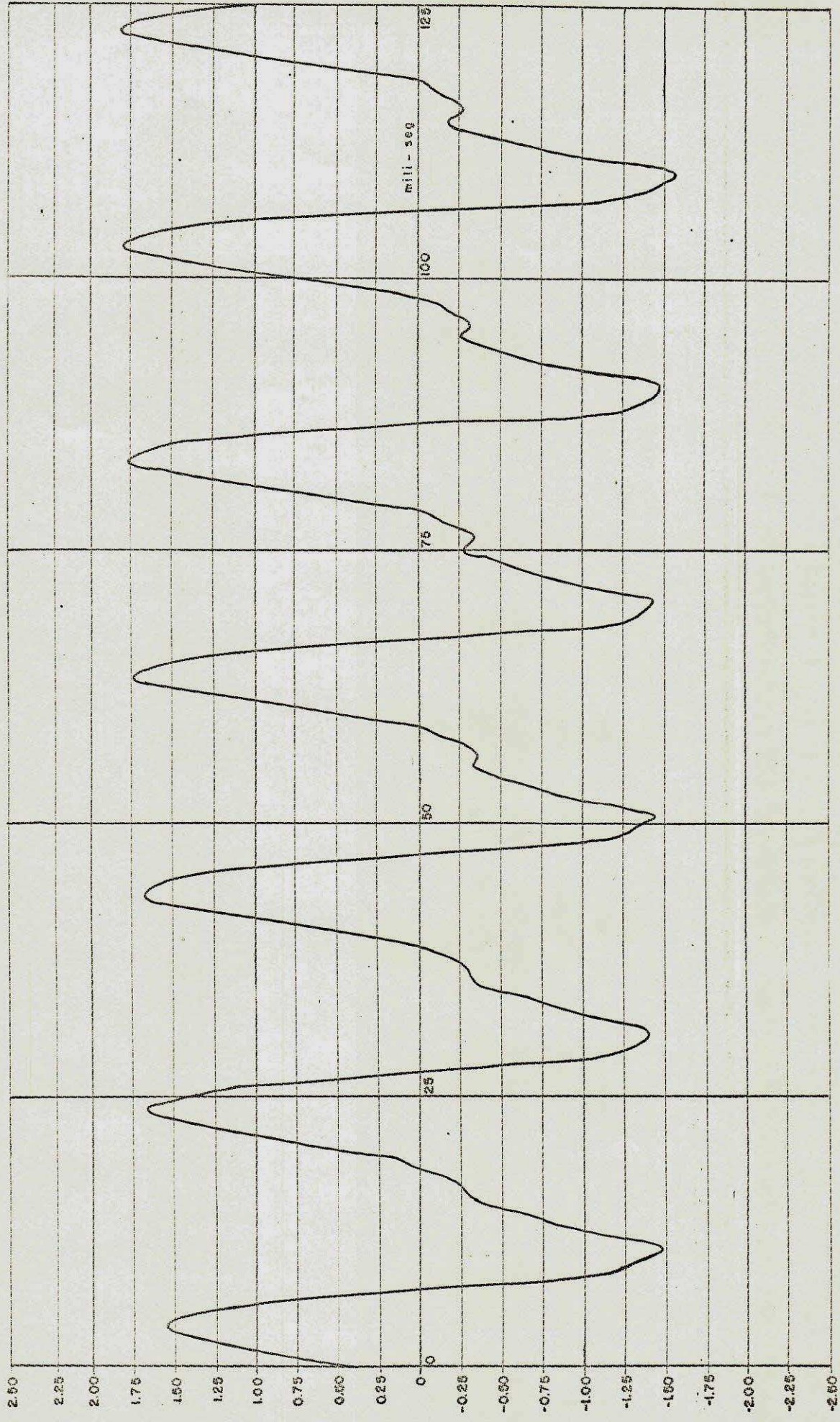
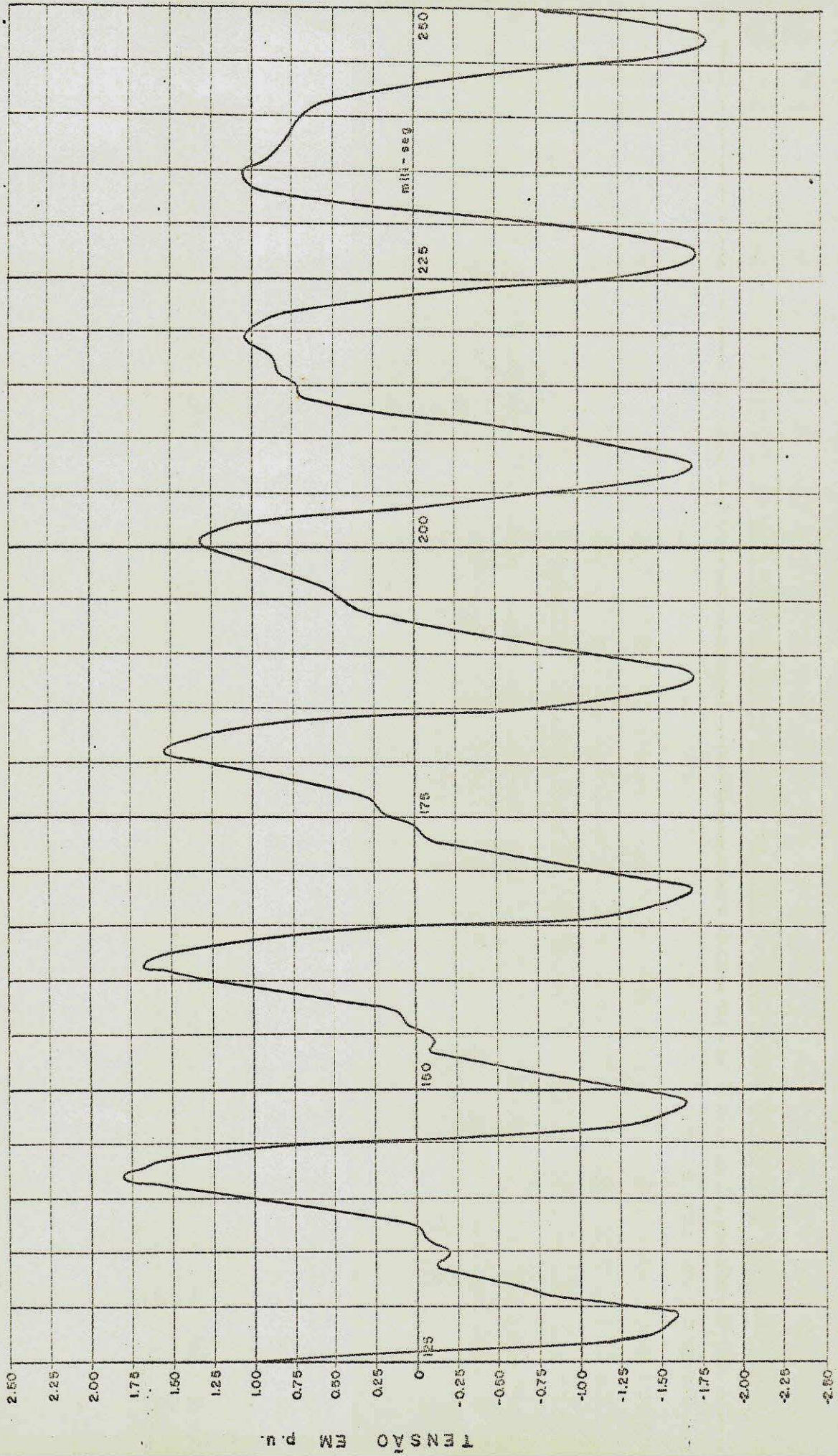


FIG. 17 -- SOBRE TENSÕES DINÂMICAS PARA UM SISTEMA DE 400KV, CARGA DE 180MVA, TENSÃO 0,95 P.U. E FATOR DE POTÊNCIA ATRASADO. TRANSFORMADORES SATURADOS E SISTEMA COM REATORES LINEAR, PORÉM O DISJUNTOR ADMITIDO DO LADO DE ALTA-TENSÃO.



