



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

YURI JOSÉ OLIVEIRA MORAES

**ANÁLISE DINÂMICA APLICADA AO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM  
ESTRUTURA DO TIPO PÓRTICO INCORPORANDO MINIMOLAS  
SUPERELÁSTICAS DE NITINOL**

Campina Grande – PB

2017

YURI JOSÉ OLIVEIRA MORAES

**ANÁLISE DINÂMICA APLICADA AO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM  
ESTRUTURA DO TIPO PÓRTICO INCORPORANDO MINIMOLAS  
SUPERELÁSTICAS DE NITINOL**

Dissertação apresentada a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) no Centro de Ciências e Tecnologia (CCT), como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica do programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM).

Área de concentração: Sist. Termomecânicos.  
Linha de Pesquisa: Análise e Projeto de Sistemas Termomecânicos.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Almeida Silva

Campina Grande – PB

15/02/2017

**“ANÁLISE DINÂMICA APLICADA AO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM  
ESTRUTURA DO TIPO PÓRTICO INCORPORANDO MINIMOLAS  
SUPERELÁSTICAS DE NITINOL”.**

**YURI JOSÉ OLIVEIRA MORAES**

Dissertação Aprovada em 15/02/2017 pela Banca Examinadora constituída dos seguintes  
membros:



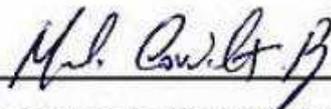
---

**Dr. Antonio Almeida Silva**  
Orientador  
PPGEM/UAEM/CCT/UFCG



---

**Dr. Carlos José de Araújo**  
Examinador Interno  
PPGEM/UAEM/CCT/UFCG



---

**Dr. Marcelo Cavalcanti Rodrigues**  
Examinador Externo  
PPGEM/UAEM/CT/UFPB

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

M827a      Moraes, Yuri José Oliveira.  
Análise dinâmica aplicada ao controle passivo de vibrações em estrutura do tipo pórtico incorporando minimolas superelásticas de Nitinol / Yuri José Oliveira Moraes. – Campina Grande, 2017.  
114 f. il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.  
"Orientação: Prof. Dr. Antonio Almeida Silva".  
Referências.

1. Controle Passivo de Vibrações. 2. Ligas com Memória de Forma. 3. Controle Passivo de Vibrações – Estrutura do Tipo Pórtico. 4. Minimolas Superelásticas. 5. Amortecimento Estrutural. I. Silva, Antonio Almeida. II. Título.

CDU 621.7(043)

*A minha amada Mãe, Maria de Lourdes, a detentora do maior crédito das minhas vitórias e sucessos de hoje e sempre.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Criador, pela saúde e sabedoria que me destes para trilhar o caminho das pedras de forma a nunca machucar os pés.

A toda minha família, a Vivian Leite pelo apoio imensurável, companheirismo e pelo sentimento de confiança em meu trabalho.

Ao prof. Dr. Antonio Almeida Silva, pela confiança, pelo conhecimento compartilhado e principalmente pelo exemplo de orientação e docência que irei levar para minha vida profissional.

Aos meus amigos pessoais Wendell Fernandes, Witney e Ramon Uchoa, pela crítica ferrenha a minha filosofia de pensar, fato este que me inspira cada dia mais a lutar como leão em busca do meu legado.

Aos meus amigos de laboratório, Prof. Rômulo Pierre, Paulo César, Anderson Oliveira, Antônio Aristófanés, entre outros, pelo suporte técnico e apoio na pesquisa.

Aos Profs. Drs. Carlos José de Araújo e Marcelo Cavalcanti Rodrigues, por participarem deste trabalho de pesquisa, no âmbito de avaliadores, contribuindo com discussões e críticas construtivas.

A Universidade Federal de Campina Grande, juntamente com a Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica e o Programa de Pós-graduação, pela oportunidade oferecida a um sertanejo de se tornar um Mestre em Engenharia.

Ao Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) e ao Laboratório Multidisciplinar de Materiais e Estruturas Ativas (LaMMEA) da UFCG, pelo apoio e suporte ao projeto, pela disponibilidade de estrutura, equipamentos, e recursos em geral, tornando o trabalho viável.

Ao órgão CAPES pelo apoio e financiamento a pesquisa científica na forma de concessão de bolsa de estudos e custeio dos insumos utilizados.

Por fim, a todos que participaram direta ou indiretamente deste projeto.

*“Não se faz possível viver  
verdadeiramente e desistir do  
que dá significado e propósito a  
uma vida inteira.”*

*A. H.*

MORAES, Y. J. O. **Análise Dinâmica Aplicada ao Controle Passivo de Vibrações em Estrutura do Tipo Pórtico Incorporando Minimolas Superelásticas de Nitinol**. Campina Grande, PB. 114p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – PPGEM/UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.

## RESUMO

As vibrações de natureza mecânica são fenômenos importantes do mundo físico. Geralmente, tais oscilações podem se tornar indesejáveis de tal forma a vir a causar danos temporários ou o próprio colapso de sistemas mecânicos e estruturais. Com o intuito de conter estes efeitos, tem-se pesquisado técnicas que venham a controlar e/ou minimizar as implicações deste fenômeno, que vão desde métodos de natureza passiva, até o uso de controladores com materiais inteligentes. Este estudo tem como objetivo, analisar um sistema de controle passivo de vibrações instalado em uma estrutura que simula um edifício de dois andares e dois graus de liberdade (2GDL). Este sistema é baseado na incorporação de duas configurações de minimolas superelásticas (LMF–NiTi–SE), para dissipação de energia e acréscimo de amortecimento estrutural. Uma análise modal e estrutural foi realizada para avaliar o comportamento do sistema, a partir de métodos analíticos, numéricos e experimentais. Em caráter experimental, as amplitudes de resposta da estrutura foram analisadas para solicitações do sistema em vibração livre, forçada e transiente (sísmica), em todas as configurações. Em comparação com a estrutura com molas de aço convencional, as análises das FRF's em vibração forçada mostraram uma redução na transmissibilidade de até 51% para o primeiro modo de vibrar e 73% para o segundo modo na configuração de quatro minimolas individuais LMF, e estes valores aumentaram para 55% e 85% respectivamente, na configuração de oito minimolas duplas LMF. Quanto aos fatores de amortecimento, houve um aumento considerável da ordem de 119% no primeiro modo e de 109% no segundo modo de vibração, na configuração das minimolas individuais LMF. Na caracterização dinâmica determinaram-se a energia dissipada nas frequências naturais e amplitude de deformação, validando a análise e o método de controle passivo empregado.

**Palavras-chave:** Controle passivo de vibrações, Ligas com Memória de Forma, Rigidez, Amortecimento, Pórticos.

MORAES, Y. J. O. **Dynamical Analysis Applied to Control Passive of Vibrations in an Structural Device Incorporating Superelastic NiTi Mini Coil Springs.** Campina Grande, PB. 114p. Master's Thesis in Mechanical Engineering – PPGEM/UAEM, Federal University of Campina Grande, 2017.

### **ABSTRACT**

Mechanical vibrations are important phenomena of the physical world. Generally, such oscillations may become undesirable in such a way as to cause temporary damage or the actual collapse of mechanical and structural systems. In order to contain these effects, we have researched techniques that will control and/or minimize the implications of this phenomenon, ranging from passive methods to the use of controllers with smart materials. This study aims to analyze a passive vibration control system installed in a structure that simulates a two floors building and two degrees of freedom (2DOF). This system is based on the incorporation of two superelastic mini coil springs configurations (SMA–NiTi–SE) for energy dissipation and increase of structural damping. A modal and structural analysis was performed to evaluate the behavior of the system, from analytical, numerical and experimental methods. On an experimental basis, the response amplitudes of the structure were analyzed for system requirements in free, forced and transient (seismic) vibration in all configurations. Compared with the conventional steel spring structure, the forced vibration FRF's analysis showed a reduction in transmissibility of up to 51% for the first vibrating mode and 73% for the second mode in the four mini coil springs individual configuration SMA. And these values increased to 55% and 85% respectively, in the eight mini coil springs double configuration SMA. As for the damping factors, there was a considerable increase in the order of 119% in the first mode and 109% in the second mode of vibration, in the mini coil springs individual configuration SMA. In the dynamic characterization the energy dissipated in the natural frequencies and amplitude of deformation was determined, validating the analysis and the passive control method employed.

**Keywords:** Control passive of vibrations, Shape Memory Alloys, Stiffness, Damping, Structural devices.

## ARTIGOS PUBLICADOS

**MORAES, Y. J. O.; OLIVEIRA, A. G.; SILVA, A. A.; MOREIRA, P. I. C. *Análise de Sistema Estrutural do Tipo Pórtico Através da Função Resposta em Frequência (FRF) Usando o Método dos Mínimos Quadrados.*** In: IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Fortaleza – CE, 2016.

**MOREIRA, P. I. C.; SILVA, A. A.; MORAES, Y. J. O. *Análise Dinâmica Aplicada ao Controle de Vibrações em Estrutura do tipo Pórtico Incorporando Molas LMF Superelásticas.*** In: CIEEMAT 2016, Angra dos Reis – RJ. II Congresso Ibero-Americano de Empreendedorismo, Energia, Meio Ambiente e Tecnologia, 2016.

**MORAES, Y. J. O.; SILVA, A. A. *Análise do Comportamento Dinâmico Aplicada ao Controle Passivo de Vibrações em Estruturas Tipo Pórticos Incorporando Elementos Ativos (LMF).*** In: XI Congresso de Iniciação Científica da UFCG, Campina Grande. Anais do XI Congresso de Iniciação Científica da UFCG, 2014.

**GONÇALVES, A. P. S.; SILVA, A. A.; MORAES, Y. J. O.; DE ARAUJO, CARLOS. J. *Atenuação Passiva de uma Estrutura com 2GDL do Tipo Pórtico Utilizando a Superelasticidade de Fios NiTi.*** In: 1ª Escola de Engenharia de Estruturas Inteligentes, Ilha Solteira - SP. Anais da 1ª EEI, 2014.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 <i>Vibrações mecânicas e sistemas dinâmicos estruturais</i> .....	1
1.2 <i>Objetivos</i> .....	3
1.2.1 <i>Objetivo geral</i> .....	3
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	3
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	4
2.1 <i>Tipos de excitação em sistemas estruturais</i> .....	4
2.2 <i>Métodos de controle de vibrações em sistemas estruturais</i> .....	7
2.2.1 <i>Técnicas de controle passivo de vibrações</i> .....	8
2.2.2 <i>Técnicas de controle ativo de vibrações</i> .....	11
2.2.3 <i>Técnicas de controle híbrido e semiativo de vibrações</i> .....	13
2.3 <i>Materiais funcionais e suas aplicações</i> .....	15
2.3.1 <i>Ligas com memória de forma LMF</i> .....	17
2.3.2 <i>Relação das fases e temperatura das LMF</i> .....	18
2.3.3 <i>O efeito memória de forma e a superelasticidade</i> .....	21
2.3.4 <i>Aplicações de LMF em estruturas de engenharia</i> .....	23
<b>3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA</b> .....	27
3.1 <i>Sistemas com dois graus de liberdade (2GDL)</i> .....	27
3.1.1 <i>Sistema não amortecido com 2GDL em vibração livre</i> .....	28
3.1.1.1 <i>Análise modal da estrutura em vibração livre</i> .....	32
3.1.2 <i>Sistema amortecido com 2GDL em vibração forçada</i> .....	33
<b>4 MATERIAIS E METODOLOGIA</b> .....	36
4.1 <i>Modelagem analítica</i> .....	37
4.1.1 <i>Rigidez estrutural do sistema</i> .....	37
4.1.2 <i>Frequências naturais e modos de vibrar da estrutura</i> .....	38
4.1.3 <i>Funções de transferência do sistema</i> .....	39
4.2 <i>Análise numérica</i> .....	39
4.2.1 <i>Desenho computacional da estrutura</i> .....	40
4.2.2 <i>Frequências naturais e modos de vibrar da estrutura</i> .....	40
4.3 <i>Metodologia experimental</i> .....	41
4.3.1 <i>Concepção e modelo estrutural</i> .....	41
4.3.2 <i>Rigidez estrutural do sistema</i> .....	43

4.3.3	<i>Caracterização das molas de aço e minimolas (LMF–NiTi)</i> .....	45
4.3.3.1	<i>Elongação das minimolas (LMF–NiTi)</i> .....	50
4.3.3.2	<i>Incorporação dos elementos atuadores na estrutura</i> .....	52
4.3.3.3	<i>Energia dissipada nas minimolas (LMF–NiTi)</i> .....	54
4.3.4	<i>Montagem de medição em vibração livre</i> .....	56
4.3.5	<i>Montagem de medição em vibração forçada</i> .....	58
4.3.6	<i>Montagem de medição a excitação sísmica</i> .....	61
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>63</b>
5.1	<i>Resultados analíticos</i> .....	63
5.1.1	<i>Rigidez estrutural analítica</i> .....	63
5.1.2	<i>Análise modal analítica do sistema</i> .....	63
5.2	<i>Resultados numéricos</i> .....	64
5.2.1	<i>Análise modal numérica do sistema</i> .....	64
5.3	<i>Resultados experimentais</i> .....	67
5.3.1	<i>Rigidez estrutural experimental</i> .....	67
5.3.2	<i>Determinação da elongação das minimolas (LMF–NiTi)</i> .....	71
5.3.3	<i>Resultados de dissipação de energia mecânica no sistema</i> .....	73
5.3.4	<i>Resposta em vibração livre</i> .....	77
5.3.4.1	<i>Resposta ao impacto de martelo</i> .....	77
5.3.4.2	<i>Resposta ao deslocamento lateral</i> .....	82
5.3.5	<i>Resposta em vibração forçada</i> .....	84
5.3.6	<i>Resposta à excitação sísmica</i> .....	89
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....	<b>93</b>
6.1	<i>Conclusões gerais</i> .....	93
6.2	<i>Sugestões para trabalhos futuros</i> .....	95
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>97</b>
	<b>APÊNDICE A – Rotina do Matlab® para análise modal analítica</b> .....	<b>104</b>
	<b>APÊNDICE B – Tabelas e curvas de rigidez das configurações adotadas</b> .....	<b>106</b>
	<b>APÊNDICE C – Tabelas para elongação das diagonais da estrutura</b> .....	<b>112</b>
	<b>APÊNDICE D – Desenho técnico do pórtico e suas dimensões</b> .....	<b>114</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Absorvedores passivos MVE's. (a) Edifício World Trade Center (WTC); (b) Posição e local dos dissipadores viscoelásticos do tipo Sanduíche.....	2
Figura 2 – Tipos de solicitações presentes em estruturas. (a) Quase-estático em viga apoiada; (b) Periódico harmônico de máquina rotativa; (c) Impulsivo de onda de choque; (d) Longa duração em ação sísmica.....	5
Figura 3 – Acelerações de base aquisitados durante abalos sísmicos. (a) Terremoto de Port Hueneme, 1957; (b) Terremoto de El centro, 1940; (c) Terremoto ocorrido na Cidade do México, 1964.....	7
Figura 4 – FRF's para as quatro primeiras frequências modais de uma placa.....	8
Figura 5 – Amortecedores associados ao isolamento de base. (a) Tipo HDRB; (b) Tipo Viscoso; (c) Sistema alternativo de isolamento; (d) Amortecedor friccional. ....	9
Figura 6 – Amortecedor de massa híbrido (HMD) do edifício Taipei 101 em Taiwan. (a) Vista dos cabos de sustentação da massa sintonizada TMD; (b) Foto evidenciando a expansão da massa por cinco pisos da estrutura. ....	10
Figura 7 – Amortecedores viscosos associados ao isolamento de edifícios e pontes. (a) Estaiado diagonalmente em andares de edifício; (b) Ligando viga e coluna; (c) Conectado a estrutura de ponte; (d) Interligando vãos de ponte.....	11
Figura 8 – Configuração de um sistema de controle ativo. ....	12
Figura 9 – Sistema ativo de controle de vibrações. (a) Estrutura predial com elementos diagonais ativos; (b) Sistema com cabos ativos. ....	13
Figura 10 – Sistema híbrido de controle de vibrações. (a) Edifício Shinjuku Park Tower no Japão; (b) HMD usado no controle de vibrações. ....	14
Figura 11 – Sistema semiativo de controle de vibrações. (a) Edifício do Instituto de Pesquisa Técnica Kajima Shizuoka no Japão; (b) Representação do sistema de controle de vibrações; (c) Amortecedor de orifício variável AVS usado. ....	15

Figura 12 – Absorvedor dinâmico de vibrações ativo (AVDA) usando um fluido Magneto reológico. (a) Representação esquemática; (b) Protótipo do sistema. ....	16
Figura 13 – Aplicação de LMF no campo aeroespacial/aeronáutico. ....	18
Figura 14 – Transformação de fases de uma LMF. ....	19
Figura 15 – Representação da curva de histerese mecânica de uma LMF. ....	20
Figura 16 – Curva clássica de uma LMF destacando as tensões críticas de transformações de fases cristalinas. ....	22
Figura 17 – Reforço de LMF aplicado em estruturas de construção civil. ....	23
Figura 18 – Amortecedores LMF usados como dissipador de energia. (a) Reforço de ponte com cabos LMF; (b) Varas LMF usada na ancoragem de coluna com o solo. ....	24
Figura 19 – Dissipador LMF usado em uma junção viga/coluna. ....	24
Figura 20 – Barras LMF para restauração de bloco de concreto rachado. (a) Abertura inicial da fissura; (b) Apoio do bloco em três pontos; (c) Teste de aplicação de carga e propagação da fenda; (d) Restituição do bloco após ativação das barras. ....	25
Figura 21 – Representação da anexação de cabos LMF em estrutura predial. (a) Esquema de acoplamento dos cabos; (b) Sistema incorporado em edifício. ....	26
Figura 22 – Representação de sistemas com 2GDL. a) Modelo de braço robótico com movimentos restritos; b) Modelo massa-mola de sistema do tipo pórtico. ....	27
Figura 23 – Representação do sistema em vibração livre. (a) Pórtico com 2GDL; (b) Sistema massa-mola; (c) Diagrama de corpo livre (DCL) da estrutura. ....	28
Figura 24 – Representação do sistema em excitação pela base. (a) Pórtico com 2GDL; (b) Diagrama de massas concentradas; (c) DCL da estrutura. ....	33
Figura 25 – Fluxograma da sequência adotada na metodologia. ....	36
Figura 26 – Representação de um pórtico de 2GDL e suas variáveis. ....	37
Figura 27 – Representação de duas molas em série submetidas à força “W”. ....	38

Figura 28 – Desenho técnico simplificado do pórtico. (a) Vista de frente; (b) Vista de perfil; (c) Vista explodida da estrutura. ....	40
Figura 29 – Malha de simulação gerada pelo <i>Ansys®</i> . (a) Malha completa do modelo; (b) Evidência do refino da malha referente às colunas. ....	41
Figura 30 – Modelo estrutural adotado e montagem final dos componentes. ....	42
Figura 31 – Primeiro piso do pórtico sendo deslocado por uma determinada carga “W”. Primeira montagem de medição, rigidez “k1”. ....	44
Figura 32 – Segundo piso do pórtico sendo deslocado por uma determinada carga “W”. Segunda montagem de medição, rigidez “k2”. ....	44
Figura 33 – Segundo piso do pórtico sendo deslocado por uma determinada carga “W”. Terceira montagem de medição, rigidez “keq”. ....	45
Figura 34 – Minimola superelástica M7 de (LMF–NiTi). a) Proporção comparativa; b) Comprimento entre olhais e útil da minimola. ....	46
Figura 35 – Comportamento termomecânico da minimola (LMF–NiTi) superelástica em função da temperatura de ensaio. ....	47
Figura 36 – Conjunto dos elementos incorporados no sistema estrutural. ....	48
Figura 37 – Representação dos parâmetros de diagonais da estrutura. (a) Diagonais estáticas; (b) Diagonais deformadas obtidas para o 1º modo de vibrar. ....	50
Figura 38 – Esquema de acoplamento das minimolas individuais LMF na estrutura. (a) Representação ilustrativa da disposição dos elementos; (b) Procedimento de aferição da deformação das minimolas LMF. ....	53
Figura 39 – Esquema de acoplamento das minimolas duplas LMF na estrutura. (a) Estrutura com as oito minimolas acopladas; (b) Modelo real do pré-tensionamento na M12 - Dupla como forma de deformação inicial <i>Offset</i> . ....	54
Figura 40 – Instrumentação usada na caracterização dinâmica das minimolas LMF. (a) Minimola M7- Individual fixada a INSTRON; (b) Minimola M7- Dupla pré-deformada antes do ensaio; (c) Minimola M12 - Dupla no momento do ensaio. ....	55

Figura 41 – Montagem experimental da estrutura em vibração livre.....	56
Figura 42 – Representação esquemática da sequência do procedimento experimental de excitação e captura dos sinais do sistema em vibração livre.....	57
Figura 43 – Montagem experimental do sistema em vibração forçada. ....	58
Figura 44 – Representação esquemática da sequência do procedimento experimental de excitação, captura e análise do sistema em vibração forçada. ....	59
Figura 45 – Montagem de excitação da estrutura sob abalo sísmico.....	61
Figura 46 – Sinal referente ao abalo sísmico de Mendocino em 1992. (a) Sinal de deslocamento no tempo; (b) Sinal de aceleração no tempo. ....	62
Figura 47 – FRF's analíticas obtidas pelas funções de transferência do sistema. ....	64
Figura 48 – Representação da convergência da simulação computacional.....	65
Figura 49 – Modos de vibrar da estrutura. (a) 1º modo em vista lateral; (b) 1º modo em vista frontal; (c) 2º modo em vista lateral; (d) 2º modo em vista frontal.....	65
Figura 50 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, sem atuadores. ....	68
Figura 51 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, sem atuadores. ....	69
Figura 52 – Curva de rigidez equivalente “keq”, sem a incorporação de atuadores..	69
Figura 53 – Valores experimentais de rigidez do sistema em todas configurações. .	70
Figura 54 – FRF's experimentais do sistema em vibração forçada sem a presença de atuadores. (a) 1º Piso em escala linear; (b) 1º Piso em log. ....	71
Figura 55 – Curvas (Força/Deformação) obtidas no ensaio quasi-estático para os quatro tipos de minimolas adotadas.....	74
Figura 56 – Padrão para o cálculo de energia dissipada (Ap 100% - 3,5 Hz). (a) Ciclo de carga e descarga da minimola; (b) SubLaço ou Subloop histerético.....	75

Figura 57 – Energia dissipada nas frequências naturais obtidas no ensaio dinâmico para as minimolas individuais (LMF–NiTi).....	76
Figura 58 – Energia dissipada por volume de material nas frequências naturais obtidas no ensaio dinâmico para as minimolas duplas (LMF–NiTi).....	77
Figura 59 – Excitação de Impulso na estrutura .	78
Figura 60 – Resposta no tempo da estrutura submetida a um impacto e para as configurações adotadas.	79
Figura 61 – FRF’s do sistema em escala linear para as configurações adotadas.....	79
Figura 62 – FRF’s do sistema em escala log. para as configurações adotadas.....	80
Figura 63 – FRF do sistema em vibração livre para a configuração de minimolas (LMF–4x4). (a) Em escala linear; (b) Em escala logaritmica.	81
Figura 64 – Resposta no tempo da estrutura em deslocamento lateral. (a) Configuração sem atuadores; (b) Configuração com molas de aço (2x2).....	82
Figura 65 – Resposta normalizada para configurações de minimolas LMF. (a) Estrutura submetida a impacto; (b) Estrutura submetida a deslocamento.	83
Figura 66 – FRF’s experimentais do 1º Piso para as configurações adotadas.	85
Figura 67 – FRF’s experimentais do 1º Piso, em escala logarítmica para as configurações adotadas.	85
Figura 68 – FRF’s experimentais do 2º Piso para as configurações adotadas.	86
Figura 69 – FRF’s experimentais do 2º Piso, em escala logarítmica para as configurações adotadas.	87
Figura 70 – FRF do sistema em vibração forçada para a configuração de minimolas (LMF–4x4). (a) Em escala linear; (b) Em escala logarítmica.....	89
Figura 71 – Resposta no tempo do 1º Piso da estrutura para o terremoto de Mendoncino. (a) Sem atuadores; (b) Com molas de aço (2x2).....	90

Figura 72 – Resposta no tempo do 1º Piso da estrutura para o terremoto de Mendoncino. (a) Com minimolas (LMF–2x2); (b) Com minimolas (LMF–4x4). .....	90
Figura 73 – Espectro de frequências nas configurações adotadas para o terremoto de Mendoncino com referência ao 1º Piso. ....	91
Figura B1 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, com molas de aço (2x2). ....	107
Figura B2 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, com molas de aço (2x2). ....	108
Figura B3 – Curva de rigidez equivalente “keq”, com molas de aço (2x2). ....	108
Figura B4 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, com minimolas (LMF–2x2). ....	109
Figura B5 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, com minimolas (LMF–2x2). ....	109
Figura B6 – Curva de rigidez equivalente “keq”, com minimolas (LMF–2x2). ....	110
Figura B7 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, com minimolas (LMF–4x4). ....	110
Figura B8 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, com minimolas (LMF–4x4). ....	111
Figura B9 – Curva de rigidez equivalente “keq”, com minimolas (LMF–4x4). ....	111

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Descrição dos componentes utilizados na construção da estrutural. ....	42
Tabela 2 – Parâmetros de massa dos pisos do sistema. ....	43
Tabela 3 – Parâmetros dimensionais dos elementos atuadores. ....	49
Tabela 4 – Volume total dos elementos atuadores para cada configuração. ....	49
Tabela 5 – Resultados do ensaio dinâmico das minimolas LMF. ....	55
Tabela 6 – Características da mesa vibratória Quanser® Shake Table II. ....	58
Tabela 7 – Parâmetros de rigidez estrutural analítica do sistema. ....	63
Tabela 8 – Frequências naturais analíticas da estrutura (referencial). ....	64
Tabela 9 – Frequências naturais da simulação computacional da estrutura. ....	66
Tabela 10 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura sem a incorporação dos atuadores. ....	67
Tabela 11 – Valores de rigidez experimental e analítica do sistema. ....	70
Tabela 12 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura sem os atuadores. ....	72
Tabela 13 – Energia dissipada obtidas no ensaio quasi-estático para os quatro tipos de minimolas adotadas. ....	75
Tabela 14 – Frequências naturais e amplitudes de resposta do sistema em vibração livre submetido a um impacto para as configurações adotadas. ....	81
Tabela 15 – Período de atenuação da resposta normalizada do sistema em vibração livre para as configurações adotadas. ....	84
Tabela 16 – Frequências naturais e transmissibilidades de deslocamento do sistema em vibração forçada para as configurações adotadas. ....	87

Tabela 17 – Fatores de amortecimento do sistema em vibração forçada para as quatro configurações adotadas. ....	88
Tabela 18 – Amplitudes de aceleração de pico do sistema submetido à excitação sísmica para as configurações adotadas. ....	92
Tabela B1 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura com molas de aço (2x2). ....	106
Tabela B2 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura com minimolas (LMF–2x2). ....	106
Tabela B3 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura com minimolas (LMF–4x4). ....	107
Tabela C1 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura com molas de aço (2x2). ....	112
Tabela C2 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura com minimolas (LMF–2x2). ....	112
Tabela C3 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura com minimolas (LMF–4x4). ....	113

## LISTA DE SÍMBOLOS

$T$  – Temperatura

$M_s$  – Temperatura de formação inicial de Martensita

$M_f$  – Temperatura de formação final de Martensita

$A_s$  – Temperatura de formação final de Austenita

$A_f$  – Temperatura de formação final de Austenita

$\sigma$  – Tensão aplicada

$\sigma_{M_s}$  – Tensão aplicada no início da fase Martensita

$\sigma_{M_f}$  – Tensão aplicada no final da fase Martensita

$\sigma_{A_s}$  – Tensão aplicada no início da fase Austenita

$\sigma_{A_f}$  – Tensão aplicada no final da fase Austenita

$\varepsilon$  – Deformação sofrida

$\varepsilon_{M_s}$  – Deformação máxima reversível

$E_\sigma$  – Variação de tensões ao longo do eixo de tensões

$H_\sigma$  – Histerese da transformação de fase em tensão

$X$  – Amplitude de deslocamento

$\delta_{ST}$  – Deflexão estática inicial

$\omega$  – Frequência de excitação

$\omega_n$  – Frequência natural do sistema

$\xi$  – Fator de amortecimento

$\varphi$  – Ângulo de fase

$F$  – Força aplicada

$m$  – Massa

$k$  – Rigidez

$k_{eq}$  – Rigidez equivalente

$c$  – Constante de amortecimento

$t$  – Tempo

$E$  – Módulo de elasticidade ou módulo de Young

$I_c$  – Momento de inércia de área de uma coluna

$I_c$  – Momento de inércia de área de uma viga

$r_{1,2}$  – Relação de deslocamentos

$s$  – Variável da transformada de Laplace

$E_d$  – Energia mecânica dissipada

$H$  – Resposta do sistema no domínio de Laplace ou frequência

$l$  – Altura ou comprimento de uma coluna

$b$  – Largura de uma coluna

$h$  – Espessura de uma coluna

$i, j$  – Parâmetro de variação

$W$  – Carga aplicada

$\delta$  – Alongamento ou deflexão sofrida

® – Registro comercial

$\Phi$  – Função harmônica

$Y$  – Força gravitacional

$M$  – Massa padronizada

$g$  – Aceleração gravitacional

$L_u$  – Comprimento útil das molas de aço e minimolas LMF

$L_o$  – Comprimento entre olhais das molas de aço e minimolas LMF

$N_e$  – Número de espiras ativas das molas de aço e minimolas LMF

$V_m$  – Volume de material útil de um tipo de mola de aço ou minimola LMF

$V_{Total(LMF)}$  – Volume total de material útil anexado à estrutura em minimolas LMF

$V_{Total(AÇO)}$  – Volume total de material útil anexado à estrutura em molas de aço

$D$  – Diagonal da estrutura

$T_d$  – Transmissibilidade de deslocamento

$T_a$  – Transmissibilidade de aceleração

$A$  – Amplitude de entrada

$P$  – Comprimento de um piso

$\Delta$  – Elongamentos das molas e minimolas

$A_p$  – *Amplitude de pico*

$M_w$  – *Escala de magnitude de momento*

$R^2$  – *Coefficiente de correlação linear*

$e$  – *Variação relativa de força*

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 *Vibrações mecânicas e sistemas dinâmicos estruturais*

O estudo do fenômeno físico associado a oscilações ou vibrações mecânicas vem sendo cada vez mais objeto de estudo da comunidade científica global, no qual a necessidade de aperfeiçoar projetos que sofrem a ação de forças dinâmicas desta natureza é uma realidade. No caso de estruturas de engenharia civil este cenário não é diferente. Atualmente inúmeras pesquisas estão sendo realizados com o intuito de minimizar os efeitos relacionados às amplitudes de vibração destes sistemas e analogamente incorporar amortecimento estrutural aos mesmos, através do uso de técnicas de controle de vibrações que possam garantir um melhor desempenho e acréscimo do fator de segurança destes, quando submetidos a carregamentos de várias naturezas.

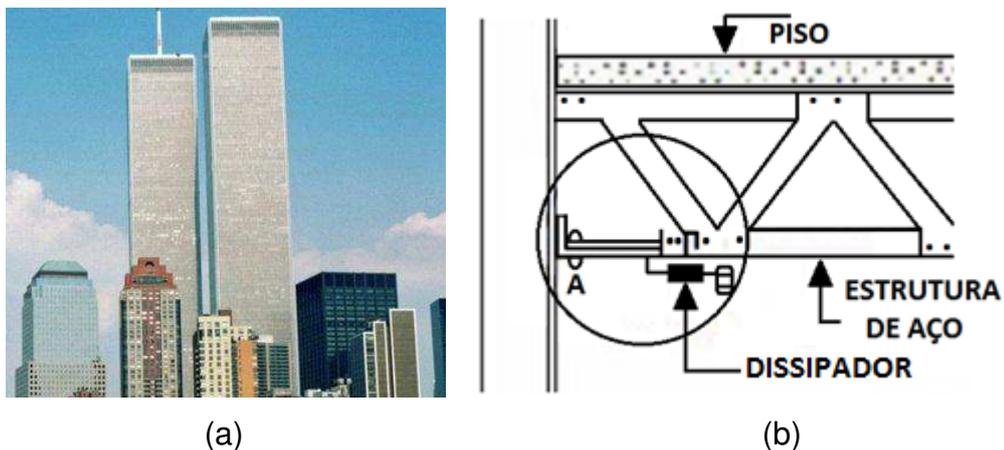
Segundo Rao (2008), uma oscilação ou vibração periódica é um fenômeno denotado como qualquer movimento que venha a se repetir após algum intervalo de tempo. Desta forma, a teoria da vibração se encarrega de estudar esses movimentos oscilatórios dos corpos e das forças a eles associadas. Em linhas gerais pode-se dizer que um sistema vibratório alterna a transferência de sua energia potencial para energia cinética e vice-versa. Este sistema contém geralmente um meio de armazenar energia potencial, como exemplo uma mola, outro para armazenar energia cinética, como uma massa, e por fim um meio de dissipação gradual de energia, denominado de amortecedor.

Do ponto de vista mecânico, a análise deste fenômeno é de suma importância, e suas manifestações ocorrem corriqueiramente no meio que nos cerca. É fácil verificar também esses efeitos no nosso cotidiano, seja no uso de aparelhos domésticos, como o aparelho elétrico de barbear, máquina de lavar, seja na indústria de mineração, com o uso de esteiras vibratórias que separam o metal do cascalho, entre outras formas (FRANÇA, 2006). Entretanto na maioria das vezes esse tipo de fenômeno pode se tornar indesejável de tal forma a vir a causar danos temporários ou até mesmo irreversíveis ao sistema em questão, podendo levar desde o simples mau funcionamento, com o aumento progressivo de ruído, diminuição da vida útil dos seus componentes, aumento do custo com manutenção destes elementos, até o caso mais grave com o próprio colapso ou falha estrutural.

Com o intuito de conter estes efeitos, tem-se pesquisado o uso de várias técnicas e modelos que venham a controlar e minimizar as implicações provenientes destas vibrações, que vão desde absorvedores de natureza passiva, como os Absorvedores Dinâmicos de Vibração (ADV's), absorvedores viscoelásticos, entre outros, até controladores mais eficientes de natureza ativa, com o uso de materiais funcionais como as Ligas com Memória de Forma (LMF's), que podem ser usados em diversos sistemas, como será detalhado posteriormente.

Os primeiros estudos realizados com absorvedores passivos de Materiais Viscoelásticos (MVE's), com função de amortecimento estrutural datam da década de 50 a partir dos trabalhos de Kervin (1959) e Ross *et al* (1959), entre outros. No âmbito da engenharia estrutural, uma das primeiras aplicações está relacionada com o trabalho de Mahmoodi (1969) que projetara amortecedores viscoelásticos usados no antigo edifício do World Trade Center (WTC), localizado em Nova York - EUA. No mesmo foram utilizados 10.000 dissipadores em cada uma das torres com a função de amortecer as vibrações oriundas de solicitações dinâmicas de vento. O modo e local de instalação de tais absorvedores podem ser vistos na Fig. 1.

Figura 1 – Absorvedores passivos MVE's. (a) Edifício World Trade Center (WTC); (b) Posição e local dos dissipadores viscoelásticos do tipo Sanduíche.



Fonte – Adaptada de Fruet (2005).

Neste trabalho foi verificado o desempenho de absorvedores de uma liga com memória de forma de Nitinol com características superelásticas, no formato de minimolas helicoidais, instaladas em uma estrutura do tipo pórtico com dois graus de liberdade (2GDL).

## 1.2 *Objetivos*

### 1.2.1 *Objetivo geral*

Projetar e analisar a incorporação de um sistema de controle passivo de vibrações em uma estrutura que simula um pórtico de edifício de dois andares e dois graus de liberdade (2GDL), composto de minimolas de uma Liga com Memória de Forma (LMF–NiTi) com características superelásticas (SE), fixadas a tirantes metálicos e acopladas diagonalmente na estrutura.

### 1.2.2 *Objetivos específicos*

- Projetar e conceber uma estrutura do tipo pórtico, fabricada em aço, com (2GDL), que se adeque ao sistema de excitação forçada de base proveniente de uma mesa vibratória (*Shake Table*/®), existente no LVI;
- Programar um sistema para medição da rigidez experimental referente ao primeiro e segundo pavimento da estrutura, juntamente com a rigidez equivalente do sistema, a fim de comparação com os resultados analíticos;
- Analisar numericamente o comportamento dinâmico a partir dos softwares computacionais *Matlab*® e *Ansys*®, a fim de se determinar seus parâmetros modais.
- Selecionar e caracterizar um ou mais tipos de minimolas (LMF–NiTi) de características superelásticas a fim de uso como elemento de dissipação de energia mecânica, quando incorporado na estrutura;
- Quantificar e comparar a redução de amplitudes de resposta e acréscimo de amortecimento do sistema para cada frequência natural e em cada pavimento, em vibração livre, forçada e excitação sísmica quando há incorporação de molas aço e minimolas superelásticas em duas disposições, a fim de validar a eficiência dos materiais inteligentes no controle passivo de vibrações;
- Quantificar a energia mecânica dissipada por volume de material nas frequências naturais da estrutura a partir de caracterização e ensaio dinâmico das minimolas superelásticas.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Tipos de excitação em sistemas estruturais

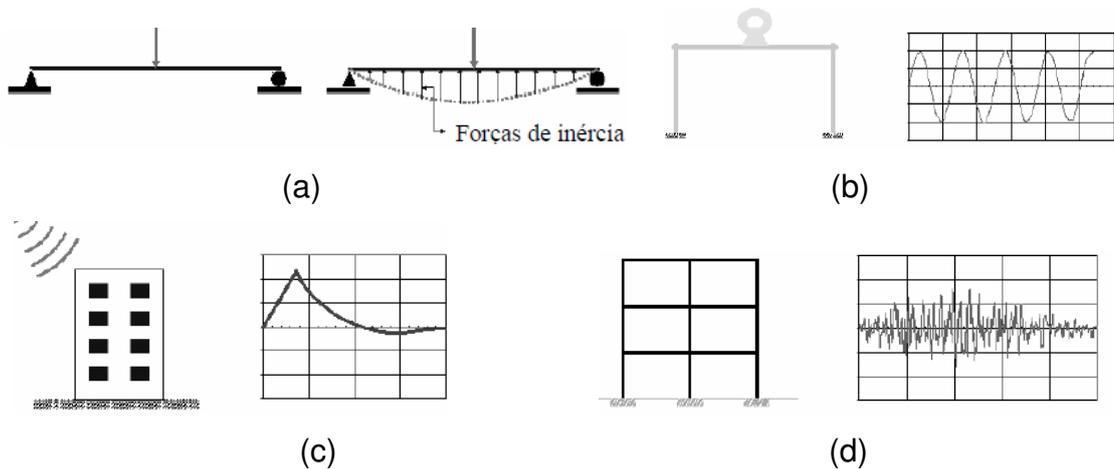
Segundo Correia (2007), um fenômeno de origem dinâmica é caracterizado por uma solicitação que varia em um determinado período de tempo, e por ventura também no espaço, no qual as forças de inércia, que são o produto da massa pela aceleração, apresentam uma influência significativa na resposta do sistema. Com base nisto o termo “carregamento dinâmico” é frequentemente atribuído de forma equivocada a fenômenos cuja única característica é serem variáveis no tempo, pois tendo vista que se a velocidade de carregamento for suficientemente lenta, a aceleração é praticamente desprezável e as forças de inércia serão insignificantes na resposta. Tais solicitações são classificadas como cíclicas, se o sentido do carregamento é alternado ou monotônicas se é quase-estática. Algumas definições dos tipos de solicitações são apresentadas a seguir:

- Solicitações Monotônicas: Define-se pela aplicação de uma carga crescente que varia lentamente em um sistema ou estrutura, na qual as únicas forças presentes além desta, são as das reações nos apoios, também elas variáveis no tempo, como mostrado na Fig. 2(a);
- Solicitações Dinâmicas: Define-se pela aplicação de uma força ou impulso no sistema ou estrutura, no qual as forças presentes além desta, são as das reações nos apoios e as forças de inércias dependentes da distribuição de massa e das acelerações na estrutura, visto nas Figs. 2(b) e 2(c);
- Solicitações Dinâmicas Alternadas: Define-se pela aplicação de uma força que varia rapidamente de forma crescente e em seguida decrescente, este tipo de carregamento é igualmente induzido por uma solicitação sísmica em uma estrutura, em Fig. 2(d).

Desta maneira, para o caso da concepção de um projeto estrutural, o engenheiro deve levar em consideração não apenas a carga exercida pela massa ou peso do sistema, como um tipo de solicitação quase-estática, mas também aquela

proveniente das condições do próprio uso, como a movimentação de pessoas, automóveis, carregamentos entre outros. No entanto é de igual importância considerar as solicitações derivadas de fenômenos ou intempéries naturais como ação de ventos, e ondas do mar, podendo ser relacionado neste caso como um tipo de solicitação dinâmica exercida por uma excitação transiente e horizontal na forma de um impulso ou força lateral, sendo de importante relevância principalmente no projeto de estruturas ditas prediais.

Figura 2 – Tipos de solicitações presentes em estruturas. (a) Quase-estático em viga apoiada; (b) Periódico harmônico de máquina rotativa; (c) Impulsivo de onda de choque; (d) Longa duração em ação sísmica.



Fonte – Correia (2007).

Outro tipo de excitação em estruturas de grande relevância se dá por outro fenômeno natural, os chamados abalos sísmicos ou terremotos, que geralmente está associada a um tipo de solicitação dinâmica alternada imposta por uma excitação de base. O abalo sísmico corriqueiramente está relacionado com os movimentos das camadas mais superficiais da terra, ocasionando um esforço e deformação contínua nas grandes massas de rochas, que quando se rompem geram ondas sísmicas que viajam na terra ocasionando o terremoto (YÁNEZ, 1992; VELOSO, 2016). A solicitação sísmica é especialmente depende diretamente da massa da estrutura, amortecimento e da rigidez de seus componentes. Segundo Saavedra (1991), o comportamento de uma estrutura em condições de terremoto é basicamente um problema dinâmico, pois o movimento sísmico provoca a vibração

forçada na mesma e, conseqüentemente, as amplitudes e os tempos de duração devem ser foco de estudo.

Em vista disso Lopes (2010 e 2011) exaltou que muitos países no continente europeu e asiático têm sofrido com os efeitos destrutivos de catástrofes naturais, sendo os terremotos, de intensidades que podem variar de baixas a elevadas, os que contribuem para os maiores danos. No Brasil, os riscos de ocorrência de um abalo de causas naturais são de chances remotas, visto que não há falhas geológicas com dimensões suficientes para gerar tal efeito, todavia certas atividades desenvolvidas pelo homem também podem originar terremotos, os chamados sismos induzidos. Esses tremores são devidos à construção de grandes obras como a formação de lagos artificiais, as ações de grandes explosões, ao tráfego de veículos automotores, todos associados à ação humana direta ou indiretamente.

