



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**

**Dissertação de mestrado**

**METODOLOGIA DE PROJETO DE MALHA DE CONTROLE  
UTILIZANDO A TÉCNICA SVD MODIFICADA APLICADA À  
DESTILAÇÃO EXTRATIVA**

**EZEQUIEL JOSÉ DA SILVA HONORATO**

**Orientadores:**

DR. JOSÉ NILTON SILVA

DR. LUIZ GONZAGA SALES VASCONCELOS

CAMPINA GRANDE, NOVEMBRO DE 2016.

**EZEQUIEL JOSÉ DA SILVA HONORATO**

**METODOLOGIA DE PROJETO DE MALHA DE CONTROLE UTILIZANDO A TÉCNICA SVD  
MODIFICADA APLICADA À DESTILAÇÃO EXTRATIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

**Orientadores:** DR. JOSÉ NILTON SILVA

DR. LUIZ GONZAGA SALES VASCONCELOS

**Área de concentração:** Modelagem e Simulação

**Campina Grande - PB**

**2016**

H774m Honorato, Ezequiel José da Silva.

Metodologia de projeto de malha de controle utilizando a técnica SVD modificada aplicada à destilação extrativa / Ezequiel José da Silva Honorato. – Campina Grande, 2016.

52 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.

"Orientação: Prof. Dr. José Nilton Silva, Prof. Dr. Luiz Gonzaga Sales Vasconcelos".

Referências.

1. Controle de Processos. 2. Técnica SVD. 3. Contribuição Dinâmica. I. Silva, José Nilton. II. Vasconcelos, Luiz Gonzaga Sales. III. Título.

CDU 66.012(043)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**  
**COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**

**PARECER DO JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO**

METODOLOGIA DE PROJETO DE MALHA DE CONTROLE UTILIZANDO A TÉCNICA SVD  
 MODIFICADA APLICADA À DESTILAÇÃO EXTRATIVA

**COMISSÃO EXAMINADORA**

Prof. José Nilton Silva (Doutor)

*José Nilton Silva*  
 (Orientador)

**CONCEITO**

APROVADO

Prof. Luis Gonzaga Sales Vasconcelos (Doutor)

*Luis Gonzaga Sales Vasconcelos*  
 (Orientador)

APROVADO

Prof. Antonio Tavernard Pereira Neto (Doutor)

*Antonio Tavernard Pereira Neto*  
 (Examinador Interno)

APROVADO

Prof. Antonio Carlos Brandão de Araújo (Doutor)

*Antonio Carlos Brandão de Araújo*  
 (Examinador Interno)

APROVADO

Prof. Sidinei Kleber da Silva (Doutor)

*Sidinei Kleber da Silva*  
 (Examinador Externo)

APROVADO

*Dedico esse trabalho a meus pais, Inês e José, meu primeiros apoiadores, que sabiamente me indicaram o caminho a trilhar, e a meu filho, Theo, motivador nato dessa e das demais conquistas que estão por vir.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ser a força motriz de cada passo dado em direção ao crescimento, por me permitir a vida e por ser a luz mesmo nos momentos em que a escuridão parece intransponível.

À minha família que é a base para que eu possa almejar sempre mais, por saber que neles tenho todo o suporte necessário. Todos foram importantes, cada um com sua peculiaridade, irmãos, sobrinhos, primos, cunhados...

À minha madrinha, Lúcia, que forneceu a energia de ativação necessária para que minha jornada rumo ao conhecimento pudesse iniciar.

Ao meu orientador, José Nilton, que vem me apoiando em todos esses anos de caminhada. Que, mais que um orientador, é um amigo com quem tenho a satisfação de poder contar dentro e fora do meio acadêmico.

Ao professor Luiz Gonzaga pelas pérolas de sabedoria, quando poucas coisas faziam sentido.

Aos colegas de laboratório, em especial a Ângela, Arianne, Bruno, Caio e Fábio, com quem formei parceria e amizade que pretendo levar por toda minha vida.

Aos tantos amigos que mesmo na distância sempre estiveram comigo na forma de conselhos, lembranças de experiências e de risadas compartilhadas, Emmanuel, Andresa, Eudes, Cássia, Vanessa, Juliete e Nathalya.