CONTINUAÇÃO DA FIG. 17

Tempo em ms	Tensão em p.u.
247.5	-1.810
270	-1.906
292.5	1.727
359	-1.115
408	1.321
434	-1.666
453.5	-1.554
499	1.633
561.5	-1.577
606	1.588
650.5	-1.594
694.5	1.589
759.5	-1.483
808	-1.601
867.5	1.531
910	-1.573
985.5	1.597
994	-1.652

Tabela 7

## CAPITULO IV

### SOBRETENSÕES DINÂMICAS PARA O SISTEMA TRIFÁSICO DESBALANCEADO

Para o sistema trifásico desbalanceado representado na fig. 18 adiante, vamos obter trinta e três equações diferenciais que depois de ordenadas resultam num sistema de equações cujos coeficientes formam uma matriz quadrada  $21 \times 21$ .

A simulação para o problema de rejeição rápida de carga trifásica desbalanceada, num programa de computador digital, seria diferente quanto a suposição das chaves abrirem quando as correntes de fases forem zero. Ainda que calculemos as defasagem relativas das três fases é difícil determinar o instante em que as outras duas fases devem abrir, pois, com a abertura da primeira fase muda o regime de trabalho. Este inconveniente acarreta grande modificação no programa de computador utilizado para o problema monofásico (trifásico balanceado), de maneira que no caso trifásico desbalanceado nos restringiremos à análise dos circuitos e à apresentação das equações do problema.

A elaboração de um novo programa e a simulação para os diversos casos estudados por computador serão objetos de estudo posterior.

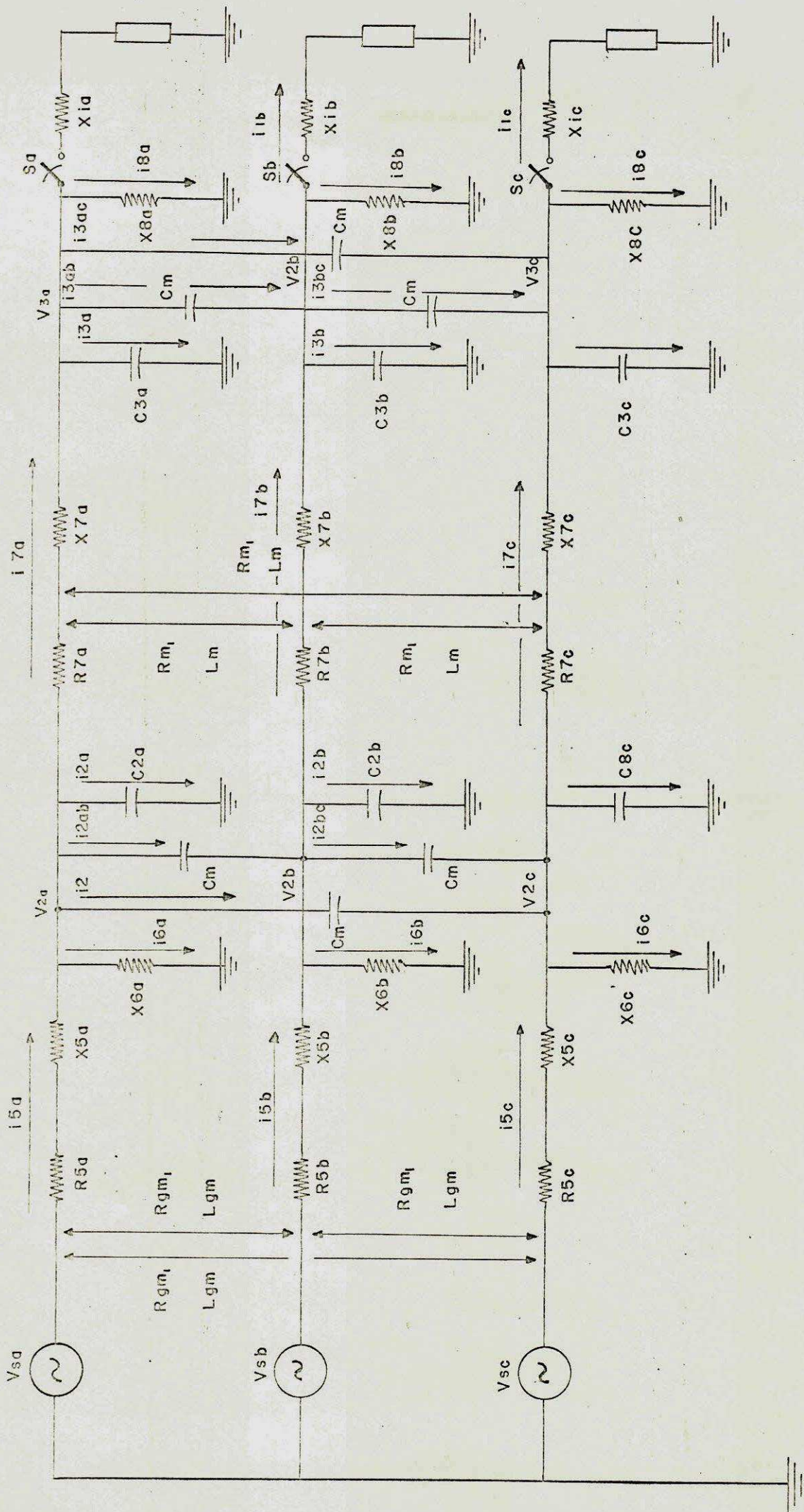


FIG. 18 - SISTEMA TRIFÁSICO.