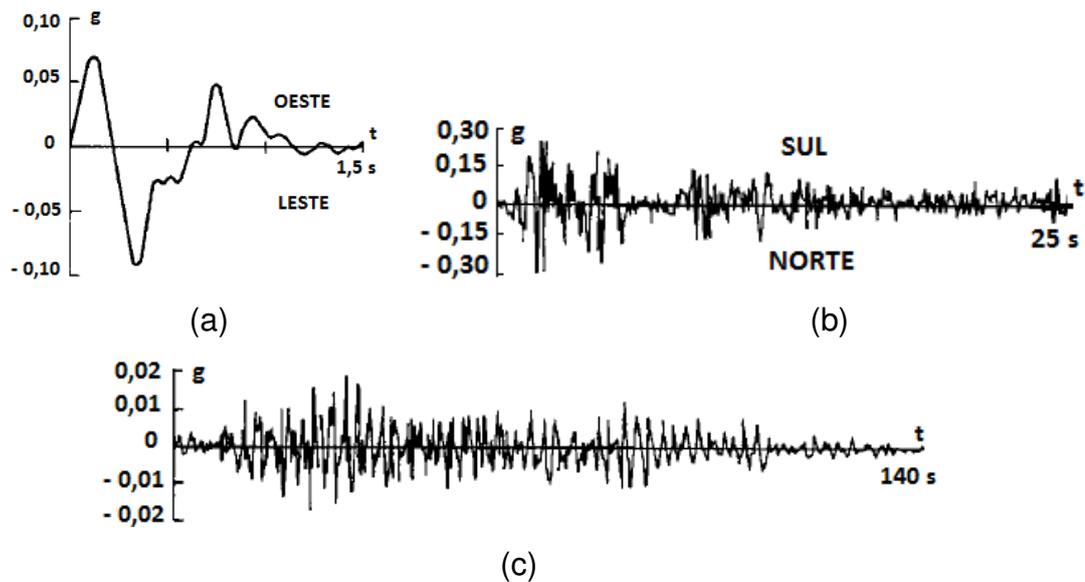
Os colapsos e falhas estruturais relacionados com esses abalos sísmicos podem surgir em decorrência do fenômeno físico conhecido por ressonância, definidos como a tendência de um sistema a oscilar em máxima amplitude em certas frequências, conhecidas como frequências ressonantes ou frequências naturais do sistema. Nessas frequências, até mesmo forças periódicas pequenas podem produzir vibrações de grande amplitude, pelo motivo do sistema armazenar grande energia vibracional (HALIDAY e RESNICK, 2008). Para fins de análise na engenharia, Saavedra (1991) definiu a existência de quatro tipos de movimentos sísmicos fortes (excitação de base) que envolvem características semelhantes de classificação entre elas, sendo os mesmos:

- Movimentos produzidos por um impulso único;
- Movimentos de duração moderada;
- Movimentos de longa duração;
- Movimentos com deformação permanente da terra.

Logo, no primeiro caso a sua principal característica é que o movimento deste tipo ocorre perto do epicentro, em solo firme, com magnitudes da ordem de 5,4 a 6,2 graus e período de até 0,2 segundos. No segundo caso, o tipo de movimento é extremamente irregular e de duração média com períodos compreendidos entre 2,5 e 6,0 segundos. Para os movimentos de longa duração a sua severidade apresenta como resultado a infiltração dos dois tipos anteriores através de um solo brando ou

menos firme, e por fim no último caso ocorre o surgimento de problemas de liquefação e instabilidade do terreno. Alguns exemplos destes movimentos aquisitados pelo homem podem ser observados na Fig. 3.

Figura 3 – Acelerações de base aquisitados durante abalos sísmicos. (a) Terremoto de Port Hueneme, 1957; (b) Terremoto de El centro, 1940; (c) Terremoto ocorrido na Cidade do México, 1964.



Fonte – Adaptada de Saavedra (1991).

## 2.2 Métodos de controle de vibrações em sistemas estruturais

Como já citado anteriormente, observou-se a necessidade de se conter os efeitos oriundos de solicitações dinâmicas, frequentemente presentes em inúmeros setores da atividade produtiva, assim como as indústrias de construção de estruturas civis, indústrias aeroespacial, náutica e automotiva, como também os setores de geração e transmissão de energia.

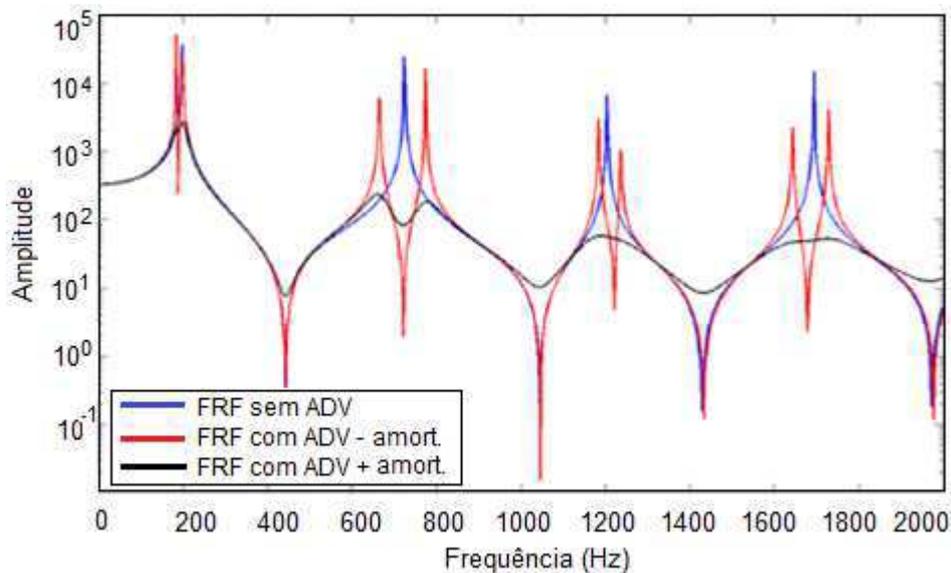
Segundo Cunha Jr (1999), a importância atribuída à resolução deste problema vem crescendo continuamente, dadas as exigências dos projetos caracterizados por grande extensão e peso das construções modernas e pela rapidez crescente das máquinas e tecnologia, estabelecendo assim limites muito restritos para os níveis aceitáveis de vibrações.

Em virtude destes problemas, diferentes métodos de controle estão sendo desenvolvidos e aprimorados de modo que atualmente podemos dividir essas

técnicas em dois grandes grupos: o controle passivo e o controle ativo de sistemas mecânicos. Podemos ressaltar também a presença de controle de vibração realizada por sistemas híbridos e semiativos.

A Figura 4 exemplifica uma técnica usada por Barros (2009) para o controle das quatro primeiras frequências de vibração de uma placa, a partir do uso de um absorvedor dinâmico de vibração sintonizado (controle passivo), que minimiza as amplitudes de vibração geradas por uma excitação harmônica com uma faixa de frequência fixa. A curva em vermelho mostra a Função Resposta em Frequência (FRF) do sistema com o ADV sem amortecimento, e a curva em preto com um amortecimento modal de 2%. Observa-se que a frequência antirressonante do sistema acoplado é a mesma do sistema sem o ADV, evidenciando a influência do mesmo na resposta da estrutura. Verifica-se também uma diminuição nos picos de amplitude quando a incorporação de amortecimento no ADV inserido na placa.

Figura 4 – FRF's para as quatro primeiras frequências modais de uma placa.



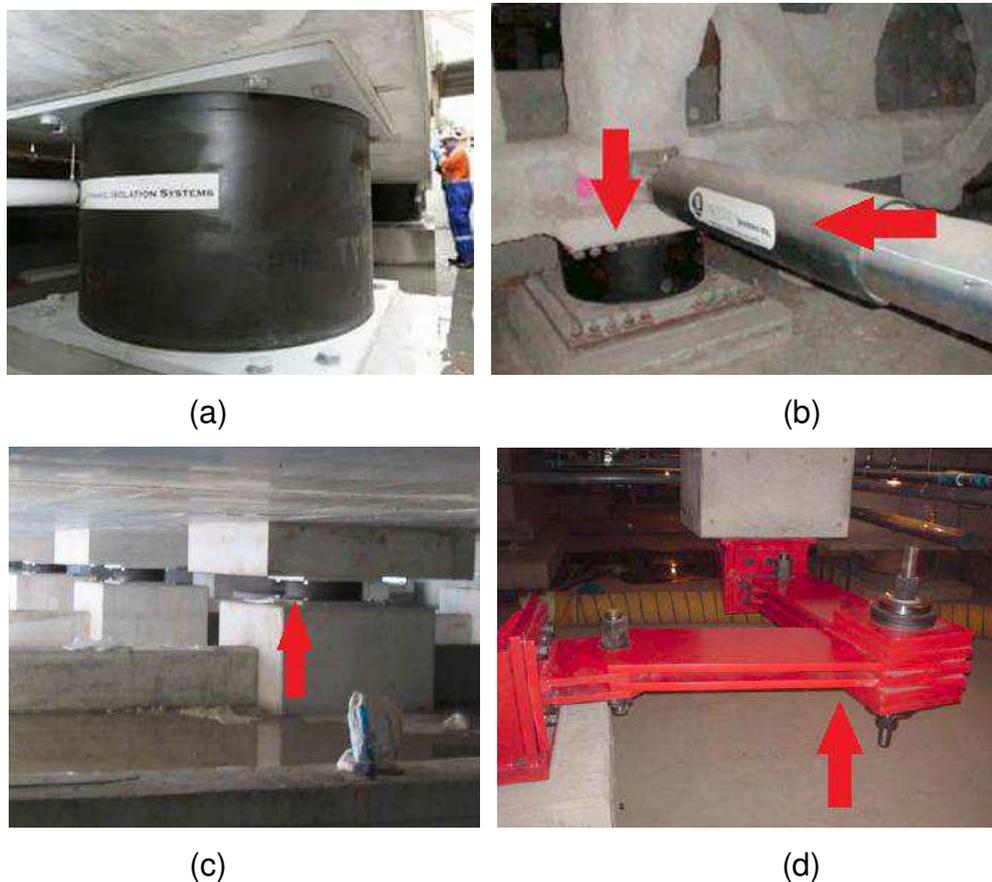
Fonte – Adaptada de Barros (2009).

### 2.2.1 Técnicas de controle passivo de vibrações

A grande capacidade de dissipação de energia mecânica é uma das principais características dos dispositivos de controle passivos de vibrações. A eficiência de tais dispositivos esta relacionada na maioria das vezes com os tipos de excitações nas quais os mesmos são submetidos. Por exemplo, um sistema de isolamento de

base é um modelo de dissipação de energia com característica passiva, esta energia geralmente é proveniente da aceleração do solo devido a ações sísmicas, onde a estrutura apoia-se em aparelhos com baixa rigidez lateral e elevada deformação, como é o caso dos aparelhos de borracha com núcleo de chumbo (LRB) e os de borracha de alto amortecimento (HDRB). A energia pode também ser dissipada por atrito através dos sistemas pendulares friccionais (RODRIGUES, 2011). Exemplos são mostrados a seguir:

Figura 5 – Amortecedores associados ao isolamento de base. (a) Tipo HDRB; (b) Tipo Viscoso; (c) Sistema alternativo de isolamento; (d) Amortecedor friccional.



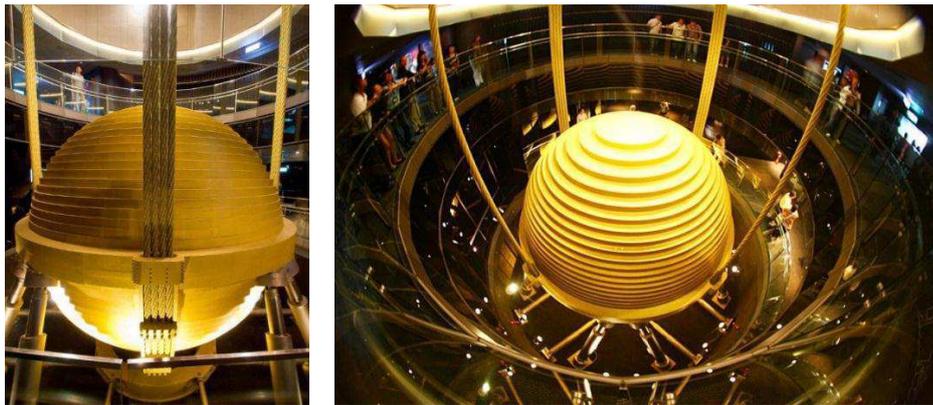
Fonte – Adaptada de Moutinho (2007), Wonderful Engineering Blog (2016).

Outros exemplos de dispositivos de controle passivo de vibração são os amortecedores de massa sintonizados Tuned Mass Dampers (TMD's), que são pêndulos de grande massa instalados no topo de uma estrutura, tendendo a mover a mesma para a posição de equilíbrio estático quando a sua deformação alcança níveis críticos que poderiam causar-lhe danos estruturais e até mesmo o colapso.

A Fig. 6 evidencia um Amortecedor de Massa Híbrido (HMD), usado no edifício Taipei 101, que relaciona um método ativo com o passivo TMD, garantindo maior eficiência no controle das vibrações.

Figura 6 – Amortecedor de massa híbrido (HMD) do edifício Taipei 101 em Taiwan.

(a) Vista dos cabos de sustentação da massa sintonizada TMD; (b) Foto evidenciando a expansão da massa por cinco pisos da estrutura.



(a)

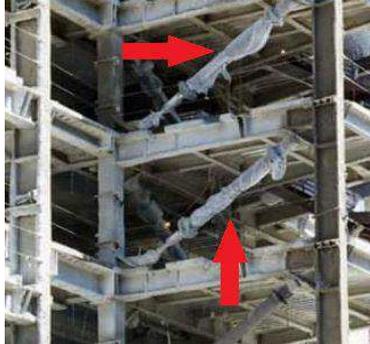
(b)

Fonte – Mais Uma Engenharia Blog (2015).

Têm-se ainda os amortecedores de líquido sintonizados Tuned Liquid Dampers (TLD's). Estes dispositivos podem ser utilizados, por exemplo, no controle de vibrações de pontes e edifícios altos sujeitos à ação de intemperes, como incidência de ventos entre outros, consiste em configurar partições internas com fluido (geralmente água) de forma a criar diversos amortecedores, podendo reduzir a resposta de aceleração em até 1/3 (RIOS, 2015). Todavia eles apenas podem ser sintonizados para uma única frequência ressonante de vibração, ou seja, o sistema não se adapta a solicitações cujo modo de vibração se distancie da frequência para qual o TLD foi calibrado, podendo a amplitude de resposta se amplificar abruptamente em alguns casos.

Existem outros tipos de sistemas passivos que permitem a dissipação de energia em locais devidamente selecionados, como por exemplo, a ligação viga-pilar de um pórtico. Neste caso, a redução da deformação dos elementos estruturais é conseguida através da utilização de amortecedores viscosos, viscoelásticos, de fricção ou histeréticos (RODRIGUES, 2011).

Figura 7 – Amortecedores viscosos associados ao isolamento de edifícios e pontes.  
 (a) Estaiado diagonalmente em andares de edifício; (b) Ligando viga e coluna; (c) Conectado a estrutura de ponte; (d) Interligando vãos de ponte.



(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte – Adaptada de Wonderful Engineering Blog (2016).

### 2.2.2 Técnicas de controle ativo de vibrações

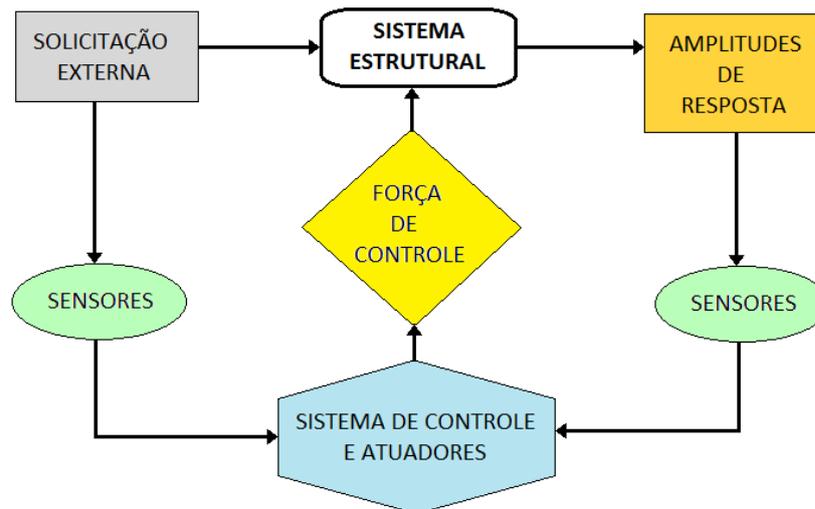
Para o método de controle ativo de vibrações faz-se necessário o conhecimento de dados de medições das respostas fornecidas pela estrutura ou sistema, provenientes e registradas por sensores acoplados nos pontos críticos, ou seja, onde as amplitudes de deslocamento são maiores.

Após a coleta dos dados os mesmos são tratados por intermédio de um controlador, a partir de algoritmos computacionais, que posteriormente emitem um sinal aos atuadores que irão incidir no sistema, absorvendo e atenuando as oscilações. Estes atuadores geralmente utilizam de excitações contrárias, normalmente de mesma frequência e intensidade da fonte geradora da vibração.

Nos casos mais simples, um ou mais dispositivos de atuação controlam diretamente o processo em uma malha aberta sem retroação dos sinais gerados,

chamada de *feedforward* como evidenciado na Fig. 8. Para um sistema mais complexo de malha fechada designado *feedback* o sistema usa o sinal de saída e a retroação deste sinal para compara-lo com a saída desejada ou de referência (DORF e BISHOP, 2001).

Figura 8 – Configuração de um sistema de controle ativo.

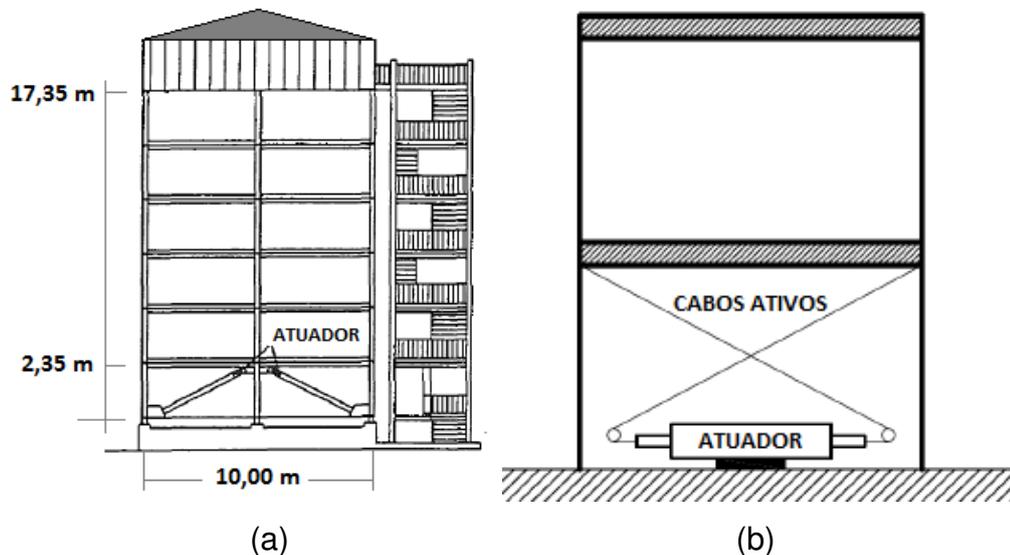


Fonte – Adaptada de Rodrigues (2011).

Um dos primeiros sistemas ativos utilizados em estruturas reais foi o sistema de Amortecedor de Massa Ativo (AMD). As forças de controle aplicadas à estrutura resultam do movimento de uma massa, que na maior parte dos casos é acoplada no topo dos edifícios. Este tipo de sistema tem a vantagem da atuação em secções onde os modos de vibração têm componentes modais mais significativas (RODRIGUES 2011).

A Figura 9 exemplifica um sistema de controle ativo constituído por tendões ou cabos ativados, no qual a tensão nos mesmos é controlada pela ação de atuadores hidráulicos. Este tipo de controle pode ser adaptado em estruturas prediais, entretanto poderá existir o problema de não ser possível à instalação destes dispositivos em secções onde as acelerações e amplitudes são máximas.

Figura 9 – Sistema ativo de controle de vibrações. (a) Estrutura predial com elementos diagonais ativos; (b) Sistema com cabos ativos.



Fonte – Adaptada de Rodrigues (2011).

### 2.2.3 Técnicas de controle híbrido e semiativo de vibrações

Por fim, temos os métodos de controle híbridos ou semiativos. É sabido que sistemas de controle ativo são bem eficientes quando se faz necessário minimizar a ação de intempéries naturais, como a ação dos ventos e sismos de amplitudes moderadas, além do fato de se ter a possibilidade de mudanças nas características de vários modos de vibração do sistema com a implantação dos mesmos. Entretanto a necessidade de uma fonte de energia que alimente os atuadores os torna ineficientes quando a estrutura é sujeita a sismos de grande intensidade, pois o sistema poderá ficar inoperante, além do fato de necessitarem de uma maior manutenção e com isso aumentar seu custo.

Para superar estes problemas é adotado o controle do tipo híbrido, o mesmo combina a eficiência do controle ativo com a confiabilidade do passivo, garantindo que no caso de falha dos atuadores ativos, o sistema de atenuação de vibração passiva seja acionado na estrutura. Como exemplo de controladores deste tipo tem-se os Amortecedores de Massa Híbridos (HMD's), que resultam da combinação do método ativo AMD com o passivo TMD, um exemplo deste tipo de controlador é mostrado na Fig. 10, onde um HMD em forma de "V" é utilizado no controle de vibrações do Edifício Shinjuku Park Tower em Tóquio no Japão, e um AMD ativo

composto por um motor elétrico permitem cursos de deslocamento do dispositivo passivo a partir da movimentação de elementos rolantes acoplados sob o mesmo.

Figura 10 – Sistema híbrido de controle de vibrações. (a) Edifício Shinjuku Park Tower no Japão; (b) HMD usado no controle de vibrações.



(a)

(b)

Fonte – Moutinho (2007).

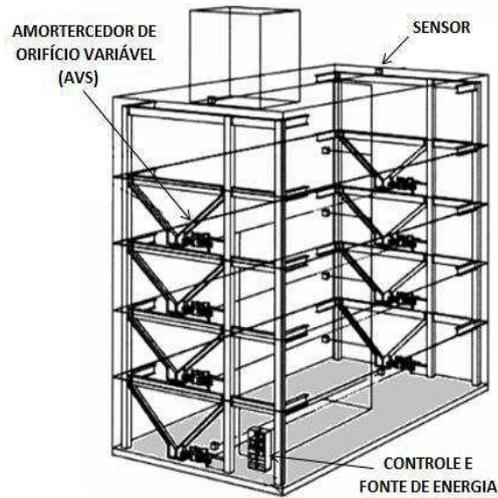
No controle semiativo a adaptação às solicitações externas é sua principal vantagem, pois o mesmo pode atuar no sistema através da modificação ativa da rigidez estrutural ou amortecimento de seus componentes. Além de requerer menor quantidade de energia quando comparado a sistemas ativados, pois a energia pode ser fornecida por baterias, tornando-o independente de uma fonte externa. O dispositivo semiativo mais empregado é o Sistema Ativo Variável (AVS) mostrado na Fig. 11, que possibilita a variação de rigidez e por consequência das frequências naturais da estrutura.

Neste exemplo, vários AVS's foram instalados no edifício em questão, dois para cada andar, como pode ser visto na Fig. 11(b). A fonte de energia fornecida ao sistema se encontra na base do edifício, juntamente com seu painel de controle.

Figura 11 – Sistema semiativo de controle de vibrações. (a) Edifício do Instituto de Pesquisa Técnica Kajima Shizuoka no Japão; (b) Representação do sistema de controle de vibrações; (c) Amortecedor de orifício variável AVS usado.



(a)



(b)



(c)

Fonte – Adaptada de Moutinho (2007).

### 2.3 Materiais funcionais e suas aplicações

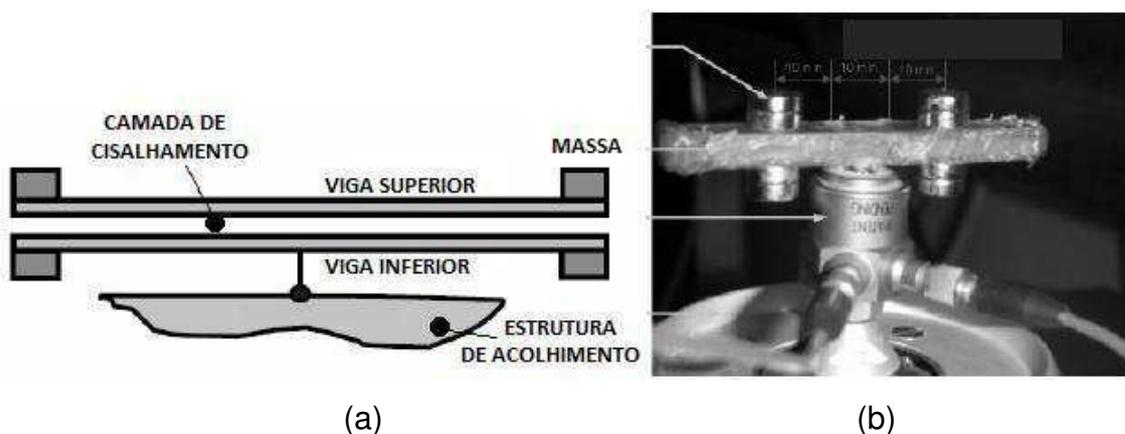
Os materiais ditos funcionais estão presentes no chamado grupo dos materiais inteligentes (Smart Materials). Atualmente os mesmos são objetos de pesquisas em vários âmbitos da engenharia mecânica e civil, onde são bastante utilizados em aplicações que necessitam de um controle ativo e de maior confiabilidade na atenuação de vibrações. Eles desempenham uma função estrutural e quando estimulados podem gerar força ou movimento, atuando no sistema.

Segundo Leo (2007), materiais funcionais podem ser definidos como aqueles materiais que exibem acoplamento entre vários domínios físicos, entre eles pode-se destacar o mecânico, elétrico e o térmico.

Os materiais inteligentes mais utilizados na atualidade que atendem as necessidades impostas por sistemas estruturais são as LMF's, também conhecidas do inglês por Shape Memory Alloys (SMA's), que são ligas metálicas ou polímeros cuja principal característica é a reação a estímulos de temperatura e/ou tensão mecânica, os materiais Piezocerâmicos ou Piezoelétricos que são cerâmicas ou polímeros estimulados por tensão elétrica e/ou deformação mecânica, e também os fluidos Magneto reológicos (MR) e Eletro reológicos (ER) que reagem ao campo magnético e elétrico respectivamente, alterando sua reologia (SEMIÃO, 2010).

O uso destes materiais vem se expandido cada vez mais nas últimas décadas, onde muitos pesquisadores têm realizado intensivamente atividades que visam explorar dispositivos e aplicações que fazem uso dos materiais inteligentes. Na verdade, o número de aplicações comerciais está crescendo a cada ano, com o maior segmento de mercado representado por atuadores e motores. O mercado global de materiais inteligentes em 2010 foi de aproximadamente US\$ 19,6 bilhões, estimando-se um valor de US\$ 22 bilhões em 2011, e mais de US\$ 40 bilhões até 2016, com uma taxa de crescimento anual de 12,8%, entre 2011 e 2016 (MENNA *et al.*, 2015). Um exemplo de aplicação é mostrado na Fig. 12.

Figura 12 – Absorvedor dinâmico de vibrações ativo (AVDA) usando um fluido Magneto reológico. (a) Representação esquemática; (b) Protótipo do sistema.



Fonte – Adaptada de Hirunyapruk (2009), Brennan (2006).

### 2.3.1 Ligas com memória de forma LMF

As LMF's são caracterizadas por apresentarem propriedades termomecânicas singulares, duas no total, uma delas é a quasiplasticidade, que é devida a variação de temperatura a certos níveis e com grande deformação residual (DELAEY *et al.*, 1974), equivalente a propriedade que é evidente no próprio nome destes materiais (Shape Memory), a memória de forma (DUERIG, 1990).

Segundo Lagoudas (2008), o efeito memória de forma ocorre em um estado ou fase onde a rigidez ou módulo elástico é mais baixo, conseqüentemente a deformação do material é obtida mais facilmente. Nesta condição, a aplicação de uma determinada carga mecânica induz uma orientação preferencial da rede cristalina, e ao cessar o carregamento uma pequena recuperação elástica é observada, porém a maior parte da deformação é mantida, isto é, uma deformação pseudoplástica é notada. Neste ponto, promovendo um aquecimento acima de uma determinada temperatura, transformando para uma fase estável, ocorre à recuperação da forma original, caracterizando o efeito, que pode ser repetido inúmeras vezes sem que as propriedades do material se alterem.

A segunda propriedade destas ligas metálicas e de grande interesse para aplicações de engenharia, e no qual será objeto de estudo deste trabalho é a propriedade da superelasticidade ou pseudoelasticidade. Nesta propriedade a LMF se encontra em um estado mais forte e estável, de mais alta temperatura, na qual grandes deformações são também recuperadas, todavia agora por meio de simples carregamento e descarregamento do material.

Mantendo-se um determinado nível de temperatura as transformações reversíveis de fases cristalográficas são conseguidas apenas pela aplicação de tensão mecânica, e não mais dependem da variação de temperatura. Associado a este fenômeno está à capacidade de dissipação de energia, ou amortecimento, que ocorre pela formação da histerese mecânica.

Uma ampla seleção de LMF's está disponível no mercado, porém somente apenas algumas delas foram desenvolvidas em escala comercial. A partir da descoberta do Nitinol em 1963, várias LMF's foram investigadas e adaptadas para atender a requisitos específicos, tais como módulo de elasticidade e resistividade elétrica, como para o uso de sensores e atuadores, por exemplo. Atualmente mais

de 90% de todas as suas aplicações estão baseadas nas ligas de NiTi, NiTiCu ou ligas de NiTiNb (LECCE e CONCILIO, 2015).

O comportamento superelástico de uma LMF está relacionado à transformação por tensão, como já abordado anteriormente, e de fato tais materiais podem apresentar uma recuperação elástica de até 8%, enquanto que nas ligas comuns esta capacidade é menor que 1%, o que representa um aspecto significativamente considerável (LECCE e CONCILIO, 2015).

A Figura 13 ilustra a aplicação de um tipo de LMF, anexadas a asa abaixo na forma de fitas, e usada no controle aeroespacial.

Figura 13 – Aplicação de LMF no campo aeroespacial/aeronáutico.



Fonte – Lagoudas (2008).

### **2.3.2 Relação das fases e temperatura das LMF**

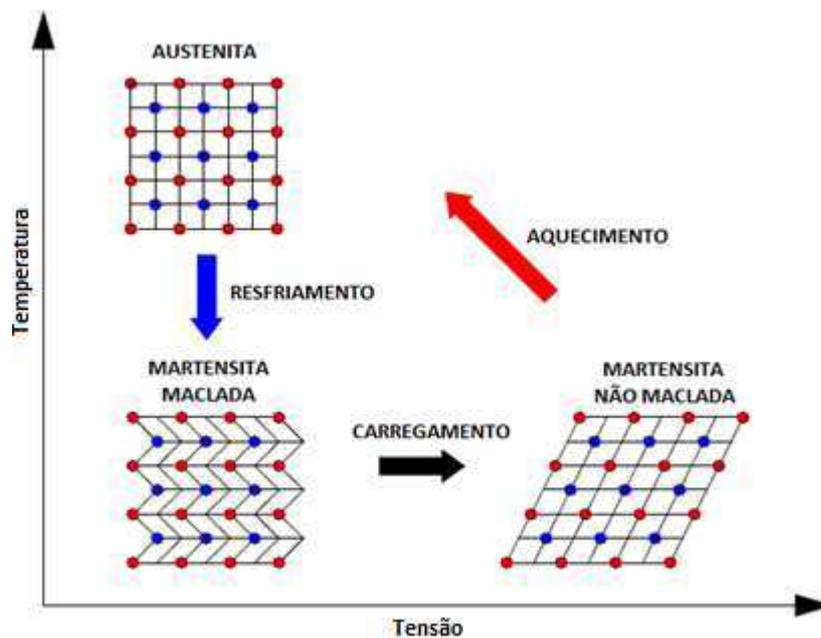
Nas LMF's existem duas fases de configurações de arranjo na sua estrutura cristalina, a Austenita considerada a fase mais forte no qual possui estabilidade atômica em temperaturas mais elevada e a Martensita dita como fase mais fraca e estável a temperaturas mais baixas. A variação ou transformação de fases nestas ligas pode ser feita de duas formas distintas, seja pela aplicação de tensão ou força dando a este fenômeno o nome de superelasticidade, seja pela indução de temperatura que ativa a propriedade do efeito de memória de forma.

Na fase Austenita a estrutura cristalina possui forma mais compacta e regular (DUERIG, 1990), fato este restringe ou impede o movimento dos átomos no seu interior, conseqüentemente grandes deformações ou deformações permanentes não são possíveis, possibilitando que o material se atenha a permanecer apenas na fase elástica. Na fase Martensita o comportamento estrutural ainda é regular, porém já

com certa distorção, esta característica permite que o material se deforme mais facilmente com um menor carregamento, possibilitando a sua deformação plástica, não retornando a forma original com o alívio de tensão.

Observando a fase da Martensita maclada ou não orientada, obtida a partir do resfriamento da liga, percebe-se que ao se continuar a aplicação de tensão, a estrutura molecular sofre uma nova alteração, passando para a uma forma orientada ou não maclada, desta maneira, a liga entrará no estágio pseudoplástico, só sendo possível sua recuperação ao estado inicial sob a ação de temperatura, ou seja, energia na forma de calor deverá ser imposta para que o material retorne ao seu estado de origem. As transformações de fases de uma LMF podem ser vistas microscopicamente a partir da superposição das redes cristalinas da Fig. 14.

Figura 14 – Transformação de fases de uma LMF.

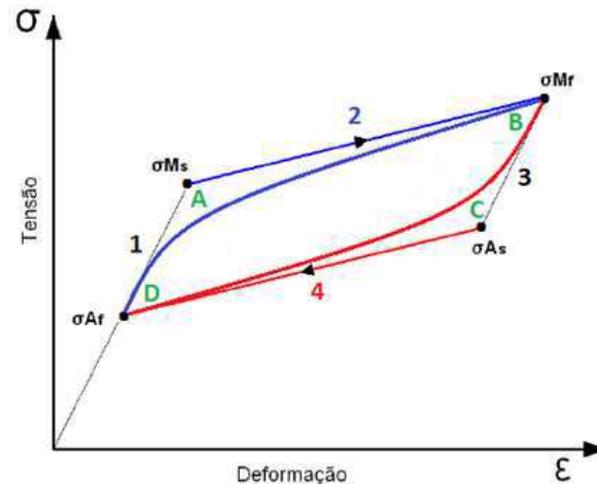


Fonte – Adaptada de Flor López (2005).

Para melhor interpretação destes tipos de materiais, analisamos agora a curva de histerese mecânica na LMF da Fig. 15, no qual é evidenciada a propriedade da superelasticidade, onde o material retorna a posição inicial apenas com o alívio de tensão. Nos estágios (1 e 2) é considerado a transformação direta, que corresponde à alternância de fases (Austenita/Martensita), e o percurso (3 e 4) a transformação reversa, correspondendo ao retorno à forma original e alternância das fases

(Martensita/Austenita), neste percurso de retorno ocorre à dissipação de energia mecânica e/ou acréscimo de amortecimento correspondente à área do gráfico gerada pelo ciclo de carregamento e descarregamento.

Figura 15 – Representação da curva de histerese mecânica de uma LMF.



Fonte – Adaptada de Song (2006).

Segundo Delaey *et al.* (1974), o comportamento termomecânico das LMF's também é intrinsecamente dependente da temperatura. Com a mudança dessa variável o material assume uma estrutura atômica ou rede cristalina diferente, e as faixas de temperatura onde essas fases existem são determinados pelas temperaturas de transformação de fase da liga. Estas temperaturas se modificam de acordo com os tratamentos térmicos e a composição do material.

Em termos de temperatura, a partir do resfriamento inicia-se a formação da Martensita em ( $M_s$ ), no qual é finalizada em ( $M_f$ ), com a liga inteiramente nesta fase. Com o aquecimento o material começa a mudar de fase quando a temperatura ( $A_s$ ) for atingida, mantendo-se este aumento gradual até a temperatura ( $A_f$ ), onde a liga estará completamente na fase Austenita.

Com essas transformações de fase outras propriedades podem variar nas LMF's, entre elas o módulo de elasticidade e a resistividade elétrica, para qual também é observado um comportamento histerético com relação à temperatura (DELAEY *et al.*, 1994). Segundo Zak *et al.* (2003), Choi e Hwang (2000), Williams *et al.* (2002), a variação do módulo de elasticidade com a temperatura é um fenômeno no qual se baseia algumas aplicações de LMF's para a atenuação e controle adaptativo de vibrações.

### **2.3.3 O efeito memória de forma e a superelasticidade**

Como já citado anteriormente, as transformações de fase são responsáveis por dois fenômenos básicos característicos das LMF's, a quasiplasticidade ou efeito de memória de forma e a superelasticidade ou pseudoelasticidade. O fenômeno da quasiplasticidade está relacionado com o efeito de forma e é caracterizado por uma grande deformação residual proveniente da reorientação da estrutura cristalina da fase Martensita, induzida termicamente. Após o material ser carregado e atingir o seu regime plástico com deformações consideráveis de até 10% em algumas ligas, permanece deformado, e ao ser descarregado detém uma deformação residual denominada quasiplástica.

Neste sentido, o efeito de forma tem como breve definição a propriedade de um material em retornar a sua forma inicial mediante a variação de temperatura. Este resultado se dá a partir da deformação quasiplástica, ou seja, o material já está deformado plasticamente. No entanto ao ser introduzida uma variação de temperatura no sistema, a transformação Austenítica é induzida, logo a temperatura aplicada deverá ser maior que ( $A_f$ ), o material irá recuperar sua posição inicial, caracterizando o efeito. Neste caso, o sistema irá se beneficiar da plastificação do material que lhe permitirá dissipar mais energia mecânica em comparação ao fenômeno da pseudoelasticidade.

Já a superelasticidade, como já foi abordado, é o aspecto termomecânico do material de recuperar a posição original quando retirado o carregamento a que está sujeito, de modo a poder se recuperar de deformações relativamente altas, além de dissipar energia mecânica a cada ciclo de carregamento e descarregamento, fenômeno físico este, objeto de estudo desta pesquisa.

A maior diferença da pseudoelasticidade para a elasticidade comum das ligas metálicas é o fato de que na superelasticidade o final do ciclo histerético ou descarga não retornar pelo mesmo percurso da carga. Na superelasticidade os caminhos de carga e descarga gerando assim um ciclo de dissipação de energia.

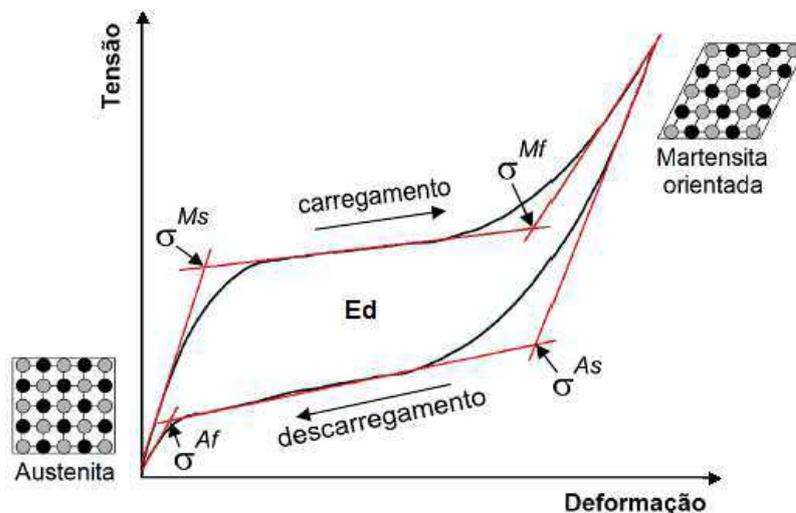
Em princípio tanto a superelasticidade quanto o efeito de forma são observados em uma mesma amostra, dependendo assim da temperatura do ensaio e do seu histórico termomecânico, contanto que a tensão crítica para as variações da rede cristalina seja alta. A superelasticidade ocorre sempre com temperaturas acima de  $A_f$  (Temperatura que marca o fim da mudança de fase Austenita), enquanto que o

efeito de forma ocorre na sequência de uma deformação abaixo de  $M_f$  (Temperatura que marca o fim da fase Martensita).

O Gráfico da Figura 16 evidencia a principal forma de constatação do comportamento superelástico, que é a aplicação de uma tensão crescente quando em condições isotérmicas, a partir de um ponto qualquer  $(\sigma, T)$ , ainda na fase Austenita. Desta forma obtém-se um diagrama  $(\sigma, \epsilon)$ , para o carregamento e descarregamento, onde a curva de tração abrange três domínios, ditos a seguir:

- O comportamento elástico da Austenita, dando origem à “ $\sigma_{Ms}$ ”;
- A deformação da transformação Martensítica, que vai de “ $\sigma_{Ms}$ ” a “ $\sigma_{Mf}$ ”;
- A deformação elástica da Martensita, a partir de “ $\sigma_{Mf}$ ”.

Figura 16 – Curva clássica de uma LMF destacando as tensões críticas de transformações de fases cristalinas.



Fonte – Adaptada de Lagoudas (2008).

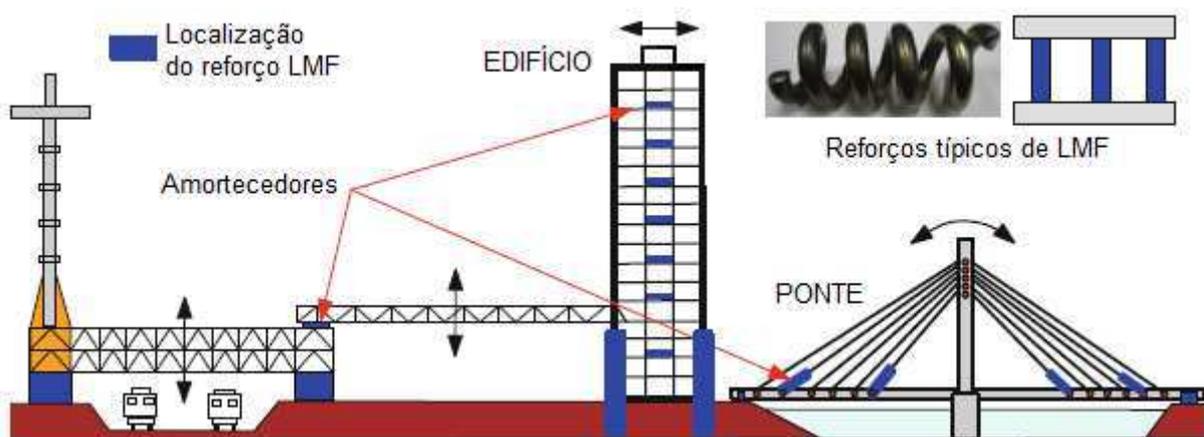
No percurso de descarregamento, a curva gerada é semelhante a do carregamento, com a diferença do aparecimento da histerese mecânica e o valor de energia dissipada ( $E_d$ ) associada a ela, isto se dá devido à distinção das tensões de início e fim da transformação reversa ( $\sigma_{As}$  e  $\sigma_{Af}$ ) em comparação com a transformação direta ( $\sigma_{Ms}$  e  $\sigma_{Mf}$ ). Deste gráfico podem ser extraídas as principais características deste fenômeno:

- A deformação “ $\varepsilon_{Ms}$ ” corresponde à deformação máxima reversível que se pode obter por transformação de fase;
- A variação de tensão ao longo do eixo de tensões ( $E_\sigma = \sigma_{Mf} - \sigma_{Ms}$ ) e a histerese da transformação de fase em tensão ( $H_\sigma = \sigma_{Ms} - \sigma_{Af}$ );
- O valor limite de tensão “ $\sigma_{Ms}$ ” a partir do qual a Austenita deixa de apresentar comportamento elástico, ponto onde surge a transformação Martensítica.