*“Um sentimento que toda pessoa madura compartilha com facilidade: a consciência de que as coisas admiráveis são facilmente destruídas, mas não são facilmente criadas...”(Scruton, Roger, 2014)*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma genérico de processo.....	14
Figura 2 – Identificação do processo.....	14
Figura 3 - Resposta genérica de variáveis de processo.....	15
Figura 4 - Definição dos pares PV-MV a partir das matrizes U e V .....	17
Figura 5 - Representação do balanço em um estágio genérico .....	21
Figura 6 - Algoritmo de Resolução Interna do Aspen® .....	23
Figura 7 - Diagrama do processo de obtenção do etanol anidro.....	25
Figura 8 - Fluxograma do Processo em Estado Estacionário.....	28
Figura 9 – Configuração regulatória para realização dos testes dinâmicos.....	29
Figura 10 - Resposta a variação degrau na carga térmica do condensador H102 .....	32
Figura 11 - Resposta à variação degrau sobre a carga térmica do condensador H101 .....	33
Figura 12 - Malhas de controle propostas pelo método SVD clássico .....	35
Figura 13 - Malhas de controle propostas pelo método D-SVD.....	37
Figura 14 – Comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101 com aplicação degrau de +5% na carga da alimentação .....	38
Figura 15 – Comportamento da composição de água no topo da coluna C102 com aplicação degrau de +5% na carga da alimentação .....	39
Figura 16 – Comportamento da composição de solvente na base da coluna C102 com aplicação degrau de +5% na carga da alimentação .....	40
Figura 17 – Comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101 com aplicação degrau de -5% na carga da alimentação .....	40
Figura 18 – Comportamento da composição de água no topo da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na carga da alimentação .....	41
Figura 19 – Comportamento da composição de solvente na base da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na carga da alimentação .....	41
Figura 20 – Comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101 com aplicação degrau de -5% na composição alimentação .....	42
Figura 21 – Comportamento da composição de água no topo da coluna C102com aplicação degrau de -5% na composição alimentação.....	43
Figura 22 – Comportamento da composição de solvente na base da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na composição alimentação .....	43



**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Condições operacionais e parâmetros do modelo do processo.....	26
Tabela 2 - Nomenclatura das Variáveis Manipuladas .....	30
Tabela 3 - Nomenclatura das Variáveis de Processo .....	30
Tabela 4 - Emparelhamento proposto pelo método SVD para distúrbios positivos.....	31
Tabela 5 - Emparelhamento proposto pelo método D-SVD para distúrbios positivos .....	32
Tabela 6 – Emparelhamento e parâmetros de com controle do método SVD .....	34
Tabela 7 – Emparelhamento e parâmetros de com controle do método D-SVD .....	36
Tabela 8 - Valores de ITAE para as composições com referências as especificações .....	44
Tabela 10 - Matriz de ganho.....	50
Tabela 11 - Matriz de tempo relativo.....	51
Tabela 12 - Matriz de condicionamento .....	52

**LISTA DE SÍMBOLOS**

<i>DMSO</i>	Dimetilsulfóxido
<i>DRGA</i>	Dynamic Relative Gain Array
<i>D-SVD</i>	Dynamic Singular Value Decomposition
<i>fMRI</i>	Functional Magnetic Resonance Imaging
<i>ICA</i>	Independent Componente Analysis
<i>MESH</i>	Mass, Equilibrium, Sum, Enthalpy
<i>MIMO</i>	Multiple Input, Multiple Output
<i>MV</i>	Manipulated Variable
<i>NRTL</i>	Non-Random Two Liquids
<i>PI</i>	Proportional and Integral Controler
<i>PID</i>	Proportional, Integral and Derivative Controler
<i>PV</i>	Process Variable
<i>RGA</i>	Relative Gain Array
<i>SVD</i>	Singular Value Decomposition