Temos as seguintes equações diferenciais para o circuito da fig.18 .

$$(1) \quad v_{5a} - v_{2a} = R_{5a} \cdot i_{5a} + L_{5a} \frac{di_{5a}}{dt} + R_{gm} \cdot i_{5b} + L_{gm} \frac{di_{5b}}{dt} + \\ + R_{gm} \cdot i_{5c} + L_{gm} \frac{di_{5c}}{dt}$$

$$(2) \quad v_{2a} - v_{3a} = R_{7a} \cdot i_{7a} + L_{7a} \frac{di_{7a}}{dt} + R_m \cdot i_{7b} + L_m \frac{di_{7b}}{dt} + \\ + R_m \cdot i_{7c} + L_m \frac{di_{7c}}{dt}$$

$$(3) \quad v_{3a} - v_{1a} = L_{1a} \frac{di_{1a}}{dt}$$

$$(4) \quad C_{2a} \frac{dv_{2a}}{dt} = i_{2a}$$

$$(5) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{2a} - v_{2b}) = i_{2ab}$$

$$(6) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{2a} - v_{2c}) = i_{2ac}$$

$$(7) \quad L_{6a} \frac{di_{6a}}{dt} = v_{2a}$$

$$(8) \quad C_{3a} \frac{dv_{3a}}{dt} = i_{3a}$$

$$(9) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{3a} - v_{3b}) = i_{3ab}$$

$$(10) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{3a} - v_{3c}) = i_{3ac}$$

$$(11) \quad L_{8a} \frac{di_{8a}}{dt} = v_{3a}$$

$$(12) \quad v_{5b} - v_{2b} = R_{5b} \cdot i_{5b} + L_{5b} \frac{di_{5b}}{dt} + R_{gm} \cdot i_{5a} + L_{gm} \frac{di_{5a}}{dt} + \\ + R_{gm} \cdot i_{5c} + L_{gm} \frac{di_{5c}}{dt}$$

$$(13) \quad v_{2b} - v_{3b} = R_{7b} \cdot i_{7b} + L_{7b} \frac{di_{7b}}{dt} + R_m \cdot i_{7a} + L_m \frac{di_{7a}}{dt} + R_m \cdot i_{7c} + L_m \frac{di_{7c}}{dt}$$

$$(14) \quad v_{3b} - v_{1b} = L_{1b} \frac{di_{1b}}{dt}$$

$$(15) \quad C_{2b} \frac{dv_{2b}}{dt} = i_{2b}$$

$$(16) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{2b} - v_{2a}) = i_{2ba}$$

$$(17) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{2b} - v_{2c}) = i_{2bc}$$

$$(18) \quad L_{6b} \frac{di_{6b}}{dt} = v_{2b}$$

$$(19) \quad C_{3b} \frac{dv_{3b}}{dt} = i_{3b}$$

$$(20) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{3b} - v_{3a}) = i_{3ba}$$

$$(21) \quad C_m \frac{d}{dt} (v_{3b} - v_{3c}) = i_{3bc}$$

$$(22) \quad L_{8b} \frac{di_{8b}}{dt} = v_{3b}$$

$$(23) \quad v_{5c} - v_{2c} = R_{5c} \cdot i_{5c} + L_{5c} \frac{di_{5c}}{dt} + R_{gm} \cdot i_{5a} + L_{gm} \frac{di_{5a}}{dt} + R_{gm} \cdot i_{5b} + L_{gm} \frac{di_{5b}}{dt}$$

$$(24) \quad v_{2c} - v_{3c} = R_{7c} \cdot i_{7c} + L_{7c} \frac{di_{7c}}{dt} + R_m \cdot i_{7a} + L_m \frac{di_{7a}}{dt} + R_m \cdot i_{7b} + L_m \frac{di_{7b}}{dt}$$

$$(25) \quad v_{3c} - v_{1c} = L_{1c} \frac{di_{1c}}{dt}$$

$$(29) \quad C_{2c} \frac{dv_{2c}}{dt} = i_{2c}$$

$$(27) C_m \frac{d}{dt} (v_{2c} - v_{2a}) = i_{2ca}$$

$$(28) C_m \frac{d}{dt} (v_{2c} - v_{2b}) = i_{2cb}$$

$$(29) L_{6c} \frac{di_{6c}}{dt} = v_{2c}$$

$$(30) C_{3c} \frac{dv_{3c}}{dt} = i_{3c}$$

$$(31) C_m \frac{d}{dt} (v_{3c} - v_{3a}) = i_{3ca}$$

$$(32) C_m \frac{d}{dt} (v_{3c} - v_{3b}) = i_{3cb}$$

$$(33) L_{8c} \frac{di_{8c}}{dt} = v_{3c}$$

Preparando para a forma matricial, temos:

$$(1a) (C_{2a} + 2C_m) \frac{dv_{2a}}{dt} - C_m \frac{dv_{2b}}{dt} - C_m \frac{dv_{2c}}{dt} = i_{5a} - i_{6a} - i_{7a}$$

$$(2a) -C_m \frac{dv_{2a}}{dt} + (C_{2b} + 2C_m) \frac{dv_{2b}}{dt} - C_m \frac{dv_{2c}}{dt} = i_{5b} - i_{6b} - i_{7b}$$

$$(3a) -C_m \frac{dv_{2a}}{dt} - C_m \frac{dv_{2b}}{dt} + (C_{2c} + 2C_m) \frac{dv_{2c}}{dt} = i_{5c} - i_{6c} - i_{7c}$$

$$(4a) (C_{3a} + 2C_m) \frac{dv_{3a}}{dt} - C_m \frac{dv_{3b}}{dt} - C_m \frac{dv_{3c}}{dt} = i_{7a} - i_{8a} - i_{1a}$$

$$(5a) -C_m \frac{dv_{3a}}{dt} + (C_{3b} + 2C_m) \frac{dv_{3b}}{dt} - C_m \frac{dv_{3c}}{dt} = i_{7b} - i_{8b} - i_{1b}$$

$$(6a) -C_m \frac{dv_{3a}}{dt} - C_m \frac{dv_{3b}}{dt} + (C_{3c} + 2C_m) \frac{dv_{3c}}{dt} = i_{7c} - i_{8c} - i_{1c}$$

$$(7a) L_{5a} \frac{di_{5a}}{dt} + L_{gm} \frac{di_{5b}}{dt} + L_{gm} \frac{di_{5c}}{dt} = -v_{2a} - R_{5a} \cdot i_{5a} - R_{gm} \cdot i_{5b} -$$



$$(8a) L_{gm} \frac{di_{5a}}{dt} + L_{5b} \frac{di_{5b}}{dt} + L_{gm} \frac{di_{5c}}{dt} = -v_{2a} - R_{5a} \cdot i_{5a} - R_{gm} \cdot i_{5b} -$$

$$-R_{gm} \cdot i_{5c} + v_{sa}$$

$$(9a) L_{gm} \frac{di_{5a}}{dt} + L_{gm} \frac{di_{5b}}{dt} + L_{5c} \frac{di_{5c}}{dt} = -v_{2c} - R_{gm} \cdot i_{5a} - R_{gm} \cdot i_{5b} -$$

$$-R_{5c} \cdot i_{5c} + v_{sc}$$

$$(10a) L_{6a} \frac{di_{6a}}{dt} = v_{2a}$$

$$(11a) L_{6b} \frac{di_{6b}}{dt} = v_{2b}$$

$$(12a) L_{6c} \frac{di_{6c}}{dt} = v_{2c}$$

$$(13a) L_{7a} \frac{di_{7a}}{dt} + L_m \frac{di_{7b}}{dt} + L_m \frac{di_{7c}}{dt} = v_{2a} - v_{3a} - R_{7a} \cdot i_{7a} - R_m \cdot i_{7b} -$$