### 2.3.4 Aplicações de LMF em estruturas de engenharia

Em muitas aplicações de engenharia inúmeros elementos (fios, molas, varas, cabos, barras e vigas) de LMF vêm sendo utilizados como forma de minimizar e controlar os efeitos vibracionais em estruturas de pontes, edifícios e sistemas estruturais em geral, devido principalmente a sua excelente capacidade de dissipação de energia, como também de centralização do sistema em um determinado ponto quando solicitado (WILSON *et al.*, 2005) Na Figura 17 é mostrada a aplicação de alguns tipos de reforços de LMF usados na dissipação de energia mecânica em estruturas de construção civil.

Figura 17 – Reforço de LMF aplicado em estruturas de construção civil.

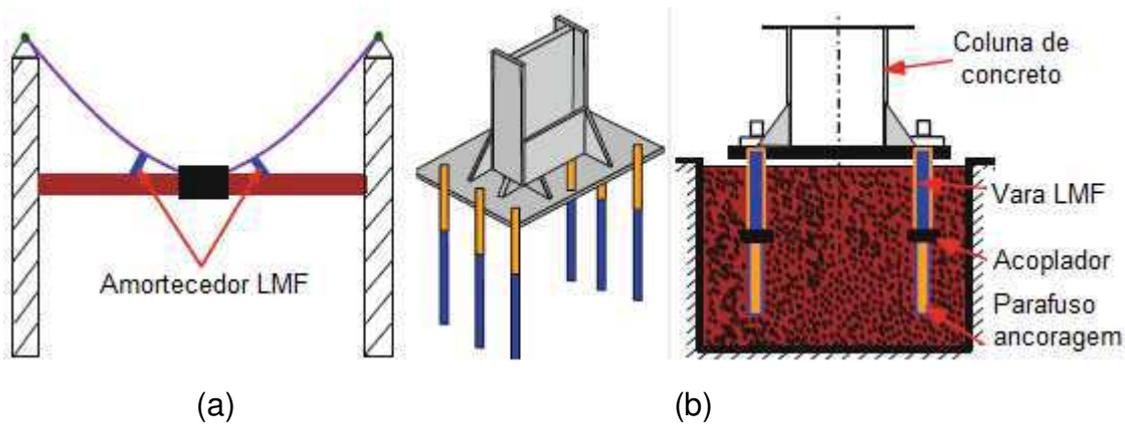


Fonte – Adaptada de Mirzaeifar *et al.* (2011), Indirli *et al.* (2001).

Em áreas sísmicas ativas, pontes e edifícios também podem ser propensos a danos estruturais, devido geralmente a grandes deslocamentos laterais durante um determinado evento de tremor de terra ou terremoto. Em vista disto, a integridade

destes sistemas tem sido uma área de intenso interesse dos pesquisadores, na qual o uso de elementos de LMF como possível reforço vem sendo investigada (ALAM *et al.* 2007). Na Fig. 18 é evidenciado o uso de cabos e varas deste tipo de material para a atenuação de vibrações em sistemas submetidos a este tipo de excitação.

Figura 18 – Amortecedores LMF usados como dissipador de energia. (a) Reforço de ponte com cabos LMF; (b) Varas LMF usada na ancoragem de coluna com o solo.



Fonte – Adaptada de Song (2006).

Em muitos casos, o uso de barras LMF superelásticas tensionadas são usados como reforços ou força de fixação no intuito de recentralizar braços ou vigas unidas em colunas de determinada estrutura, ajudando assim no controle de vibrações relativo aos deslocamentos entre estes componentes (SONG *et al.*, 2006). A Fig. 19 ilustra a aplicação destes dispositivos em uma junção viga/coluna.

Figura 19 – Dissipador LMF usado em uma junção viga/coluna.

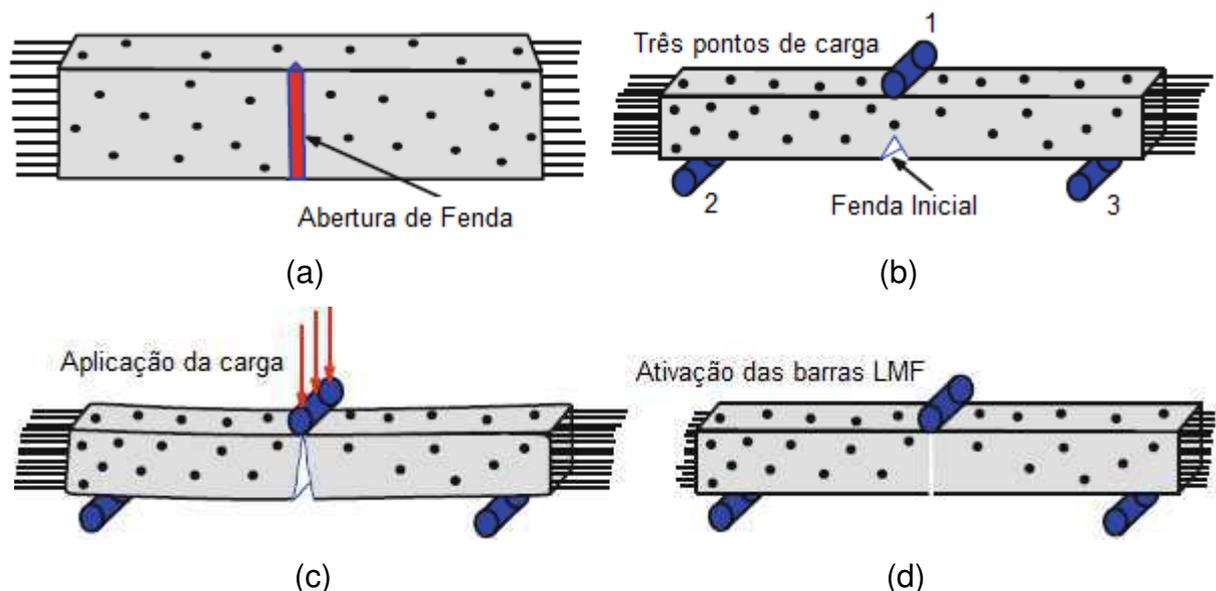


Fonte – Adaptada de Song (2006).

Outro exemplo do uso de LMF em estruturas de construção civil pode ser mostrado para o caso de um bloco de concreto reforçado com barras de uma liga com memória de forma em seu interior. Segundo Mo *et al.* (2004), se tais barras na sua forma martensítica são deformadas ou pré-tensionadas e encaixadas em um bloco de concreto e, em seguida, aquecidas por corrente elétrica acima da temperatura de transformação final da fase Austenita, forças de restrição suficientemente altas podem ser geradas para recuperar o sistema a sua forma original. A extensão do pré-esforço pode ser aumentada ou diminuída controlando a deformação inicial do material.

Para ilustrar este ponto uma "estrutura inteligente de concreto" que pode potencialmente "se curar" depois de um terrível terremoto, é evidenciada na Fig. 20, no qual um bloco de concreto com muitas barras de reforço foi considerado. As barras foram inicialmente pré-deformadas no seu estado Martensítico, isto é, abaixo da temperatura final da Martensita e uma fenda inicial foi aberta no concreto. Foram realizados ensaios de flexão dinâmica de três pontos com cargas e frequências crescentes imitando um evento sísmico.

Figura 20 – Barras LMF para restauração de bloco de concreto rachado. (a) Abertura inicial da fissura; (b) Apoio do bloco em três pontos; (c) Teste de aplicação de carga e propagação da fenda; (d) Restituição do bloco após ativação das barras.

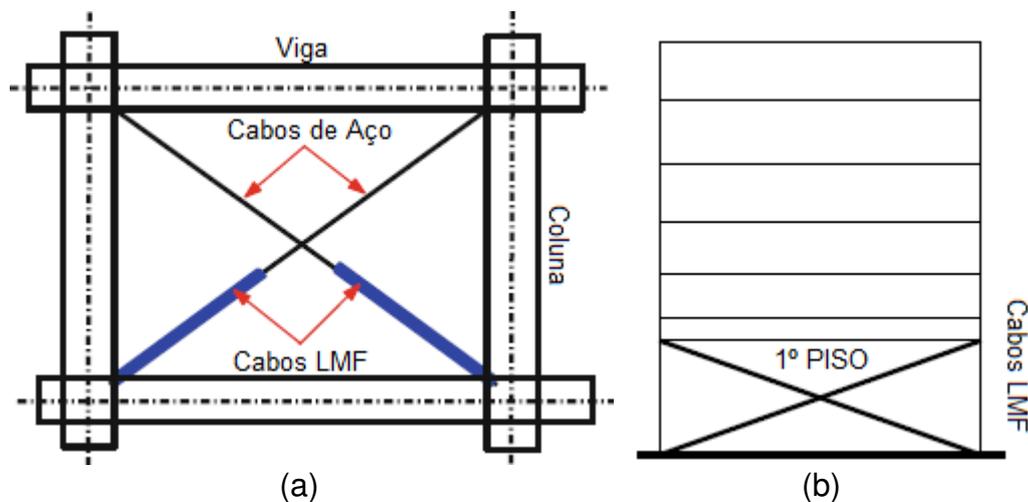


Fonte – Adaptada de Song (2006), Mo *et al.* (2004), Tamai e Kitagawa (2002).

A estrutura rachada é então descarregada e os cabos de LMF ativados por aquecimento, atuam no sistema que retorna à sua forma original. Este fenômeno deriva em grandes forças de recuperação que resultam no fechamento da tal fissura à medida que a estrutura de concreto é puxada para dentro, minimizando assim as chances de um colapso de um edifício após um evento deste tipo.

A Figura 21 exemplifica um tipo de sistema que usa tendões ou cabos superelásticos como reforço em uma estrutura (MENNA *et al.*, 2015). A grande vantagem deste tipo de dispositivo em comparação com algumas amarrações de aço comum que possuem baixa energia de dissipação é o fato dos tendões de LMF além de apresentarem todas as características já conhecidas, ainda apresentam efeitos insignificantes de dependência do tempo de carregamento, enquanto outros dispositivos viscoelásticos comuns exibem uma taxa de dependência considerável.

Figura 21 – Representação da anexação de cabos LMF em estrutura predial. (a) Esquema de acoplamento dos cabos; (b) Sistema incorporado em edifício.



Fonte – Adaptada de Menna *et al.* (2015).

Um quesito importante neste ramo de aplicações de componentes mecânicos fabricados com LMF superelástica é a avaliação da influência de algumas variáveis relacionadas à resposta termomecânica, e conseqüentemente a fração de energia dissipada no sistema. Essas variáveis podem ser definidas como sendo a frequência de excitação, amplitude de deformação do elemento e a temperatura na resposta do componente. Logo, para um dimensionamento correto de um dispositivo deste tipo, tais variáveis devem ser bem definidas, possibilitando obter uma caracterização mais próxima da realidade quanto possível.

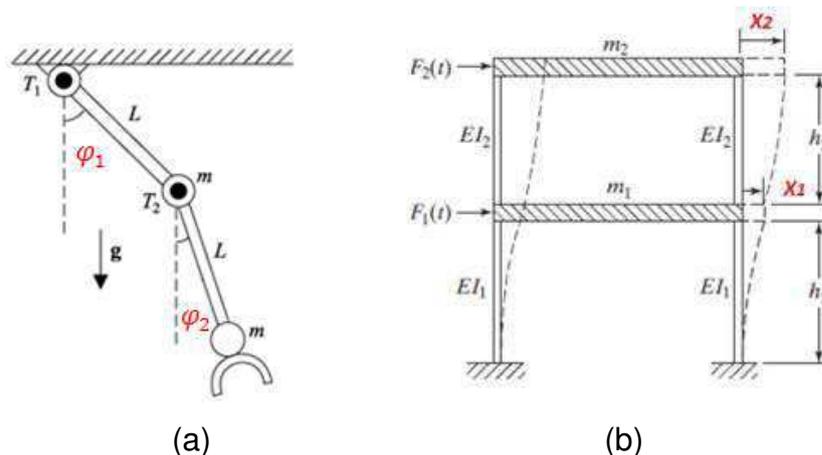
### 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

#### 3.1 Sistemas com dois graus de liberdade (2GDL)

Segundo Rao (2008), sistemas com 2GDL requerem duas coordenadas independentes para descrever seu movimento. De uma forma geral, as duas equações de movimento para um sistema deste tipo estão na forma de equações diferenciais acopladas, ou seja, cada equação está relacionada com as duas coordenadas independentes do sistema.

Ao assumir uma solução harmônica para cada uma destas coordenadas independentes, as equações de movimento de Newton resultarão em duas respostas distintas relacionadas com duas frequências naturais, onde as amplitudes de deslocamento serão máximas. Durante a vibração livre, quando nenhuma força externa atua no sistema após o deslocamento ou impacto inicial, uma das frequências ressonantes terá as amplitudes relacionadas de maneira específica, conhecida como modo principal ou natural de vibração. A Fig. 22 ilustra alguns exemplos de sistemas dinâmicos deste tipo.

Figura 22 – Representação de sistemas com 2GDL. a) Modelo de braço robótico com movimentos restritos; b) Modelo massa-mola de sistema do tipo pórtico.



Fonte – Adaptada de Monerat (2008), Rao (2008).

Contudo, é possível determinar um conjunto de coordenadas de maneira que cada uma das equações de movimento contenha apenas uma coordenada em particular, pode-se dizer assim que estas mesmas equações são agora não

acopladas podendo ser resolvidas separadamente. Tais variáveis que resultam em equações deste tipo são denominadas de coordenadas principais.

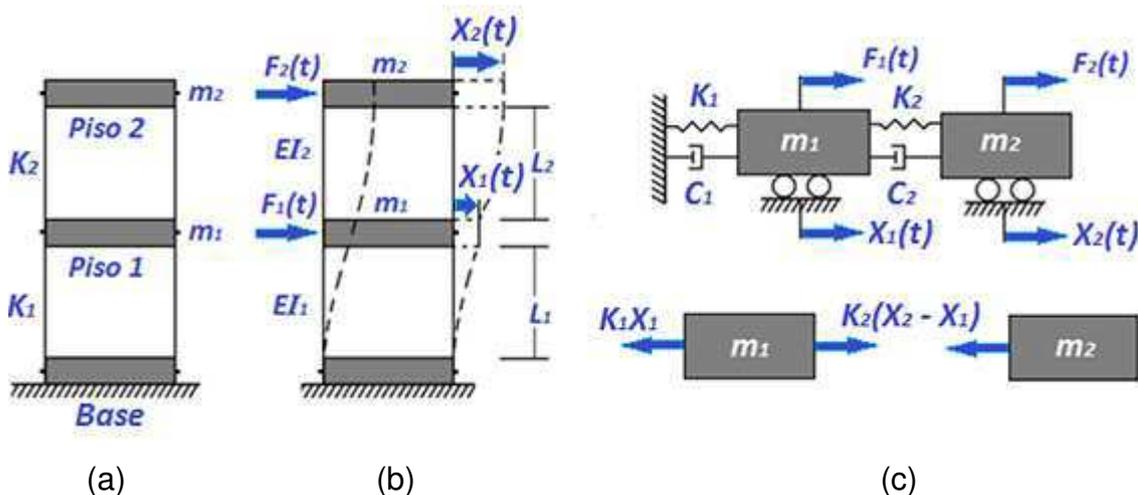
Em termos de solicitações externas, ao aplicar-se uma força um sistema deste tipo, verifica-se que em vibração livre o mesmo irá oscilar como uma sobreposição de seus dois modos naturais, todavia se a solicitação harmônica for do tipo permanente, a vibração resultante se dará na frequência desta força de excitação. Neste sentido para que o fenômeno da ressonância ocorra, a solicitação dinâmica e harmônica deverá excita-lo em uma das suas frequências naturais (RAO, 2008).

### 3.1.1 Sistema não amortecido com 2GDL em vibração livre

Considere um modelo que representa uma estrutura predial de dois andares, simulando um sistema massa-mola sem amortecimento e com duas coordenadas independentes, isto é, com 2GDL, como mostrado na Fig. 23(a). A análise de um modelo contínuo ou distribuído como um sistema deste tipo pode ser representado por duas massas concentradas (modelo discreto), visto em Fig. 23(c).

Pode ser visto também que os movimentos do sistema serão descritos pelas coordenadas " $x_1(t)$ " e " $x_2(t)$ ", as quais definem as posições dos pisos ou massas " $m_1$ " e " $m_2$ " para qualquer intervalo de tempo e em relação às posições de equilíbrio estático. As forças excitadoras de natureza externa " $F_1(t)$ " e " $F_2(t)$ " incidem sobre as massas do 1º e 2º Piso, respectivamente.

Figura 23 – Representação do sistema em vibração livre. (a) Pórtico com 2GDL; (b) Sistema massa-mola; (c) Diagrama de corpo livre (DCL) da estrutura.



Fonte – Autoria Própria.

Segundo Beer *et al.* (1995), para uma análise dinâmica baseada na análise modal, deve-se determinar os modos de vibrar e as frequências naturais do sistema descrito, sendo que os movimentos vibratórios variáveis no tempo geram forças de inércia, proporcionais à massa dos elementos, e que podem ser examinadas à luz da segunda lei de Newton, visto na Eq.(1).

$$[m]\ddot{\vec{X}}(t) + [c]\dot{\vec{X}}(t) + [k]\vec{X}(t) = \vec{F}(t) \quad (1)$$

Na qual,  $[m]$  é a matriz de massa,  $[c]$  é a matriz de amortecimento viscoso,  $[k]$  a matriz de rigidez do sistema, “ $x(t)$ ” o vetor de deslocamento e “ $F(t)$ ” o vetor força.

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \quad [c] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}; \quad [k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$[m] = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad e \quad F(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix}$$

Considerando agora o sistema em vibração livre, isto é, nenhuma força externa atua após o deslocamento ou impacto inicial, logo (“ $F_1(t)$ ” e “ $F_2(t)$ ” = 0), e desprezando o amortecimento, ou seja, (“ $c_1$ ” e “ $c_2$ ” = 0), a segunda lei de Newton pode ser aplicada para cada uma das massas, e as equações de movimento reduzem-se a Eq.(2).

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 = 0 \quad (2)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 - k_2 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 = 0$$

Admitindo-se a possibilidade do movimento harmônico das massas “ $m_1$ ” e “ $m_2$ ” a uma mesma frequência de excitação “ $\omega$ ” e ângulo de fase “ $\varphi$ ”, tomam-se as soluções da Eq.(2) como sendo:

$$x_1(t) = X_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (3)$$

$$x_2(t) = X_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Nas quais, “ $X_1(t)$ ” e “ $X_2(t)$ ”, denotam as amplitudes de deslocamento máximas de “ $x_1(t)$ ” e “ $x_2(t)$ ”. Derivando duas vezes e substituindo na Eq.(2), obtém-se:

$$\{[-m_1 \cdot \omega^2 + (k_2 + k_1)] \cdot X_1 - k_2 \cdot X_2\} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = 0 \quad (4)$$

$$\{[-m_2 \cdot \omega^2 + k_2] \cdot X_2 - k_2 \cdot X_1\} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = 0$$

Visto que a Equação (4) deve ser satisfeita para todos os valores de tempo “ $t$ ”, os termos entre colchetes devem ser nulos, resultando na forma matricial na Eq.(5):

$$\begin{bmatrix} (-m_1 \cdot \omega^2 + k_2 + k_1) & -k_2 \\ -k_2 & (m_2 \cdot \omega^2 + k_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Desta forma, têm-se duas equações algébricas homogêneas simultâneas com as incógnitas “ $X_1$ ” e “ $X_2$ ”. Pode-se notar que a Eq. (4) é satisfeita pela solução trivial (“ $X_1$ ” e “ $X_2$ ” = 0), o que implica que não há nenhuma vibração sobre o sistema. Para uma solução não trivial de “ $X_1$ ” e “ $X_2$ ”, o determinante dos coeficientes deve ser zero.

Portando, é possível que o sistema tenha uma solução harmônica não trivial da forma da Eq. (3) quando “ $\omega$ ” é igual a duas frequências distintas “ $\omega_1$ ” e “ $\omega_2$ ”, as chamadas frequências naturais ou de ressonância do sistema.

$$\omega_1^2 = \frac{[(k_2 + k_1) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1] - \{[(k_2 + k_1) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1]^2 - 4 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot m_1 \cdot m_2\}^{\frac{1}{2}}}{2 \cdot m_1 \cdot m_2} \quad (6)$$

$$\omega_2^2 = \frac{[(k_2 + k_1) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1] + \{[(k_2 + k_1) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1]^2 - 4 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot m_1 \cdot m_2\}^{\frac{1}{2}}}{2 \cdot m_1 \cdot m_2}$$

Resta agora determinar os valores de “ $X_1$ ” e “ $X_2$ ”. Estas incógnitas dependem das frequências naturais de vibração do sistema. Denominaremos os valores das incógnitas correspondentes ao primeiro modo de vibração ou “ $\omega_1$ ” como sendo “ $X_{11}$ ” e “ $X_{12}$ ”, e os correspondentes ao segundo modo de vibração ou “ $\omega_2$ ”, como sendo “ $X_{21}$ ” e “ $X_{22}$ ”. Como já visto anteriormente a Eq.(4) é homogênea, portanto somente as razões ( $r_1 = X_{12}/X_{11}$ ) e ( $r_2 = X_{22}/X_{21}$ ) podem ser determinadas. Para ( $\omega^2 = \omega_1^2$ ) e ( $\omega^2 = \omega_2^2$ ), tem-se:

$$r_1 = \frac{X_{12}}{X_{11}} = \frac{-m_1 \cdot \omega_1^2 + (k_2 + k_1)}{k_2} = \frac{k_2}{-m_2 \cdot \omega_1^2 + k_2} \quad (7)$$

$$r_2 = \frac{X_{22}}{X_{21}} = \frac{-m_1 \cdot \omega_2^2 + (k_2 + k_1)}{k_2} = \frac{k_2}{-m_2 \cdot \omega_2^2 + k_2}$$

Pode-se ver que as duas equações dadas para cada " $r_n$  ( $n = 1, 2$ )" na equação anterior são idênticas. Logo, os modos principais de vibração correspondentes a " $\omega_1^2$ " e " $\omega_2^2$ " podem ser expressos por vetores do tipo " $\vec{x}_1$ " e " $\vec{x}_2$ ", conhecidos como vetores modais do sistema, nas quais a solução de vibração livre ou o movimento no tempo é dado como:

$$\vec{x}_1(t) = \begin{bmatrix} \vec{x}_{11}(t) \\ \vec{x}_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) \\ r_1 \cdot X_{11} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) \end{bmatrix} = \textit{primeiro modo de vibrar} \quad (8)$$

$$\vec{x}_2(t) = \begin{bmatrix} \vec{x}_{21}(t) \\ \vec{x}_{22}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{21} \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2) \\ r_2 \cdot X_{21} \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2) \end{bmatrix} = \textit{segundo modo de vibrar}$$

As constantes " $X_{11}$ " e " $X_{21}$ ", " $\varphi_1$ " e " $\varphi_2$ " são determinadas pelas condições iniciais do problema, no qual depois de algumas deduções e arranjos matemáticos obtém-se:

$$X_{11} = [(X_{11} \cdot \cos \varphi_1)^2 + (X_{11} \cdot \sen \varphi_1)^2]^{\frac{1}{2}}; \quad (9)$$

$$X_{11} = \frac{1}{(r_2 - r_1)} \cdot \left\{ [r_2 \cdot x_1(0) - x_2(0)]^2 + \frac{[-r_2 \dot{x}_1(0) + \dot{x}_2(0)]^2}{\omega_1^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$X_{21} = [(X_{21} \cdot \cos \varphi_2)^2 + (X_{21} \cdot \sen \varphi_2)^2]^{\frac{1}{2}};$$

$$X_{21} = \frac{1}{(r_2 - r_1)} \cdot \left\{ [-r_1 \cdot x_1(0) + x_2(0)]^2 + \frac{[r_1 \dot{x}_1(0) - \dot{x}_2(0)]^2}{\omega_2^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \left[ \frac{X_{11} \cdot \sen \varphi_1}{X_{11} \cdot \cos \varphi_1} \right] = \tan^{-1} \left\{ \frac{-r_2 \dot{x}_1(0) + \dot{x}_2(0)}{\omega_1 \cdot [r_2 \cdot x_1(0) - x_2(0)]} \right\}$$

$$\varphi_2 = \tan^{-1} \left[ \frac{X_{21} \cdot \sen \varphi_2}{X_{21} \cdot \cos \varphi_2} \right] = \tan^{-1} \left\{ \frac{r_1 \dot{x}_1(0) - \dot{x}_2(0)}{\omega_2 \cdot [-r_1 \cdot x_1(0) + x_2(0)]} \right\}$$

### 3.1.1.1 Análise modal da estrutura em vibração livre

Considerando o sistema submetido à vibração livre, podem-se determinar as frequências naturais e os respectivos modos de vibrar analiticamente de uma forma alternativa, onde se partindo da equação de movimento de Newton e pressupondo que a matriz de amortecimento viscoso “[c]” e o vetor de força “F(t)” são nulos, a Eq.(1) admite uma solução da forma:

$$x_i(t) = X_i \cdot \Phi(t); \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Na qual “X<sub>i</sub>” é uma constante, e “Φ” é uma função harmônica no tempo “t”. Segundo Rao (2008), procedendo a uma manipulação algébrica, obtêm-se a Eq.(11) que representa o problema de autovalor:

$$\{[k] - \omega_i^2 \cdot [m]\} \cdot \vec{X}_i = \vec{0} \quad (11)$$

Esta equação é denominada equação característica, onde “ω<sub>i</sub><sup>2</sup>” representa os autovalores ou valores característicos e “ $\vec{X}_i$ ” os autovetores, com modo de vibrar associado à frequência natural “ω<sub>i</sub>” do sistema. A sua expansão resulta em uma equação polinomial de *n*-ésima ordem em “ω<sub>i</sub><sup>2</sup>”, de forma que a solução não trivial do sistema homogêneo é obtida a partir do determinante nulo desta equação, resultando em:

$$\Delta = |k_{ij} - \omega_i^2 \cdot m_{ij}| = |[k] - \omega_i^2 \cdot [m]| = 0 \quad (12)$$

Desta forma, ao multiplicar a Eq.(12) por (λ = 1/ω<sub>i</sub><sup>2</sup>) e posteriormente (1/[k]), obtêm-se:

$$\Delta = |\lambda[I] - [D]| = 0 \quad (13)$$

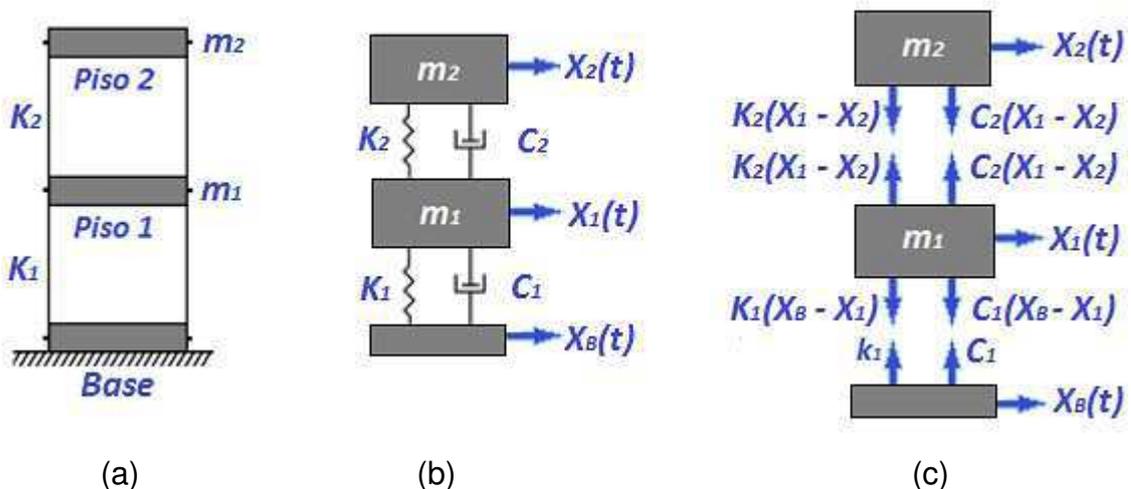
Na qual, [I] é a matriz identidade e ([D] = [m]/[k]) a matriz dinâmica. Para o caso particular do sistema com (2GDL), as equações das frequências naturais e modos de vibrar na forma da matriz dinâmica seguem a Eq. (14).

$$[D] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 3.1.2 Sistema amortecido com 2GDL em vibração forçada

O sistema agora será analisado quando submetido a uma solicitação dinâmica permanente agindo em sua base, como considerado na estrutura da Fig. 24. Aqui não se desprezará o amortecimento estrutural imposto ao sistema indicados pelas constantes (“ $c_1$ ” e “ $c_2$ ”). A partir do diagrama de corpo livre da Fig. 24(c) a resposta da estrutura a este tipo de excitação poderá ser encontrada.

Figura 24 – Representação do sistema em excitação pela base. (a) Pórtico com 2GDL; (b) Diagrama de massas concentradas; (c) DCL da estrutura.



Fonte – Autoria Própria.

Aplicando as equações de equilíbrio de Newton ao sistema, tem-se que:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 - c_1(\dot{x}_B - \dot{x}_1) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1(x_B - x_1) + k_2(x_1 - x_2) = 0 \quad (15)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 - c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2(x_1 - x_2) = 0$$

Após um rearranjo dos termos da Eq.(15), chega-se a expressão na qual “ $f_1(t)$ ” é a força de entrada imposta a base da estrutura, que é função da rigidez e do amortecimento do primeiro piso, juntamente com o deslocamento e velocidade da base, e “ $f_2(t)$ ” é nula, obtendo-se então:

$$\begin{aligned}
[m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1] + [-c_2 \cdot \dot{x}_2 - k_2 x_2] &= [k_1 \cdot x_B + c_1 \cdot \dot{x}_B] = f_1(t) \\
[m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_2 \cdot \dot{x}_2 + k_2 \cdot x_2] + [-c_2 \cdot \dot{x}_1 - k_2 \cdot x_1] &= 0 = f_2(t)
\end{aligned} \tag{16}$$

Transformando a Equação (16) no domínio das transformadas de Laplace, e seguindo os passos definidos no estudo de Gonçalves (2016), tem-se que:

$$\begin{aligned}
\{m_1 \cdot [s^2 \cdot X_1(s) - s \cdot x_1(0) - \dot{x}_1(0)] + (c_1 + c_2) \cdot [s \cdot X_1(s) - x_1(0)] + (k_1 + \\
+ k_2) \cdot [X_1(s)]\} + \{-c_2 \cdot [s \cdot X_2(s) - x_2(0)] - k_2 [X_2(s)]\} &= \{k_1 \cdot [X_B(s)] + \\
c_1 \cdot [s \cdot X_B(s) - x_B(0)]\} &= F_1(s) \\
\{m_2 \cdot [s^2 \cdot X_2(s) - s \cdot x_2(0) - \dot{x}_2(0)] + c_2 \cdot [s \cdot X_2(s) - x_2(0)] + k_2 \cdot [X_2(s)]\} + \\
+ \{-c_2 \cdot [s \cdot X_1(s) - x_1(0)] - k_2 \cdot [X_1(s)]\} &= 0 = F_2(s)
\end{aligned} \tag{17}$$

Assumindo as condições iniciais do sistema como sendo  $[x_1(0) = x_2(0) = 0]$  e  $[\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0]$ , e sabendo ainda que  $F_1(s) = \{k_1 \cdot [X_B(s)] + c_1 \cdot [s \cdot X_B(s) - x_B(0)]\}$  e  $F_2(s) = 0$ , tem-se que a Eq.(17) pode ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned}
[s^2 \cdot X_1(s) \cdot m_1 + s \cdot X_1(s) \cdot (c_1 + c_2) + X_1(s) \cdot (k_1 + k_2)] + [-s \cdot X_2(s) \cdot c_2 - \\
X_2(s) \cdot k_2] &= F_1(s) \\
[s^2 \cdot X_2(s) \cdot m_2 + s \cdot X_2(s) \cdot c_2 + X_2(s) \cdot k_2] + [-s \cdot X_1(s) \cdot c_2 - X_1(s) \cdot k_2] &= 0
\end{aligned} \tag{18}$$

Agora colocando os valores de “ $X_1(s)$ ” e “ $X_2(s)$ ” em evidência:

$$\begin{aligned}
X_1(s) \cdot [s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)] + X_2(s) [-s \cdot c_2 - k_2] &= F_1(s) \\
X_2(s) \cdot [s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2] + X_1(s) \cdot [-s \cdot c_2 - k_2] &= 0
\end{aligned} \tag{19}$$

Ou em forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2) & -s \cdot c_2 - k_2 \\ -s \cdot c_2 - k_2 & s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[A] \cdot [X(s)] = [F(s)] \tag{20}$$

Para a Equação (20), definiram-se quatro funções de transferência no domínio de Laplace. Note que para as funções envolvendo  $F_1(s)$ , assumiu-se  $F_2(s) = 0$  e vice-versa. São as funções  $[X_1(s)/F_1(s), X_1(s)/F_2(s), X_2(s)/F_1(s)$  e  $X_2(s)/F_2(s)]$ . Usando a regra de Cramer, pode-se resolver a equação matricial para  $X_1(s)$  e  $X_2(s)$ .

$$X_1(s) = \frac{\det \begin{bmatrix} F_1(s) & -s \cdot c_2 - k_2 \\ F_2(s) & s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2 \end{bmatrix}}{\det(A)} ;$$

$$X_1(s) = \left[ \frac{s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2}{\det(A)} \right] \cdot F_1(s) + \left[ \frac{-s \cdot c_2 - k_2}{\det(A)} \right] \cdot F_2(s)$$

$$X_2(s) = \frac{\det \begin{bmatrix} s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2) & F_1(s) \\ -s \cdot c_2 - k_2 & F_2(s) \end{bmatrix}}{\det(A)} ;$$

$$X_2(s) = \left[ \frac{-s \cdot c_2 - k_2}{\det(A)} \right] \cdot F_1(s) + \left[ \frac{s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)}{\det(A)} \right] \cdot F_2(s) \quad (21)$$

Na qual o “ $\det(A)$ ”, pode ser escrito da forma:

$$\det(A) = [s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)] \cdot [s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2] - (-s \cdot c_2 - k_2)^2$$

Fazendo na Equação (17),  $F_2(s) = 0$ , ficaremos com apenas duas funções de transferência que regem o nosso sistema  $[X_1(s)/F_1(s)$  e  $X_2(s)/F_1(s)]$ , multiplicando essas equações pelas rigidezes modais “ $k_1$ ” e “ $k_2$ ” respectivamente, obtemos as respostas medidas na primeira e segunda massa simultaneamente e no domínio de Laplace, correspondente a força de excitação na base.

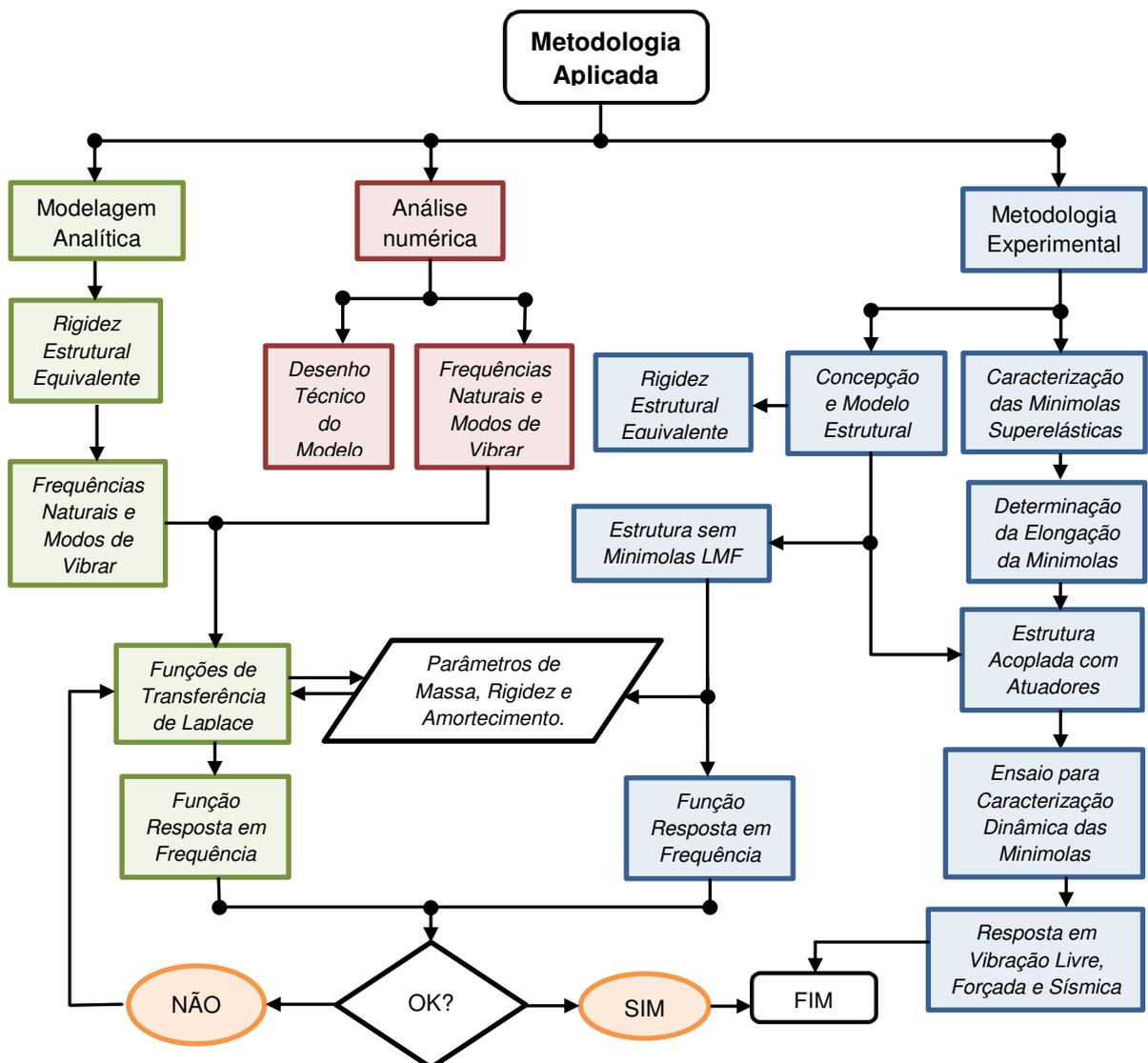
$$H_{11}(s) = \frac{X_1(s) \cdot k_1}{F_1(s)} = \left[ \frac{s^2 \cdot m_2 \cdot k_1 + s \cdot c_2 \cdot k_1 + k_2 \cdot k_1}{\det(A)} \right]$$

$$H_{21}(s) = \frac{X_2(s) \cdot k_2}{F_1(s)} = \left[ \frac{-s \cdot c_2 \cdot k_2 - k_2 \cdot k_2}{\det(A)} \right] \quad (22)$$

## 4 MATERIAIS E METODOLOGIA

Descrevem-se neste tópico as principais etapas da metodologia aplicada no desenvolvimento deste estudo. No primeiro nível, inicia-se com uma modelagem analítica e numérica, seguido da parte experimental como forma de caracterizar a estrutura e os elementos absorvedores de vibração. A sequência geral pode ser observada na Fig. 25. Os detalhes de cada item são descritos nos tópicos a seguir.

Figura 25 – Fluxograma da sequência adotada na metodologia.



Fonte – Autoria Própria.

## 4.1 Modelagem analítica

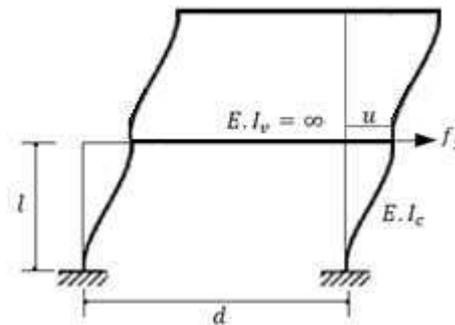
### 4.1.1 Rigidez estrutural do sistema

Segundo Chopra (1995), a rigidez de duas colunas de um sistema linear elástico, conforme ilustrado na Fig. 26, para uma viga considerada rígida, ou seja, ( $E.I_v = \infty$ ), pode ser definida como na Eq.(23) abaixo:

$$K_i = \frac{24.E.I_{ci}}{l_i^3}, \quad i = 1, 2. \quad (23)$$

Onde, ( $E.I_v$ ) é a rigidez da viga, ( $E.I_c$ ) é a rigidez da coluna, " $l$ " a altura ou comprimento da coluna, e " $i$ " a variação do primeiro e segundo piso da estrutura de dois pavimentos respectivamente.

Figura 26 – Representação de um pórtico de 2GDL e suas variáveis.



Fonte – Adaptada de Chopra (1995).

Na equação da rigidez da coluna ( $E.I_c$ ), tem-se " $E$ " como sendo o módulo de elasticidade do material em que a coluna é construída, e " $I_c$ " o momento de inércia de área da coluna, relacionado com as dimensões geométricas da mesma, podendo ser definido para uma seção quadrada ou retangular como sendo:

$$I_c = \frac{b.h^3}{12} \quad (24)$$

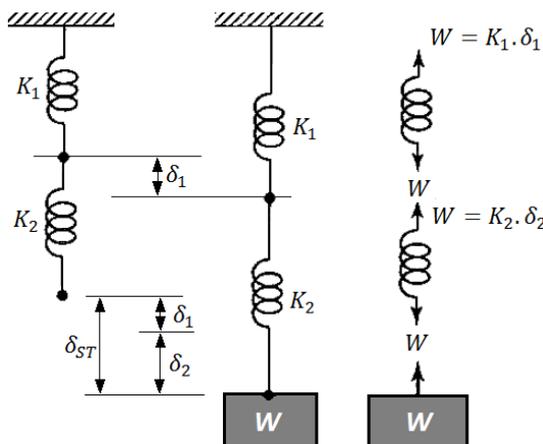
Na qual " $b$ " é a dimensão de base ou largura da coluna, e " $h$ " a espessura da mesma. Nota-se que esta dimensão tem maior influência no momento de inércia

devido a estar elevada ao cubo, isto é, quanto maior o seu valor maior a rigidez da coluna e consequentemente do sistema.

Em aplicações de engenharia várias molas em associação são usadas para determinar a constante elástica ou rigidez equivalente de um sistema. No caso de um pórtico de dois andares 2GDL, a rigidez equivalente pode ser definida como uma associação de duas molas em série que sofre a ação de uma carga “ $W$ ” e alongamentos ( $\delta_1$  e  $\delta_2$ ) respectivamente. A Fig. 27 representa um sistema deste tipo e a constante elástica teórica é dada pela Eq. (25):

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (25)$$

Figura 27 – Representação de duas molas em série submetidas à força “ $W$ ”.



Fonte – Adaptada de Rao (2008).