## RESUMO

Para que uma planta industrial opere de forma a reduzir perdas, garantir o atendimento às especificações e em segurança é necessário utilizar sistemas controladores com capacidade de conduzir as variáveis de processo para os valores determinados, conhecidos como *set points*. Uma das etapas mais importantes na definição de um sistema de controle aplicado a processos industriais trata de escolher a estrutura de controle, em que a definição dos pares de variáveis de processo (*PV – Process Variable*) com variáveis manipuladas (*MV – Manipulated Variable*) é de fundamental importância. A técnica *Singular Value Decomposition* proposta por Moore (1986), objetiva determinar o emparelhamento *PV/MV*, no qual as variáveis de controle respondem com maior intensidade aos estímulos aplicados pelas variáveis manipuladas deste processo, através de uma transformação linear aplicada sobre a matriz de ganho estático do processo. No entanto, esta técnica utiliza a matriz de ganho estático para avaliar o direcionamento do sistema e, portanto, definir o emparelhamento, sem considerar a informação acerca da dinâmica do processo. Dessa forma, visando utilizar a informação dinâmica como parte componente da definição do emparelhamento entre as variáveis, este trabalho se propõe inserir na técnica de Decomposição em Valor Singular clássica a informação que contempla a contribuição dinâmica para definição dos pares de variáveis, resultando na técnica *Dynamic Singular Value Decomposition*. O parâmetro de informação dinâmica considerado nesse estudo foi a razão de tempo relativo, correspondente ao tempo necessário para 95 % de modificação da variável de processo após o distúrbio degrau na MV. A técnica proposta nesse trabalho foi avaliada para o projeto de controladores aplicados ao modelo do processo de destilação extrativa para produção de etanol anidro a partir do ponto de azeótropo. Verificou-se que o sistema de controle utilizando os emparelhamentos fornecidos pela técnica *D-SVD*, teve um desempenho dinâmico superior quando comparado com o sistema de controle fornecido pela técnica *SVD* clássica e, portanto, a técnica proposta nesse trabalho apresentou uma contribuição significativa quanto aos projetos de controladores com a inserção da informação dinâmica do processo.

**Palavras-chave:** Controle de Processos, Emparelhamento de Variáveis, Técnica *SVD*, Contribuição Dinâmica

## Sumário

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	OBJETIVOS .....	4
1.1.1	Objetivo Geral .....	4
1.1.2	Objetivos Específicos .....	4
2	REVISÃO.....	5
2.1	Controle de Processos.....	5
2.2	Destilação Extrativa .....	7
2.3	Técnica <i>SVD</i> .....	8
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	11
3.1	Técnica <i>SVD</i> .....	11
3.2	Técnica <i>SVD</i> dinâmica ( <i>D-SVD</i> ) .....	14
3.3	Modelagem Matemática do Equilíbrio de Fases.....	17
4	METODOLOGIA.....	24
4.1	Definição de pares de controle .....	24
4.2	Estudo de Caso .....	24
5	RESULTADOS .....	26
5.1	Modelo do Processo.....	26
5.2	Emparelhamento das variáveis PV/MV pelos métodos <i>SVD</i> e <i>D-SVD</i> .....	31
5.3	Avaliação das malhas de controle do processo .....	33
5.4	Comparação entre as malhas.....	38
6	CONCLUSÕES.....	46
7	TRABALHOS FUTUROS.....	47
8	REFERÊNCIAS .....	48
	APÊNDICE .....	50

# 1 INTRODUÇÃO

A operação adequada de processos industriais só é possível com a utilização de controladores de processo e de operadores treinados para garantir o funcionamento dos sistemas de controle. Parâmetros como elevado grau de pureza, adequação com as normas ambientais, menor custo energético, segurança e operacionalidade são algumas das características básicas desejadas em processos industriais. Além do projeto de equipamentos para trabalhar nas condições ideais, devido à presença de distúrbios e à natureza dinâmica dos processos, existe ainda a necessidade da instalação de um sistema de controle para assegurar que esses objetivos sejam alcançados.

Em unidades de processos industriais, a definição de estrutura de controle é a principal etapa no projeto de um sistema de controle (LUYBEN et al., 1998; LARSSON E SKOGESTAD, 2000), e parte fundamental desta definição compreende o emparelhamento entre *MV* (*Manipulated variable* – variável manipulada) e *PV* (*Process variable* – variável de processo), que deve ser realizado de forma a garantir as seguintes características: a rejeição aos distúrbios (característica regulatória) e boa resposta às mudanças no ponto de operação (característica servo).

Algumas das técnicas utilizadas para o emparelhamento entre as variáveis são a Matriz de Ganho Relativo (*RGA - Matrix Relative Gain*) e a Decomposição em Valor Singular (*SVD – Singular Value Decomposition*), onde a primeira relaciona o ganho do processo em malha aberta com o ganho em malha fechada, sendo o mesmo definido como a razão entre as variações da *PV* e da *MV* quando esta é submetida a um distúrbio do tipo degrau. Enquanto a técnica *SVD* proposta por Moore (1986) utiliza os ganhos do processo em malha aberta, sendo capaz de determinar quais variáveis de processo são mais sensíveis a mudanças nas variáveis manipuladas do processo, bem como quais variáveis manipuladas representam maior impacto sobre o processo e qual o grau de dificuldade de satisfazer os objetivos de controle como função da quantidade de pares utilizados.