$$-R_m \cdot i_{7c}$$

$$(14a) L_m \frac{di_{7a}}{dt} + L_{7b} \frac{di_{7b}}{dt} + L_m \frac{di_{7c}}{dt} = v_{2b} - v_{3b} - R_m \cdot i_{7a} - R_{7b} \cdot i_{7b} -$$

$$-R_m \cdot i_{7c}$$

$$(15a) L_m \frac{di_{7a}}{dt} + L_m \frac{di_{7b}}{dt} + L_{7c} \frac{di_{7c}}{dt} = v_{2c} - v_{3c} - R_m \cdot i_{7a} - R_m \cdot i_{7b} -$$

$$-R_{7c} \cdot i_{7c}$$

$$(16a) L_{8a} \frac{di_{8a}}{dt} = v_{3a}$$

$$(17a) L_{8b} \frac{di_{8b}}{dt} = v_{3b}$$

$$(18a) L_{8c} \frac{di_{8c}}{dt} = v_{3c}$$

$$(19a) L_{1a} \frac{di_{1a}}{dt} = v_{3a} - v_{La}$$

$$(20a) L_{1b} \frac{di_{1b}}{dt} = v_{3b} - v_{Lb}$$

$$(21a) L_{1c} \frac{di_{1c}}{dt} = v_{3c} - v_{Lc}$$

Estas equações são postas na forma matricial tal como segue:

$C_{2}^{a,b,c}$								$\frac{dv_{2}^{a,b,c}}{dt}$
	$C_{3}^{a,b,c}$							$\frac{dv_{3}^{a,b,c}}{dt}$
		$L_{5}^{a,b,c}$						$\frac{di_{5}^{a,b,c}}{dt}$
			$L_{6}^{a,b,c}$					$\frac{di_{6}^{a,b,c}}{dt}$
				$L_{7}^{a,b,c}$				$\frac{di_{7}^{a,b,c}}{dt}$
					$L_{8}^{a,b,c}$			$\frac{di_{8}^{a,b,c}}{dt}$
						$L_{1}^{a,b,c}$		$\frac{di_{1}^{a,b,c}}{dt}$
								=

		$U$	$-U$	$-U$				$v_{2}^{a,b,c}$	
		$-R_{5}^{a,b,c}$			$U$	$-U$	$-U$	$v_{3}^{a,b,c}$	
$-U$								$i_{5}^{a,b,c}$	$v_{5}^{a,b,c}$
$U$								$i_{6}^{a,b,c}$	
$U$	$-U$			$-R_{7}^{a,b,c}$				$i_{7}^{a,b,c}$	
	$U$							$i_{8}^{a,b,c}$	
	$U$							$i_{1}^{a,b,c}$	$-v_{L}^{a,b,c}$

Ende todos os elementos destes sistemas são matrizes tres por três,

$$C_2^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline C_{2a}+2C_m & -C_m & -C_m \\ \hline -C_m & C_{2b}+2C_m & -C_m \\ \hline -C_m & -C_m & C_{2c}+2C_m \\ \hline \end{array}$$

$$C_3^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline C_{3a}+2C_m & -C_m & -C_m \\ \hline -C_m & C_{3b}+2C_m & -C_m \\ \hline -C_m & -C_m & C_{3c}+2C_m \\ \hline \end{array}$$

$$L_5^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline L_{5a} & L_{gm} & L_{gm} \\ \hline L_{gm} & L_{5b} & L_{gm} \\ \hline L_{gm} & L_{gm} & L_{gm} \\ \hline \end{array}$$

$$L_6^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline L_{6a} & & \\ \hline & L_{6b} & \\ \hline & & L_{6c} \\ \hline \end{array}$$

$$L_7^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline L_{7a} & L_m & L_m \\ \hline L_m & L_{7b} & L_m \\ \hline L_m & L_m & L_{7c} \\ \hline \end{array}$$

$$L_8^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline L_{8a} & & \\ \hline & L_{8b} & \\ \hline & & L_{8c} \\ \hline \end{array}$$

U = matriz unitária

$$R_5^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline R_{5a} & R_{gm} & R_{gm} \\ \hline R_{gm} & R_{5b} & R_{gm} \\ \hline R_{gm} & R_{gm} & R_{5c} \\ \hline \end{array}$$

$$R_7^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline R_{7a} & R_m & R_m \\ \hline R_m & R_{7b} & R_m \\ \hline R_m & R_m & R_{7c} \\ \hline \end{array}$$

As variáveis de estado  $v_2^{a,b,c}, v_3^{a,b,c}, i_5^{a,b,c}, i_6^{a,b,c}, i_7^{a,b,c}, i_8^{a,b,c}$  e  $i_1^{a,b,c}$  são matrizes coluna 3X3.

Temos assim um sistema de equações diferenciais na forma,

$$B \frac{d}{dt} X = CX + E(X)$$

Achando a inversa de B e multiplicando ambos os membros da equação acima por esta matriz, fica um sistema da forma ,

$\frac{d}{dt} X = AX + E'(X)$  , equação esta da mesma forma para o caso monofásico.

Para simular a rejeição rápida de carga para o sistema trifásico desbalanceado as chaves  $S_a, S_b$  e  $S_c$  não são abertas ao mesmo tempo, Quando  $i_{1a}$  for zero, fazemos  $t=0$ , situação que podemos expressar eliminando a 19ª equação. Quando  $i_{1b}$  e  $i_{1c}$  forem zero eliminamos as equações 20ª e 21ª, respectivamente. A dificuldade é simular quando  $i_{1b}$  e  $i_{1c}$  são zeros.

APÊNDICE A

DADOS DO SISTEMA DE POTÊNCIA

1- DADOS DO GERADOR

a) Nominal da máquina

MVA- = 173.7

MW = 165

Fator de Potência = 0.95

b) Resistência de armadura na base 100 MVA = 0.0019 p.u.

c) Reatância na base 100 MVA  $X_d^v = 0.1350$  p.u.

$X_d^{''} = 0.0853$  p.u.

d) H na base 100 MVA = 8.22 segundos

e) Constante de tempo para o campo em circuito aberto

= 8.8400 p.u.

2- DADOS DOS TRANSFORMADORES DO GERADOR E DA CARGA

a) Transformadores sem saturação

Banco de transformadores do gerador

180 MVA, 11/400 Kv

Banco de transformadores da carga

450 MVA, 400/220 Kv

A reatância de dispersão tanto para o banco de transformadores do gerador como para o banco de transformadores da carga é suposta 15% nas suas próprias bases, isto é, sobre as bases 180 MVA e 450 MVA , respectivamente.