Desta forma, diz-se que “ $k_1$ ” refere-se à rigidez imposta pelas colunas do primeiro piso da estrutura, “ $k_2$ ” referindo-se a rigidez do segundo piso, e “ $k_{eq}$ ” sendo a rigidez equivalente teórica que representa todo o sistema.

Os valores de rigidez analítica foram obtidos a partir das equações apresentadas e rotina desenvolvida no software *Matlab*®, vista no Apêndice A.

#### 4.1.2 Frequências naturais e modos de vibrar da estrutura

No caso da estrutura em questão que corresponde a um edifício de dois pisos sugere-se a utilização do modelo descrito na seção (3.1.2) para determinação das

frequências naturais e modos de vibrar do sistema, onde será desprezado o amortecimento viscoso e considerado o sistema em vibração livre, como já evidenciado anteriormente.

As características modais analíticas da estrutura foram obtidas a partir do desenvolvimento de algoritmo no ambiente *Matlab*® a partir da matriz dinâmica apresentada na Eq.(14), podendo ser vista também no Apêndice A.

#### **4.1.3 Funções de transferência do sistema**

Um sistema com duas coordenadas independentes submetidas a uma excitação harmônica de base pode ser definido por duas funções de transferência a partir do uso do método das Transformadas de Laplace, como visto na Eq. (22).

Uma rotina desenvolvida por Gonçalves (2016) em ambiente *Matlab*® foi utilizada na concepção das curvas de resposta analítica no domínio da frequência para estrutura concebida neste estudo, referentes ao primeiro e segundo piso, e levando em consideração os parâmetros estruturais e experimentais de massa, rigidez e amortecimento.

#### **4.2 Análise numérica**

Para a análise numérica do sistema foi desenvolvido o modelo estrutural, onde se determinou as frequências naturais do sistema juntamente com seus respectivos modos de vibrar, podendo assim ser visualizado os deslocamentos máximos e mínimos de amplitudes em cada ponto da estrutura.

Para construção do modelo e elaboração do desenho técnico (CAD), foi utilizado o software comercial de desenho e modelagem *Autodesk Inventor*® na sua versão 2015. Já para a determinação das frequências naturais e modos de vibrar da estrutura (análise modal) foi utilizado o software de desenvolvimento e simulação *Ansys*® na sua versão 17.0, por apresentar melhor precisão, eficiência e representatividade nos resultados obtidos.

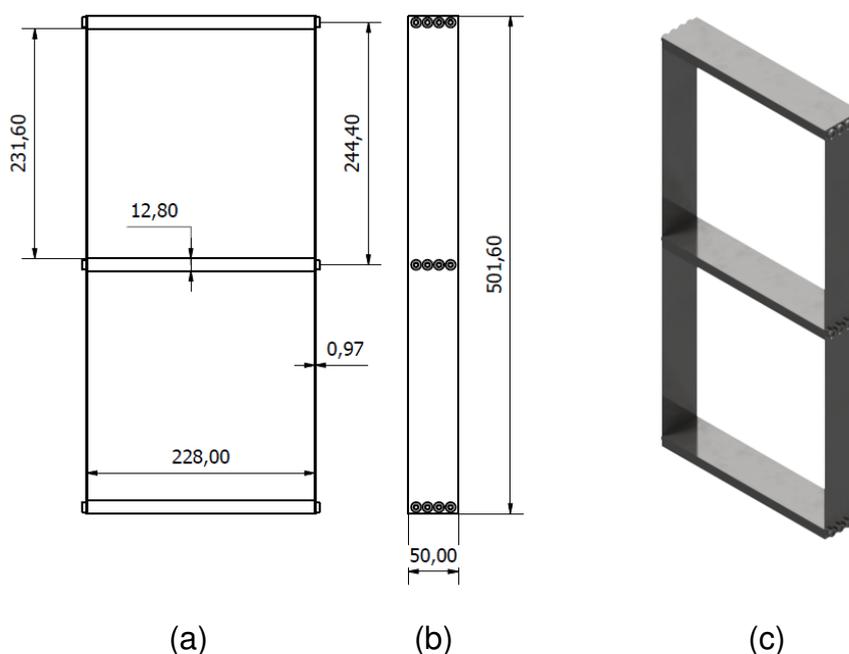
Nesta modelagem não foi realizado o estudo da resposta do sistema com a incorporação dos elementos amortecedores, devido à complexidade da simulação com o acoplamento de tais elementos, ficando sugerida para trabalhos futuros.

#### 4.2.1 Desenho computacional da estrutura

A concepção estrutural em ambiente computacional foi realizada com o objetivo de se determinar as dimensões geométricas do sistema como forma de se verificar a estabilidade estrutural através de simulação e análise modal computacional. Para desenho técnico do modelo foi utilizado o software *Autodesk Inventor*®.

Na Figura 28 é visualizado o pórtico com suas respectivas cotas, usadas nas equações da modelagem analítica, juntamente com a vista explodida da estrutura. O desenho técnico detalhado pode ser visto em Apêndice D.

Figura 28 – Desenho técnico simplificado do pórtico. (a) Vista de frente; (b) Vista de perfil; (c) Vista explodida da estrutura.



Fonte – Autoria Própria.

#### 4.2.2 Frequências naturais e modos de vibrar da estrutura

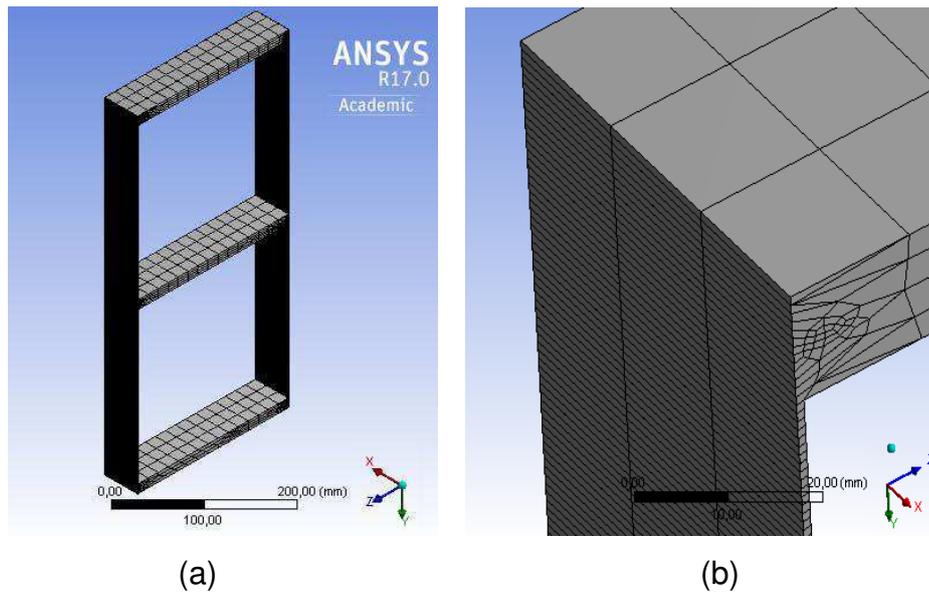
Depois de finalizada a etapa de concepção do projeto da estrutura, inicia-se o procedimento de simulação dinâmica computacional, onde a partir da exportação dos desenhos obtidos anteriormente em uma extensão de arquivo compatível com o software *Ansys*®, podem-se realizar as simulações.

A simulação é uma etapa importante, pois tem como objetivo principal verificar o comportamento dinâmico do sistema, impedindo que falhas encontradas neste

processo venham a comprometer a integridade física da estrutura quando em realização dos testes experimentais.

Neste processo foi definido o modelo a partir da seleção dos materiais para cada elemento que constitui a estrutura, finalizando com a escolha do bloco de comando para análise modal. Para esta simulação foi utilizada uma malha mista de controle com predominância de elementos hexaédricos, contendo 31.074 nós, e aproximadamente 4.047 elementos para o tamanho de 1,0 mm do elemento, juntamente com a seleção do piso “Base” como componente fixo do sistema. A força de atrito entre as partes da estrutura e o contato entre metais das uniões foram desprezados como forma de simplificar o modelo. A Fig. 29 evidencia a malha gerada antes da simulação a partir do uso dos métodos dos elementos finitos.

Figura 29 – Malha de simulação gerada pelo *Ansys®*. (a) Malha completa do modelo; (b) Detalhe do refino da malha referente às colunas.



Fonte – Autoria Própria.

### 4.3 Metodologia experimental

#### 4.3.1 Concepção e modelo estrutural

Neste estudo, foi utilizado um modelo estrutural projetado e construído no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI), e tendo como suporte a oficina

mecânica, ambas pertencentes à Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica (UAEM) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

O modelo é constituído por barras chatas de aço ao carbono do tipo 1020 para composição dos pavimentos, chapas retangulares de aço inoxidável do tipo 304 para composição das colunas, e como elementos de ligação parafusos Allen fabricados em aço comum. A Tab. 1 lista as quantidades, propriedades e dimensões dos componentes utilizadas na fabricação da estrutura. Já na Fig. 30 é evidenciado o modelo e sua montagem final, por fotografias.

Tabela 1 – Descrição dos componentes utilizados na construção da estrutural.

<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>DIMENSÕES (mm)</b>	<b>E (GPa)</b>	<b>MASSA (kg)</b>	<b>QUANTIDADE (Und.)</b>
<b><i>Barra chata de aço 1020</i></b>	<i>228 x 50 x 12,8</i>	<i>200</i>	<i>1,11</i>	<i>03</i>
<b><i>Chapa de aço inox 304</i></b>	<i>501,6 x 50 x 0,97</i>	<i>193</i>	<i>0,190</i>	<i>02</i>
<b><i>Parafuso Allen (3/4")</i></b>	<i>9,5 x 15,5</i>	<i>200</i>	<i>0,004</i>	<i>24</i>
<b><i>TOTAL</i></b>	<i>-</i>	<i>-</i>	<b><i>3,806</i></b>	<b><i>29</i></b>

Fonte – Autoria Própria.

Figura 30 – Modelo estrutural adotado e montagem final dos componentes.



Fonte – Autoria Própria.

A Tabela 2 contém os valores de massas correspondentes à base da estrutura e o primeiro e segundo pavimento quando incorporados os parafusos de ancoragem, obtidos de forma experimental e utilizados posteriormente no cálculo da rigidez estrutural analítica do sistema.

Tabela 2 – Parâmetros de massa dos pisos do sistema.

<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>MASSA (kg)</b>
<b><i>Base + (08) Parafusos</i></b>	<b><i>1,1198</i></b>
<b><i>1º Piso + (08) Parafusos</i></b>	<b><i>1,1490</i></b>
<b><i>2º Piso + (08) Parafusos</i></b>	<b><i>1,1549</i></b>

Fonte – Autoria Própria.

#### 4.3.2 Rigidez estrutural do sistema

Para análise da rigidez experimental do pórtico após montagem final, foi desenvolvido um ensaio de deflexão estática, onde um fio de aço foi fixado na estrutura e tensionado a partir de um sistema de roldana e massas padronizadas inseridas no fio com auxílio de um gancho. Ao passo que a sequência de massas defletia a estrutura, um paquímetro coletava os deslocamentos correspondentes.

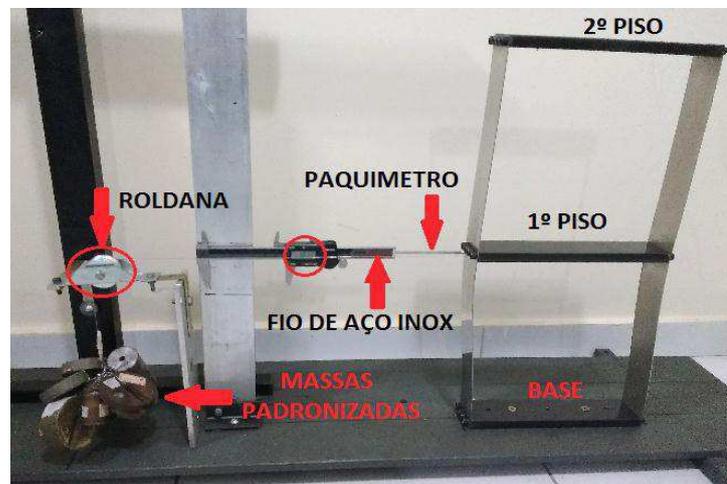
Foram realizadas três montagens de medições com dez (10) aferições cada um, para cada uma das quatro configurações de teste, sendo elas: Sem atuadores, Com atuadores de molas de aço (2x2), Com atuadores individuais (LMF–2x2) e Com atuadores duplos paralelos (LMF–4X4), determinando assim os valores de rigidez correspondentes ao primeiro e segundo pavimento, juntamente com a rigidez equivalente do sistema a fim de comparação com resultados analíticos.

No primeiro experimento analisou-se a rigidez do primeiro piso “ $k_1$ ” fixando o fio de aço na massa correspondente a “ $m_1$ ” e medindo sua deflexão. No segundo ensaio o fio de aço foi fixado na massa “ $m_2$ ” e a rigidez “ $k_2$ ” pôde ser medida com o auxílio de uma chapa de alumínio engastada no primeiro piso, o qual impediu à deflexão correspondente as colunas do primeiro pavimento. No último experimento determinou-se a rigidez equivalente do sistema “ $k_{eq}$ ”, onde a partir da fixação do fio de aço na massa “ $m_2$ ” e medição da sua deflexão, pôde-se determinar este parâmetro, porém sem a utilização do engaste na primeira massa, permitindo que os

deslocamentos correspondentes ao primeiro e segundo piso ( $\delta_1$  e  $\delta_2$ ), fossem somados, resultando na rigidez total da estrutura.

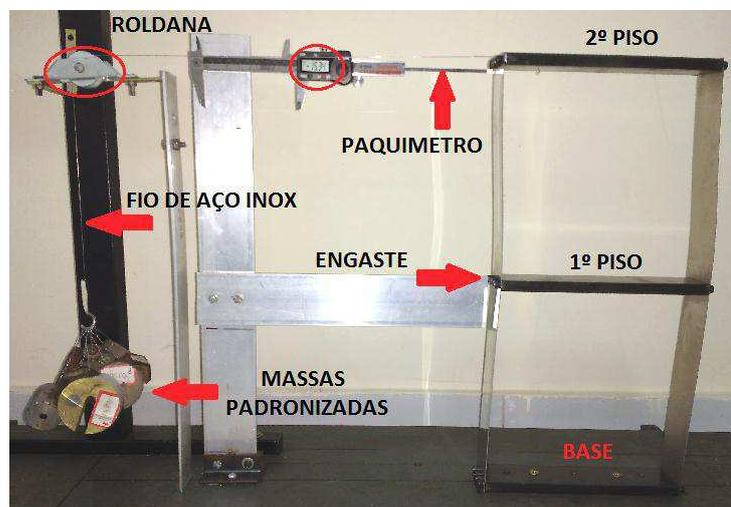
Nas Figuras 31, 32 e 33 são mostradas as montagens da medição experimental, para a configuração da estrutura sem os atuadores, evidenciando os componentes utilizados no procedimento. As imagens foram capturadas na última medição de cada experimento, quando a carga referente à soma das massas alcança seu maior valor, permitindo a deflexão máxima em cada estágio.

Figura 31 – Primeiro piso do pórtico sendo deslocado por uma determinada carga “W”. Primeira montagem de medição, rigidez “k1”.



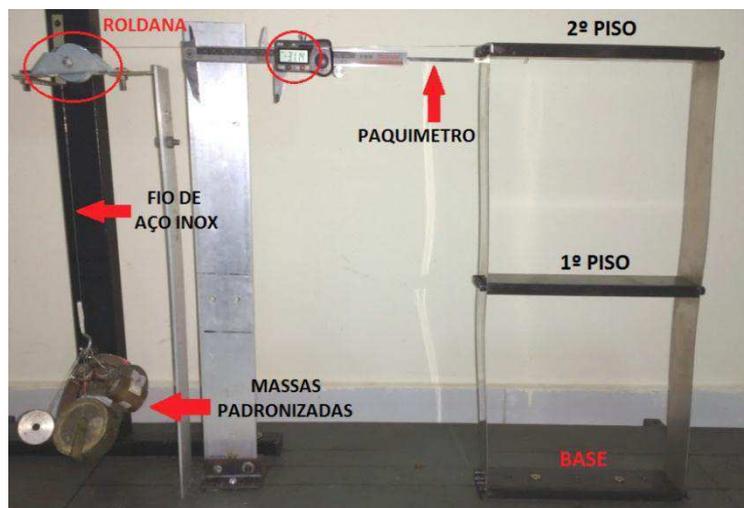
Fonte – Autoria Própria.

Figura 32 – Segundo piso do pórtico sendo deslocado por uma determinada carga “W”. Segunda montagem de medição, rigidez “k2”.



Fonte – Autoria Própria.

Figura 33 – Segundo piso do pórtico sendo deslocado por uma determinada carga “W”. Terceira montagem de medição, rigidez “keq”.



Fonte – Autoria Própria.

Levando em consideração que a força peso gravitacional é dada pela equação  $[Y = M \cdot g (N)]$ , onde  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , e os deslocamentos relativos dados em metro, encontra-se a rigidez em (N/m) para cada medição.

Os valores descritos como “X1(m)” referem-se às medidas de deslocamento aferidas no primeiro pavimento, enquanto que “X2E(m)” refere-se aos valores das medidas no segundo pavimento e com a presença do engaste na primeira massa, por fim “X2L(m)” refere-se à rigidez total do sistema, ou seja, as medidas de deslocamentos aferidas na segunda massa e sem a presença do engaste no primeiro piso. Os dados e as curvas de resposta foram tratados com auxílio do software *OfficeExcel*®.

De forma análoga esta mesma sequência de experimentos foram realizadas para as outras configurações adotadas, obtendo-se assim os valores de rigidez experimental e analítica da estrutura quando incorporação do sistema de controle.

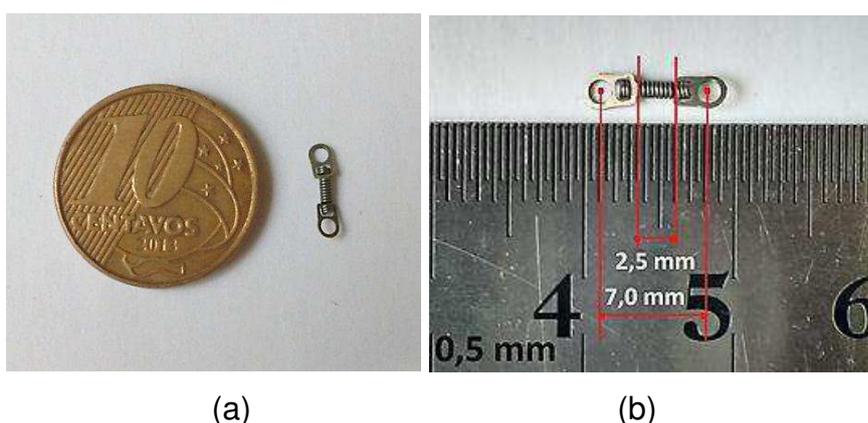
#### 4.3.3 Caracterização das molas de aço e minimolas (LMF–NiTi)

Neste estudo foram utilizados elementos elásticos do tipo molas helicoidais fabricadas em aço e minimolas helicoidais de (LMF–NiTi) que apresentam efeito superelástico à temperatura ambiente. No segundo caso o acréscimo de amortecimento na estrutura foi devido à propriedade termomecânica da pseudoelasticidade presentes em LMF's.

As minimolas originalmente tem função ortodôntica e são comercializadas pela empresa Dental Morelli. A Fig. 34 ilustra uma das minimolas de Nitinol usada no estudo. Em seu estado original as mesmas são comercializadas com comprimentos que variam de (7,0; 9,0; 12,0 e 15,0 mm) entre os olhais, todavia foi selecionado o comprimento correspondente a 7,0mm e 12,0mm devido a apresentarem melhor adequação a amplitudes de deslocamento da estrutura no segundo e primeiro pavimento respectivamente, obtendo-se assim maior eficiência de dissipação de energia, como provado posteriormente.

Para o caso dos outros tipos e configurações dos elementos incorporados no sistema, foi verificado o comprimento útil e entre olhais analogamente a minimola M7, como evidenciado abaixo. Estes valores são informados na Tab. 3.

Figura 34 – Minimola superelástica M7 de (LMF–NiTi). a) Proporção comparativa; b) Comprimento entre olhais e útil da minimola.



(a)

(b)

Fonte – Autoria Própria.

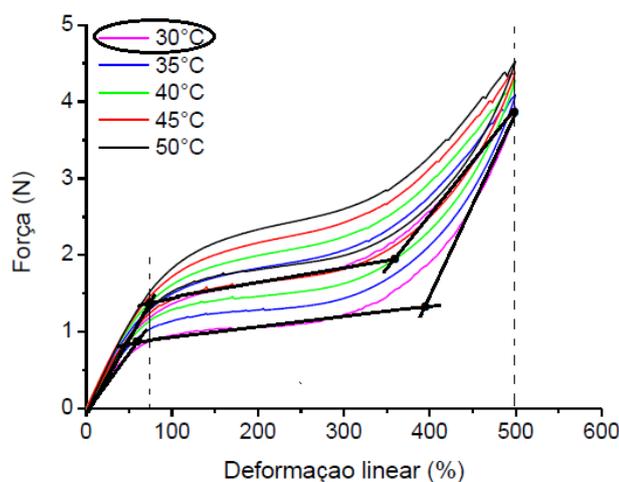
Para a minimola M7 adotada, o número de espiras ativas é de sete (07), enquanto que na minimola M12 esse número é de vinte e seis (26). Ambas apresentam ângulo de espira inicial igual à zero, ou seja, as mesmas se encontram inicialmente completamente fechada. Para o cálculo da deformação linear experimentada pelas minimolas foi considerado o comprimento útil de 2,5mm para minimola M7 e 7,5mm para minimola M12 de acordo com o ponto de engaste dos olhais. Como as minimolas são provenientes do mesmo fabricante, todas foram consideradas inicialmente com as mesmas características. O fabricante não informa dados sobre a composição detalhada da liga e suas temperaturas de transformação.

Para o caso das configurações de minimolas duplas acopladas em paralelo, o valor de comprimento útil é o mesmo, porém com a distinção de que o número de espiras ativas deve ser multiplicado por dois (02) para cada tipo de minimola. Este passo se faz necessário para o cálculo do volume de material LMF usado em cada configuração testada.

As molas de aço utilizadas como forma de comparação dos resultados foram disponibilizadas pelo LVI e suas características dimensionais podem ser vistas também na Tab. 3. A escolha destes elementos foi devida ao critério de que a estrutura mantivesse uma rigidez equivalente aproximada com a estrutura incorporada da configuração de minimolas (LMF-2x2), validando assim a análise dos resultados obtidos.

Na Figura 35 observa-se o conjunto de curvas de resposta superelásticas de (Força/Deslocamento) das minimolas de Nitinol em função da temperatura de ensaio, permitindo visualizar um aumento proporcional da força com a temperatura. As linhas tracejadas marcam os valores de (% de deformação) mínimos e máximos para que o material apresente o comportamento superelástico. A curva de cor rosa (grifada em negrito) corresponde à temperatura mais próxima da ambiente, com valor de 30°C, que permite maior dissipação de energia.

Figura 35 – Comportamento termomecânico da minimola (LMF-NiTi) superelástica em função da temperatura de ensaio.



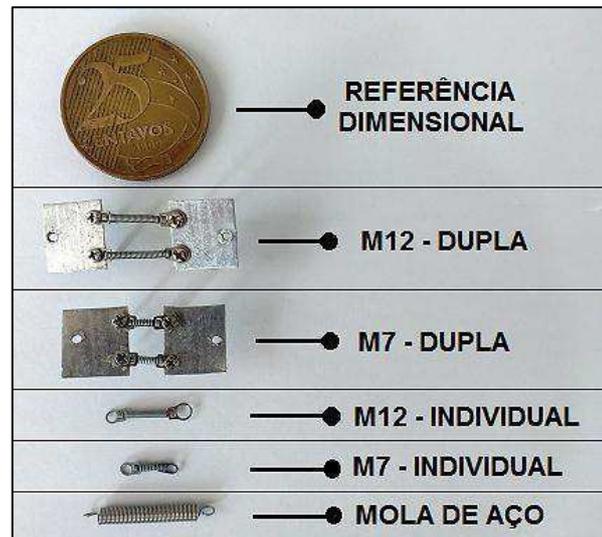
Fonte – Adaptada de Grassi (2014).

Segundo Grassi (2014), o maior valor de energia dissipada está dentro de uma faixa de 80 a 500% de deformação linear, logo para uma otimização dessa variável, faz-se necessário que o deslocamento efetivo dos elementos esteja dentro dessa faixa de deformação, evitando assim problemas de flambagem, plastificação do material ou saída do loop histerético.

As minimolas superelásticas foram intituladas com a seguinte nomenclatura: M7 – individual (Minimola simples com 2,5 mm de comprimento útil); M7 – dupla (Minimola dupla em paralelo com 2,5mm de comprimento útil); M12 – individual (Minimola simples com 7,5 mm de comprimento útil); M12 – dupla (Minimola dupla em paralelo com 7,5 mm de comprimento útil).

A Figura 36 revela os modelos reais dos atuadores listados acima, juntamente com a mola de aço comum usada como intermédio comparativo na análise modal experimental.

Figura 36 – Conjunto dos elementos incorporados no sistema estrutural.



Fonte – Autoria Própria.

A Tabela 3 vista a seguir contém os parâmetros dimensionais e características dos elementos apresentados, nos quais:

$L_u$  – Comprimento útil das molas de aço e minimolas LMF;

$L_o$  – Comprimento entre olhais das molas de aço e minimolas LMF;

$N_e$  – Número de espiras ativas das molas de aço e minimolas LMF;

$V_m$  – Volume de material útil de um tipo de mola de aço ou minimola LMF;

Tabela 3 – Parâmetros dimensionais dos elementos atuadores.

<b>TIPOS DE ATUADORES</b>	$L_u$ (mm)	$L_o$ (mm)	$N_e$ (Und.)	$V_m$ (mm <sup>3</sup> )
<b>MOLAS DE AÇO</b>	15,0	21,0	47	41,47
<b>M7 - INDIVIDUAL</b>	2,5	7,0	07	2,494
<b>M12 - INDIVIDUAL</b>	7,5	12,0	26	7,481
<b>M7 - DUPLA</b>	2,5	23,0	14	4,987
<b>M12 - DUPLA</b>	7,5	29,0	52	14,96

Fonte – Autoria Própria.

Como para as duas configurações de teste do sistema incorporando minimolas superelásticas foram anexadas um tipo de minimola para cada pavimento, o volume total de material útil incorporado na estrutura para estes casos pode ser calculado pela equação: ( $V_{Total(LMF)} = 2.V_m(M12i) + 2.V_m(M7i)$ ;  $i = individual, dupla$ ). Já para a configuração do sistema incorporando molas de aço comum, o volume total de material é de:  $V_{Total(AÇO)} = 4.V_m(Mola Aço)$ .

A Tab. 4 exibe o volume de material útil total dos elementos atuadores para cada configuração e sua redução percentual quando comparados os atuadores de aço com as minimolas LMF. Aqui também são citadas as configurações adotadas nos testes experimentais, na qual a designação (2x2) e (4x4) se referem ao número de molas ou minimolas incorporadas na estrutura, sendo quatro (duas em cada piso) e oito (quatro em cada piso) respectivamente.

Tabela 4 – Volume total dos elementos atuadores para cada configuração.

<b>CONFIGURAÇÕES ADOTADAS</b>	$V_{Total}$	%R
<b>SEM ATUADORES</b>	-	-
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	165,8 mm <sup>3</sup>	-
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	19,95 mm <sup>3</sup>	<b>88%</b>
<b>MINIMOLAS LMF (4x4)</b>	39,89 mm <sup>3</sup>	<b>76%</b>

Fonte – Autoria Própria.

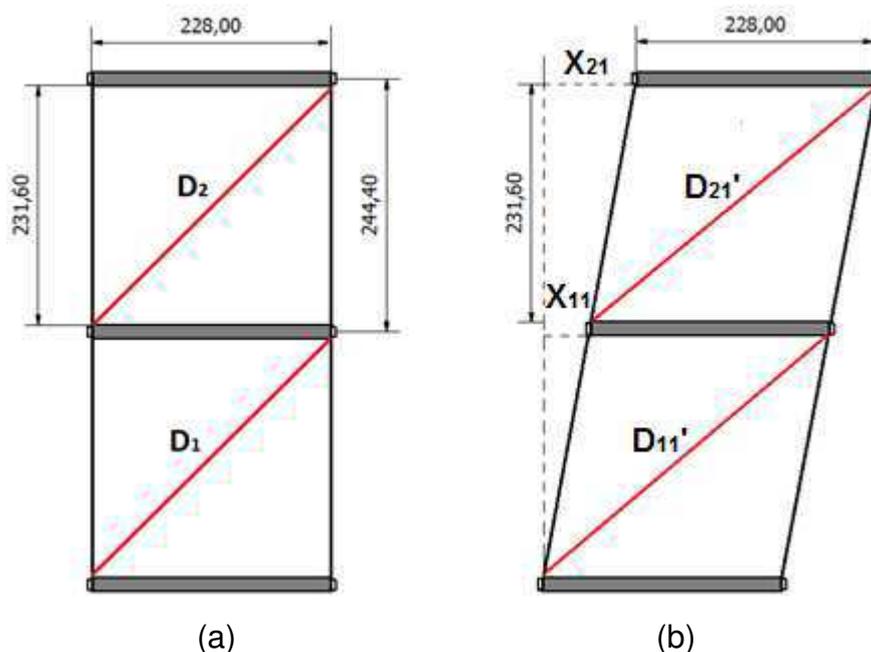
#### 4.3.3.1 Elongação das minimolas (LMF–NiTi)

Nos testes dinâmicos do modelo estrutural com a incorporação das minimolas de LMF, fez-se necessário à realização de um estudo prévio relacionado ao tensionamento e deformação inicial na qual a mesma seria submetida, com o intuito de impedir que este elemento entrasse no regime de deformação plástica, como também assegurando que os mesmos se alongassem próximo da deformação máxima dentro do laço de histerese, permitindo a dissipação máxima de energia.

Para obtenção do valor de deformação inicial, realizou-se o ensaio em vibração forçada do modelo estrutural sem a incorporação de qualquer elemento atuador, com a finalidade de se determinar a deflexão máxima em cada piso da estrutura e a deformação em cada diagonal onde serão anexados estes elementos.

A Figura 37 demonstra o esquema para a determinação dos parâmetros dimensionais ( $D_{11}'$  e  $D_{21}'$ ) relacionados às diagonais do primeiro e segundo pavimento da estrutura respectivamente, quando a mesma é submetida à frequência de excitação referente ao primeiro modo de vibrar. Nesta etapa foi verificado que estes sistemas possuem maiores amplitudes de deslocamento no primeiro modo de vibração. Logo, a elongação dos atuadores foi calculada a partir deste modo.

Figura 37 – Representação dos parâmetros de diagonais da estrutura. (a) Diagonais estáticas; (b) Diagonais deformadas obtidas para o 1º modo de vibrar.



Fonte – Autoria Própria.

De forma inicial determinam-se os valores das diagonais do primeiro e segundo pavimento ( $D_1$  e  $D_2$ ) para o sistema estático a partir do teorema de Pitágoras, onde os valores referentes aos comprimentos dos pisos e das colunas indicam os catetos de um triângulo retângulo, e as diagonais, sua hipotenusa.

Após a análise das curvas experimentais de FRF do sistema submetido à vibração forçada, podem-se obter os valores de deslocamento ( $X_{1i}$  e  $X_{2i}$ ) referentes à deflexão máxima em cada pavimento da estrutura, sendo ( $i = 1, 2$ ) correspondentes ao 1º e 2º modos de vibração respectivamente. Estes valores podem ser obtidos a partir da Eq. (26):

$$X_{1i} = T_{d1i} \cdot A_{1i} \quad (26)$$

$$X_{2i} = T_{d2i} \cdot A_{2i}$$

Na qual, ( $T_{d1i}$  e  $T_{d2i}$ ) representam as transmissibilidades de deslocamento com relação à base relacionadas ao primeiro e segundo piso e modos de vibrar respectivamente, e de forma análoga ( $A_{1i}$  e  $A_{2i}$ ) a amplitude de entrada na base para a função excitadora, dada em milímetros.

Assumindo que " $X_{1i}$ " possui o mesmo valor para toda a espessura da barra que constitui o primeiro piso, obtêm-se os valores de deformação em cada diagonal na condição da Fig. 37(b), determinados pela Eq. (27).

$$D'_{11} = \sqrt{(l_1)^2 + (X_{11} + P_1)^2} \quad (27)$$

$$D'_{21} = \sqrt{(l_2)^2 + [(X_{21} - X_{11}) + P_2]^2}$$

Onde, têm-se pelos dados do desenho técnico da estrutura apresentado na Fig. 37(a) que, ( $l_1 = l_2 = 231,60 \text{ mm}$ ) e ( $P_1 = P_2 = 228,00 \text{ mm}$ ). Para este caso, após a determinação dos valores das diagonais deformadas, podem-se encontrar as variações de alongamento das minimolas ( $\Delta_{11}$  e  $\Delta_{21}$ ) no 1º modo de vibração para o primeiro e segundo piso respectivamente, a partir da relação abaixo:

$$\Delta_{11} = D'_{11} - D_1 \quad (28)$$

$$\Delta_{21} = D'_{21} - D_2$$

Analogamente os valores destes mesmos parâmetros relacionados ao 2º modo de vibração do sistema podem ser encontrados usando o conjunto de equações apresentados acima, usando ( $i = 2$ ).

Tomando como base o resultado da caracterização da minimola utilizada neste estudo, pode-se verificar no gráfico (Força/Deformação) a porcentagem de deformação máxima, ou maior valor de deformação possível do laço de histerese, sem que a minimola entre em regime de deformação plástica.

Desta forma, deve-se adotar a estratégia de se utilizar uma alongação inicial mínima, garantindo que a deformação máxima não ultrapasse o regime elástico ou final do laço de histerese.

#### **4.3.3.2 Incorporação dos elementos atuadores na estrutura**

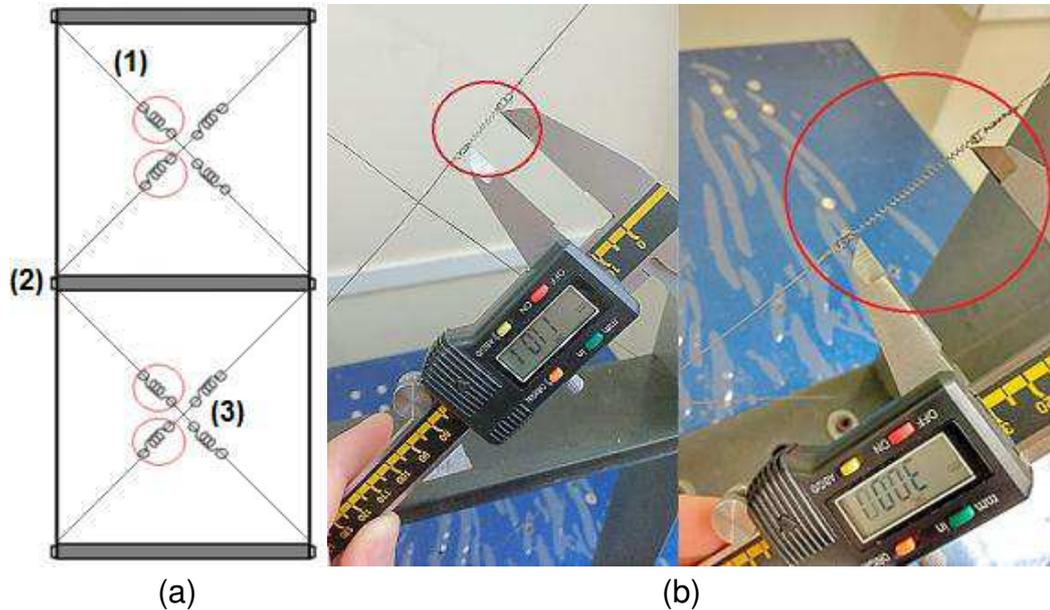
Com relação à incorporação destes elementos atuadores, foi realizado o procedimento de forma que os mesmos fossem acoplados ao sistema a partir da conexão de quatro fios de aço comum (tirantes) fixados aos olhais das minimolas e conectados nos pisos da estrutura por meio de ancoragem na base, no primeiro e segundo piso respectivamente, através dos parafusos de fixação.

Os tirantes de aço receberam um pré-tensionamento inicial, de modo que deformassem as minimolas em um determinado nível, permitindo que as mesmas estivessem em uma região de regime superelástico antes que ensaios dinâmicos fossem realizados no pórtico. Este *Offset* foi obtido mediante aferições realizadas com um instrumento utilizado para medir deslocamentos, do tipo paquímetro.

Tomando como hipótese que as minimolas possuam uma rigidez bem menor que a dos fios de aço, pode-se considerar que o acréscimo de amortecimento estrutural imposto ao sistema, deverá ser associado a elas, sendo os fios apenas elementos de fixação, desconsiderando assim qualquer deformação nos mesmos.

A Figura 38 ilustra a conexão dos fios de aço no pórtico (1), onde se observa a presença dos parafusos de ancoragem (2), e o posicionamento e conexão das molas de liga de aço e das minimolas superelásticas pelos anéis de fixação (3). Pode-se observar também o procedimento de aferição para o *Offset* das minimolas com o paquímetro.

Figura 38 – Esquema de acoplamento das minimolas individuais LMF na estrutura.  
 (a) Representação ilustrativa da disposição dos elementos; (b) Procedimento de aferição da deformação das minimolas LMF.

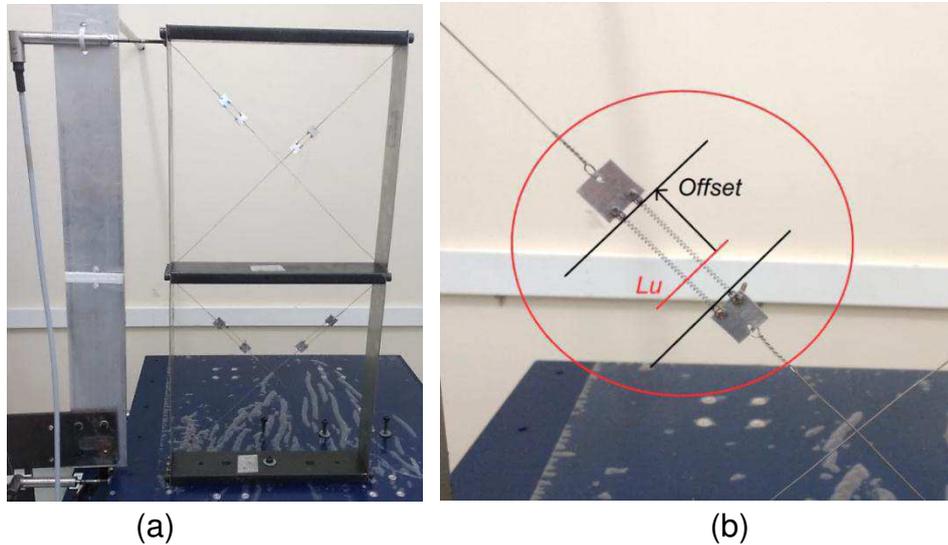


Fonte – Autoria Própria.

Posteriormente será realizada a adição de mais quatro minimolas superelásticas de LMF, circuladas em vermelho na Fig. 38(a), acopladas e dispostas simetricamente em pares formando uma associação de molas em paralelo, como pode ser visto em Fig. 39. Percebe-se que o elemento de comprimento útil ( $L_u$ ) alonga-se até uma determinada amplitude correspondente a seu ponto de *Offset*, onde é travada a armação. Esta aferição também é realizada por intermédio de um paquímetro.

Neste ponto quando solicitada, a estrutura irá deslocar-se expandindo o elemento, ocorrendo à transformação direta/Martensítica da LMF, a transformação reversa/Austenítica é conseguida quando o elemento é descarregado, passando pelo ponto central e formando o laço histerético de dissipação de energia. Este fenômeno também ocorre de forma análoga para a configuração de minimolas individuais mostradas anteriormente.

Figura 39 – Esquema de acoplamento das minimolas duplas LMF na estrutura. (a) Estrutura com as oito minimolas acopladas; (b) Modelo real do pré-tensionamento na M12 - Dupla como forma de deformação inicial *Offset*.



Fonte – Autoria Própria.

#### 4.3.3.3 Energia dissipada nas minimolas (LMF–NiTi)

Para determinação da energia mecânica dissipada em cada piso da estrutura e para cada amplitude de deformação na qual o sistema foi submetido, foi realizada uma caracterização experimental quase-estática e dinâmica com o auxílio de uma máquina de ensaio dinâmica INSTRON E10000, onde as minimolas superelásticas foram testadas. Esta caracterização tem como objetivo simular o comportamento dos atuadores passivos, quando o sistema é submetido a uma excitação permanente pela base, e a partir de então determinar a quantidade real de energia mecânica está sendo dissipada nas frequências naturais da estrutura.

A princípio, realizou-se um ensaio quase-estático a uma frequência muito baixa com o intuito de se definir a quantidade de energia máxima dissipada nas minimolas para uma deformação percentual partindo de 0% até aproximadamente 500% do seu comprimento útil, onde este valor define o patamar máximo antes da plastificação do material, ainda na fase Martensita. Posteriormente, o ensaio dinâmico foi realizado levando em consideração para todos os casos apenas o período de amostragem de captura do sinal real de 10 segundos, obtendo-se assim um maior número de ciclos conforme o aumento da frequência de ensaio.

Igualmente a análise modal experimental, na análise dinâmica as minimolas foram pré-tensionadas e pré-deformadas no mesmo *Offset*, com o objetivo de centralizar a deformação de modo que a mesma obtenha o loop de histerese mais eficiente nos ciclos de carregamento e descarregamento.

Os testes foram realizados nos quatro tipos de minimolas incorporadas na estrutura. As frequências naturais e as amplitude de deformação de pico em porcentagem (%Ap) a qual as minimolas foram submetidas no ensaio dinâmico são as mesmas referentes às deformações reais da estrutura submetida à excitação forçada de base. Os valores são mostrados na Tab. 5.

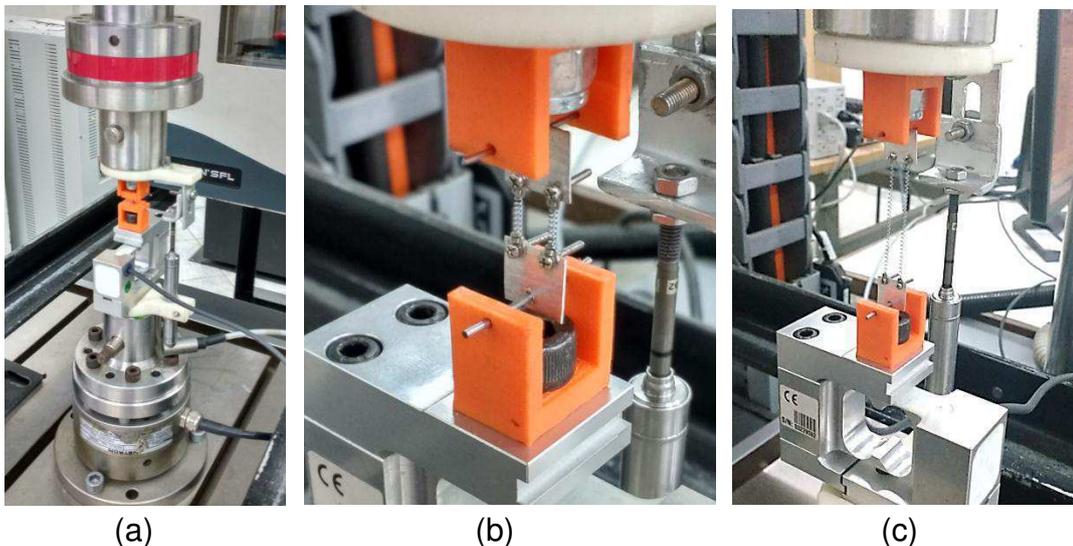
Tabela 5 – Resultados do ensaio dinâmico das minimolas LMF.