Uma das limitações das técnicas de emparelhamento de variáveis mais utilizadas encontra-se no fato de, em geral, não há consideração sobre as características dinâmicas do processo. Para contornar tal deficiência, Alvarez e Espinosa (2012) utilizaram a matriz Henkel, que contém a informação dinâmica do processo, ao aplicarem o *SVD* e Mc Avoy et al. (2003) propuseram modificação na técnica *RGA* através de modelos de estado-espço.

Em processos industriais, diversas variáveis de entrada (manipuladas e distúrbios) agem sobre o processo, influenciando no estado final das variáveis de saída. Para uma estrutura de controle ideal cada variável manipulada atuaria apenas em uma *PV*, resultando em um processo completamente desacoplado, mas de maneira geral essa estrutura é bem diferente daquela encontrada na prática. O grau de acoplamento entre as variáveis pode resultar em instabilidades no controle ou até impossibilitar que o processo satisfaça um ou mais dos objetivos para o qual foi projetado.

Colunas de destilação são equipamentos com ampla gama de utilidades, compondo parte da cadeia produtiva de diversas indústrias como petroleiras, sucroalcooleiras, entre outras. Estima-se que cerca de 3% do consumo energético do planeta é resultante da operação de torres de destilação (SOAVE e FELIU, 2002), o que torna esta operação unitária objeto constante de estudos visando sua operação ótima e redução do consumo energético. Além disso, a elevada interação entre as variáveis faz com que o controle de colunas desponte como um desafio a ser superado.

Dificuldade extra surge em processos de destilação onde a mistura apresenta ponto de azeotropia, ou seja, composições das fases vapor e líquido iguais. Em geral quando isto acontece é necessário fazer uso de um dos seguintes expedientes: destilação azeotrópica, destilação extrativa, *pressure swing*, entre outros. Para o caso da destilação extrativa é comum considerar que o processo é dividido em duas etapas, realizadas em colunas de destilação diferentes. A primeira é a extrativa, em que devido à adição do solvente pode-se eliminar o ponto de azeótropo e obter como produto de topo o componente mais leve. E a segunda, de recuperação, que tem como objetivo recuperar o solvente como produto de base para ser reciclado de volta à primeira coluna. Ao utilizar essa forma de separação de azeótropo, além da influência esperada da primeira coluna na segunda, surge também uma forte influência da segunda sobre a primeira, devido à corrente de reciclo de solvente.

O uso da *SVD*, proposto por Moore (1986), permite conhecer em que direção o sistema possui maior potencial de ganhos, além de indicar quais das variáveis manipuladas têm maior influência sobre as mudanças no processo e qual o grau de dificuldade de controle do sistema para a configuração escolhida. No entanto devido à ação de distúrbios, bem como à própria natureza estocástica dos processos, vê-se que o estado estacionário tende a se deteriorar.

Dessa forma, faz-se necessário o desenvolvimento de uma técnica de projeto de malhas de controle que permita considerar não somente o ganho do processo no estado estacionário, mas também a diferença entre os tempos de acomodação das variáveis quando

submetidas a um distúrbio. Em diversos processos observa-se que existe uma diferença entre os tempos de estabilização das diferentes variáveis de processo, apontando que este tempo de estabilização pode ser utilizado como critério a definição do melhor emparelhamento.

Utilizando o tempo relativo de estabilização ou de acomodação, que é a relação entre o tempo de estabilização da variável em questão e o tempo máximo de estabilização de uma variável sob efeito do mesmo distúrbio, pode-se elevar a performance da técnica *SVD*.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Propor e avaliar a metodologia para emparelhamento de variáveis de controle utilizando o método *SVD* modificado, que leva em consideração a contribuição dinâmica do processo.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Implementar o modelo do processo de destilação extrativa para obtenção de etanol anidro em ambiente *Aspen*<sup>®</sup>, e obtenção dos pontos de operação do modelo do processo;

Avaliar a informação dinâmica do processo baseada na razão de tempo relativo de acomodação da variável de processo a partir da variação degrau nas variáveis manipuladas;

Aplicar a metodologia *SVD* modificada com a inserção da razão de tempo relativo para a determinação do melhor emparelhamento entre as *PV's* e *MV's*;

Avaliar os pares de controle obtidos pelo método *SVD* clássico e o método *SVD* dinâmico proposto nesse estudo;

Simular o processo dinâmico com as malhas propostas pelos métodos *SVD's* em *ASPEN*<sup>®</sup>;

Avaliar os pares com o método *RGA* assim como o desempenho das estratégias utilizadas.