Perdas do transformador do gerador em plena carga,

-perdas de ferro = 0.5 MW

-perdas de cobre = 0.5 MW

Perdas do transformador da carga em plena carga,

-perdas de ferro = 1.0 MW

-perdas de cobre = 1.0 MW

A corrente de magnetização dos transformadores é suposta 0.5%

b) Transformadores com saturação (5)

1- Curva de magnetização para o transformador saturado de 450 MVA

A curva típica para um transformador na sua própria base( Tensão x Corrente) é a seguinte:

Pontos de dobra	Tensão em p.u.	Corrente em p.u.
a	1.0	0.007
b	1.1	0.030

c	1.2	0.100
d	1.3	0.240
e	1.4	0.480
f	1.5	0.900
g	3.0	7.560

Para o transformador de 450 MVA, as correntes serão multiplicadas pelo fator  $450/100=4.5$ , isto é:

100

a	1.0	0.0315
b	1.1	0.1350
c	1.2	0.4500
d	1.3	1.0800
e	1.4	2.1600
f	1.5	4.0500
g	3.0	34.0200

Temos então:

$$\begin{aligned} X_a &= V_a/I_a = 1.0/0.0315 = 31.7460 \text{ p.u.} \\ X_b &= V_b/I_b = 1.1/0.1350 = 8.1481 \text{ p.u.} \\ X_c &= V_c/I_c = 1.2/0.4500 = 2.6667 \text{ p.u.} \\ X_d &= V_d/I_d = 1.3/1.0800 = 1.2037 \text{ p.u.} \\ X_e &= V_e/I_e = 1.4/2.1600 = 0.6481 \text{ p.u.} \\ X_f &= V_f/I_f = 1.5/4.0500 = 0.3704 \text{ p.u.} \\ X_g &= V_g/I_g = 3.0/34.0200 = 0.0882 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

As indutancias nos respectivos trechos são:

$$L_{oa} = X_a/314 = 0.1011$$

$$L_{ab} = X_b/314 = 0.0259$$

$$L_{bc} = X_c/314 = 0.0085$$

$$L_{cd} = X_d/314 = 0.0038$$

$$L_{de} = X_e/314 = 0.0021$$

$$L_{ef} = X_f/314 = 0.0012$$

$$L_{fg} = X_g/314 = 0.0083$$

E os respectivos fluxos nos pontos de dobra são:

$$\phi_a = L_{oa} \times I_a = 0.00318$$

$$\phi_b = L_{ab} \times I_b = 0.00350$$

$$\phi_c = L_{bc} \times I_c = 0.00392$$

$$\phi_d = L_{cd} \times I_d = 0.00410$$

$$\phi_e = L_{de} \times I_e = 0.00454$$

$$\phi_f = L_{ef} \times I_f = 0.00484$$

$$\phi_g = L_{gf} \times I_g = 0.01021$$

E as inclinações das linhas retas que formam a curva de saturação são:

$$S_a = \phi_a/I_a = 0.10095$$

$$S_b = (\phi_b - \phi_a)/(I_b - I_a) = 0.00309$$

$$S_c = (\phi_c - \phi_b)/(I_c - I_b) = 0.00102$$

$$S_d = (\phi_d - \phi_c)/(I_d - I_c) = 0.00041$$



$$S_e = (\phi_e - \phi_d) / (I_e - I_d) = 0.00041$$

$$S_f = (\phi_f - \phi_g) / (I_f - I_g) = 0.00017$$

$$S_g = (\phi_g - \phi_f) / (I_g - I_f) = 0.00017$$

Os pontos a, b, c, d, e, f e g sobre a curva são supostos tais que as inclinações  $S_a, S_b, S_c, S_d, S_e, S_f$  e  $S_g$  sejam constantes nas regiões oa, ab, bc, cd, de, ef e fg, respectivamente.

Os fluxos  $\phi_a, \phi_b, \phi_c, \phi_d, \phi_e, \phi_f$  e  $\phi_g$  indicam os pontos de dobra da curva de magnetização e correspondem às correntes  $I_a, I_b, I_c, I_d, I_e, I_f$  e  $I_g$ , respectivamente.

## 2- Curva de magnetização para o transformador saturado de 180 MVA

A curva de saturação para o transformador de 180 MVA será a mesma do transformador de 450 MVA pelo fato que as correntes  $I_a, I_b, I_c, I_d, I_e, I_f$  e  $I_g$  são reduzidas pelo fator  $450/180 = 2.5$  e as inclinações  $S_a, S_b, S_c, S_d, S_e, S_f$  e  $S_g$  são aumentadas pelo fator 2.5.

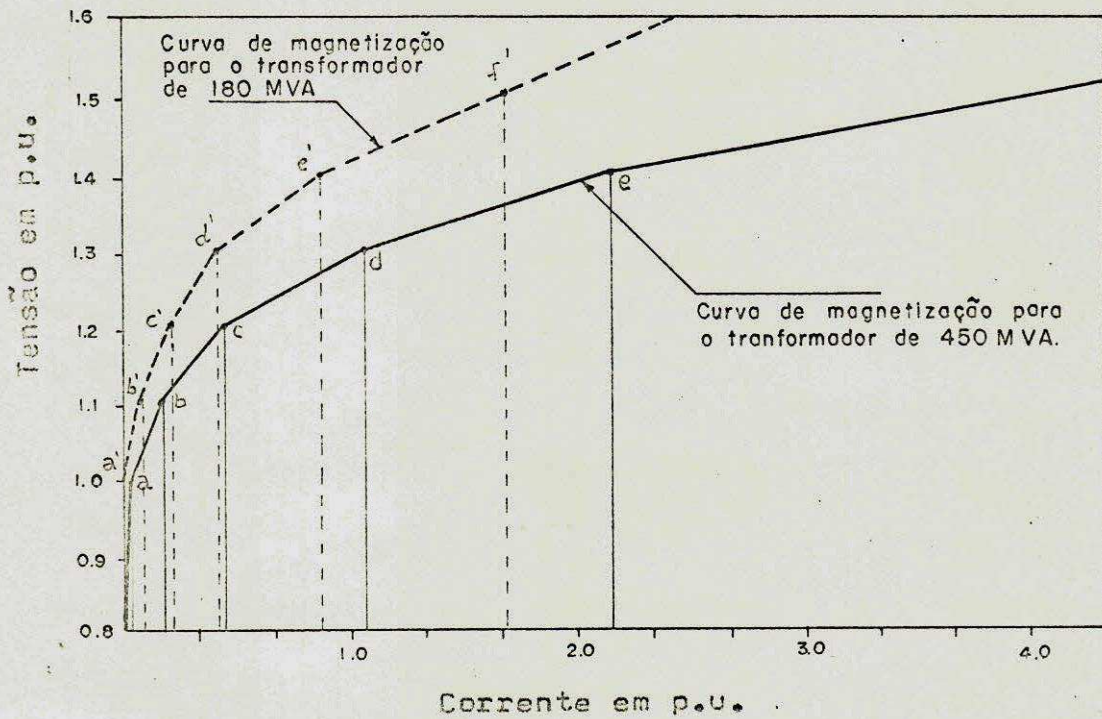
Assim os fluxos  $\phi_a, \phi_b, \phi_c, \phi_d, \phi_e, \phi_f$  e  $\phi_g$  são mantidos inalterados.

Assim, temos:

pontos de dobra	fluxo	inclinação
a	0.00318	0.25238
b	0.00350	0.00773

c	0.00382	0.00255
d	0.00410	0.00110
e	0.00454	0.00103
f	0.00486	0.00043
g	0.01021	0.00043

Temos as duas curvas dos transformadores representadas na figura abaixo.