MINIMOLAS (LMF)	$\omega_n$ (Hz)	%Ap	
		M12 – 1º PISO	M7 – 2º PISO
<b>INDIVIDUAL</b>	3,25	72 %	73 %
	9,10	21 %	16 %
<b>DUPLA</b>	3,50	61 %	100 %
	10,40	12 %	3 %

Fonte – Autoria Própria.

Figura 40 – Instrumentação usada na caracterização dinâmica das minimolas LMF.

(a) Minimola M7- Individual fixada a INSTRON; (b) Minimola M7- Dupla pré-deformada antes do ensaio; (c) Minimola M12 - Dupla no momento do ensaio.



Fonte – Autoria Própria.

A Figura 40 permite visualizar a montagem para o ensaio dinâmico real das minimolas superelásticas. As mesmas foram incorporadas na máquina de ensaio de tração com auxílio de pinos fixados aos olhais da amostra e anexados em um sistema de suporte, fabricados em ABS. A instrumentação usada no ensaio, como o transdutor de deslocamento LVDT do tipo *WA/20 mm-L*, e a célula de carga modelo HBM® 10N, para aferição da deformação e força aplicada respectivamente, também é mostrada.

#### 4.3.4 Montagem de medição em vibração livre

Para os testes em vibração livre, a estrutura foi fixada sob uma mesa inercial de concreto com formato de prisma apoiada em molas helicoidais. A mesa inercial se apresenta como um sistema com um grau de liberdade e com frequência natural abaixo das frequências principais da estrutura ensaiada.

Foi utilizado um martelo de impacto modelo *PCB® 086D05* para gerar um sinal de entrada de caráter transiente do tipo impacto e um sensor do tipo acelerômetro modelo *PCB® 353B01 SN 79532* para captar o sinal de saída. Os dados foram capturados pelo equipamento de registro e análise de sinais, o analisador dinâmico modelo *Agilent® 37670A*, e posteriormente manipulados no software *Matlab®*.

Figura 41 – Montagem experimental da estrutura em vibração livre.



Fonte – Autoria Própria.

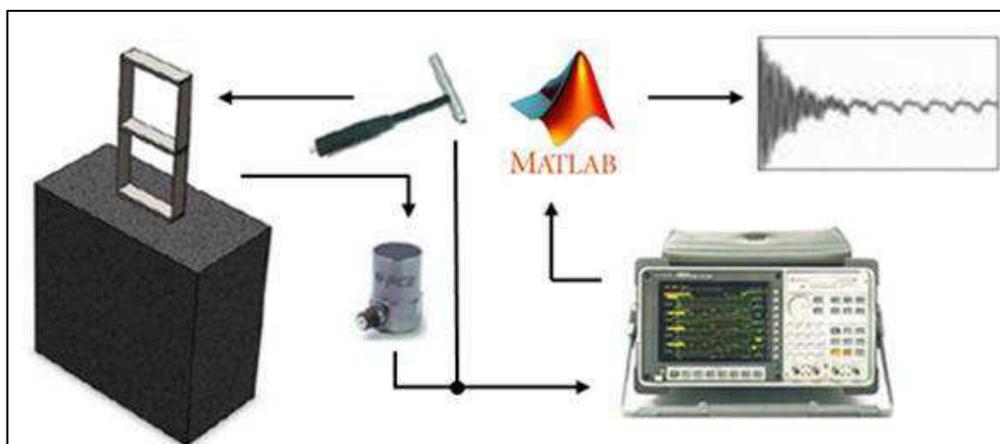
Este experimento tem como objetivo determinar o gráfico de resposta em função do tempo, no qual se determina as amplitudes em termos de aceleração, como também o período de atenuação da vibração imposta ao sistema. Obtêm-se ainda o espectro de frequências onde é possível visualizar os picos e valores de frequências naturais da estrutura para fins de validação dos resultados analíticos. A montagem real e a instrumentação utilizada são evidenciadas na Fig. 41.

Os testes foram divididos em quatro (04) etapas, sendo utilizada a mesma instrumentação para todos os casos. A força externa (martelo de impacto) incidiu no segundo piso da estrutura, juntamente com a captura do sinal de saída (acelerômetro) por apresentarem menor ruído ou interferência nos sinais gerados.

De forma análoga a montagem apresentada acima o sistema foi ensaiado em vibração livre quando submetido a um deslocamento lateral de 4,0 cm de amplitude, partindo do segundo piso. Este método de excitação tem como objetivo verificar o desempenho das configurações adotadas dos atuadores superelásticos quando a estrutura é imposta a amplitudes de aceleração mais elevadas. As etapas realizadas para ambos os casos são evidenciadas abaixo. A sequência do procedimento experimental também pode ser vista na Fig. 42.

- 1º ETAPA: Teste em vibração livre da estrutura sem elementos atuadores;
- 2º ETAPA: Teste em vibração livre com a incorporação de molas de aço (2x2);
- 3º ETAPA: Teste em vibração livre com incorporação de minimolas (LMF-2x2);
- 4º ETAPA: Teste em vibração livre com incorporação de minimolas (LMF-4x4).

Figura 42 – Representação esquemática da sequência do procedimento experimental de excitação e captura dos sinais do sistema em vibração livre.



Fonte – Autoria Própria.

#### 4.3.5 Montagem de medição em vibração forçada

Nos testes em vibração forçada com excitação pela base foi utilizado um excitador eletromecânico do tipo mesa vibratória modelo *Quanser® Shake Table II*, com (1GDL). As suas principais características são evidenciadas na Tab. 6.

Tabela 6 – Características da mesa vibratória Quanser® Shake Table II.

<b>Dimensões</b>	61,0 x 46,0 x 13,0 cm
<b>Deslocamento máximo</b>	± 7,6 cm
<b>Carga máxima</b>	7,5 kg
<b>Massa</b>	27,2 kg
<b>Aceleração máxima</b>	24,5 m/s <sup>2</sup>
<b>Frequência máxima</b>	15 Hz

Fonte – Autoria Própria.

A mesa é gerenciada por um computador e seu software de comando o *QUARC®*, através da plataforma *Shake Table II Control®* ou da interface do *Matlab®* a partir do *Simulink®*. Os sinais de entrada e de saída da estrutura foram capturados através de sensores do tipo LVDT's, modelo *WI/10 mm-T* e *WA/20 mm-L*, ambos da fabricante *HBM®* e registrados pelo sistema de aquisição de dados *QuantumX®*, do mesmo fabricante, juntamente com o software de análise de sinais *CatmanEasy®*. O tratamento de dados foi realizado no *Matlab®*. A montagem real e a instrumentação utilizada são evidenciadas na Fig. 43:

Figura 43 – Montagem experimental do sistema em vibração forçada.



Fonte – Autoria Própria.

Para os ensaios dinâmicos da estrutura em vibração forçada foi estudado o comportamento da mesma quando submetida a forças de excitação de natureza harmônica, como uma função senoidal, por exemplo. Neste caso com uma amplitude de entrada de pico de 0,6 mm.

Sabendo que a solicitação imposta pela mesa entrega ao sistema uma quantidade de energia que é função do sinal de entrada e da frequência de excitação, é possível determinar a FRF a partir das medições de deslocamento para cada piso, extraindo dessas curvas valores importantes na análise de vibrações, como as frequências naturais, os coeficientes de transmissibilidade de deslocamento e os fatores de amortecimento associados a cada modo de vibrar. A sequência do procedimento experimental pode ser vista na Fig. 44.

Figura 44 – Representação esquemática da sequência do procedimento experimental de excitação, captura e análise do sistema em vibração forçada.



Fonte – Autoria Própria.

O ensaio dinâmico da estrutura em vibração forçada pela base foi dividido em quatro (04) etapas, cada uma subdividida em duas medições referentes aos dois pisos da estrutura. As medições foram realizadas separadamente com intuito de se evitar interferência na leitura dos LVDT's, devido ao pequeno acréscimo de amortecimento imposto pelo atrito entre as partes móveis do sensor, percebidos em ensaios anteriores. Dito isto, os testes seguiram-se na seguinte ordem:

- 1º ETAPA: Teste em vibração forçada da estrutura sem elementos atuadores;
  - 1º MEDIÇÃO: Captura dos sinais gerados pelo LVDT 01 acoplado a mesa vibratória e LVDT 02 acoplado ao primeiro pavimento da estrutura.
  - 2º MEDIÇÃO: Captura dos sinais gerados pelo LVDT 01 acoplado a mesa vibratória e LVDT 02 acoplado ao segundo pavimento da estrutura.
- 2º ETAPA: Teste em vibração forçada da estrutura com a incorporação de molas de aço (2x2);
  - 1º MEDIÇÃO e 2º MEDIÇÃO de forma análoga a etapa anterior.
- 3º ETAPA: Teste em vibração forçada da estrutura com a incorporação de minimolas (LMF-2x2);
  - 1º MEDIÇÃO e 2º MEDIÇÃO de forma análoga a etapa anterior.
- 4º ETAPA: Teste em vibração forçada da estrutura com a incorporação de minimolas (LMF-4x4);
  - 1º MEDIÇÃO e 2º MEDIÇÃO de forma análoga a etapa anterior.

Embora a mesa vibratória possua um acelerômetro próprio embutido em seu sistema e controlado por software, faz-se necessário à programação de um sensor de deslocamento acoplado a mesa vibratória em todas as etapas, necessidade esta devido à falta de precisão do sinal desejado com o sinal obtido quando as frequências se aproximam da frequência máxima de 15 Hz do equipamento.

Todos os testes seguiram a mesma montagem de medição, onde se iniciou com um valor de frequência excitadora de 1,0 Hz e finalizou-se com um valor de 11 Hz, seguindo com um incremento ou passo da ordem de 0,05 Hz. Na captação do sinal, em cada frequência, esperou-se um tempo padrão de 10 segundos para o sistema entrar em regime permanente, ou seja, superar a fase de transição devido à mudança da excitação. Já em regime permanente a captação do sinal foi realizada com uma taxa de 50 Hz e um período de 10 segundos corridos, totalizando 500 pontos de resolução em cada medida. Logo, cada curva foi gerada a partir da obtenção de 201 pontos, propiciando uma boa exatidão nos picos de ressonância e aumentando a precisão dos valores de amortecimento calculados.

Após a captação dos dados, os mesmos foram tratados com auxílio de uma rotina desenvolvida no software *Matlab®*, onde inicialmente centralizaram-se os sinais em um valor padrão (zero) e posteriormente calculou-se a Fast Fourier Transformer (FFT) para cada um desses sinais e em seguida obteve-se seu valor ou

ponto máximo. A partir da divisão, em cada ponto de frequência de excitação, do valor máximo de saída pelo valor máximo de entrada  $[X(\omega)/Y(\omega)]$  pôde-se construir o gráfico da FRF, para cada etapa descrita anteriormente.

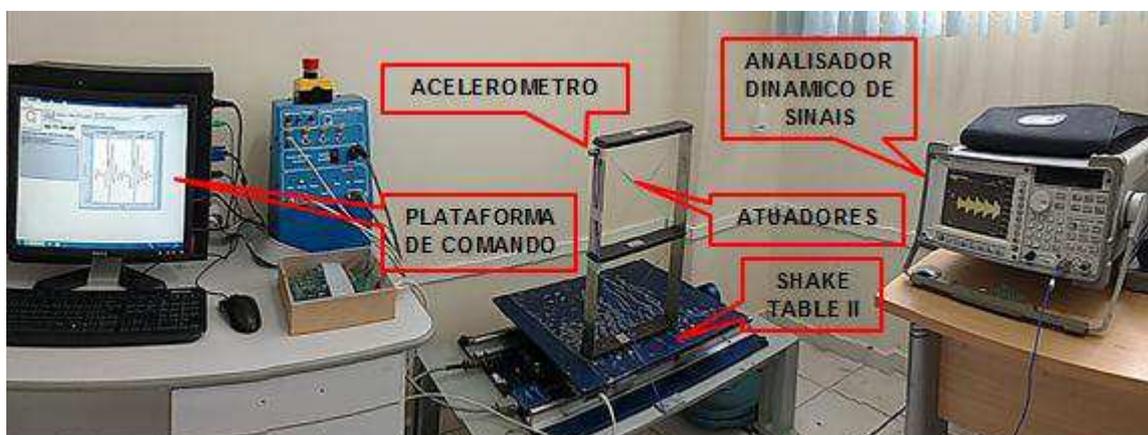
#### 4.3.6 Montagem de medição a excitação sísmica

Para os testes experimentais da estrutura submetida a um abalo de natureza sísmica, foi utilizado o mesmo excitador eletromecânico *Quanser® Shake Table II*, caracterizado na etapa anterior, onde a partir de um sinal de entrada transiente e aleatório pré-definido na plataforma *Shake Table II Control®* foi capturado o comportamento dos dois pavimentos da estrutura.

O intuito principal desta análise é de se verificar as amplitudes de aceleração do sinal no tempo e os correspondentes espectros de frequência gerados pela FFT deste mesmo sinal, determinando assim o comportamento dos picos de aceleração do sistema quando incorporado de um controle passivo a partir de atuadores superelásticos, em comparação com o sistema sem e com a implantação de molas de aço comum.

Analogamente a etapa em vibração livre um sensor do tipo acelerômetro modelo *PCB® 353B01 SN 79532* foi utilizado para capturar o sinal de saída. Os dados gerados foram registrados pelo analisador dinâmico modelo *Agilent® 37670A*, e posteriormente manipulados no software *Matlab®*. A montagem real do experimento é mostrada na Fig. 45.

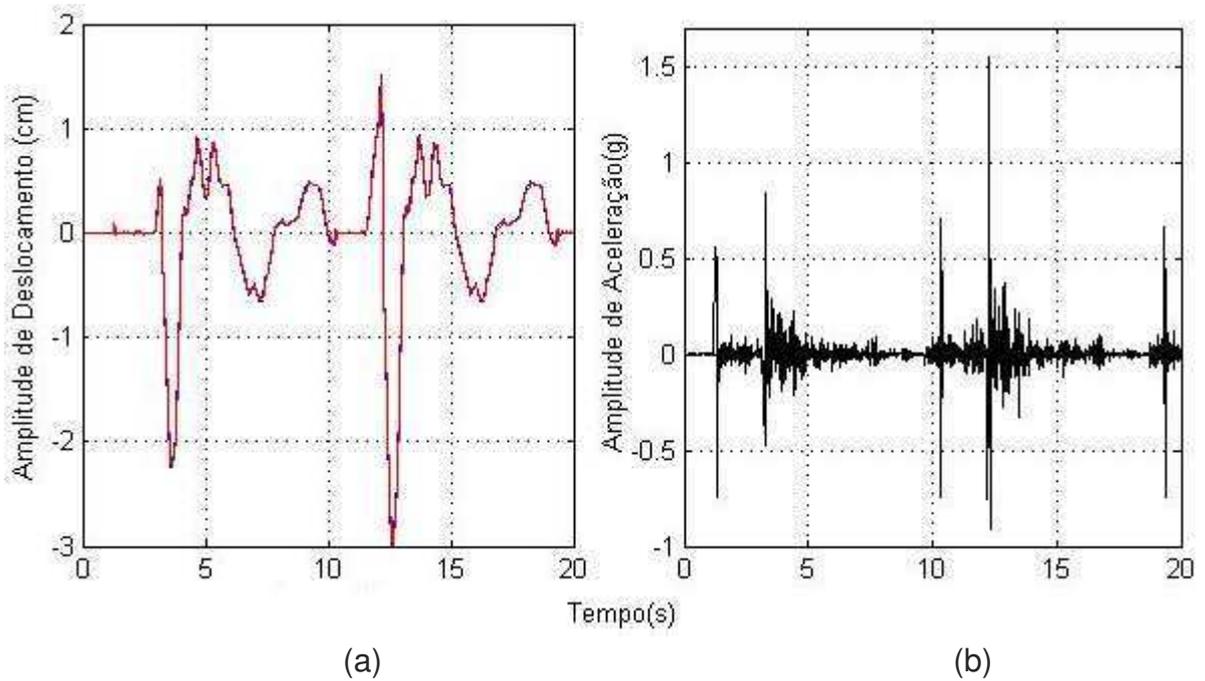
Figura 45 – Montagem de excitação da estrutura sob abalo sísmico.



Fonte – Autoria Própria.

Neste estudo foi analisado o terremoto conhecido como Mendocino ou terremotos de Petrolia que ocorreram em 25 e 26 de abril do ano de 1992 no Cabo Mendocino que fica ao longo da costa do norte da Califórnia. O maior choque registrado apresentou 7,2 de magnitude de momento " $M_w$ " perto da comunidade de Petrolia no dia 25 de abril, seguido de outros dois tremores na manhã seguinte, com magnitude menor de 6,5 e 6,6 " $M_w$ ". O sinal deste tremor pode ser visto na Fig. 46.

Figura 46 – Sinal referente ao abalo sísmico de Mendocino em 1992. (a) Sinal de deslocamento no tempo; (b) Sinal de aceleração no tempo.



Fonte – Autoria Própria.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Resultados analíticos

#### 5.1.1 Rigidez estrutural analítica

A Tabela 7 exibe os parâmetros de rigidez estrutural obtidos analiticamente pelas equações descritas na seção (4.1.1) para o sistema sem a incorporação de atuadores. O valor de momento de inércia de área correspondente à coluna de aço inoxidável do pórtico, juntamente com a rigidez do primeiro e segundo piso, e a rigidez equivalente do sistema, foram calculados a partir dos dados experimentais da Tab. 1 e das dimensões da estrutura, mostrados na Fig. 28.

Tabela 7 – Parâmetros de rigidez estrutural analítica do sistema.

<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>VALOR</b>
<b>Momento de inércia “<math>I_c</math>”</b>	$3,8028 \cdot 10^{-12} m^4$
<b>Rigidez do 1° Piso “<math>K_1</math>”</b>	1.206,6 N/m
<b>Rigidez do 2° Piso “<math>K_2</math>”</b>	1.206,6 N/m
<b>Rigidez equivalente “<math>K_{eq}</math>”</b>	603,3 N/m

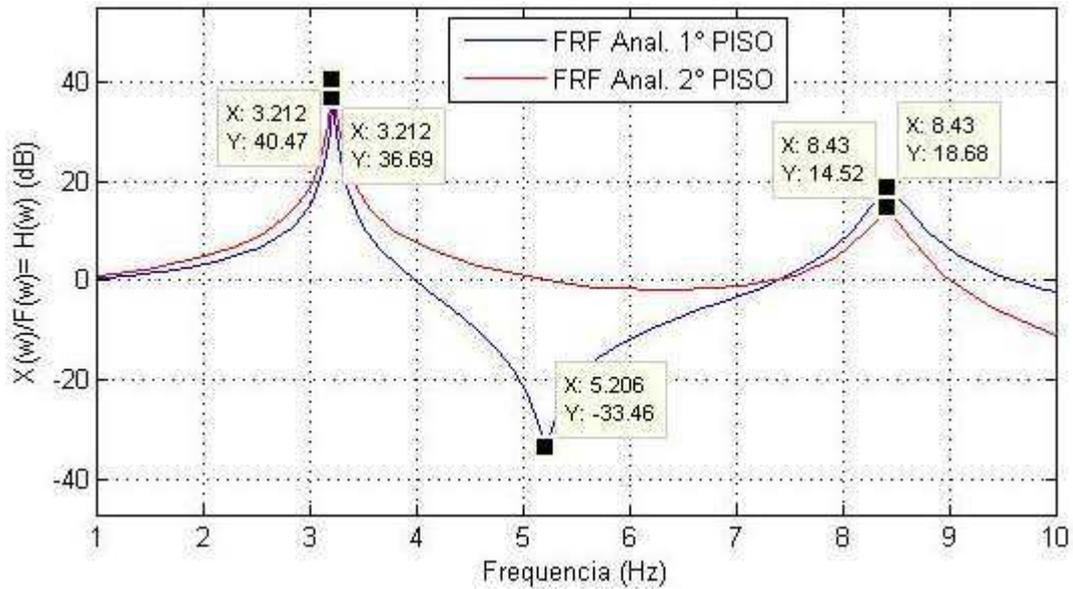
Fonte – Autoria Própria.

#### 5.1.2 Análise modal analítica do sistema

Para determinação dos valores das frequências naturais e modos de vibrar da estrutura com (2GDL) submetida à vibração livre e não amortecida, utilizou-se das Eqs. (6) e (8), juntamente com a implantação da matriz dinâmica descritas na seção (3.1.2) e alimentadas com dados experimentais e analíticos obtidos nas Tabs. 2 e 7.

Já o gráfico da Fig. 47, em escala logarítmica, exibe as curvas de FRF's analíticas do sistema sem a incorporação dos atuadores, para o primeiro e segundo piso, obtidas a partir das funções de transferência modeladas pela teoria das transformadas de Laplace, descritas na seção (4.1.3).

Figura 47 – FRF's analíticas obtidas pelas funções de transferência do sistema.



Fonte – Autoria Própria.

Na Tabela 8 apresentam-se os valores das frequências naturais obtidas, onde é possível verificar uma pequena variação nas frequências quando comparados os dois métodos analíticos propostos. Obteve-se um erro relativo de aproximadamente 1,0% para as duas frequências naturais, validando a eficiência da modelagem matemática na caracterização de sistemas dinâmicos deste tipo.

Tabela 8 – Frequências naturais analíticas da estrutura (referencial).

FREQUÊNCIA NATURAIS	MATRIZ DINÂMICA	FRF's (LAPLACE)	ERRO RELATIVO (%)
<b>1ª Frequência natural (Hz)</b>	3,18	3,21	0,94
<b>2ª Frequência natural (Hz)</b>	8,34	8,43	1,08

Fonte – Autoria Própria.

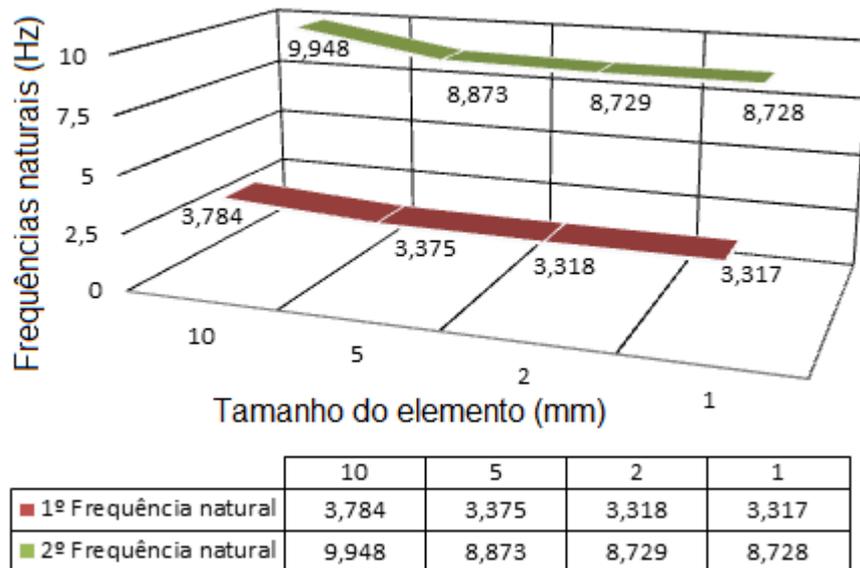
## 5.2 Resultados numéricos

### 5.2.1 Análise modal numérica do sistema

Os resultados da simulação computacional, para os dois primeiros modos de vibrar da estrutura sem a incorporação dos elementos atuadores pode ser vista na Fig. 48, que mostra o perfil de convergência dos valores das frequências naturais

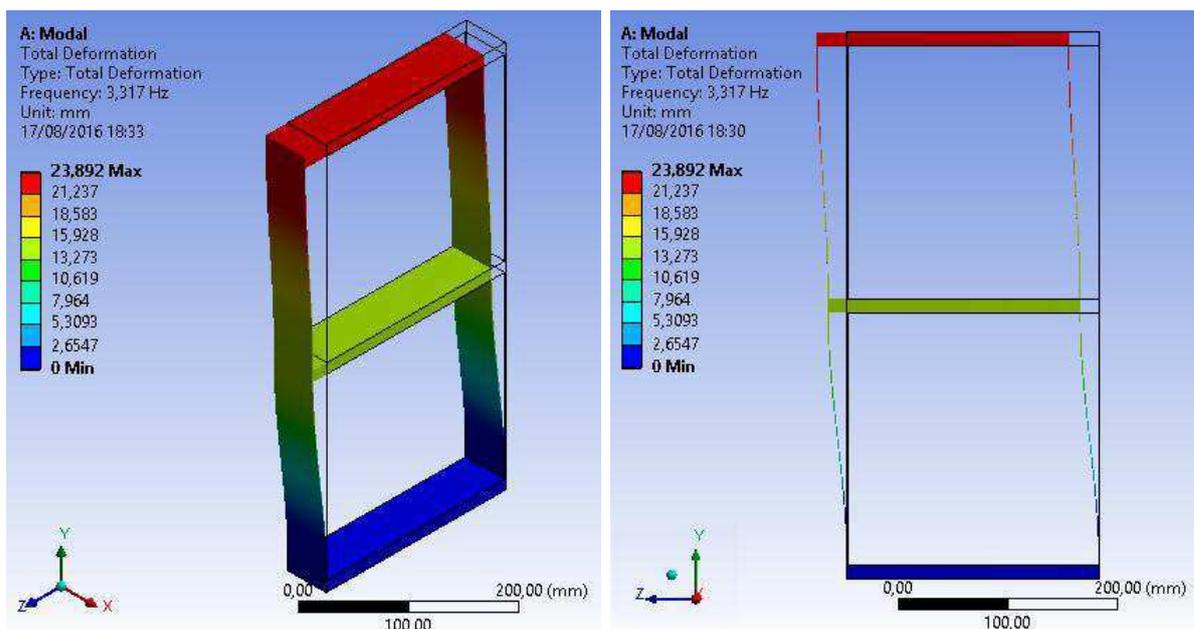
com relação ao refino da malha utilizada. Verificou-se que para os valores referentes ao tamanho de elemento da malha de 1,0 mm não apresentaram variação significativa quando comparados com o tamanho de 2,0 mm, validando a convergência dos resultados.

Figura 48 – Representação da convergência da simulação computacional.



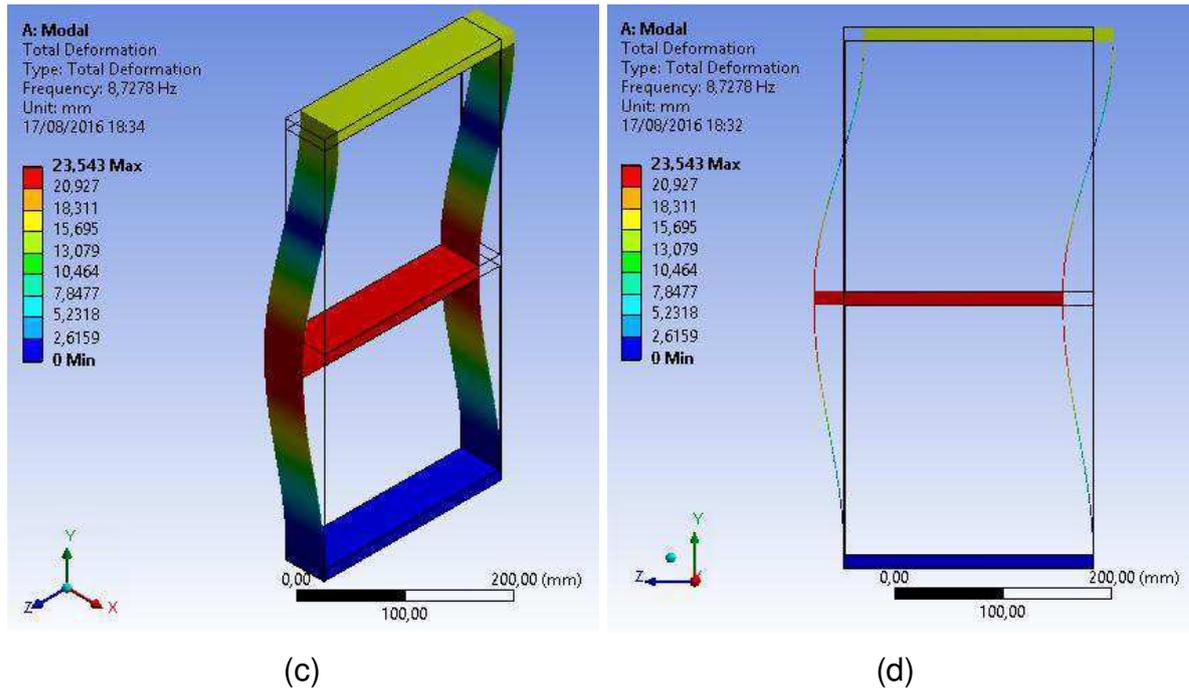
Fonte – Autoria Própria.

Figura 49 – Modos de vibrar da estrutura. (a) 1º modo em vista lateral; (b) 1º modo em vista frontal; (c) 2º modo em vista lateral; (d) 2º modo em vista frontal.



(a)

(b)



Fonte – Autoria Própria.

Na Figura 49 têm-se os modos de vibrar referentes às duas primeiras frequências naturais, em vista lateral e frontal e suas respectivas amplitudes de deslocamento mínimo e máximo, mostrado na barra de cores. É possível notar o deslocamento imposto ao sistema, observando as variações de posição da estrutura em repouso quando comparada com a mesma deformada, em suas formas modais de vibração. Na Tabela 9 encontram-se os valores das frequências naturais obtidas a partir da análise numérica.

Tabela 9 – Frequências naturais da simulação computacional da estrutura.

DESCRIÇÃO	VALOR (Hz)
<i>1ª Frequência natural</i>	<i>3,32</i>
<i>2ª Frequência natural</i>	<i>8,73</i>

Fonte – Autoria Própria.

Os resultados analíticos, em geral, se mostraram em concordância com os resultados numéricos em termos de frequências naturais e modos de vibração do sistema em vibração livre. Com relação às frequências obtidas pelas funções de transferência em comparação com a simulação computacional, verificaram-se erros de 3,4% para a primeira frequência natural e de 3,6% para a segunda.

Para os modos de vibrar, na curva de resposta analítica observam-se as maiores transmissibilidades de deslocamentos para o 2º piso e primeiro modo, fato este verificado na simulação computacional, na qual para o gráfico da Fig. 49(b) os maiores valores de deformações se referenciam a este pavimento.

No segundo modo de vibrar, a curva de resposta analítica evidencia a maior amplitude no 1º piso da estrutura, fato comprovado com o mesmo comportamento para a simulação computacional da Fig. 49(d), na qual os maiores deslocamentos ocorrem também no primeiro pavimento. Estes resultados comparativos validam o comportamento dinâmico da estrutura nestas duas análises adotadas.

### 5.3 Resultados experimentais

#### 5.3.1 Rigidez estrutural experimental

Para a rigidez experimental do sistema foram obtidas três curvas ou gráficos de resposta (Força/Deslocamento), equivalentes à rigidez estrutural do primeiro e segundo piso juntamente com a rigidez equivalente. A Tabela 10 lista os valores adotados das massas padronizadas e os respectivos deslocamentos medidos para a estrutura sem a presença de atuadores. Os testes foram realizados para todas as configurações definidas e encontram-se no Apêndice B.

Tabela 10 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura sem a incorporação dos atuadores.

<b>Nº</b>	<b>M(kg)</b>	<b>Y(N)</b>	<b>X1(m)</b>	<b>X2E(m)</b>	<b>X2L(m)</b>
<b>1</b>	0,293	2,872	0,00080	0,00059	0,00134
<b>2</b>	0,393	3,854	0,00145	0,00131	0,00280
<b>3</b>	0,572	5,614	0,00294	0,00266	0,00551
<b>4</b>	0,766	7,515	0,00440	0,00416	0,00846
<b>5</b>	0,961	9,429	0,00637	0,00569	0,01160
<b>6</b>	1,161	11,385	0,00751	0,00743	0,01500
<b>7</b>	1,361	13,349	0,00912	0,00903	0,01841
<b>8</b>	1,828	17,930	0,01298	0,01257	0,02538
<b>9</b>	2,179	21,380	0,01590	0,01534	0,03115
<b>10</b>	2,476	24,288	0,01813	0,01796	0,03592

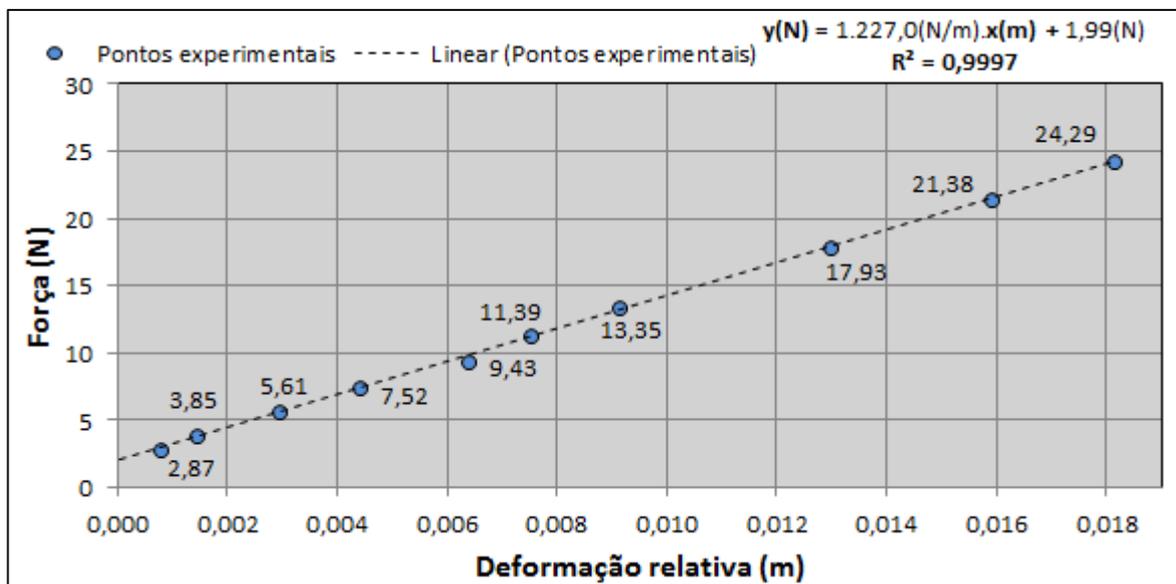
Fonte – Autoria Própria.

Analisando os pontos das curvas experimentais na Fig. 50, na cor azul, como também a curva de tendência tracejada, observa-se que o coeficiente de correlação “ $R^2$ ”, entre as variáveis se aproxima da unidade, para todos os casos, validando a relação linear entre a força aplicada e deformação sofrida.

Na equação da reta vista do lado superior direito dos gráficos é possível notar a relação ou lei de Hooke, denotada por ( $F = k \cdot x + e$ ), que permite extrair o valor que representa a rigidez estrutural “ $k$ ”. A variação relativa nos diz matematicamente que para qualquer força aplicada de menor intensidade que este valor a estrutura não apresentará deformação significativa.

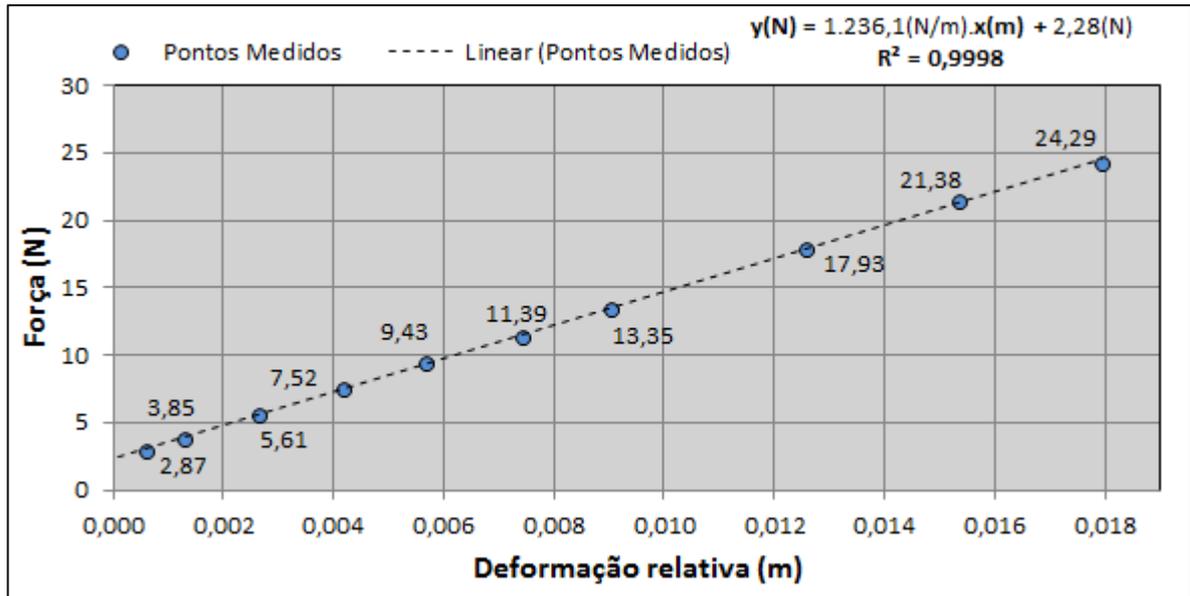
As Figuras 50, 51 e 52 ilustram os gráficos das curvas de rigidez experimental para o primeiro e segundo piso do sistema sem a incorporação dos atuadores, como também a rigidez equivalente respectivamente. As Figuras relacionadas às curvas de rigidez experimental referente às outras três configurações adotadas neste estudo podem ser vistas no Apêndice B.

Figura 50 – Curva de rigidez do 1º Piso “ $k_1$ ”, sem atuadores.



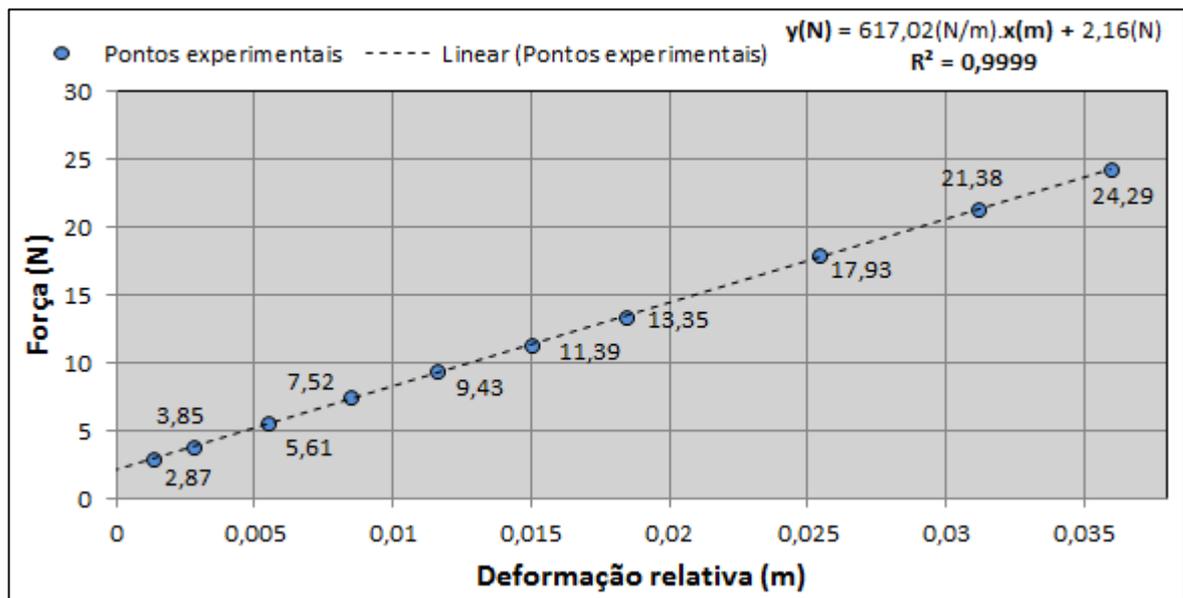
Fonte – Autoria Própria.

Figura 51 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, sem atuadores.



Fonte – Autoria Própria.

Figura 52 – Curva de rigidez equivalente “keq”, sem a incorporação de atuadores.



Fonte – Autoria Própria.

Na Tabela 11 têm-se os valores obtidos de rigidez experimental e analítica, para todas as configurações adotadas, incluindo os coeficientes de correlação linear, juntamente com o erro relativo referente à discrepância destas medidas.

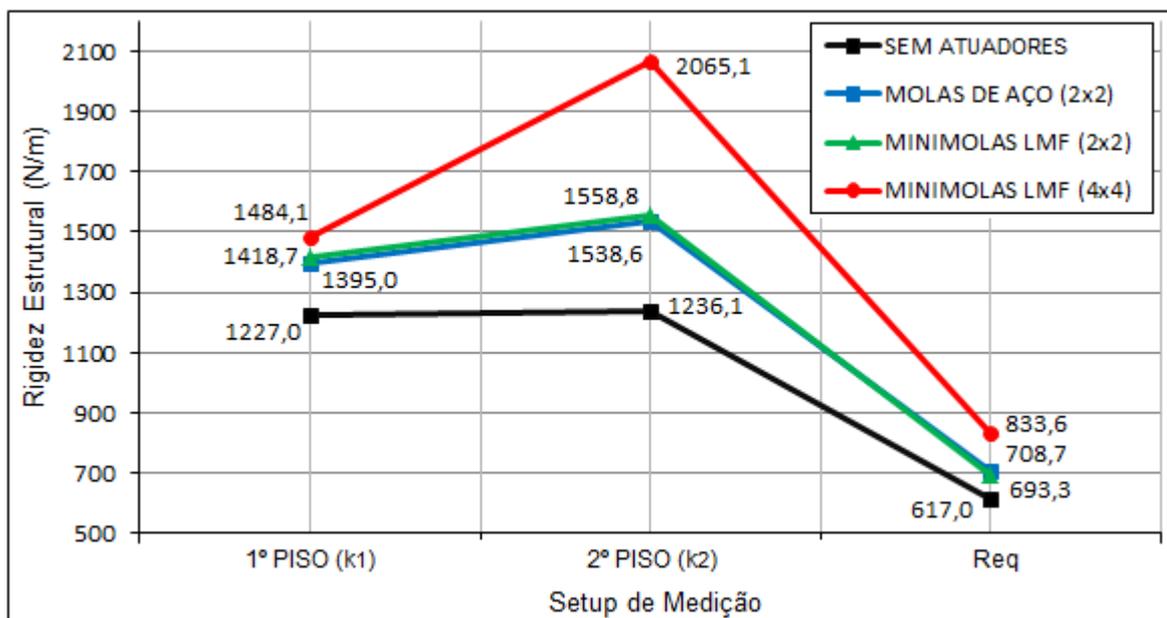
Tabela 11 – Valores de rigidez experimental e analítica do sistema.