## 2 REVISÃO

### 2.1 Controle de Processos

Os sistemas automáticos de controle feedback utilizados extensivamente em indústrias são ferramentas de grande utilidade originados há mais de 2000 anos. Segundo Bennett (1996) e Silva (2003), relógios d'água descritos por Vitruvius e atribuídos a Ktesibios (cerca de 270 a.c.) já utilizavam mecanismos com o intuito de controlar o nível e garantir uma vazão constante. Usualmente divide-se o controle de processos em 4 fases de desenvolvimento a saber:

- i. Controle Primitivo: até 1900
- ii. Período pré-clássico: 1900 - 1940
- iii. Período Clássico: 1935 - 1960
- iv. Controle moderno: após 1955

Durante o século XVIII várias aplicações dessa estratégia surgiram, com destaque para os dispositivos para controle de temperatura em incubadoras apresentados por René Antoine Ferchault de Réamur. Os sistemas de controle térmico aplicados em fornalhas sofreram grandes avanços com a substituição dos tradicionais tubos em U contendo mercúrio por sensores e atuadores utilizando a diferença na expansão de dois metais submetidos a uma diferença de temperatura proposta por Bonnemain (BENNETT, 1996).

No início do século XX um dos grandes problemas da humanidade era a comunicação a longa distância o que levou ao desenvolvimento de técnicas no domínio da frequência para o reforço de sinais através de amplificadores. Várias dessas técnicas foram desenvolvidas pelos engenheiros dos laboratórios Bell, a exemplo de Nyquist e Bode, e posteriormente foram utilizadas para projeto de sistemas de controle (SILVA, 2013).

De acordo com Bennett (1996), em 1922 Nicholas Minorsky realizou uma análise de sistema de controle de posição com o algoritmo que veio a ser conhecido como controle de três termos ou proporcional, integral e derivativo, porém apenas em 1935, Ralph Clarridge da Taylor Instrument Companies apresentou o controlador Proporcional, Integral e Derivativo (*PID*) antecipando a variação do sinal de erro para solucionar o problema de oscilação de malhas de controle de temperatura em uma indústria de celulose (SILVA, 2011).

Em 1942, J.G. Ziegler e N.B. Nichols também da Taylor Instrument Companies publicaram artigos onde foram descritas as técnicas para a obtenção dos parâmetros de

sintonia de controladores *PI* e *PID*, o famoso método de sintonia Ziegler-Nichols (BENNETT, 1966).

Assim, no final dos anos 1950 o controle se apresentava como uma área de conhecimento consolidada, de um lado as cartas de Nyquist, Bode, Nichols no domínio da frequência, utilizavam características como ressonância, largura de banda e margens de fase e de ganho como parâmetros para determinar a performance de um sistema de controle; do outro, no domínio do tempo, a solução das equações diferenciais com o uso da transformada de Laplace e utilizando o tempo de resposta, amortecimento e erro no estado estacionário como parâmetros para robustez e performance do sistema (BENNETT, 1996). Porém essas abordagens não foram suficientes, sobretudo em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (*MIMO*) o que impulsionou o desenvolvimento do chamado controle moderno retornando a diversos dos métodos de Lyapunov, com técnicas no domínio do tempo (SILVA, 2003).

Segundo Bennett (1996), a partir de então várias técnicas de controle visando o tratamento de sistemas *MIMO* surgiram, com destaque para a utilização da abordagem em estado-espço, que surgiu no setor aeroespacial e transforma as equações diferenciais de ordem elevada que descrevem o comportamento de um dado sistema em um sistema de equações de primeira ordem e a utilização de filtros como maneira de eliminar ou ao menos reduzir a influência de uma variável nas demais, a exemplo do filtro de Kalman-Bucy.