### 3- DADOS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Os parâmetros de uma linha de transmissão de 400 kv e 260 Km de comprimento são:

- a) Impedância série  $Z = 7.67 + j82.5$   
b) Admitância shunt  $Y = j0.00092$

### 4- PARÂMETROS DO SISTEMA EM p.u. NA BASE 100 MVA

Temos:

$$R_{51} = 0.0019 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $R_4$  e  $R_{52}$

$$\text{perdas de ferro} = 0.5 = V^2/R_4 \text{ ; } 1.0/R_4 = 0.5/100$$

$$R_4 = 200 \text{ p.u.}$$

$$\text{perdas de cobre} = 0.5 = I_5^2 \times R_{52} \text{ ; } R_{52} = 0.5/100$$

$$R_{52} = 0.005 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $R_2$  e  $R_1$

$$\text{perdas de ferro} = 1.0 = V^2/R_2 \text{ ; } 1.0/R_2 = 1.0/100$$

$$R_2 = 100 \text{ p.u.}$$

$$\text{perdas de cobre} = 1.0 = I_1^2 \times R_1 \text{ ; } R_1 = 1.0/100$$

$$R_1 = 0.010 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $X_{52}$

$$X_{52} \text{ é } 15\% \text{ na base } 100 \text{ MVA, logo } X_{52} = 0.15 \times (100/180)$$

$$X_{52} = 0.0833 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $X_1$

$X_1$  é 15% na base 450 MVA, logo  $X_1 = 0.15 \times (100/450)$

$$X_1 = 0.0333 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $X_6$  e  $X_8$

A corrente de magnetização foi suposta 0.5%, logo a reatância de magnetização na base 180 MVA é  $100/0.5 = 200 \text{ p.u.}$

e na base 100 MVA  $X_6 = 200 \times (100/180)$ , assim,

$$X_6 = 110 \text{ p.u.}$$

semelhantemente  $X_8 = 200 \times (100/450)$ , assim,

$$X_8 = 45 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $Y_2$  e  $Y_3$

Temos  $Y = j0.00092$ , logo  $Y_2 = Y_3 = Y/2 = j0.00046$

como  $Z_{\text{base}} = (400)^2/100 = 1600$

consequentemente temos,

$$Y_2 = Y_3 = j0.00046 \times 1600 = j0.7360$$

-Cálculo de  $R_7$  e  $X_7$

Temos,  $R_7 = (7.67)/(1600)$  e  $X_7 = (82.85)/(1600)$

portanto,

$$R_7 = 0.0048 \text{ p.u.}$$

$$X_7 = 0.0518 \text{ p.u.}$$

-Cálculo de  $X_9$  e  $X_{10}$

Os reatores são supostos linear e de 50 MVA, assim,

$$X_9 = X_{10} = 2 \text{ p.u.}$$

APENDICE B

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE 1ª ORDEM PELO MÉTODO DE RUNGE-KUTTA SEM UTILIZAR-A REGRA ESPECIAL PARA A VARIÁVEL INDEPENDENTE. <sup>(6)</sup>

Seja o sistema de  $s$  incógnitas,

$$\dot{x}^i = f^i(t, x^1, x^2, \dots, x^s) \quad (1)$$

onde  $t$  é a variável independente e  $x^1, x^2, \dots, x^s$  variáveis dependentes, com condição inicial,

$$x_0^i = n^i \quad i=1,2,\dots,s$$

Com a finalidade de dispensar a regra especial utilizada pela variável independente  $t$ , vamos aumentar o sistema (1) acrescentando a equação :

$$\dot{x}_0^0 = 1 \quad (2)$$

satisfazendo uma nova função  $x^0(t)$  sujeita a condição inicial,

$$x_0^0 = a \quad (3)$$

O sistema (1) pode por isso ser substituído por um sistema equivalente de  $s+1$  funções

$$\dot{x}^i = f^i(x^0, x^1, x^2, \dots, x^s) \quad i=1,2,\dots,s \quad (4)$$

onde é compreendido que,

$$\dot{X}^0 = f^0(X^0, X^1, X^2, \dots, X^s) = 1 \quad (5)$$

O novo sistema (4) tem a vantagem de que todas as variáveis das funções  $f^i$  podem ser consideradas variáveis dependentes.

Assim podemos escrever (1), depois das modificações, como

$$\dot{X} = f(X) ; X_0(a) = n \quad (6)$$

A solução do novo sistema (6) pode ser computado pelo método de RUNGE-KUTTA de 4ª ordem. Isto produz,

$$X_{n+1} = X_n + h \cdot \phi(X_n, h) \quad (7)$$

onde  $X_n$  é o valor computado do vetor solução em  $t=n \cdot h$ , onde  $h$  é o tamanho do passo e  $\phi$  é calculado como segue:

$$K_1 = f(X_n)$$

$$K_2 = f\left(X_n + \frac{1}{2} \cdot K_1\right)$$

$$K_3 = f\left(X_n + \frac{1}{2} \cdot K_2\right)$$

$$K_4 = f\left(X_n + h \cdot K_3\right)$$

$$a_1 = a_4 = \frac{1}{6}$$

$$a_2 = a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\phi(X_n, h) = a_1 K_1 + a_2 K_2 + a_3 K_3 + a_4 K_4$$

ou

$$X_{n+1} = X_n + \frac{h}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

$$X_{n+1} = X_n + h \cdot \phi(X_n, h)$$

Em geral temos que resolver,

$$f(X) = AX + g(X) + u \tag{8}$$

onde,

$X$  = vetor estado das equações da rede

$A$  = matriz quadrada

$g(X)$  = função que descreve os elementos não linear da rede

$u$  = função de excitação

APÊNDICE C

PROGRAMA DE COMPUTADOR

NOTAÇÕES UTILIZADAS:

NE = número de equações do sistema (1)

NX=NE+1 = número de equações do sistema (6)

CC = matriz dos coeficientes da parte linear de f(X)