SETUP DE MEDIÇÃO	1º PISO (N/m)	2º PISO (N/m)	$k_{eq}$ Exp. (N/m)	COEF. CORR. $R^2$ ( $k_{eq}$ )	$k_{eq}$ Anal. (N/m)	ERRO RELATIVO $k_{eq}$ (%)
<b>SEM ATUADORES</b>	1.227,0	1.236,1	617,0	0,9999	615,8	- 0,20
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	1.395,0	1.538,6	708,7	0,9995	731,6	3,13
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	1.418,7	1.558,8	693,3	0,9983	742,7	6,65
<b>MINIMOLAS LMF (4x4)</b>	1.484,1	2.065,1	833,6	0,9991	863,5	3,46

Fonte - Autoria Própria.

A Figura 53 ilustra os diversos comportamentos das rigidezes experimentais obtidas, para fins de análise. Observa-se que o sistema de referência (sem a incorporação de atuadores) apresenta valores mais baixos quando comparados às outras configurações, o que era de se esperar, pois a incorporação de elementos na estrutura tende a aumentar a rigidez da mesma, como um todo.

Figura 53 – Valores experimentais de rigidez do sistema em todas configurações.



Fonte - Autoria Própria.

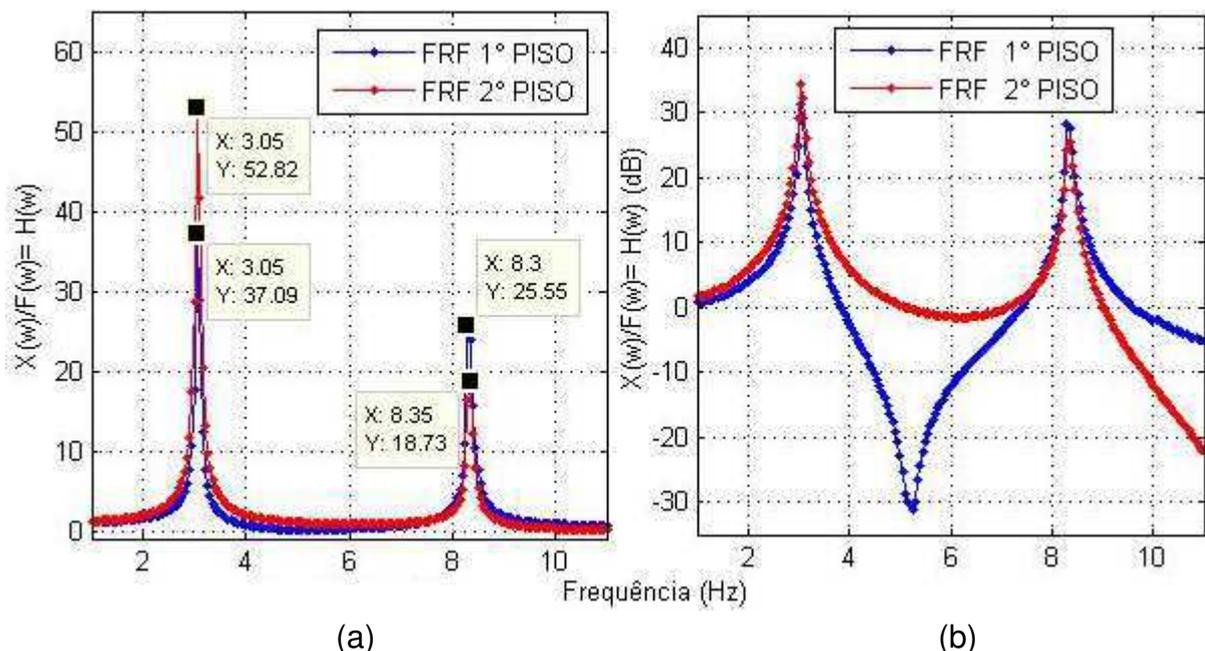
Percebe-se também a boa aproximação das curvas que representam o sistema com a incorporação de molas de aço (2x2) e de minimolas individuais (LMF–2x2), denotando características estruturais semelhantes. Esta aproximação é devido a um projeto preliminar que garantiu que a rigidez das molas de aço fosse próxima das minimolas superelásticas, conseguido a partir da contagem do número de espiras ativas destes elementos, permitindo a posterior comparação entre as configurações.

Por fim a configuração de minimolas duplas (LMF–4X4) ressaltou o aumento de até 32% de rigidez, devido à disposição em paralelo dos elementos. A análise desta última configuração tornará possível definir a viabilidade ou não do aumento do número de atuadores na estrutura, para fins de análise da eficiência dos mesmos.

### 5.3.2 Determinação da elongação das minimolas (LMF–NiTi)

Nesta etapa, para fins do projeto dos elementos atuadores, foram realizados os cálculos dimensionais referentes às FRF's experimentais obtidas para os dois pisos da estrutura sem atuadores. Na Fig. 54 a seguir considera-se apenas o primeiro modo de vibrar, por possuir maiores amplitudes e assim maiores deformações nos elementos. Seguindo a metodologia experimental, gera-se a curva mostrada abaixo.

Figura 54 – FRF's experimentais do sistema em vibração forçada sem a presença de atuadores. (a) 1º Piso em escala linear; (b) 1º Piso em log.



Fonte – Autoria Própria.

Tomando como base os valores referentes ao primeiro modo de vibração, para qual se obteve uma frequência natural de 3,05Hz, foram determinadas as deformações sofridas nas diagonais da estrutura e conseqüentemente os alongamentos das minimolas superelásticas. Na Tab. 12 são apresentados os parâmetros dimensionais usados para obtenção destes valores, referentes aos dois modos principais de vibração da estrutura.

Tabela 12 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura sem os atuadores.

REFERENCIA FRF	$\omega_{ni1}$ (Hz)	$\omega_{ni2}$ (Hz)	$D_1$ (mm)	$D_2$ (mm)	$T_{di1}$ (Adm.)	$T_{di2}$ (Adm.)	$A_{i1}$ (mm)
1° PISO	3,05	8,30	325	-	37,09	25,55	0,386
2° PISO	3,05	8,35	-	325	52,82	18,73	0,339
REFERENCIA FRF	$A_{i2}$ (mm)	$X_{i1}$ (mm)	$X_{i2}$ (mm)	$D'_{i1}$ (mm)	$D'_{i2}$ (mm)	$\Delta_{i1}$ (mm)	$\Delta_{i2}$ (mm)
1° PISO	0,281	14,33	7,18	335,2	330,1	<b>10,2 T</b>	<u>5,1 T</u>
2° PISO	0,214	17,94	4,02	327,5	327,2	<b>2,5 T</b>	<u>2,2 C</u>

Fonte - Autoria Própria.

Analisando os valores de ( $\Delta_{11}$  e  $\Delta_{21}$ ) marcados em negrito na Tab. 12, verifica-se que ambos estão representados pela nomenclatura (T), que se refere à expansão do elemento, significando que no 1º modo de vibração os pisos da estrutura se deslocam para o mesmo lado, expandindo simultaneamente os elementos incorporados em uma mesma diagonal.

Para o caso dos valores de ( $\Delta_{12}$  e  $\Delta_{22}$ ) referentes ao 2º modo de vibração, nota-se a ocorrência da nomenclatura (C), que significa que os elementos de uma diagonal do segundo piso sofrem contração, enquanto que os elementos incorporados nesta mesma diagonal no primeiro pavimento sofrem expansão. Este fato pode ser comprovado analisando as formas de vibrar analíticas e numéricas do sistema, mostrados anteriormente.

Pode-se afirmar que os valores de alongação das minimolas incorporadas à estrutura serão de aproximadamente 10,2mm de pico para o primeiro piso e 2,5mm

de pico para o segundo. Com base nestes valores foi feita a escolha do tipo de minimola M12 e M7 a ser incorporada ao sistema, no primeiro e segundo pavimento respectivamente, de modo a atender os requisitos propostos na metodologia experimental.

Verifica-se que para o primeiro pavimento, com um *Offset* de 30,0mm ou 300% de deformação inicial do comprimento útil a minimola M12 se deformará até um valor de 40,2mm ou 436% no carregamento, retornando no descarregamento a um valor de 19,8mm ou 164% de deformação, garantindo a melhor eficiência e maior área de atuação do laço histerético.

Para o segundo pavimento, onde os deslocamentos são menores, um *Offset* de 11,0mm ou 340% de deformação inicial do comprimento útil da minimola M7 é requerido, obtendo-se assim um valor de aproximadamente 13,5mm ou 442% de deformação na etapa de tracionamento ou carregamento e de 8,46mm ou 238% de deformação no descarregamento. É possível perceber que em nenhum dos dois tipos de minimolas o percentual de deformação ultrapassou o limite máximo de 500% e mínimo de 100% de deformação, validando a escolha dos elementos.

O mesmo procedimento realizado aqui para a estrutura sem a presença de atuadores foi realizado para o sistema com incorporação das outras configurações propostas de minimolas superelásticas (individuais e duplas). Estes valores foram utilizados nos ensaios dinâmicos de tração na determinação da energia dissipada no sistema, e podem ser vistos no Apêndice C.

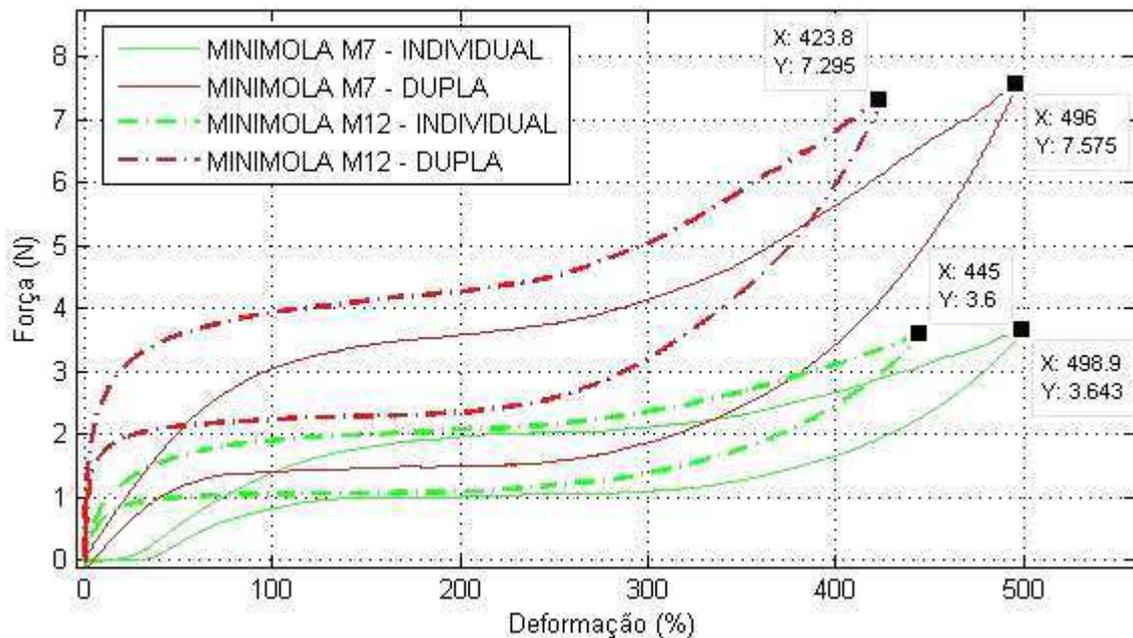
Para o caso da estrutura com a incorporação das molas de aço comum, com 15,0mm de comprimento útil, foi utilizado de um mesmo *Offset* de 38,0mm ou 150% de deformação para ambos os pavimentos da estrutura. Esta medida foi adotada pelo fato dos elementos de aço não formarem um laço de histerese nos ciclos de carregamento e descarregamento e conseqüentemente não necessitarem de um ajuste fino dos percentuais de deformação imposta, sendo apenas observados os valores máximos e mínimos de deformação, garantindo que o material não plastificasse durante a tração e não flambasse durante a compressão.

### **5.3.3 Resultados de dissipação de energia mecânica no sistema**

A Figura 55 apresenta a curva de resposta (Força/Deslocamento) para ensaio quase-estático de tração dos quatro tipos de minimolas superelásticas utilizadas

neste estudo. É possível observar que as minimolas M12 não atingiram o valor máximo de deformação pré-definido de 500%, possivelmente devido à proximidade da deformação atingida com o limite do sensor de deslocamento utilizado.

Figura 55 – Curvas (Força/Deformação) obtidas no ensaio quasi-estático para os quatro tipos de minimolas adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

A Tabela 13 resume os valores de energia dissipada em Joule para cada tipo de minimola ensaiada, juntamente com a energia dissipada por volume de material de cada elemento. Pode-se perceber a coerência nos resultados, pelo valor percentual de acréscimo de energia (%A), referentes às minimolas duplas em comparação com as individuais.

Como era de se esperar estes valores foram aproximadamente o dobro ou mais, validando esta configuração no acréscimo de energia mecânica dissipada pelos elementos atuadores superelásticos. Observa-se também que para o caso da minimola do tipo M12 a energia dissipada por volume teve um ligeiro decréscimo, fato este explicado pela menor porcentagem de deformação alcançada no laço de histerese da minimola dupla com relação a individual, como exaltado anteriormente.

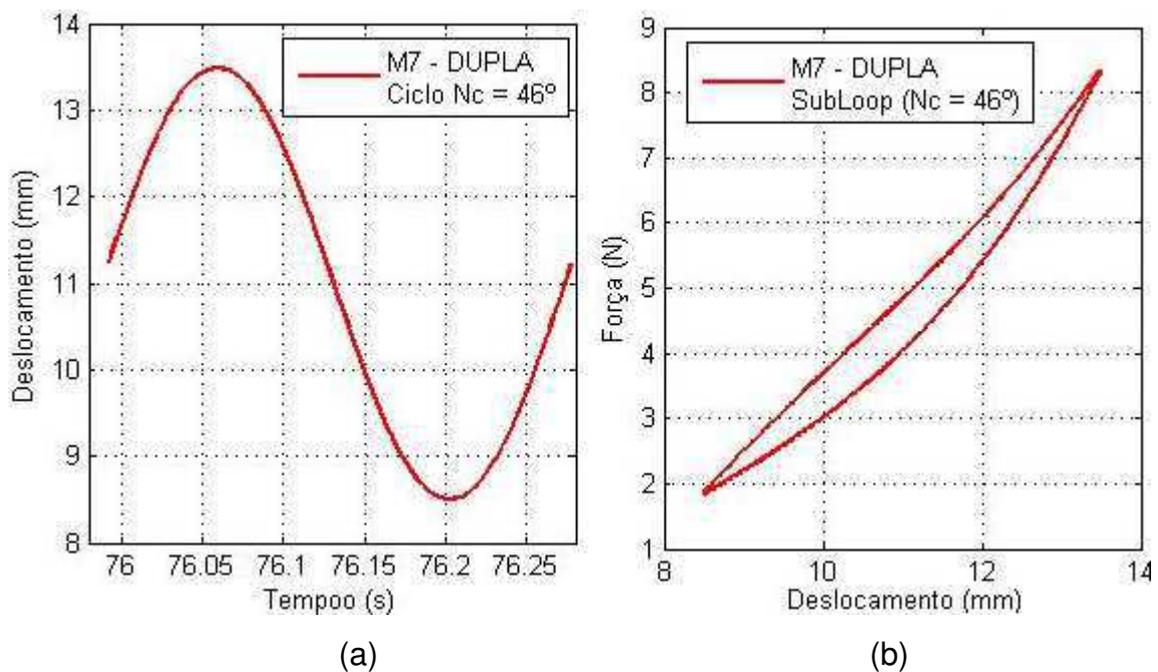
Tabela 13 – Energia dissipada obtidas no ensaio quasi-estático para os quatro tipos de minimolas adotadas.

TIPOS DE MINIMOLAS ADOTADAS	ENERGIA DISSIPADA		ENERGIA DISSIPADA/ VOL. MATERIAL (MJ/m <sup>3</sup> )
	J(N.m)	%A	
<b>M7 - INDIVIDUAL</b>	0,0093	-	3,73
<b>M7 - DUPLA</b>	0,0215	131 %	4,32
<b>M12 - INDIVIDUAL</b>	0,0262	-	3,49
<b>M12 - DUPLA</b>	0,0500	91 %	3,34

Fonte - Autoria Própria.

No ensaio dinâmico de tração, obteve-se para cada tipo de minimola testada um valor de energia dissipada por volume de material, possibilitando assim o cálculo desta variável a partir da determinação da curva (Força/Deslocamento) para cada ciclo pré-fixado. Um exemplo do ciclo dinâmico e do loop histerético usado nesta etapa é mostrado na Fig. 56.

Figura 56 – Padrão para o cálculo de energia dissipada (Ap 100% - 3,5 Hz). (a) Ciclo de carga e descarga da minimola; (b) SubLaço ou Subloop histerético.

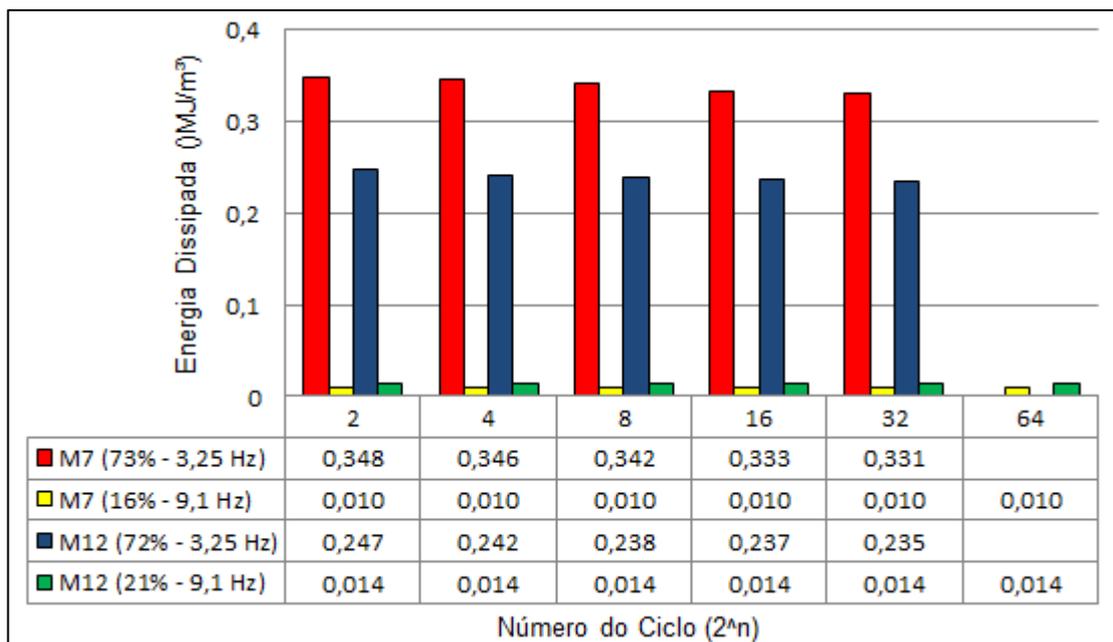


Fonte - Autoria Própria.

A Figura 57 evidencia os valores encontrados de energia dissipada por volume de material dados em ( $\text{MJ}/\text{m}^3$ ) para os dois tipos de minimolas individuais testadas. Observa-se que para os casos com maior amplitude de deformação imposta ao elemento são os que apresentam os maiores valores de dissipação, devido a apresentarem maior área de atuação no laço histerético da minimola.

É percebido também o decréscimo de dissipação para números de ciclos superiores, este fato pode ser explicado pelo autoaquecimento da liga e ineficiência da troca de calor com o meio em valores elevados de tempo/ciclo de ensaio, quando a ocorrência das transformações de fase, diminuindo assim a área do loop gerada e o valor final de energia dissipada. Esta variável pode ser minimizada, por exemplo, com o resfriamento do material durante os ciclos de carga e descarga do atuador.

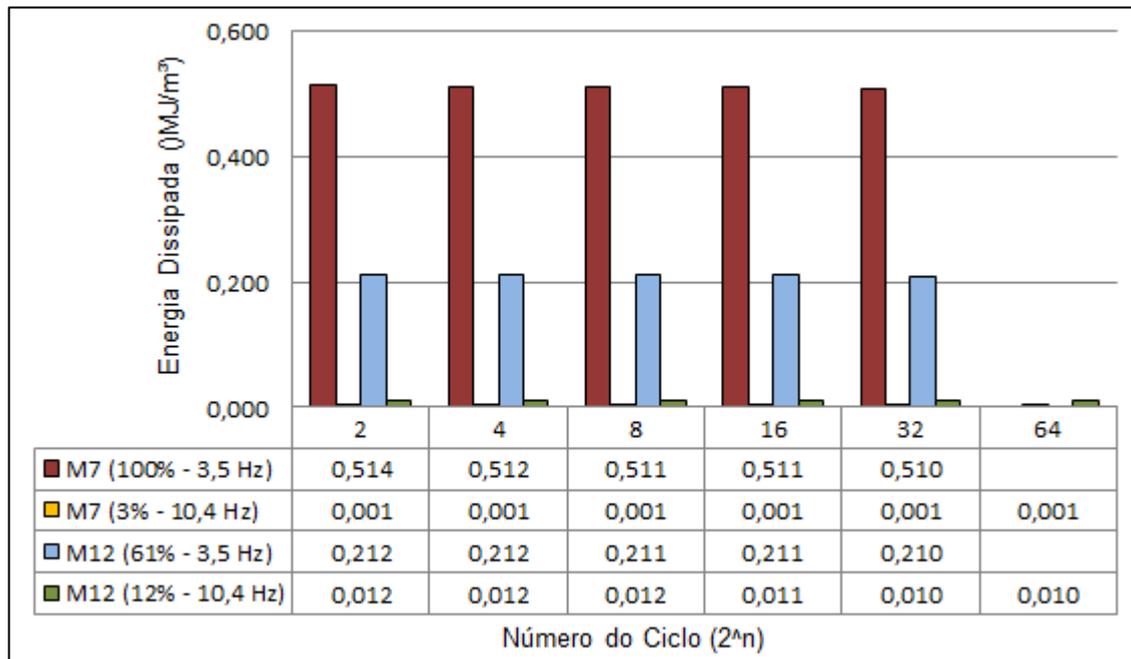
Figura 57 – Energia dissipada nas frequências naturais obtidas no ensaio dinâmico para as minimolas individuais (LMF–NiTi).



Fonte - Autoria Própria.

Um comportamento semelhante ao descrito para as minimolas individuais é percebido também nas minimolas duplas, como ilustrado na Fig. 58, onde observa-se que os maiores valores de energia mecânica dissipada são em elementos submetidos a maiores amplitudes de deformação. Uma fração de redução desta variável com o aumento do ciclo dinâmico igualmente é evidenciado, denotando analogamente a presença de autoaquecimento do material.

Figura 58 – Energia dissipada por volume de material nas frequências naturais obtidas no ensaio dinâmico para as minimolas duplas (LMF–NiTi).



Fonte - Autoria Própria.

### 5.3.4 Resposta em vibração livre

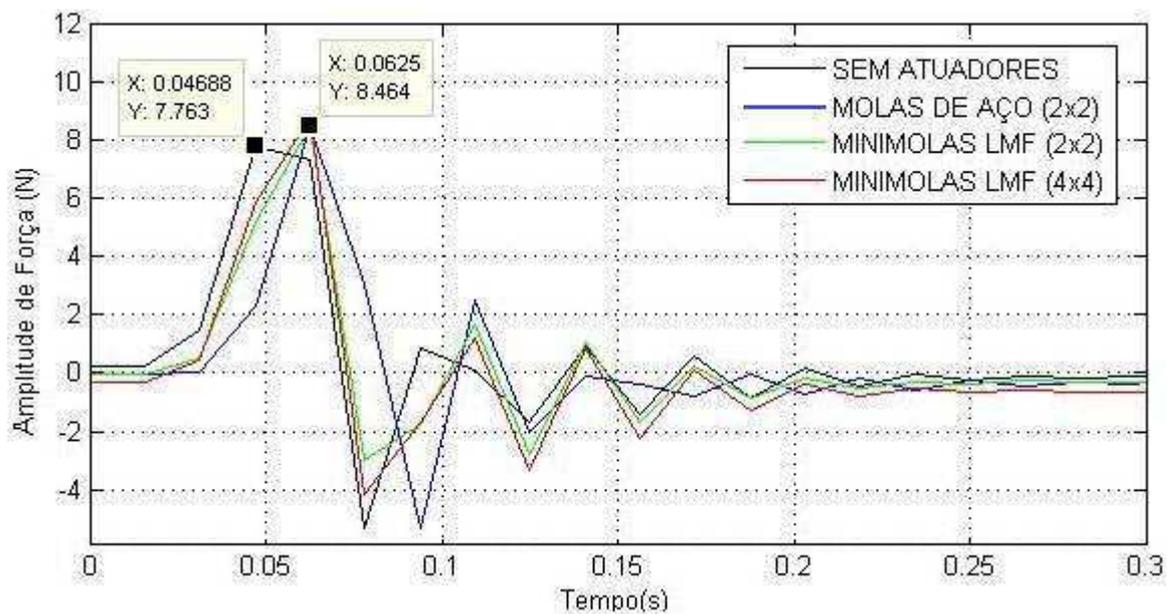
#### 5.3.4.1 Resposta ao impacto de martelo

Os testes em vibração livre forneceram resultados das respostas de aceleração do sistema em função do tempo, com um range de 0 a 64 segundos de captação de sinal, além do gráfico de espectro de frequências, a FFT do sinal. Os gráficos de resposta em função do tempo têm como objetivo principal quantificar o período de atenuação do sinal gerado pelo sistema, para um mesmo impacto de força lateral.

Os gráficos de espectro de frequência analisados aqui, representam um "mapa" das amplitudes relativas de aceleração que compõem o movimento do pórtico, possibilitando a verificação e análise de qual das configurações adotadas no estudo dissiparam mais energia mecânica vibracional. Uma análise posterior indica o comportamento dos elementos atuadores quando a estrutura é submetida a uma excitação mais brusca, ou seja, com maiores amplitudes de entrada na excitação.

A Figura 59 exibe os valores de amplitude de força de impacto na qual a estrutura foi submetida, em todas as configurações adotadas. Observa-se um valor de 7,76N de pico de força transmitida para a excitação do sistema sem a presença dos atuadores, e um pico de máximo de 8,46N aproximadamente para as outras configurações adotadas. Verifica-se uma boa aproximação destes valores, com uma variação relativa máxima de força de até 8%, validando assim o método comparativo empregado na qualificação dos atuadores.

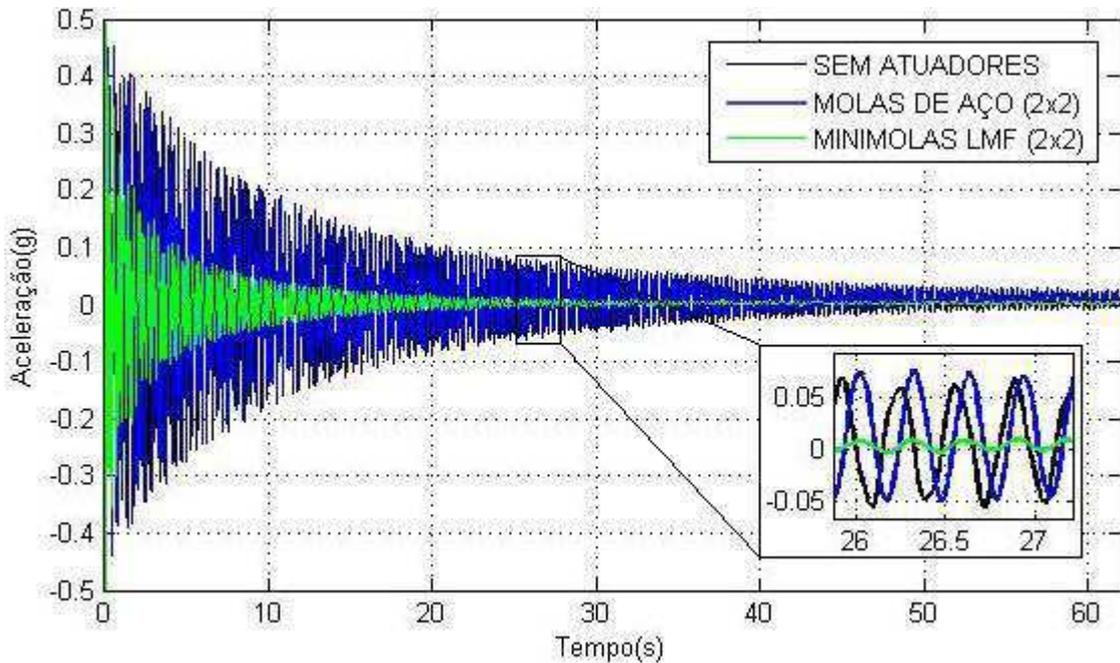
Figura 59 – Excitação de Impulso na estrutura .



Fonte - Autoria Própria.

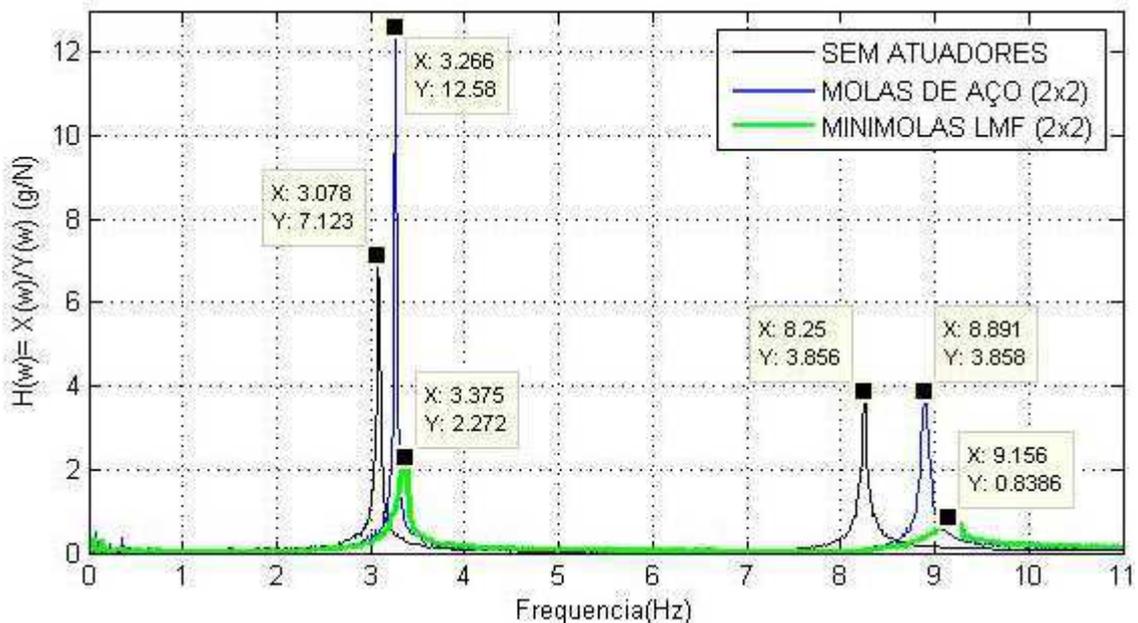
A Figura 60 apresenta os gráficos do sistema em vibração livre referente aos testes de impacto do pórtico sem atuadores e com a incorporação da configuração de molas de aço (2x2) e de minimolas (LMF-2x2). A amplitude de aceleração média de pico conseguida para estes casos foi de aproximadamente 0,45g. Pode-se perceber que a resposta no tempo para o sistema sem atuadores é muito próxima da resposta obtida do sistema com incorporação das molas de aço comum, caracterizando que elementos deste tipo não dissipam energia mecânica vibracional, devido ao fato de devolverem toda energia potencial armazenada, na forma de energia cinética. Para a configuração de minimolas superelásticas percebe-se uma maior dissipação de energia quando comparada aos casos anteriores.

Figura 60 – Resposta no tempo da estrutura submetida a um impacto e para as configurações adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

Figura 61 – FRF's do sistema em escala linear para as configurações adotadas.



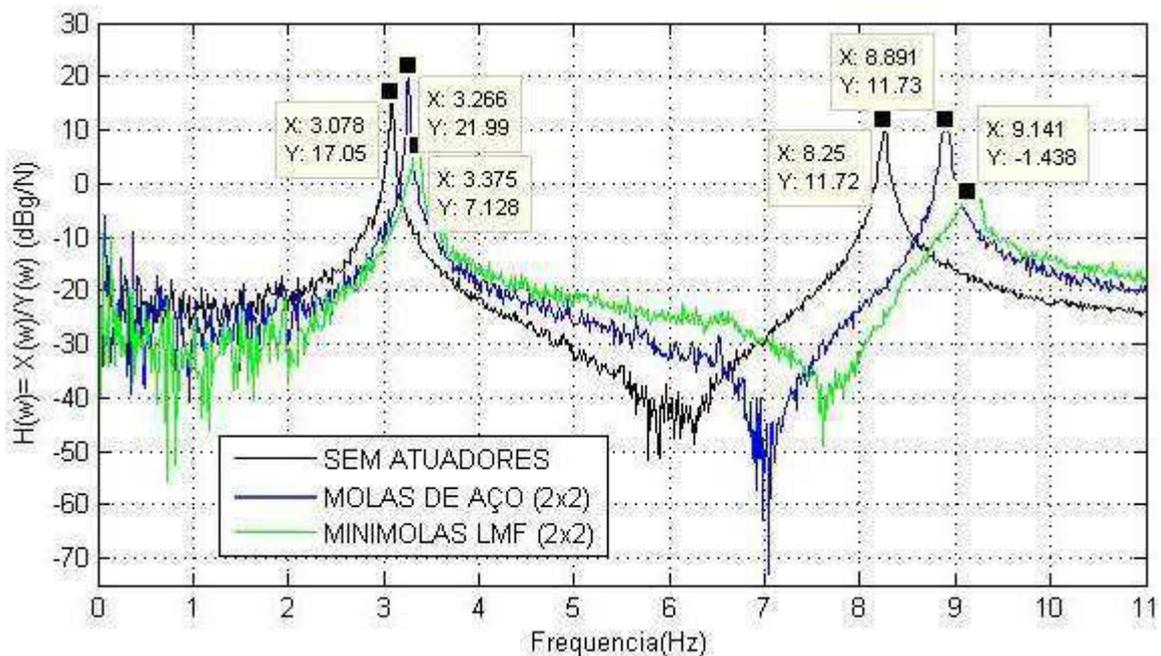
Fonte - Autoria Própria.

A Figura 61 evidencia em escala linear as FRF's do sistema. Esta função foi conseguida pela divisão do sinal de saída de aceleração e sinal de entrada de força, a partir de uma função pré-definida no analisador dinâmico de sinais. Os picos de

amplitude de resposta denotam o comportamento descrito anteriormente, com maiores amplitudes para o sistema sem a presença de atuadores ou com a incorporação de molas de aço e uma redução dos mesmos na configuração que incorporam as minimolas superelásticas.

O gráfico da Figura 62 denota as FRF's do sistema, em escala logarítmica. Neste gráfico é notável o comportamento dinâmico da estrutura, podendo ser visualizado os picos de antirressonância para as configurações distintas.

Figura 62 – FRF's do sistema em escala log. para as configurações adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

A Tabela 14 exibe os valores mostrados no gráfico das FRF's lineares. Nota-se a pequena variação das frequências naturais do sistema quando a comparação da estrutura com molas de aço (2x2) e minimolas (LMF-2x2), com valores de 3,4% no primeiro modo de vibrar e de 2,9% para o segundo modo, o que era de se esperar devido à variação insignificante de rigidez nestas configurações.

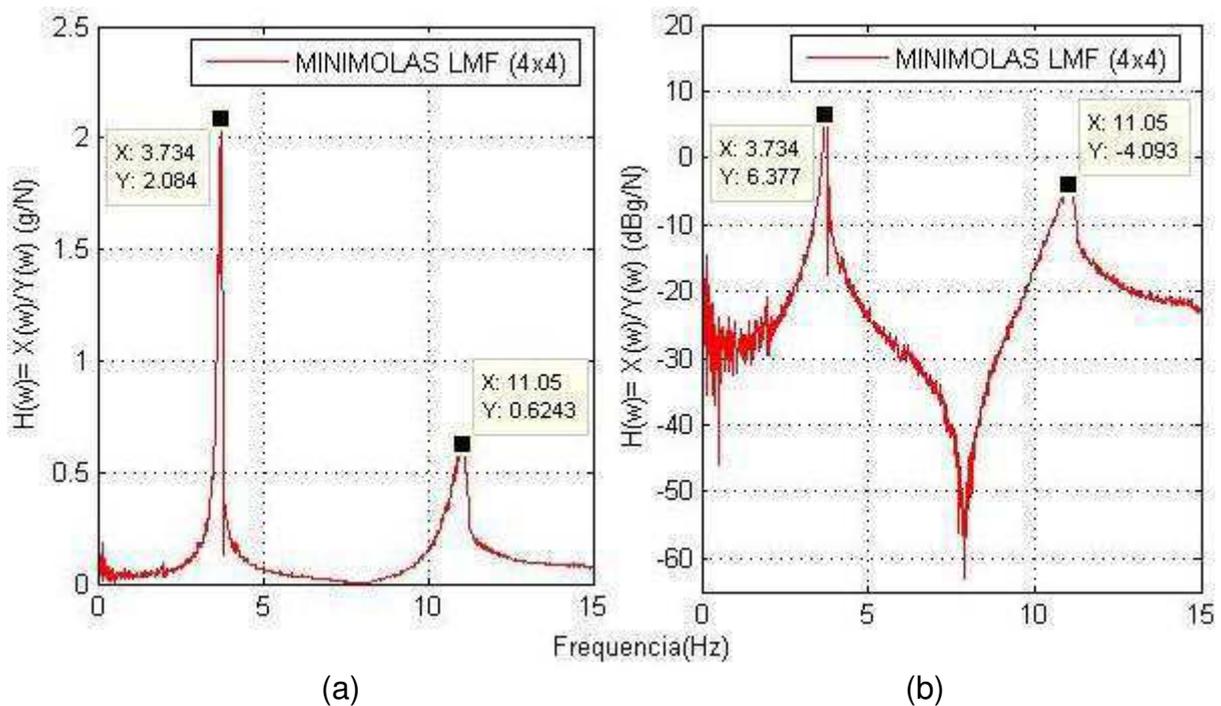
Já os resultados de redução de amplitudes de resposta evidenciam a eficiência das minimolas superelásticas no controle passivo de vibrações, conseguindo na configuração de minimolas (LMF-2x2) uma redução da ordem de 81,9% para a primeira frequência natural e de 78,5% para a segunda, quando comparados com a estrutura acrescida de molas de aço (2x2).

Tabela 14 – Frequências naturais e amplitudes de resposta do sistema em vibração livre submetido a um impacto para as configurações adotadas.

CONFIGURAÇÕES ADOTADAS	$\omega_{n1}$ (Hz)	AMPL. RESP. (g/N)	%R	$\omega_{n2}$ (Hz)	AMPL. RESP. (g/N)	%R
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	3,26	12,58	-	8,89	3,86	-
<b>SEM ATUADORES</b>	3,07	7,12	<b>43,4</b>	8,25	3,85	<b>0,26</b>
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	3,37	2,27	<b>81,9</b>	9,15	0,83	<b>78,5</b>

Fonte - Autoria Própria.

Figura 63 – FRF do sistema em vibração livre para a configuração de minimolas (LMF-4x4). (a) Em escala linear; (b) Em escala logarítmica.



Fonte - Autoria Própria.

A Fig. 63 exibe os gráficos de FRF's em escala linear e logarítmica para a estrutura em vibração livre na configuração de minimolas (LMF-4x4), quando a mesma é submetida a um impacto lateral. Nota-se pela curva da Fig. 63(a) a variação das frequências naturais com relação às outras configurações adotadas, como era de se esperar, devido ao acréscimo de rigidez estrutural conseguido pelo aumento de minimolas superelásticas neste caso. Em termos de redução de picos

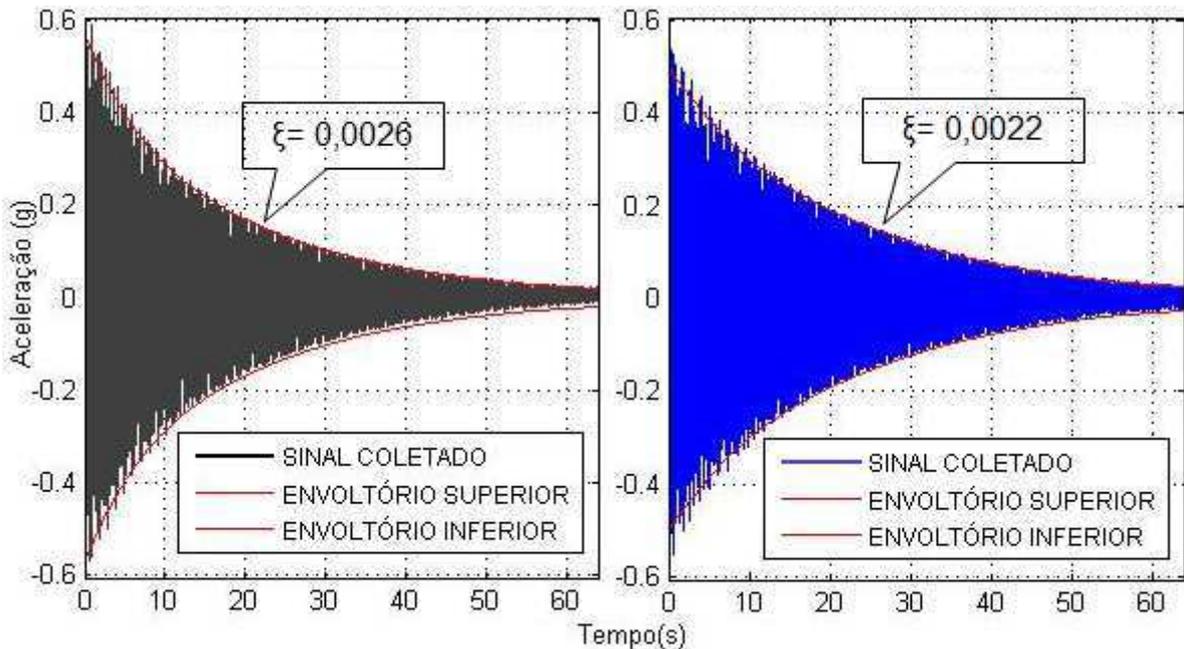
de amplitude, os valores observados seguem significativos, atingindo reduções da ordem de 83,4% para o primeiro modo de vibrar e de 83,9% para o segundo modo.

#### 5.3.4.2 Resposta ao deslocamento lateral

Para o tipo de excitação do sistema em deslocamento lateral (4,0cm de deslocamento do 2º piso), com amplitude de aceleração média de pico conseguida para estes casos de 0,55g, pode-se verificar a ineficiência da incorporação de molas de aço para dissipação de energia vibracional na estrutura. Os gráficos das Figs. 64 exibem os valores de amortecimento viscoso obtido pelo decremento logaritmo do sinal de resposta no tempo.

Se compararmos o valor de fator de amortecimento da estrutura sem atuadores que é de ( $\xi = 0,0026$ ), com a configuração do sistema com molas de aço (2x2) com fator de amortecimento ( $\xi = 0,0022$ ), tem-se que neste caso o amortecimento foi ainda menor, com uma redução de 15%, exaltando os resultados da análise de excitação por impacto, onde se verifica um acréscimo nas amplitudes de resposta.

Figura 64 – Resposta no tempo da estrutura em deslocamento lateral. (a) Configuração sem atuadores; (b) Configuração com molas de aço (2x2).