Com a diversidade de abordagens e técnicas de controle, parte da dificuldade na elaboração de um sistema automático de controle reside na definição da estrutura a ser utilizada, a qual corresponde à melhor performance, ou seja, a relação entre estabilidade e robustez (BENNETT 1996). Assim, de forma geral, o projeto de uma estrutura de controle deve responder as seguintes questões (STEPHANOPOULOS, 1984; SKOGESTAD E POSTLETHWAITE, 1996; LARSSON E SKOGESTAD, 2000):

1. Quais os objetivos do controle? Ou seja, quantas e quais das possíveis variáveis devem ser mantidas em um determinado valor a fim de que o processo realize seu objetivo?

2. Quais as saídas de processo que necessitam ser medidas? Uma vez definidos os objetivos do controle, as medições são necessárias para comprovação de que o processo está operando em sua condição de especificação ou ainda indicam quão longe está o processo do objetivo para que o controle possa atuar. Assim, define-se medições primárias aquelas que correspondem a variáveis controladas e medições secundárias aquelas utilizadas em controles em cascata ou inferencial.

3. Quais variáveis de entrada no processo podem ser medidas? Além da necessidade de conhecer como cada variável de entrada influencia nas variáveis de saída, em que tal influência pode ser expressa na forma de funções de transferência, a medição de variáveis de entrada permite a detecção de distúrbios antes que estes venham a perturbar o sistema, possibilitando a aplicação de estrutura de controle em *feedforward*.

4. Quais variáveis manipuladas devem ser utilizadas? Diversas características como a facilidade de realizar modificações, a velocidade de reação do sistema ao estímulo realizado sobre a variável manipulada e a intensidade da resposta devem ser levadas em consideração na definição de quais variáveis manipuladas utilizar.

5. Qual a configuração de controle adequada ao problema? Uma vez que as variáveis manipuladas e controladas estejam identificadas deve-se proceder com a definição do melhor emparelhamento entre elas, bem como a adoção de uma estratégia de controle adequada ao problema.

Ou ainda, utilizando as palavras de Foss (1973):

“A principal questão a ser resolvida pelas novas teorias é a determinação da estrutura de controle. Quais variáveis devem ser medidas, quais entradas devem ser manipuladas e quais conexões devem ser estabelecidas entre esses dois grupos. ... A lacuna existe de fato, mas ao contrário da visão de muitos, são os teóricos que devem fechá-la”.

Dentre os principais desafios para a elaboração de uma malha de controle está a dificuldade na definição do emparelhamento das variáveis, justificada pela forte correlação entre elas, dessa forma a definição da estratégia de controle é a etapa mais importante na concepção de uma malha (LUYBEN et al., 1998; LARSSON E SKOGESTAD, 2000).

## 2.2 Destilação Extrativa

A destilação é um dos processos de separação mais utilizados nas indústrias químicas, consistindo em adicionar calor a uma mistura líquida ou remover de uma mistura de vapores de modo a promover a divisão da corrente em duas fases que é alimentada em uma coluna em que componentes com alto ponto de ebulição, ditos pesados, tendem a se concentrar na fase líquida, compondo o produto de base, e os componentes com baixo ponto de ebulição ou leves tendem a ter maior concentração na fase gasosa, deixando a coluna pelo topo.

Tal coluna pode apresentar saídas intermediárias bem como alimentação em diferentes pontos, dependendo da aplicação e das condições operacionais que se deseja promover. A operação de uma coluna de destilação só é possível devido à diferença entre os

pontos de ebulição dos diversos compostos que são alimentados. Chama-se de volatilidade relativa a razão entre a pressão de vapor do componente mais pesado que se deseja concentrar na fase vapor (também conhecido como componente chave leve) e a pressão de vapor do componente mais leve que se deseja concentrar na fase líquida (chamado de componente chave pesado).

A volatilidade relativa é uma medida da facilidade de separar uma mistura através de destilação, assim, quanto maior a volatilidade relativa, mais facilmente se dá a separação. Quando numa mistura a condição termodinâmica faz com que a composição das fases líquida e vapor tornem-se iguais, ou muito próximas, essa mistura é dita em seu ponto de azeótropo, neste ponto a técnica de destilação convencional torna-se inadequada, sendo, portanto, necessário o uso de artifícios que venham a “quebrar” o azeótropo permitindo a separação.

Algumas das técnicas utilizadas para viabilizar tecnicamente a separação de misturas em seu ponto de azeótropo são: destilação azeotrópica, pervaporação, destilação *pressure swing* e a destilação extrativa (KISS, 2013), que consiste na adição de um terceiro componente que altera a composição e consequentemente a interação entre os componentes que compõem o azeótropo.