ST = tempo inicial de partida

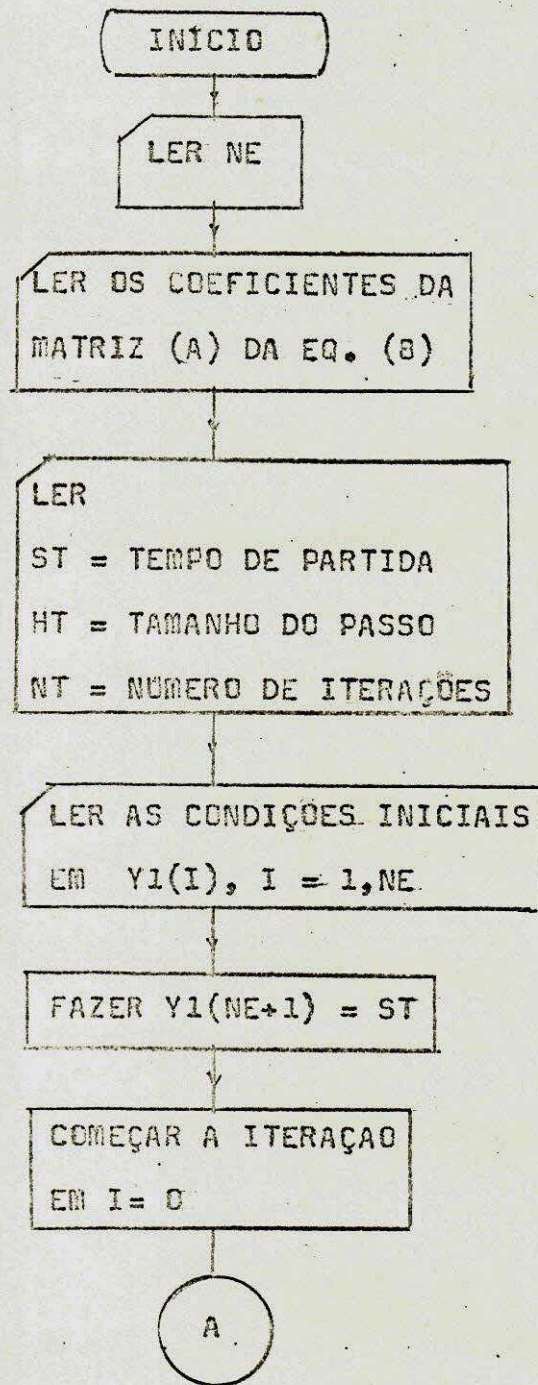
HT = largura do passo

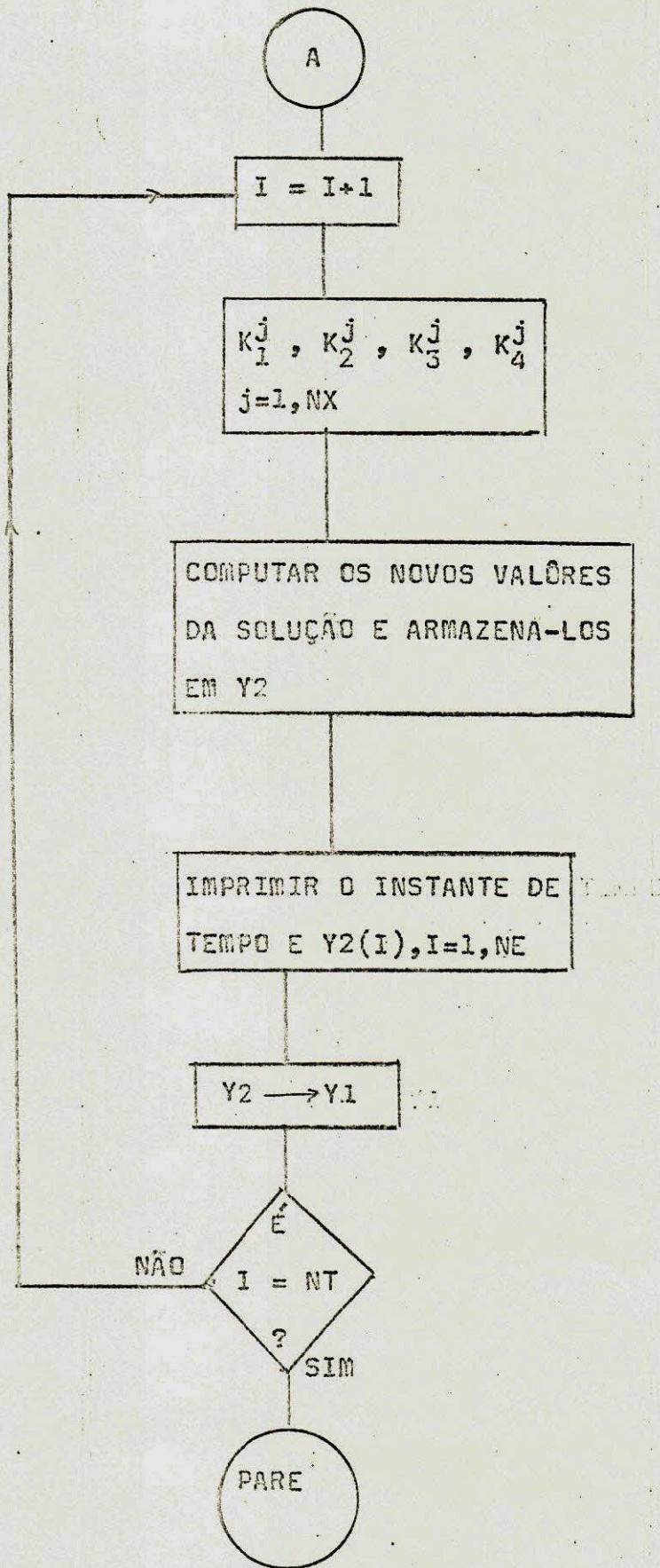
NT = número de passos

Y1(K) =  $X^k$  da equação (8)



FLUXOGRAMA





PROGRAMA DE COMPUTADOR UTILIZADO PARA O

IBM-370/145

```
C      SUBROTINA PARA O MÉTODO DE RUNGE-KUTTA
SUBROUTINE RKG(Y1,Y2)
DIMENSION Y1(21),Y2(21),A(4),B(4),CC(20,20),Z1(21),Z2(21)
COMMON /SS/ HT,NX,NT,ST,CC

C
A(1)=1./6.
A(2)=1./3.
A(3)=1./3.
A(4)=1./6.
B(1)=0.5
B(2)=0.5
B(3)=1.0
B(4)=0.
DO 1 M=1,NX
Z2(M)=Y1(M)
1 Y2(M)=Y1(M)
C      Z2 AGORA CONTEM Y1
DO 3 N=1,4
CALL RHS(Z2,Z1)
C      Z1 NECESSARIAMENTE CONTEM K1,K2,K3 E K4
DO 2 I=1,NX
```

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA  
Pró-Reitoria Para Assuntos do Interior  
Coordenação Setorial de Pós-Graduação  
Rua Aprígio Veloso, 882 - Tel (083) 321-7222-R 355  
58.100 - Campina Grande - Paraíba

```
Y2(I)=Y2(I)+HT×Z1(I)×A(N)
2 Z2(I)=Y1(I)+Z1(I)×HT×B(N)
3 CONTINUE
RETURN
END
```

```
C
C     ESTA SUBROTINA COMPUTA A FUNÇÃO F(Y) PARA UM DADO Y
C     Z2 CONTÉM Y E Z1 CONTÉM F(Y)
C
```

```
SUBROUTINE RUS(Z2,Z1)
DIMENSION Z1(21),Z2(21),CC(20,20),FORCE(20)
COMMON /SS/ HT,NX,NT,ST,CC
NE=NX-1
DO 1 I=1,NE
1 Z1(I)=0.
TT=Z2(NX)
PSI=Z2(4)
DEL=Z2(6)
C     Z2(4) E Z2(6) CORRESPONDEM AS VARIÁVEIS QUE TOMAM O
C     VALOR DOS FLUXOS NO CASO DE DOIS ELEMENTOS NAO-LINEAR
CALL FC(FORCE,TT,PSI,DEL,NE)
DO 2 I=1,NE
DO 2 J=1,NE
2 Z1(I)=Z(I)+CC(I,J)×Z2(J)
DO 3 K=1,NE
```

3 Z1(K)=Z1(K)+FORCE(K)

Z1(NX)=1.