(a)

(b)

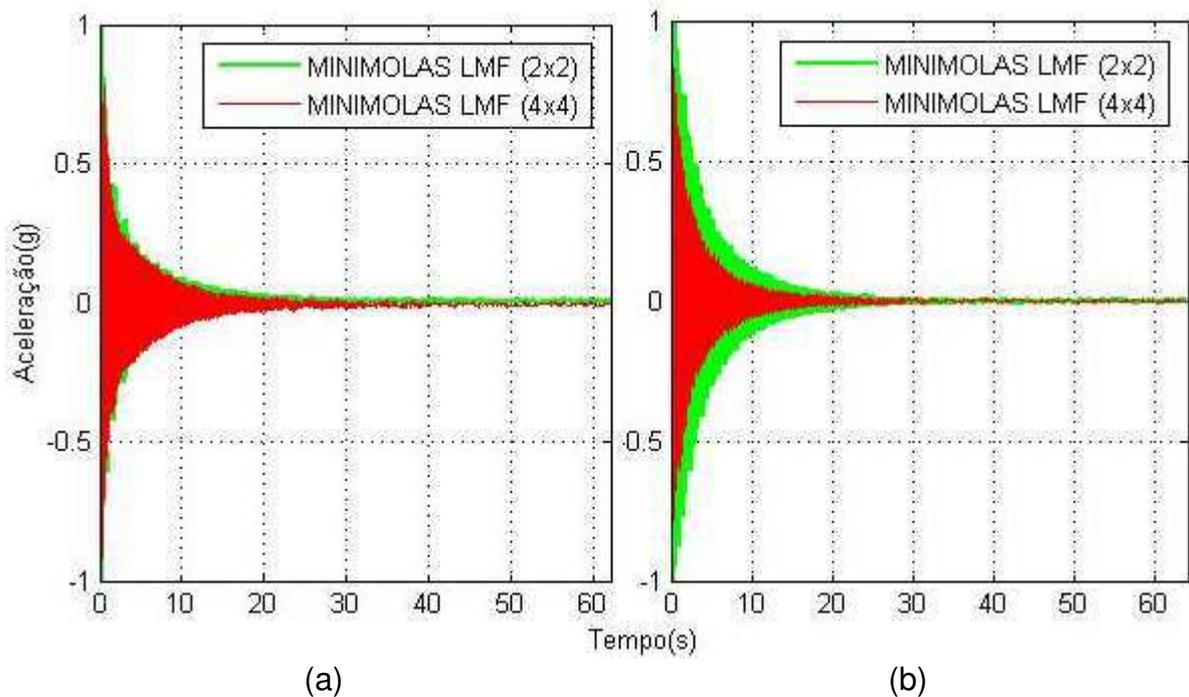
Fonte - Autoria Própria.

Analisando agora a eficiência das duas configurações que incorporaram minimolas LMF como elemento absorvedor de vibrações, pode-se verificar pelos gráficos apresentados nas Fig. 65 a maior dissipação de energia quando o sistema é submetido a excitações de maiores amplitudes (força ou aceleração).

Este fato é devido ao comportamento superelástico das minimolas, que necessitam de maior amplitude de deformação para que a área do laço histerético seja a maior possível, aumentando assim a energia mecânica dissipada do sistema.

Para o caso da Fig. 65(a) quando a estrutura é submetida a um impacto lateral de menor intensidade, a resposta do sinal no tempo não apresenta grandes variações quando comparadas as duas configurações de minimolas superelásticas (individuais e duplas). Porém para o caso de uma excitação de maior amplitude, como mostrado na Fig. 65(b), a configuração de minimolas duplas (LMF-4X4) por apresentar o dobro de minimolas e maior área de laço histerético apresenta uma redução significativa do tempo de atenuação do sinal, como visto nas curvas normalizadas de resposta no tempo, embasando a teoria.

Figura 65 – Resposta normalizada para configurações de minimolas LMF. (a) Estrutura submetida a impacto; (b) Estrutura submetida a deslocamento.



Fonte - Autoria Própria.

Na Tabela 15 apresentam-se os valores do período de atenuação do sinal de resposta no tempo, quando as amplitudes de aceleração atingem um valor de 0,03g, para todas as configurações adotadas. Percebe-se uma redução significativa quando a comparação das configurações que adotam as minimolas LMF, como também uma maior redução para o sistema excitado por um deslocamento lateral de maior amplitude, apresentando até 78,1% de redução quando comparado com a excitação de menor amplitude do tipo impacto, com redução de 73,3%.

A referência comparativa para estes valores foi à resposta do sistema com a configuração de molas de aço (2x2), por apresentar maior tempo de atenuação.

Tabela 15 – Período de atenuação da resposta normalizada do sistema em vibração livre para as configurações adotadas.

CONFIGURAÇÕES ADOTADAS	PERÍODO DE ATENUAÇÃO DO SINAL NO TEMPO NORMALIZADO ( $A_p = 0,03g$ )			
	MARTELO DE IMPACTO	%R	DESLOC. LATERAL	%R
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	60 s.	-	64 s	-
<b>SEM ATUADORES</b>	56 s	<b>6,66</b>	60 s	<b>6,25</b>
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	17 s	<b>71,6</b>	20 s	<b>68,7</b>
<b>MINIMOLAS LMF (4x4)</b>	16 s	<b>73,3</b>	14 s	<b>78,1</b>

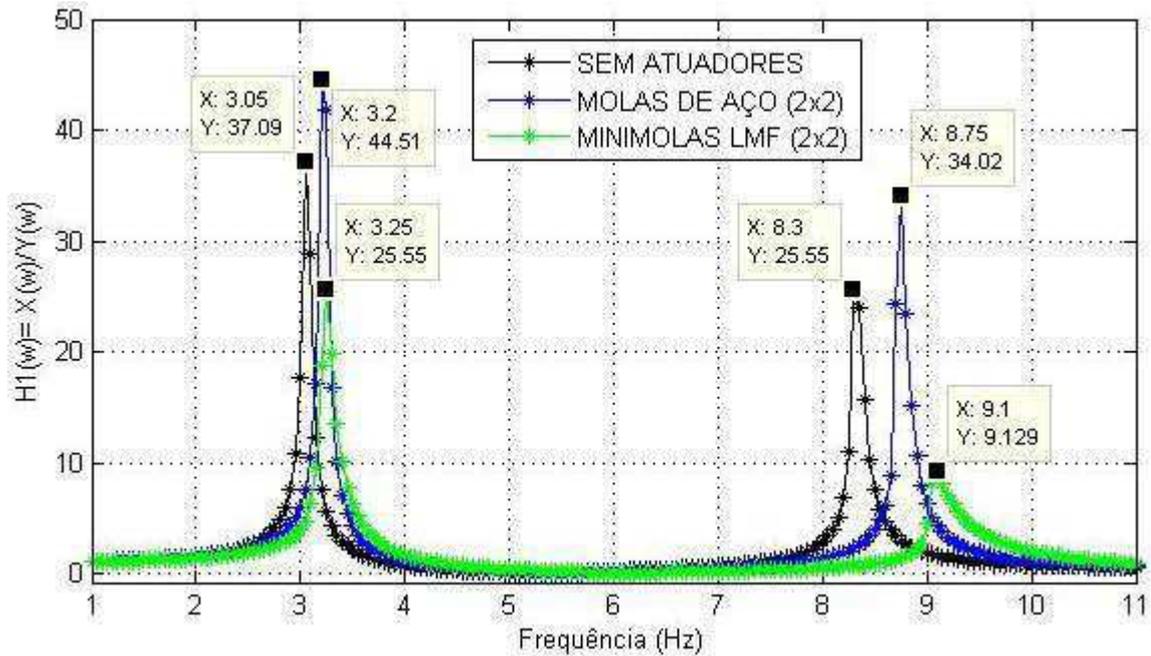
Fonte - Autoria Própria.

### 5.3.5 Resposta em vibração forçada

Para os testes do sistema submetido a uma vibração forçada de base, seguiram-se os critérios estabelecidos anteriormente na metodologia experimental, obtendo-se para os dois pavimentos as FRF's, nas configurações adotadas.

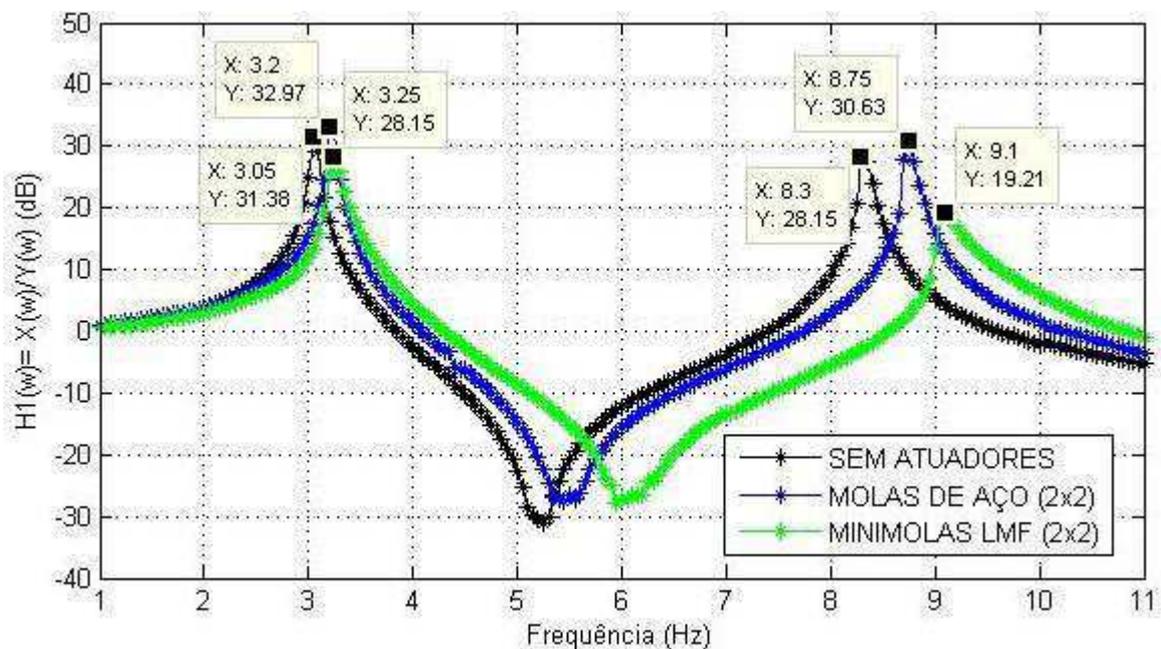
Os gráficos das Figuras 66 e 67 ilustram as FRF's obtidas para o primeiro piso do sistema em escala linear e logarítmica.

Figura 66 – FRF's experimentais do 1º Piso para as configurações adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

Figura 67 – FRF's experimentais do 1º Piso, em escala logarítmica para as configurações adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

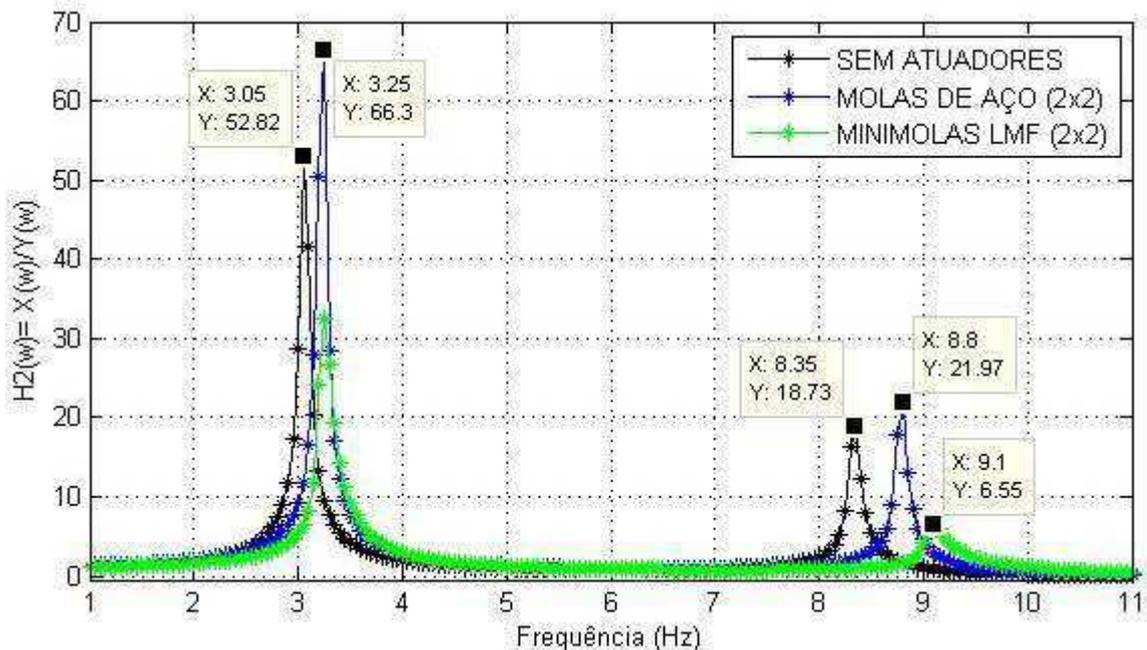
Analisando as curvas acima, pode-se perceber o mesmo padrão de comportamento já evidenciado nos ensaios de vibração livre, onde para o caso da

estrutura com molas de aço (2x2) os picos de transmissibilidade de deslocamento apresentaram maiores valores, para os dois modos de vibrar. Este fato denota que elementos elásticos de aço não controlam ou minimizam vibrações em estruturas submetidas a excitações permanentes.

Como era de se esperar as FRF's referentes ao sistema com a incorporação de minimolas superelásticas apresentaram uma redução significativa dos picos de transmissibilidade de deslocamento, evidenciando os altos níveis de dissipação de energia mecânica inserida no sistema. O comportamento descrito aqui também pode ser visualizado de forma análoga para o segundo piso da estrutura, como evidenciado nas Figs. 68 e 69, em escala linear e logarítmica.

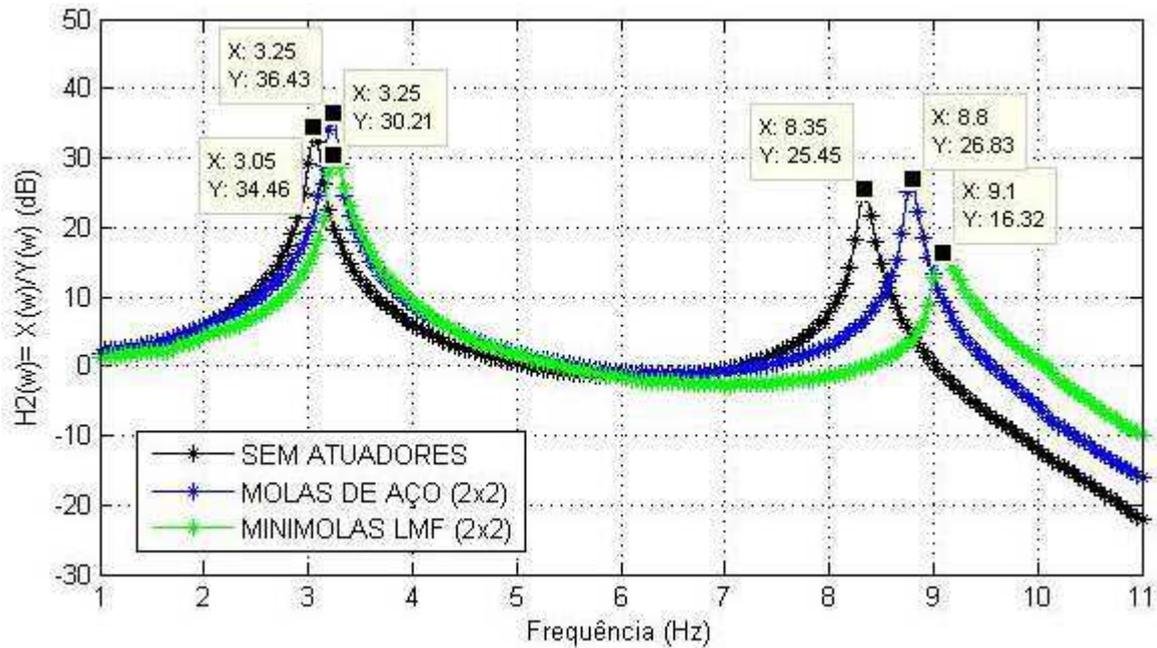
A Tabela 16 apresenta os valores de frequências naturais e transmissibilidades de deslocamento do sistema, obtidos a partir das FRF's lineares das Figs. 66 e 68. Observa-se para o sistema com a configuração de minimolas (LMF-2x2) uma redução percentual dos picos de transmissibilidade " $T_d$ " da ordem de 51% no primeiro modo de vibrar e da ordem de 73% para o segundo modo, referentes aos dois pavimentos.

Figura 68 – FRF's experimentais do 2º Piso para as configurações adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

Figura 69 – FRF's experimentais do 2º Piso, em escala logarítmica para as configurações adotadas.



Fonte - Autoria Própria.

Tabela 16 – Frequências naturais e transmissibilidades de deslocamento do sistema em vibração forçada para as configurações adotadas.

CONFIG. ADOTADAS	1º PISO						2º PISO					
	$\omega_{n1}$			$\omega_{n2}$			$\omega_{n1}$			$\omega_{n2}$		
	Hz	$H(w)_1$	$H(w)_2$									
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	3,2	44,5	-	8,7	34	-	3,2	66,3	-	8,8	22	-
<b>SEM ATUAD.</b>	3,0	37,1	17	8,3	26	25	3,0	52,8	20	8,3	19	15
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	3,2	25,5	43	9,1	9,1	73	3,2	32,4	51	9,1	6,5	70

Fonte - Autoria Própria.

Em termos de fatores de amortecimento ( $\xi$ ), o comportamento do sistema segue o mesmo padrão percebido nas análises anteriores. A Tab. 17 destaca estes fatores para todos os modos de vibração do sistema e em seus dois pavimentos, nas configurações adotadas. Pode-se perceber que o sistema incorporado com

molas de aço (2x2) não acrescenta amortecimento a estrutura, apresentando na sua maioria valores até inferiores à estrutura sem qualquer atuador.

Já para o caso do sistema incorporando as minimolas superelásticas percebe-se um significativo acréscimo percentual nos fatores de amortecimento do sistema, onde se verifica um acréscimo de até 59% ou de aproximadamente 1,6 vezes no primeiro modo de vibrar e de até 119% ou 2,2 vezes para o segundo modo, referentes aos dois pavimentos da estrutura.

Tabela 17 – Fatores de amortecimento do sistema em vibração forçada para as quatro configurações adotadas.

CONFIG. ADOTADAS	1º PISO				2º PISO			
	$\omega_{n1}$ (Hz)		$\omega_{n2}$ (Hz)		$\omega_{n1}$ (Hz)		$\omega_{n2}$ (Hz)	
	$\xi_1$	%A	$\xi_2$	%A	$\xi_1$	%A	$\xi_2$	%A
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	0,0142	-	0,0053	-	0,0123	-	0,0055	-
<b>SEM ATUADORES</b>	0,0133	<b>-6,3</b>	0,0067	<b>26</b>	0,0144	<b>17</b>	0,0065	<b>18</b>
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	0,0172	<b>21</b>	0,0116	<b>119</b>	0,0195	<b>59</b>	0,0115	<b>109</b>

Fonte - Autoria Própria.

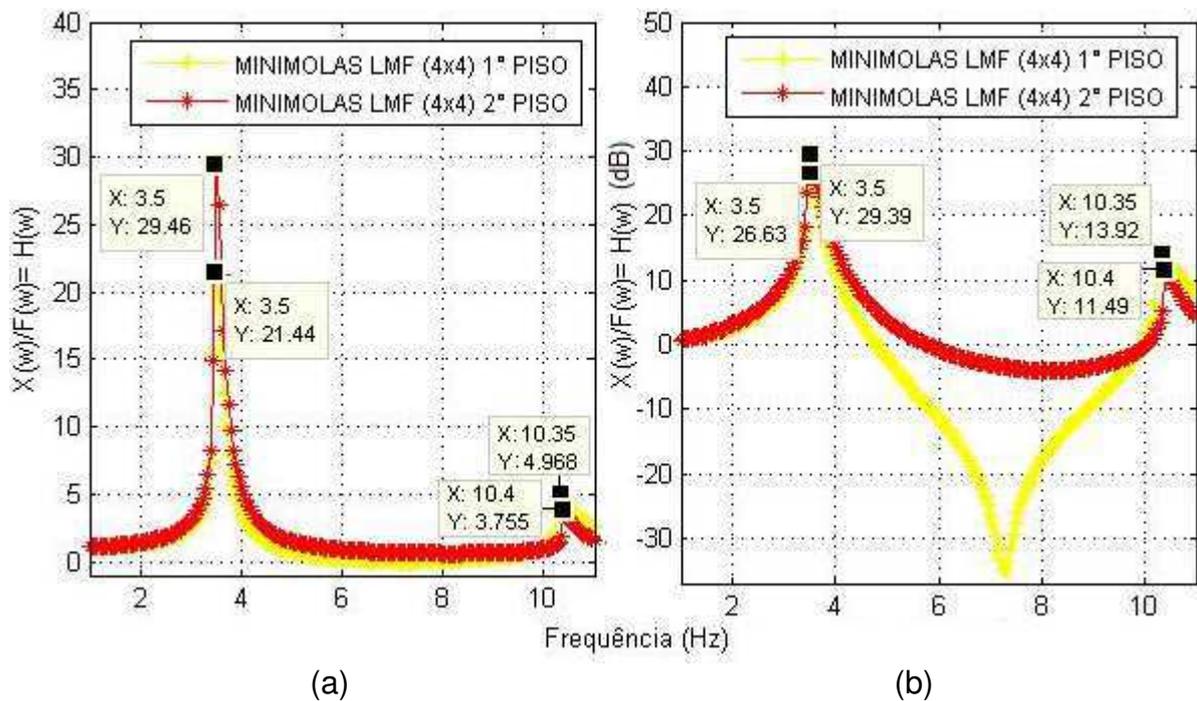
Analisando a Figura 70, os resultados obtidos na incorporação da configuração de minimolas (LMF-4x4), observa-se que na redução de transmissibilidade de deslocamento obtiveram-se valores ainda mais significativos quando comparados à configuração de minimolas de aço (2x2), chegando a percentual de até 56% no primeiro modo de vibrar e de 86% no segundo modo.

Para os fatores de amortecimento foi verificado um acréscimo da ordem de até 1,6 vezes no primeiro modo e de até 3,7 vezes no segundo modo de vibração, quando também comparados com a configuração de molas de aço (2x2), denotando assim o alto desempenho das minimolas superelásticas na redução dos picos de resposta e acréscimo de amortecimento estrutural em sistemas submetidos a excitações permanentes.

Todavia, para este caso deve-se levar em consideração o possível incremento de amortecimento no sistema devido a variação das características dinâmicas da

estrutura, evidenciado pelo acréscimo de rigidez estrutural e defasagem das frequências naturais, com variações da ordem de 9,4% para a primeira frequência natural e de 18,4% para a segunda, quando comparadas com a configuração de molas de aço convencional. A figura a seguir exhibe as curvas de resposta em frequência obtidas para este caso.

Figura 70 – FRF do sistema em vibração forçada para a configuração de minimolas (LMF-4x4). (a) Em escala linear; (b) Em escala logarítmica.



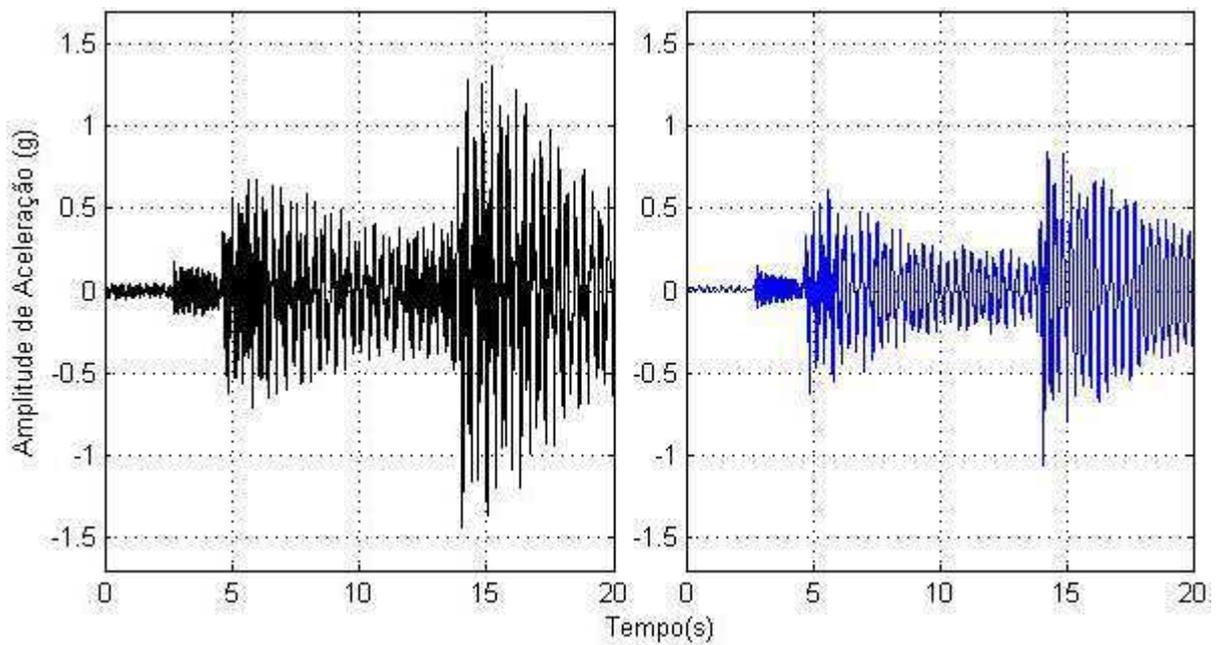
Fonte - Autoria Própria.

### 5.3.6 Resposta à excitação sísmica

Na análise do sistema submetido às excitações sísmicas foram determinadas as curvas de resposta de aceleração no tempo para um terremoto definido na metodologia experimental, para cada pavimento da estrutura. Uma FFT dos sinais gerados foi utilizada para se determinar o comportamento dinâmico do sistema para cada configuração adotada, a partir do seu espectro de frequências.

Os gráficos das Figuras 71 e 72 exibem o sinal de saída no tempo do primeiro pavimento do sistema quando submetido ao abalo sísmico de Mendoncino, para as configurações adotadas. O sinal de entrada também pode ser visualizado.

Figura 71 – Resposta no tempo do 1º Piso da estrutura para o terremoto de Mendoncino. (a) Sem atuadores; (b) Com molas de aço (2x2).

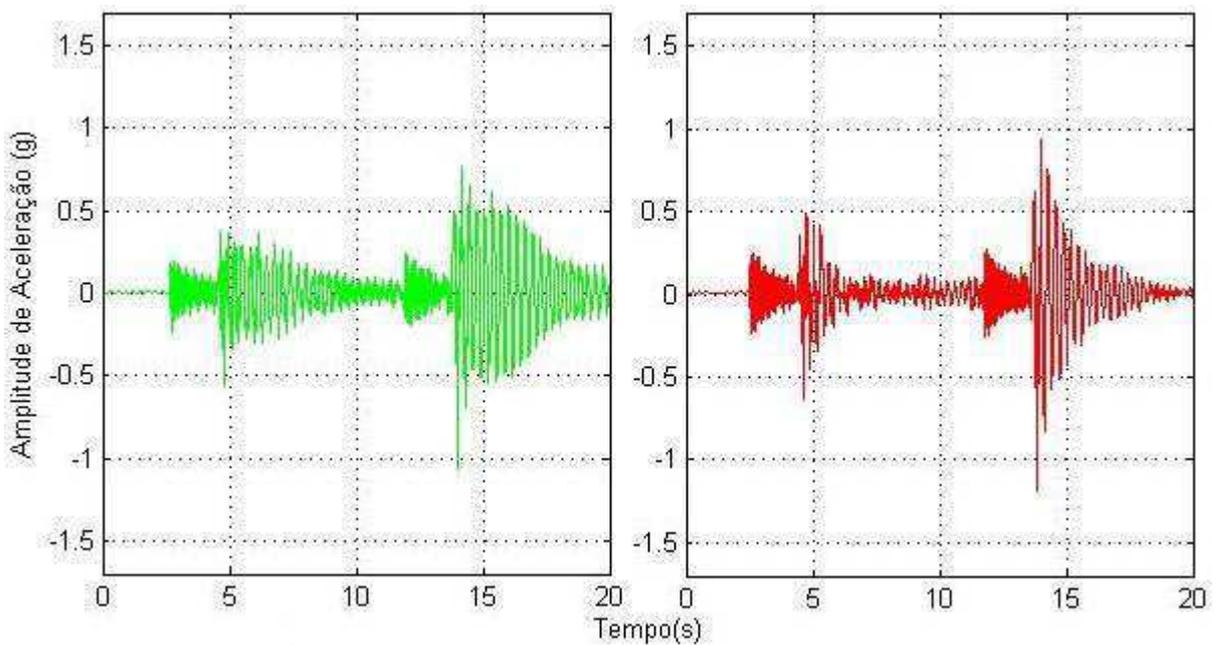


(a)

(b)

Fonte – Autoria Própria.

Figura 72 – Resposta no tempo do 1º Piso da estrutura para o terremoto de Mendoncino. (a) Com minimolas (LMF-2x2); (b) Com minimolas (LMF-4x4).



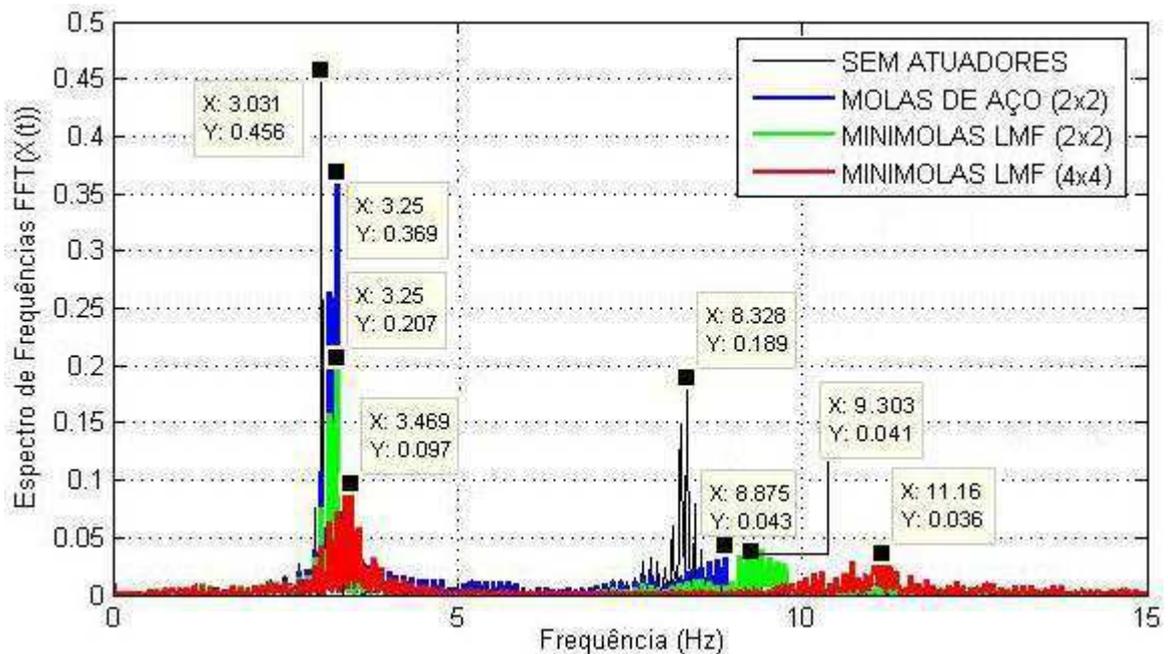
(a)

(b)

Fonte – Autoria Própria.

Pode-se perceber que a resposta de aceleração no tempo para o sistema sem a presença de atuadores apresenta um sinal muito mais denso e com maiores amplitudes de aceleração, quando comparado com o sinal gerado para a estrutura com a presença das minimolas superelásticas. Este fato é devido à propriedade de dissipação de energia evidenciada neste estudo, podendo ser mais bem visualizada na Fig. 73, a partir dos espectros de frequência de todas as configurações adotadas, referentes ao primeiro pavimento. O segundo piso foi analisado analogamente e indicou comportamento semelhante ao apresentado.

Figura 73 – Espectro de frequências nas configurações adotadas para o terremoto de Mendoncino com referência ao 1º Piso.



Fonte – Autoria Própria.

Analisando os espectros de frequência pode-se notar um grau significativo de atenuação dos picos quando a incorporação das minimolas superelásticos individuais (LMF-2x2) e duplas (LMF-4x4) especialmente para o primeiro modo de vibração, quando comparados com o sistema sem atuadores e com molas de aço convencional (2x2). Em uma análise modal os espectros se mostram coerentes, com o aumento de frequências naturais para a estrutura com configurações de maior rigidez estrutural.

A Tabela 18 destaca os parâmetros de transmissibilidade de aceleração para todos os casos testados, juntamente com os percentuais de redução destas amplitudes em comparação a estrutura sem a presença de atuadores.

Pode-se concluir pela análise dos dados, que a incorporação de elementos superelásticos se mostra eficiente no controle passivo de vibrações em estruturas submetidas a este tipo de solicitação, porém como o sinal de abalos sísmicos em geral é predominantemente transiente e aleatório não se tornou possível utilizar todo o potencial (área) do laço histerético das minimolas superelásticas, diminuindo assim o poder de dissipação de energia mecânica na estrutura.

Contudo, os valores de redução se mostraram superiores para as duas configurações de minimolas superelásticas quando comparadas a configuração de molas de aço comum, validando a implantação deste tipo de sistema para controle de vibrações em sistemas submetidos à ação sísmica.

Tabela 18 – Amplitudes de aceleração de pico do sistema submetido à excitação sísmica para as configurações adotadas.

CONFIGURAÇÕES ADOTADAS	FFT (1º PISO)					
	$\omega_{n1}$ Hz	$H(w)_1$		$\omega_{n2}$ Hz	$H(w)_2$	
		$T_a$	%R		$T_a$	%R
<b>SEM ATUADORES</b>	3,03	0,456	-	8,33	0,189	-
<b>MOLAS DE AÇO (2x2)</b>	3,25	0,369	<b>19</b>	8,87	0,043	<b>77</b>
<b>MINIMOLAS LMF (2x2)</b>	3,25	0,207	<b>55</b>	9,30	0,041	<b>78</b>
<b>MINIMOLAS LMF (4x4)</b>	3,47	0,097	<b>79</b>	11,16	0,036	<b>81</b>

Fonte – Autoria Própria.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 6.1 Conclusões gerais

Os resultados inicialmente obtidos pelos métodos analítico e numérico se mostraram representativos, para fins de comparação com os valores referentes à análise modal, frequências naturais e modos de vibrar. Embora estas modelagens tenham sido obtidas de forma simplificada, assumindo-se a estrutura não amortecida e sem a presença dos elementos passivos, pode-se afirmar que as formulações expostas foram capazes de representar bem o sistema proposto.

Na análise numérica, obtiveram-se bons resultados utilizando o *Ansys®*, em relação aos resultados da modelagem analítica (funções de transferência), apesar da limitação imposta pelo software na versão acadêmica e pela desconsideração do atrito e o contato entre as partes da estrutura. Obteve-se uma pequena variação relativa de 3,43% para a primeira frequência natural, e de 3,56% para segunda, validando a modelagem realizada.

Com relação à estimativa da rigidez experimental, analisando-se cada pavimento da estrutura juntamente com a rigidez equivalente do sistema para as quatro configurações de ensaio adotadas, os resultados estão dentro do esperado. Comparando os valores de rigidez equivalente experimental com o método analítico, verificou-se uma variação máxima de 6,65%. O erro é aceitável devido às pequenas variações de rigidez no engaste das uniões dos pisos com as colunas da estrutura, no ensaio experimental.

Ainda na etapa de análise da rigidez estrutural observou-se uma aproximação coerente da rigidez estrutural da configuração com molas de aço (2x2) em comparação a configuração de minimolas (LMF-2X2), comprovando a similaridade das características dinâmicas da estrutura para estes casos. Esta evidência se torna importante por garantir a confiabilidade comparativa da análise modal experimental realizada posteriormente.

Na caracterização das minimolas superelásticas obteve-se a partir de parâmetros de projeto para a configuração da estrutura sem atuadores, os valores de alongação ótima (10,2mm – 1º Piso) e (2,5mm – 2º Piso) na qual as minimolas seriam submetidas, com o intuito de se obter o melhor desempenho de dissipação de energia possível. Este parâmetro definiu a seleção dos dois tipos de minimolas do

primeiro e segundo piso, a serem incorporados no sistema, para as duas configurações com material LMF testadas.

Avaliando a análise modal experimental, para o sistema em vibração livre, verificou-se a eficiência das configurações que adotaram as minimolas superelásticas como elemento absorvedor de vibrações, obteve-se reduções significativas de amplitudes de aceleração para o sistema submetido a um impacto de martelo, com reduções de até 81,9% para a configuração de minimolas (LMF-2x2) e de até 83,9% para a configuração de minimolas (LMF-4x4).

Com relação ao período de atenuação do sinal no tempo, observou-se que para a estrutura submetida a uma solicitação de maior amplitude (deslocamento lateral) as reduções de atenuação do sinal se mostraram mais expressivas, quando comparadas com uma excitação de menor intensidade (impacto de martelo). Obteve-se daí uma redução de até 73,3% na configuração de minimolas (LMF-4x4) submetida a um impacto, e de até 78,1% nesta mesma configuração submetida a um deslocamento lateral. Este fenômeno é explicado pelo fato de elementos com característica superelástica absorverem mais energia quando a imposição de maiores amplitudes de deformação, pois aumentam a área do laço histerético.

Quando analisado o sistema submetido à vibração forçada de base, verificou-se que não houve variação significativa nas frequências naturais do sistema quando comparada a configuração de molas de aço (2x2) com a configuração de minimolas (LMF-2x2). Uma variação de até 1,56% é percebida para o primeiro modo de vibrar, e de até 4,00% para o segundo modo. Desta forma, é correto afirmar que as reduções de amplitudes de resposta ocorrem efetivamente pelo acréscimo de amortecimento estrutural e dissipação de energia mecânica.

Em termos de transmissibilidade de deslocamento, analisando as curvas de (FRF), percebe-se que em comparação do sistema incorporado da configuração de molas de aço (2x2), a configuração de minimolas (LMF-2x2) apresentou uma redução da ordem de 51% no primeiro modo de vibrar e de até 73% para o segundo modo, referentes aos dois pavimentos. Estes valores se apresentam ainda maiores para a configuração de minimolas (LMF-4x4), porém com alguma variação e acréscimo das frequências naturais e rigidez estrutural.

Os fatores de amortecimento encontrados estão dentro da faixa de valores esperados para amortecimentos estruturais, que pode variar de 0,001 a 0,07. Se compararmos estes fatores para a configuração de minimolas (LMF-2x2) verifica-se

um acréscimo de até 59% no primeiro modo de vibrar e de até 119% para o segundo modo, referentes aos dois pavimentos, em comparação com o pior caso, a configuração de molas de aço (2x2). Este fato ressalta o alto desempenho das minimolas superelásticas na redução dos picos de resposta e acréscimo de amortecimento estrutural em sistemas submetidos a excitações permanentes.

Para o ensaio dinâmico observou-se que os casos com maior amplitude de deformação imposta ao elemento são os que apresentam os maiores valores de dissipação. Foi percebido também o decréscimo de dissipação para números de ciclos superiores, sendo explicado pelo possível autoaquecimento da LMF em valores elevados de tempo/ciclo de ensaio.

Por fim, na análise do sistema a excitações sísmicas verificou-se um grau significativo de atenuação dos picos, nos espectros de frequência, quando a incorporação dos elementos passivos superelásticos em comparação com o sistema sem atuadores e com molas de aço (2x2). Para as amplitudes de transmissibilidade de aceleração evidenciou-se uma redução de até 55% para o primeiro modo de vibrar e de 78% no segundo modo, referentes ao primeiro piso, no abalo de Mendocino quando a incorporação de minimolas (LMF-2x2) e em comparação com a estrutura sem atuadores. Para a configuração de minimolas duplas estas reduções foram ainda mais significativas.

Sendo assim pode-se afirmar que os objetivos do trabalho foram alcançados de forma satisfatória, validando o uso das LMF's com características superelásticas no controle passivo de vibrações em estruturas submetidas a excitações dinâmicas.

## **6.2** *Sugestões para trabalhos futuros*

O tema abordado nesta dissertação tem caráter interdisciplinar e propicia uma linha de estudos bastante abrangente, uma vez que possui um alto grau de complexidade, mas com a prerrogativa de se caminhar em meados da fronteira do conhecimento científico. Desta forma propõem-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Continuação dos estudos da dinâmica estrutural, entretanto com aplicações em outros tipos de sistemas estruturais e tipos de excitações;
- Modelagem matemática e numérica mais refinada, levando em consideração o sistema estrutural completo (componentes e subsistemas) de forma associada com um mecanismo de controle de vibrações;
- Caracterização e uso de outro tipo de atuador passivo (fios simples ou trançados, fitas, tiras, hastes, molas abertas, seccionadas) de (LMF–NiTi–SE), a fim de uso como elemento de dissipação de energia mecânica;
- Programar um novo sistema para incorporação dos elementos selecionados, por meio de arames, mecanismos híbridos, ou outros dispositivos, com finalidade de garantir melhor eficiência e desempenho de atuação;
- Pesquisar e analisar a influência das variáveis dependentes no processo de dissipação de energia, como amplitude de deformação do elemento, temperatura do meio e do material e frequência ou taxa de deformação imposta ao mesmo;
- Aperfeiçoar e avaliar o elemento atuador estudado por meio de ensaios mecânicos de fadiga, corrosão, tratamentos térmicos da liga entre outros, a fim de viabilizar seu uso em sistemas estruturais reais.

## REFERÊNCIAS

AGUIAR, R. A. A. **Análise da Redução de Vibrações em Sistemas Mecânicos Utilizando Ligas com Memória de Forma**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ/COPPE, 2011. 139 p. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2011.

ALAM, M.; YOUSSEF, M.; NEHDI, M. **Utilizing shape memory alloys to enhance the performance and safety of civil infrastructure: a review**. *Can J Civ Eng*, 2007. 34(9):1075–1086

AURICCHIO, F.; TAYLOR, R. L.; LUBLINER, J. Shape-memory alloy: Macro modelling and Numerical Simulations of the Superelastic Behavior. **Computer Methods Applied Mechanics Engineering**, v. 146, p. 281-312, 1997.

BARROS, M. B.; RADE, D. A. **Projeto Optimizado de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Multimodais**. 19º Simpósio do Programa de pós-graduação, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, out. 2009.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. **Resistência dos Materiais**. 3º ed. Rio de Janeiro: Editora Pearson Makron Books, 1995.

BRENNAN, M. J. Some Recent Developments in Adaptive Tuned Vibration Absorbers/Neutralizers. **Shock and Vibration**, v. 13, p. 531-543.

CHOI, S. B.; HWANG, J. H. Structural Vibrations Control Using Shape Memory Actuators. **Journal of Sound and Vibration**, v. 231, n. 4, p. 1168-1174, 2000.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures**. 2ª ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 1995.