### 2.3 Técnica SVD

A técnica SVD apresenta aplicações em diversas áreas, dentre elas se destaca seu uso em telecomunicações, em que a aplicação da decomposição em valores singulares resulta em uma redução da dimensionalidade dos dados a serem transmitidos e separação da informação entre a dependência com o tempo e a amplitude dos sinais (VRABIE, et al., 2003). Bai et al. (2008) utilizaram a técnica SVD para tratamento de imagens utilizadas em *fMRI (functional Magnetic Resonance Imaging)* juntamente com a técnica ICA (*Independent Component Analysis*) de modo a reduzir a dimensionalidade dos sinais.

Na definição da estrutura de controle a ser empregada em determinado sistema deve-se, inicialmente, optar por quais variáveis deseja-se controlar, bem como quais as medições que devem ser empregadas para que o processo atinja sua meta e as variáveis que têm capacidade para alterar o estado do processo. Porém processos industriais em geral apresentam diversas variáveis que podem satisfazer tais características, de forma que a escolha não é algo trivial. Segundo Banerjee e Arkun (1995), se uma planta possui 10 variáveis manipuladas e 10 medições, aproximadamente 185 mil diferentes configurações são possíveis.

A técnica *SVD* apresentada por Moore (1986) é uma ferramenta de grande utilidade que pode ser utilizada tanto em plantas em operação quanto na fase de concepção de um processo industrial, dentre outras aplicações, esta técnica pode ser utilizada para a definição da melhor localização dos sensores utilizados em controle de processos, bem como na definição do melhor emparelhamento entre variável manipulada e variável controlada, apontando inclusive o grau de dificuldade de controle para as estruturas determinadas.

Tendo em vista a necessidade de um baixo grau de interação entre os sensores para processos com múltiplas entradas e saídas, Moore, Hackney e Canter (1986) utilizaram técnicas baseadas na *SVD* para a determinação da localização dos sensores e escolha do tipo de sensor a ser utilizado na separação de etanol e água via coluna de destilação. Com a aplicação da técnica, os vetores singulares esquerdos, que contém a informação sobre a direção de maior sensibilidade dos sensores, sendo, portanto, efetivas na combinação entre independência dos sinais com sensibilidade.

Bristol (1966) propõe que a escolha do emparelhamento entre as variáveis manipuladas e controladas deve ser feita levando em consideração o grau de desacoplamento entre as diversas *PV's*, através da elaboração da *RGA* que relaciona a constante de ganho do processo em malha aberta com a constante para o processo em malha fechada. Em ambos os casos o ganho é definido como a razão entre a variação sofrida pela variável de processo dado um distúrbio degrau na variável manipulada, porém para a determinação do ganho em malha fechada deve-se manter todos demais controladores, exceto aquele que age sobre a *PV* de interesse. Na escolha do emparelhamento deve-se priorizar aquele que apresenta valores próximos à unidade, que implicam em menor grau de acoplamento entre as variáveis, evitando-se aqueles que diferem fortemente de um, sobretudo valores negativos, que significam direções opostas de reação ao distúrbio (ANJOS, 2014).

Contudo a técnica *RGA* proposta por Bristol (1966) não contempla características dinâmicas do processo, deixando de lado a influência de distúrbios bem como a deterioração dos estados estacionários. Visando adicionar a contribuição dos distúrbios para a definição do emparelhamento que melhor reduz a interação entre as variáveis de processo, Mc Avoy et al. (2003) propõe a utilização de modelo em *state space* na concepção da *RGA* dinâmica (*DRGA*) obtendo melhor emparelhamento para os casos estudados.

Utilizando a técnica proposta por Moore (1986) para definição dos pares de variáveis utilizados na estratégia de controle, Luyben (2016) definiu o controle a ser utilizada no processo de destilação extrativa do azeótropo formado pelo álcool isopropílico e a água tendo o dimetilsulfóxido (*DMSO*) como solvente. Devido ao elevado número de correntes

de reciclo, a configuração de colunas proposta por An et al. (2016) para esta separação se mostra como um desafio no tocante à definição do melhor emparelhamento entre as variáveis manipuladas e controladas.