RETURN

END

C

SUBROUTINE FC(FORCE,TT,PSI,DEL,NE)

DIMENSION FORCE(20)

CALL HXS(TT,PSI,DEL,G1,G2)

C        ESTA SUBROTINA INTRODUZ OS DADOS E EFEITOS DOS

C        ELEMENTOS NAO LINEAR

DO 2 K=1,NE

2 FORCE(K)=0.

FORCE(1)=-G1x428.6

FORCE(2)=-G2x428.6

FORCE(3)=(CONST.x(1.+0.1xTT)xSIN((314.+31.5xTT)xTT+ANGULO))x(1/L<sub>5</sub>)

C        FORCE(3) E A EXCITAÇÃO, CONST. E ANGULO SAO CONSTANTES

C        QUE DEPENDEM DAS CONDIÇÕES INICIAIS DO SISTEMA E L<sub>5</sub> E A

C        INDUTANCIA DO RAMO LIGADO A EXCITAÇÃO

RETURN

END

C

SUBROUTINE HXS(TT,PSI,DEL,G1,G2)

DIMENSION W(10,10),TETA(10,10),HI(10,10)

IF(TT)10,11,10

11 READ(5,1)NNL

```
1 FORMAT(15)
C     >NNL E O NUMERO DE ELEMENTOS NAO LINEAR
      WRITE(6,2)NNL
2 FORMAT(//,1X,'NUMEROS DE ELEMENTOS NAO LINEAR=',I3,/)
      READ(5,3)(W(1,J),J=1,7)
      DO 5 K=1,7
      W(2,K)=W(1,K)
5 CONTINUE
3 FORMAT(8F10.5)
      READ(5,3)((TETA(I,J),J=1,7),I=1,NNL)
      DO 400 M=1,NNL
      WRITE(6,300)M
300 FORMAT(/1X,'PARAMETROS DO ELEMENTO NAO LINEAR',I3,//8X,'FLUXO',4X,
x'SLOPES',/)
      DO 400 M=1,7
      WRITE(6,4)k,W(M,K),TETA(M,K)
4 FORMAT(15,2F10.5)
400 CONTINUE
C      W SAO OS VALORES DO FLUXO QUE DESCREVEM AS CURVAS DE
C      SATURACAO DOS ELEMENTOS NAO LINEAR NOS PTS DE DOBRA.
C      ESSAS CURVAS SAO REPRESENTADAS POR SETE SEGUIMENTOS DE
C      LINHAS RETAS E TETA SAO SUAS RESPECTIVAS INCLINAÇÕES.
      WRITE(6,110)
110 FORMAT(//7X,'TEMPO',10X,'V2',11X,'V3',/)
      HI(1,1)=W(1,1)/TETA(1,1)
```

HI(2,1)=W(2,1)/TETA(2,1)

DO 200 I=1,NNL

DO 200 K=2,7

NP=K-1

HI(I,K)=((W(I,K)-W(I,NP))/(TETA(I,K)))+HI(I,NP)

200 CONTINUE

C HI SAO AS CORRENTES NOS PONTOS DE DOBRA DA CURVA DE  
C SATURACAO

10 DO 50 NATA=1,7

IF(ABS(PHI)-W(1,NATA))8,8,50

8 IF(NATA-1)12,13,12

13 G1=PHI/TETA(1,NATA)

GO TO 9

12 KAPA=NATA-1

IF(PHI)21,22,22

21 G1=-((ABS(PHI)-W(1,KAPA))/TETA(1,NATA))-HI(1,KAPA)

GO TO 9

22 G1=((ABS(PHI)-W(1,KAPA))/TETA(1,NATA))+HI(1,KAPA)

GO TO 9

50 CONTINUE

9 DO 20 ITA=1,7

IF(ABS(DEL)-W(2,ITA))7,7,20

7 IF(ITA-1)14,15,14

15 G2=DEL/TETA(2,ITA)

RETURN

```
14 KBEL=ITA-1
   IF (DEL) 31,32,31
31 G2=-((ABS(DEL)-W(2,KBEL))/TETA(2,ITA))-HI(2,KBEL)
   RETURN
32 G2=((ABS(DEL)-W(2,KBEL))/TETA(2,ITA))+HI(2,KBEL)
20 CONTINUE
   RETURN
   END
```

C  
C  
C  
C  
C

PROGRAMA PRINCIPAL

```
DIMENSION CC(20,20),Y1(21),Y2(21)
COMMON /SS/ HT,NX,NT,ST,CC
READ(5,100)NA
100 FORMAT(I5)
   WRITE(6,105)NE
105 FORMAT('1', 'NUMERO DE EQUACOES=',I3)
   NX=NE+1
   WRITE(6,106)
106 FORMAT('//,1X, 'MATRIZ DOS COEFICIENTES',/)
   DO 1 I=1,NE
   READ(5,101)(CC(I,J),J=1,NE)
101 FORMAT(4E18.4)
   1 WRITE(6,103)(CC(I,J),J=1,NE)
```



FORMAT(1X,8E14.4)

C           CONJUNTO DAS CONDIÇÕES INICIAIS

READ(5,102)ST,HT,NT

102 FORMAT(2F10.6,I5)

WRITE(6,104)ST,HT,NT

104 FORMAT(//,10X,'TEMPO INICIAL=',F12.6,/,10X,'LARGURA DO PASSO=',F12  
x.5,/,10X,'NUMEROS DE PASSOS=',I5)

READ(5,109)(Y1(I),I=1,NE)

109 FORMAT(8F10.4)

Y1(NX)=ST

WRITE(6,107)(Y1(I),I=1,NE)

107 FORMAT(1X,'CONDIÇÕES INICIAIS',//,1X,F10.4)

DO 15 II=1,NT

CALL RKG(Y1,Y2)

TT=Y2(NX)

WRITE(6,200)TT,(Y2(I),I=1,NE)

200 FORMAT(2X,F13.6,8F13.4)

DO 10 J=1,NX

10 Y1(J)=Y2(J)

15 CONTINUE

STOP

END

R E F E R E N C I A S

- 1- METHOD TO DETERMINAR DYNAMIC OVERVOLTAGES DUE TO SUDDEN LOAD REJECTION ON EHV SYSTEMS. R.P. Aggarwal, Journal of Institutions of Engineers, India pp 67-70, Dec. 1973.
- 2- COMPUTER METHDS IN POWER SYSTEM ANALYSIS. Stagg and El-Abiad, p 368.
- 3- MÁQUINAS ELÉTRICAS. A.E.Fitzgerald ,p:39.
- 4- OVERVOLTAGES ON THE AEP 765 Kv SYSTEM, IEEE Trans.on Power Apparatus & Systems, vol PAS-88, No.9, pp 1329-1342, September 1969.
- 5- DYNAMIC OVERVOLTAGES AND FERRORESONANCE FOUND IN SWITCHING SURGE STUDIES FOR IRAN 400 Kv SYSTEM, A.Clerici & C.H. Didriksen, IEEE Trans. PAS Vol PAS 91, No.1 ,pp 195-203, Jan . Feb./1972 .
- 6- DISCRETE METHODS IN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS, Henri ci ,(a book) , Pag. 110 - tem uma boa discussão sobre o método de RUNGE-KUTTA.