CORREIA, A. A. **Vibrações de Sistema com 1 Grau de Liberdade, Dinâmica**. Instituto Superior Técnico, jan. 2007.

CUNHA JR. S. S. **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações**. Uberlândia, MG: UFU, 1999. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1999.

DA SILVA, E. P. **Modelagem Mecânica de Transformação de Fase Induzidas por Tensões em Sólidos**. Brasília, DF: UnB, 1995. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, 1995.

DELAEY, L.; KRISHNAN, R. V.; TAS, H. Thermoelasticity, Pseudoelasticity, and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations: Structural and Microstructural Changes Associated with the Transformations. **Journal of Materials Science**, Part 1, n. 9, p. 1521-1535, 1974.

DELAEY, L.; KRISHNAN, R. V.; TAS, H. Thermoelasticity, Pseudoelasticity, and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations: The Macroscopic Mechanical Behaviour. **Journal of Materials Science**, Part 2, n. 9, p. 1536-1544, 1974.

DOLCE, M.; CARDONE, D. Mechanical behavior of shape memory alloys for seismic applications: Austenite Ni-Ti wires subjected to tension. **International Journal of Mechanical Sciences**, v.43, p. 2657-2677, 2001.

DOLCE, M.; CARDONE, D.; MARNETTO, R. SMA re-centering devices for seismic isolation of civil structures. **Proceedings of SPIE**, v. 4330, p. 238-249, 2001.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. Ed. 8ª. Editora LTC, 2001. p. 680.

DUERIG, T. W.; MELTON, K. N.; STÖCKEL, D.; WAYMAN, C. M. **Engineering Aspects of Shape Memory Alloys**. 1º ed. London, England: Butterworth-Heinemann Ltd, 1990. Inclue índice. ISBN 0-750-61009-3.

FERNANDES, F. M. B. **Ligas com Memória de Forma**. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa/ CENIMAT, Lisboa, Portugal, 35 p, abr. 2006.

FLOR LÓPEZ, S *de la*. **Simulación numérica y correlación experimental de las propiedades mecánicas en las aleaciones con memoria de forma**. Catalunha, Barcelona, Espanha: ETSEIB, 2005. Tese de doutorado em Engenharia Industrial. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona da Universidad Politécnica de Cataluña, 2005.

FRANÇA, L. N. F.; SOTELO Jr. J. **Introdução às Vibrações Mecânicas**. 1º ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2006. 176 p. Inclui índice. ISBN 978-85-2120-338-4.

FRUET, G. **Dissipação de Energia em Estruturas com Utilização de Polímeros Termoplásticos**. Porto Alegre, RS: UFRS, 2005. 95 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil – Laboratório de Dinâmica Estrutural e Confiabilidade, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

FUGAZZA, D. **Shape-Memory Alloys Devices in Earthquake Engineering: Mechanical Properties, Constitutive Modeling and Numerical Simulations**. Pavia, Italian: UNIPV, 2003. Dissertation Master of Earthquake Engineering, Università degli Studi di Pavia, 2003.

GONÇALVES, A. P. S. **Sistema de Controle Ativo de Vibrações em Estrutura do Tipo Pórtico**. Campina Grande, PB: UAEM, 2013. 62 p. Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2013.

GONÇALVES, A. P. S. **Controle Ativo de Vibrações em uma Estrutura com 2GDL Utilizando Transdutores Piezoelétricos Associados a Circuitos *Shunt* de Capacitância Negativa**. Campina Grande, PB: UFCG, 2016. 125 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2016.

GRASSI, E. N. D. **Comportamento Termomecânico de Minimolas Superelásticas de NiTi: Influência de Tratamentos Térmicos**. Campina Grande, PB: UFCG, 2014. 115 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

HALIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de Física, volume 1: mecânica**. 8<sup>o</sup> ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. Inclui índice. ISBN 978-85-216-1605-4.

HIRUNYAPRUK, C. **Vibration Control Using an Adaptive Tuned Magneto-Rheological Fluid Vibration Absorber**. U.K, 2009. PhD Thesis, University of Southampton, 2009.

INDIRLI, M.; CASTELLANO, M. G.; CLEMENTE, P. MARTELLI, A. Demo-application of shape memory alloy devices: the rehabilitation of the s. giorgio church bell tower. In: **SPIE's 8th annual international symposium on smart structures and materials, International Society for Optics and Photonics**, pp 262–272, 2001.

KERVIN Jr, E. M. Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer. **Journal of Acoustical Society of America**, v. 31, n. 7, p. 952-962, 1959.

LAGOUDAS, D. C.; MAYES, J. J.; KHAN, M. M. Simplified Shape Memory Alloy (SMA) Model for Vibration Isolation. **Smart Structures and Materials: Modeling, Signal Processing, and Control in Smart Structures**, v.452, aug, 2001.

LAGOUDAS, D. C. **Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Application**. Edited by Lagoudas, D. C., Springer, Texas, USA, 2008.

LECCE, L.; CONCILIO, A. **Shape Memory Alloy Engineering – For Aerospace, Structural and Biomedical Applications**. Editors-in-Chief, 2015. ISBN: 978-0-08-099920-3.

LEO, D. J. **Engineering Analysis of Smart Material Systems**. Department of Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University. Virginia: Editora John Wiley & Sons, INC., 2007, p 569.

LIU, J.; LIU, K. A Tunable Electromagnetic Vibration Absorber: Characterization and Application. **Journal of Sound and Vibration**, v. 295, p. 708-724, 2006.

LOPES, A. E. V. **Risco Sísmico no Brasil e Seu Impacto sobre Grandes Obras**, In: Revista do Instituto de Engenharia, n. 58, abr./mai. 2010.

LOPES, A. E. V. **Intensidades Sísmicas de Terremotos: Formulação de Cenários Sísmicos no Brasil**. In: Revista USP, São Paulo, n. 91, p. 90-102, set./nov. 2011.

MAHMOODI, P. Structural Dampers: ASCE. **Journal of Structural Division**, v. 95, n.ST8, P 1661-1672, 1969.

MAIS UMA ENGENHARIA BLOG: **Amortecedor de Massa Sintonizada (TMD) do Taipei 101 Bate Recorde Mundial de Deslocamento Durante Tufão**, 12 ago. 2015. Disponível em: <<http://maisumaengenharia.blogspot.com/2015/08/amortecedor-de-massa-sintonizada-tmd-do.html>>. Acesso em: 15 jul. 2016.

MENNA, C.; AURICCHIO, F.; ASPRONE, D. Applications of SMA in Structural Engineering. **Shape Memory Alloy Engineering**, 2015. ISBN 978-0-08-099920-3.

MIRZAEIFAR, R.; DESROCHES, R.; YAVARI, A. **A combined analytical, numerical, and experimental study of shape-memory-alloy helical springs**. Int J Solids Struct, 2011. 48(3–4):611–624.

MO, Y.; SONG, G.; OTERO, K. Development and testing of a proof-of-concept smart concrete structure. In: **Proceeding of smart structures technologies and earthquake engineering**, 2004.

MONERAT, G. A.; SILVA, E. V. C.; OLIVEIRA, G. N.; NOGUEIRA, P. H. A. S.; ASSUMPÇÃO, A. R. P.; DE OLIVEIRA, T. M. G. Explorando Sistemas Hamiltonianos II: Pontos de Equilíbrio Degenerados. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 30, n. 2, 2008. ISSN 1806- 1117. Disponível em: < [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S180611172008000200003](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S180611172008000200003)>. Acesso em: 04 ago. 2016.

MORAES, Y. J. O. **Análise Dinâmica Aplicada ao Controle de Vibrações em Estrutura do Tipo Pórtico Sujeita a Excitações Laterais e Incorporando Elementos Passivos**. Campina Grande, PB: UAEM, 2014. 23 p. Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

MORAES, Y. J. O.; OLIVEIRA, A. G.; SILVA, A. A.; MOREIRA, P. I. C. **Análise de Sistema Estrutural do Tipo Pórtico Através da Função Resposta Em Frequência (FRF) Usando o Método dos Mínimos Quadrados**. In: IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Fortaleza – CE, 2016.

MOREIRA, P. I. C. **Análise Dinâmica Aplicada ao Controle de Vibrações em Estruturas Tipo Pórtico com 2GDL sob Excitação pela Base**. Campina Grande, PB: UAEM, 2016. 55 p. Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2016.

MOUTINHO, C. M. R. **Controle de Vibrações em Estruturas de Engenharia Civil**. Porto, Portugal: FEUP, 2007. 394 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.

OLIVEIRA, B. A. **Desenvolvimento de um Isolador de Vibração Pseudoelástico**. Brasília, DF: UnB, 2008. 96 p. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2008.

PAIVA, A.; SAVI, M. A. Sobre os modelos constitutivos com cinética de transformação assumida para ligas com memória de forma. In: **XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica**, 1999.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4<sup>a</sup> ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. Título original: Mechanical Vibrations. 449 p. Inclui índice. ISBN 978-85-7605-200-5.

RIOS, M, P. **Efeito de Amortecedores no Comportamento Dinâmico de Edifícios Altos sob Cargas de Vento**. Rio de Janeiro, RJ: PUC, 2015. 136 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.

RODRIGUES, L. F. G. **Estudo de estratégias de controlo activo de vibrações para um edifício de dois andares**. Lisboa, Portugal: FCT, 2011. 111 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil-Perfil de Estruturas, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2011.

ROSS, D.; UNGAR, E. E.; KERVIN Jr, E. M. Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Layer. **Structural Damping: ASME**, New York, USA, p.49-99, 1959.

SAAVEDRA, F. L. B. **Estudo comparativo em análise sísmica de estruturas de edifício**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1991. 109 p. Dissertação de Mestrado em Ciências da Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1991.

SANTOS, F. P. A. Dos.; CISMASIU, C. Comparison between Two SMA Constitutive Models for Seismic Applications. **Journal of Vibration and Control**, v.16, n. 6, p. 897-914, may. 2010.

SEMIÃO, L. A. P. **Utilização de Ligas com Memória de Forma no Controle de Vibrações em Estruturas Inteligentes de Engenharia Civil**. Lisboa, Portugal: FCT, 2010. 81 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil-Estruturas e Geotecnia, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2010.

SONG, G.; MA, N.; LI, H. N. Applications of shape memory alloys in civil structures. **Engineering Structures**, v. 28, p. 1266-1274, 17 abr. 2006.

SOUZA, M. G.; CICOONA, T. R.; CHUQUITO, A. J. Excitação dos Modos Normais de um Sistema Usando um Motor Desbalanceado. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 29, n. 1, 2007. ISSN 1806- 1117. Disponível em:< [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1806-11172007000100003](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172007000100003)>. Acesso em: 04 ago. 2016.

TAMAI, H.; KITAGAWA, Y. **Pseudoelastic behavior of shape memory alloy wire and its application to seismic resistance member for building**. *Comput Mater Sci*, 2002. 25(1):218–227.

TANAKA, K.; KOBAYASHI, S.; SATO, Y. Thermo-mechanics of transformation pseudo-elasticity and shape memory effect in alloys. **International Journal of Plasticity**, v. 2, p. 59-72, 1986.

VELOSO, J. A. V. Terremotos Induzidos pelo Homem. **Nós fora dos eixos**, Brasília, 18 set. 2012. Disponível em: <<http://www.nosrevista.com.br/2012/09/18/terremotos-induzidos-pelo-homem/>>. Acesso em: 07 jul. 2016.

WILLIAMS, K.; CHIU, G.; BERNHARD, R. Adaptative-passive Absorbers Using Shape Memory Alloys. **Journal of Sound and Vibration**, v. 249, n. 5, p. 835-848, 2002.

WILSON, J.; WESOLOWSKY, M. **Shape memory alloys for seismic response modification: a state-of-the-art review**. Earthq Spectra, 2005. p 21:569.

WONDERFUL ENGINEERING BLOG: Platform for engineers, learn about innovative design and smart engineering: **Amortecedores Sísmicos**, 2016. Disponível em: <<https://www.facebook.com/WonderfulEngineering/home>>. Acesso em: 28 jul. 2016.

YÁNEZ, P. A. L. **Análise Sísmica de Edifícios pela Técnica do Meio Contínuo**. São Carlos, SP: USP, 1992. 198 p. Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade Federal de São Paulo, 1992.

ZAK, A. J.; CARTMAELL, M. P.; OSTACHOWICZ, W. M. Dynamics and Controls of a Rotor Using an Integrated SMA/Composite Active Bearing Actuator. **Engineering Materials**, v. 245-246, p. 233-240, 2003.

## APÊNDICE A – Rotina do Matlab® para análise modal analítica

```

%*****
% Determinação das frequências naturais e modos de vibração de um sistema
% não amortecido do tipo pórtico com 2GDL.
% -----
% Modelo matriz dinâmica: [m]x'' + [c]x' + [k]x = 0; onde f(t) = 0
% -----
clear all; close all; clc;
% -----

% Parâmetros do sistema:
E=193*10^9;      % Módulo de elasticidade (aço inox 304 A)

% Dimensões das colunas de inox (inferior e superior)
h=0.97*10^-3;   % Espessura [m]
b=50*10^-3;    % Largura [m]
L=0.2444;      % Comprimento [m] (comprimento entre centros das chapas)
Io=b*h^3/12    % Momento de Inercia de área [m^4]

% Massas dos componentes que formam a estrutura
ms1=1.1138;    % Massa do 1º Piso sem parafusos de fixação [kg]
m1=1.1490;    % Massa do 1º Piso + 8 parafusos de fixação [kg] (4g cada)
ms2=1.1197;    % Massa do 2º Piso sem parafusos de fixação [kg]
m2=1.1549;    % Massa do 2º Piso + 8 parafusos de fixação [kg] (4g cada)
ms3=1.0846;    % Massa da Base sem parafusos de fixação [kg]
m3=1.1198;    % Massa da Base + 8 parafusos de fixação [kg] (4g cada)
mc1=0.1896;   % Massa da 1º coluna [kg]
mc2=0.1896;   % Massa da 2º coluna [kg]
mct= mc1+mc2  % Massa total das colunas [kg]
Mt= (m1+m2+m3)+mct % Massa total da estrutura [kg]

% Rigidez equivalente das colunas
k1=(24*E*Io)/L^3 % Rigidez do 1º Piso - 2 chapas acopladas [N/m]
k2=k1           % Rigidez do 2º piso - 2 chapas acopladas [N/m]
keq= 1/((1/k1)+(1/k2)) %Rigidez equivalente da estrutura [N/m]

% -----
% Matriz de coeficientes de influência de inércia
M=[m1 0; 0 m2];

% Matriz de coeficientes de influência de rigidez
K=[(k1+k2) -k2; -k2 k2];

% Matriz de coeficientes de influência de flexibilidade
Ki=inv(K);

% Matriz dinâmica, D=[inv(ki)].[m]
D=Ki*M;

% Matriz de autovalores e autovetores
[v,d]=eig(D);

% Autovalores (lambda=1/w^2)
lambda1=d(1,1);
lambda2=d(2,2);

% Autovetores - Frequências naturais [rad/s]

```

```

w1=sqrt(1/lambda2);
w2=sqrt(1/lambda1);

% Autovetores - Frequências naturais [Hz]
f1=w1/(2*pi)
f2=w2/(2*pi)

% -----
% Vetor modal
% 1° Modo de vibrar
X2=[v(1,1)/v(1,1); v(2,1)/v(1,1)];
% 2° Modo de vibrar
X1=[v(1,2)/v(1,2); v(2,2)/v(1,2)];

% -----
% Gráficos das formas modais
r1=linspace(0,2,3);
y1=zeros(size(r1));
m=[0 1 2];
x1=[0 X1(1) X1(2)]; x2=[0 X2(1) X2(2)];
subplot(211)
plot(r1,y1,'g',m,x1,'-bs')
legend('Repouso','1° Modo de Vibrar'), grid
subplot(212)
plot(r1,y1,'g',m,x2,'-rs')
legend('Repouso','2° Modo de Vibrar'), grid

% -----
% Cálculo de frequências naturais utilizando a Eq. (6)
num1 = (m2*k1+m2*k2+m1*k2);
num2 = ((m2*k1+m2*k2+m1*k2)^2)-(4*m1*m2*k1*k2);
den = 2*m1*m2;
F1 = (sqrt((num1-sqrt(num2))/den))/(2*pi)
F2 = (sqrt((num1+sqrt(num2))/den))/(2*pi)

```

**APÊNDICE B – Tabelas e curvas de rigidez das configurações adotadas**

Tabela B1 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura com molas de aço (2x2).

<b>Nº</b>	<b>M(Kg)</b>	<b>Y(N)</b>	<b>X1(m)</b>	<b>X2E(m)</b>	<b>X2L(m)</b>
1	0,293	2,872	0,00144	0,00076	0,00174
2	0,393	3,854	0,00218	0,00139	0,00284
3	0,572	5,614	0,00339	0,00252	0,00511
4	0,766	7,515	0,00478	0,00370	0,00772
5	0,961	9,429	0,00621	0,00500	0,01042
6	1,161	11,385	0,00758	0,00626	0,01306
7	1,361	13,349	0,00904	0,00755	0,01560
8	1,828	17,930	0,01228	0,01061	0,02243
9	2,179	21,380	0,01476	0,01279	0,02801
10	2,476	24,288	0,01675	0,01460	0,03143

Fonte – Autoria Própria.

Tabela B2 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura com minimolas (LMF–2x2).

<b>Nº</b>	<b>M(Kg)</b>	<b>Y(N)</b>	<b>X1(m)</b>	<b>X2E(m)</b>	<b>X2L(m)</b>
1	0,293	2,872	0,00127	0,00043	0,00117
2	0,393	3,854	0,00188	0,00109	0,00258
3	0,572	5,614	0,00309	0,00231	0,00466
4	0,766	7,515	0,00430	0,00353	0,00730
5	0,961	9,429	0,00563	0,00482	0,00992
6	1,161	11,385	0,00694	0,00612	0,01271
7	1,361	13,349	0,00842	0,00737	0,01539
8	1,828	17,930	0,01169	0,01022	0,02189
9	2,179	21,380	0,01424	0,01248	0,02891
10	2,476	24,288	0,01629	0,01409	0,03109

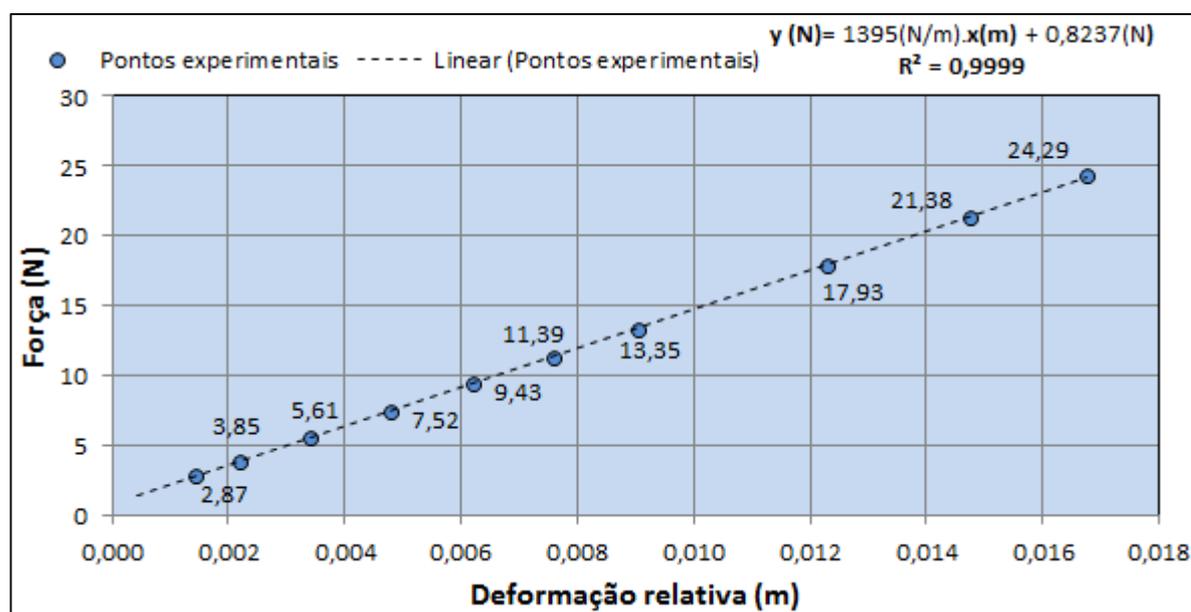
Fonte – Autoria Própria.

Tabela B3 – Medidas obtidas para análise da rigidez experimental da estrutura com minimolas (LMF-4x4).

Nº	M(Kg)	Y(N)	X1(m)	X2E(m)	X2L(m)
1	0,293	2,872	0,00071	0,00043	0,00118
2	0,393	3,854	0,00125	0,00082	0,00213
3	0,572	5,614	0,00223	0,00159	0,00391
4	0,766	7,515	0,00330	0,00248	0,00594
5	0,961	9,429	0,00445	0,00339	0,00814
6	1,161	11,385	0,00570	0,00437	0,01039
7	1,361	13,349	0,00691	0,00540	0,01283
8	1,828	17,930	0,01045	0,00779	0,01839
9	2,179	21,380	0,01267	0,00926	0,02289
10	2,476	24,288	0,01517	0,01062	0,02681

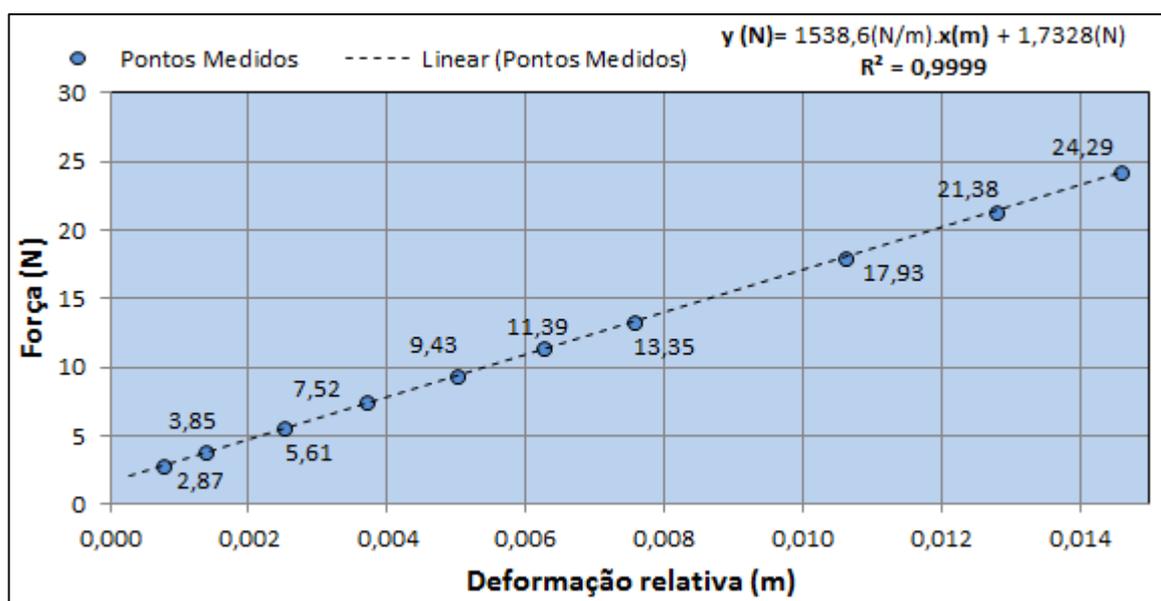
Fonte – Autoria Própria.

Figura B1 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, com molas de aço (2x2).



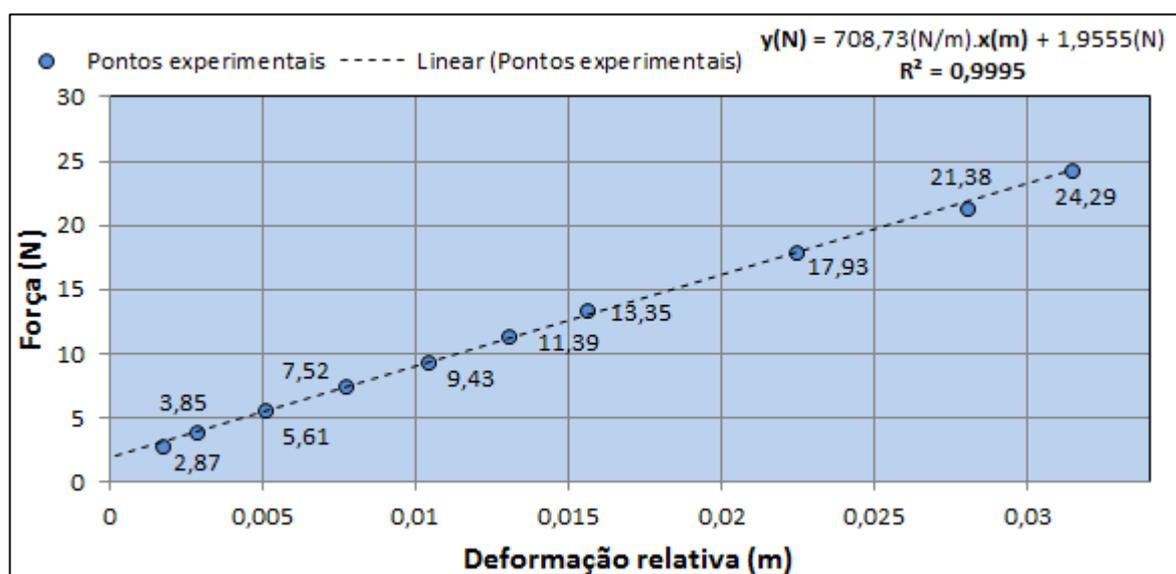
Fonte – Autoria Própria.

Figura B2 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, com molas de aço (2x2).



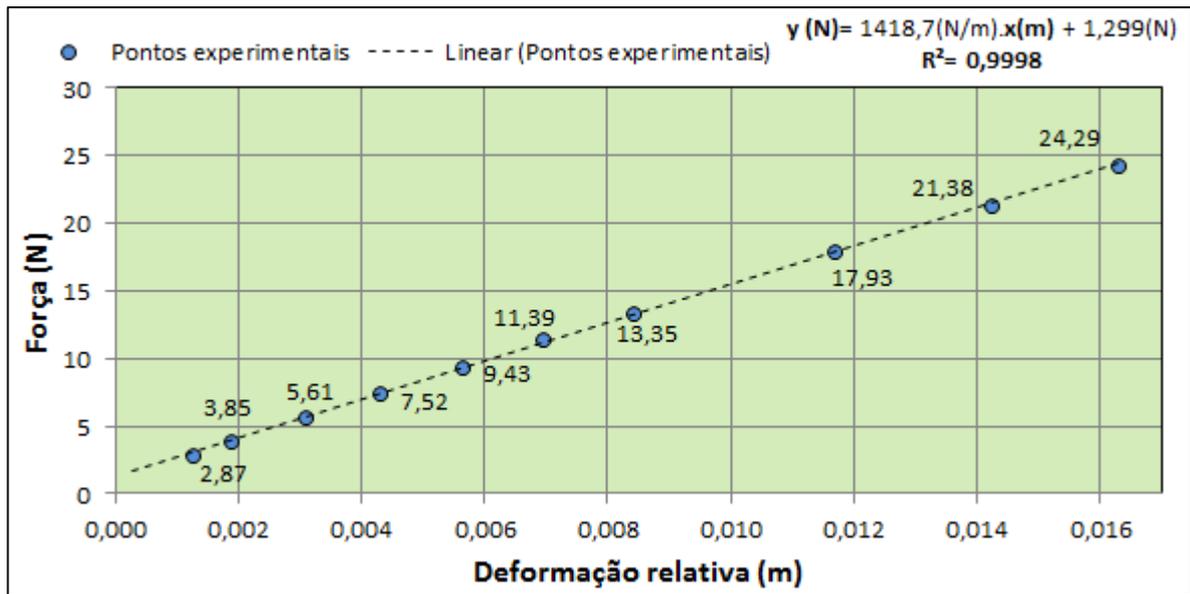
Fonte – Autoria Própria.

Figura B3 – Curva de rigidez equivalente “keq”, com molas de aço (2x2).



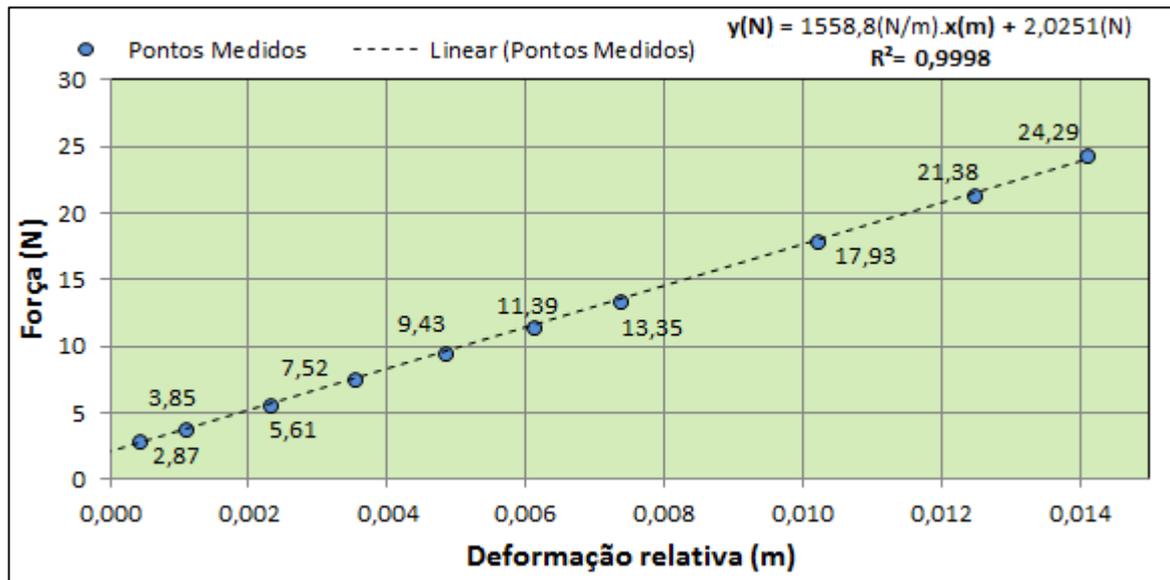
Fonte – Autoria Própria.

Figura B4 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, com minimolas (LMF–2x2).



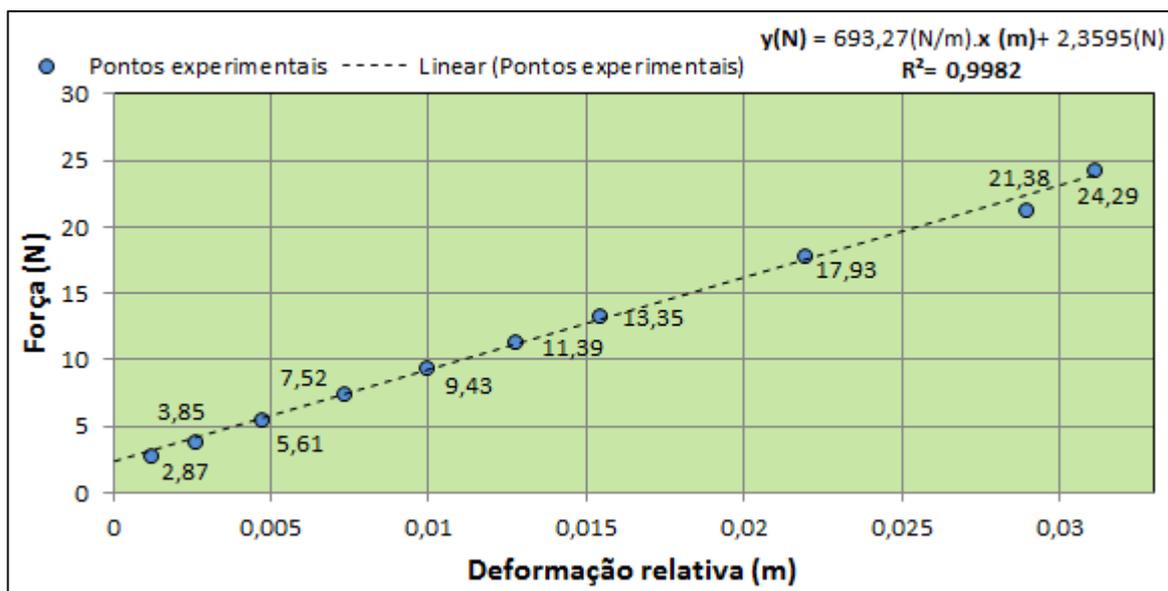
Fonte – Autoria Própria.

Figura B5 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, com minimolas (LMF–2x2).



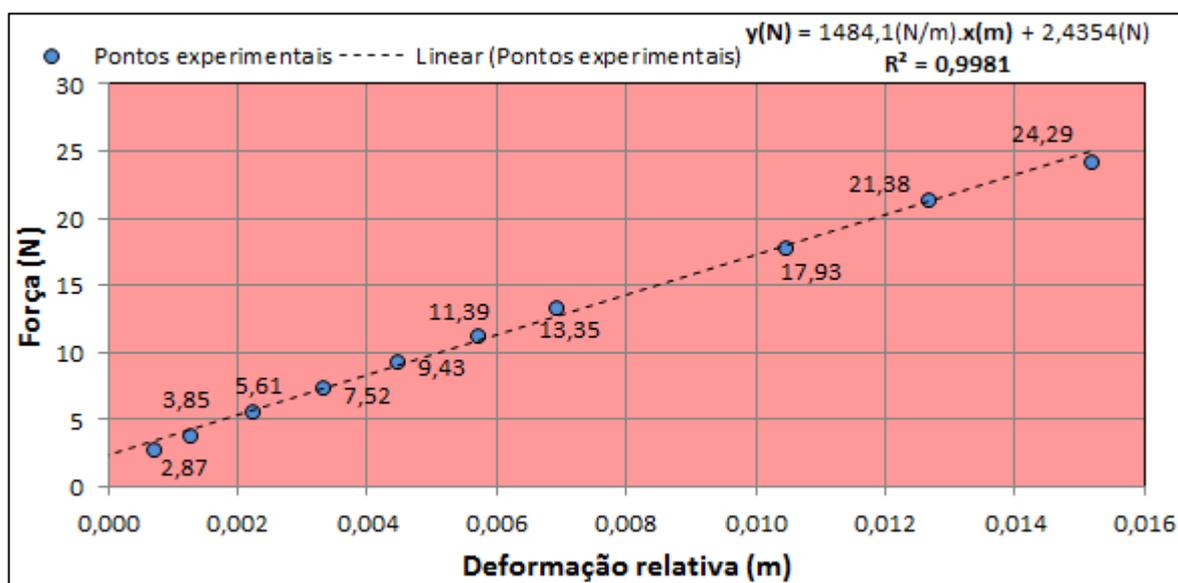
Fonte – Autoria Própria.

Figura B6 – Curva de rigidez equivalente “keq”, com minimolas (LMF–2x2).



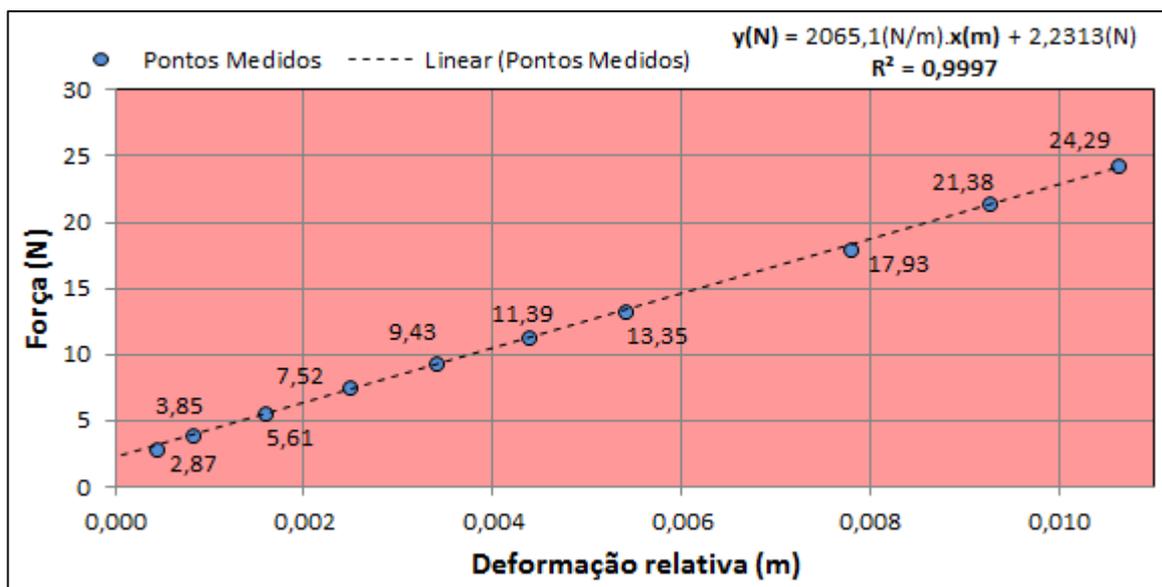
Fonte – Autoria Própria.

Figura B7 – Curva de rigidez do 1º Piso “k1”, com minimolas (LMF–4x4).



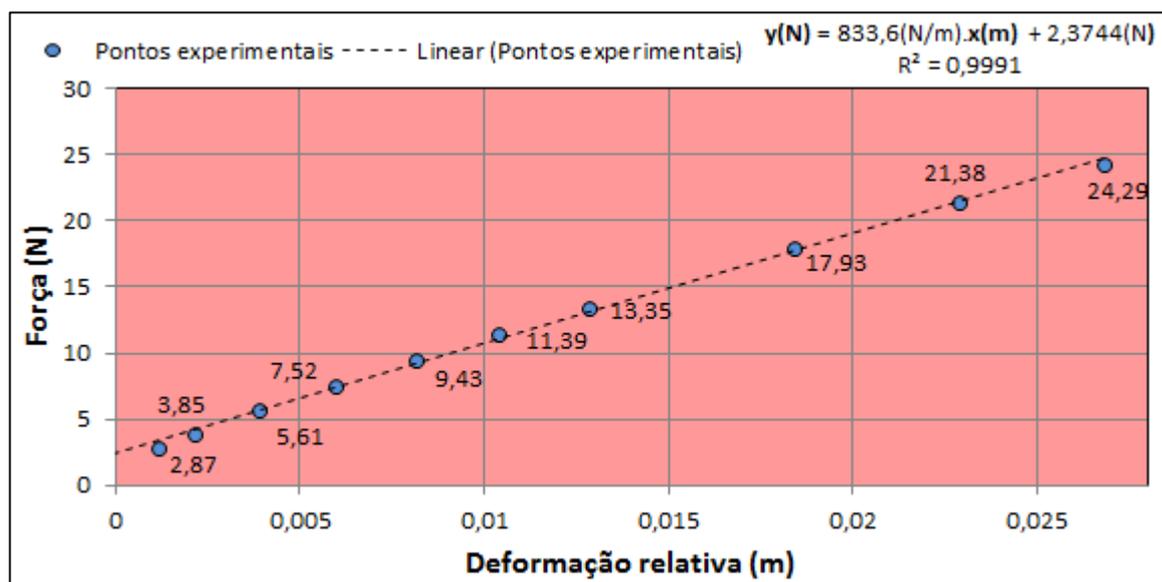
Fonte – Autoria Própria.

Figura B8 – Curva de rigidez do 2º Piso “k2”, com minimolas (LMF–4x4).



Fonte – Autoria Própria.

Figura B9 – Curva de rigidez equivalente “keq”, com minimolas (LMF–4x4).



Fonte – Autoria Própria.

**APÊNDICE C – Tabelas para alongação das diagonais da estrutura**

Tabela C1 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura com molas de aço (2x2).

REFERENCIA FRF	$\omega_{ni1}$ (Hz)	$\omega_{ni2}$ (Hz)	$D_1$ (mm)	$D_2$ (mm)	$T_{di1}$ (Adm.)	$T_{di2}$ (Adm.)	$A_{i1}$ (mm)
<b>1° PISO</b>	3,20	8,75	325	-	44,51	34,02	0,338
<b>2° PISO</b>	3,25	8,80	-	325	66,30	21,97	0,332
REFERENCIA FRF	$A_{i2}$ (mm)	$X_{i1}$ (mm)	$X_{i2}$ (mm)	$D'_{i1}$ (mm)	$D'_{i2}$ (mm)	$\Delta_{i1}$ (mm)	$\Delta_{i2}$ (mm)
<b>1° PISO</b>	0,338	15,0	11,5	335,7	333,2	<u>10,7 T</u>	<u>8,2 T</u>
<b>2° PISO</b>	0,332	22,0	7,29	329,9	327,9	<u>4,9 T</u>	<u>2,9 C</u>

Fonte - Autoria Própria.

Tabela C2 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura com minimolas (LMF–2x2).

REFERENCIA FRF	$\omega_{ni1}$ (Hz)	$\omega_{ni2}$ (Hz)	$D_1$ (mm)	$D_2$ (mm)	$T_{di1}$ (Adm.)	$T_{di2}$ (Adm.)	$A_{i1}$ (mm)
<b>1° PISO</b>	3,25	9,10	325	-	25,55	9,13	0,298
<b>2° PISO</b>	3,25	9,10	-	325	32,41	6,55	0,314
REFERENCIA FRF	$A_{i2}$ (mm)	$X_{i1}$ (mm)	$X_{i2}$ (mm)	$D'_{i1}$ (mm)	$D'_{i2}$ (mm)	$\Delta_{i1}$ (mm)	$\Delta_{i2}$ (mm)
<b>1° PISO</b>	0,249	7,60	2,27	330,4	326,6	<u>5,4 T</u>	<u>1,6 T</u>
<b>2° PISO</b>	0,259	10,2	1,69	326,8	325,4	<u>1,8 T</u>	<u>0,4 C</u>

Fonte - Autoria Própria.

Tabela C3 – Parâmetros dimensionais usados na obtenção dos alongamentos das diagonais da estrutura com minimolas (LMF–4x4).

REFERENCIA FRF	$\omega_{ni1}$ (Hz)	$\omega_{ni2}$ (Hz)	$D_1$ (mm)	$D_2$ (mm)	$T_{di1}$ (Adm.)	$T_{di2}$ (Adm.)	$A_{i1}$ (mm)
<b>1° PISO</b>	<b>3,50</b>	<b>10,35</b>	<b>325</b>	<b>-</b>	<b>21,44</b>	<b>4,96</b>	<b>0,302</b>
<b>2° PISO</b>	<b>3,50</b>	<b>10,40</b>	<b>-</b>	<b>325</b>	<b>29,46</b>	<b>3,76</b>	<b>0,342</b>
REFERENCIA FRF	$A_{i2}$ (mm)	$X_{i1}$ (mm)	$X_{i2}$ (mm)	$D'_{i1}$ (mm)	$D'_{i2}$ (mm)	$\Delta_{i1}$ (mm)	$\Delta_{i2}$ (mm)
<b>1° PISO</b>	<b>0,262</b>	<b>6,47</b>	<b>1,30</b>	<b>329,6</b>	<b>325,9</b>	<b><u>4,6 T</u></b>	<b><u>0,90 T</u></b>
<b>2° PISO</b>	<b>0,319</b>	<b>10,1</b>	<b>1,20</b>	<b>327,5</b>	<b>325,07</b>	<b><u>2,5 T</u></b>	<b><u>0,07 C</u></b>

Fonte - Autoria Própria.

**APÊNDICE D – Desenho técnico do pórtico e suas dimensões**