Alvarez e Espinosa (2012) propuseram uma modificação na aplicação da técnica *SVD* ao utilizar a matriz Hankel, que carrega consigo importante informação sobre a dinâmica do processo. Ao utilizar um índice capaz de medir o impacto dinâmico da variável manipulada sobre as variáveis de processo, foi observado que caso o processo possua dinâmica com elevada diferença, a técnica pode realizar um emparelhamento equivocado devido à baixa qualidade da informação disponível na matriz de Hankel. Uma das limitações é que a técnica apresentada não leva em consideração parâmetros de estabilidade, sendo, portanto, necessário realizar uma análise de estabilidade antes de utilizar os pares definidos na estrutura de controle.

Resultados já publicados por esse estudo, Macedo et al. (2015) avaliou a aplicação *SVD* modificada em coluna de destilação, depentanizadora, responsável pela separação entre compostos com 5 carbonos ou menos e compostos com mais de 5 carbonos, conhecida como coluna depentanizadora, determinando um novo emparelhamento para o controle da coluna. Foi observado que o novo emparelhamento quando submetido a um distúrbio na vazão de alimentação da coluna apresentou resultados superiores que o obtido pela metodologia clássica.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Técnica SVD

A técnica *SVD*, denotada como decomposição em valor singular, é utilizada para definição dos pares de variáveis manipuladas e controladas de processos com maiores relações de sensibilidades. Por sua vez tais pares podem apresentar um grau de acoplamento entre as variáveis que impossibilita tal decisão de maneira direta e a aplicação da técnica permite que o controle de tal processo aja de maneira mais eficiente, assegurando produtos de qualidade com menor risco operacional.

Para o melhor entendimento matemático do método, considere-se  $\mathbf{A}$  uma matriz  $m \times n$  real, com posto (*rank*)  $r$ , onde  $r = \min(m, n)$ . Se existe  $\lambda$  tal que

$$\mathbf{A}u = \lambda u \quad (3.1a)$$

sendo o vetor coluna  $u$  chamado autovetor de  $\mathbf{A}$  associado ao autovalor  $\lambda$ . Assim, em notação matricial, tem-se que:

$$(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})u = 0 \quad (3.1b)$$

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade. Tal equação possui solução não trivial se e somente se:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (3.2)$$

onde  $\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$  é chamado de polinômio característico e a matriz  $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$  é conhecida como matriz característica de  $\mathbf{A}$ . Uma matriz  $\mathbf{A}$  é dita simétrica se  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ , e ortogonal se e somente se  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}$ . Pode-se afirmar que existe uma matriz diagonal tal que:

$$\mathbf{P}^T \mathbf{A} \mathbf{P} = \mathbf{D} \quad (3.3)$$

sendo  $\mathbf{P}$  uma matriz ortogonal,  $\mathbf{D}$  é uma matriz diagonal e existe base ortonormal em  $\mathbb{R}^n$  formada por autovetores linearmente independentes de  $\mathbf{A}$ .

Assim, sabendo que a matriz  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  é auto adjunta com autovalores positivos ou nulos, pode-se obter que:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \lambda_n \geq 0 \quad (3.4)$$

Dessa forma, existe uma base  $\mathbf{V}$  ortonormal de  $\mathbb{R}^n$  composta pelos autovetores de  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ , em que cada coluna de  $\mathbf{V}$  corresponde a um autovetor  $v_i$  de  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  associado a ao autovalor  $\lambda_i$ :

$$\mathbf{V} = [v_1, \dots, v_n] \quad (3.5)$$

Assim:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{D} \quad (3.6)$$

em que  $\mathbf{D}$  é a matriz diagonal quadrada  $n \times n$  com autovalores de  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  na diagonal principal. De maneira análoga, existe uma base  $\mathbf{U}$  ortonormal de  $\mathbb{R}^m$  cujas colunas  $u_i$  são os autovetores de  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  associados ao autovalor  $\lambda$ , de forma que

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^T \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{D} \quad (3.7)$$

em que  $\mathbf{D}$  é a matriz diagonal quadrada  $m \times m$  com autovalores de  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  na diagonal principal. As matrizes  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  e  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  são ditas simétricas, de onde conclui-se ambas possuem autovalores  $\lambda_i$  com  $i = 1, \dots, r$ , dessa forma pode-se definir valor singular como sendo:

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (3.8)$$

Sabe-se que:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0 \text{ e } \sigma_{r+1} = \sigma_{r+2} = \dots = \sigma_n = 0 \quad (3.9)$$

em que se pode calcular cada vetor  $u_i$  como sendo:



$$u_i = \frac{1}{\sigma_i} Av_i \text{ para } i = 1, \dots, r \quad (3.10)$$

Pode-se, portanto, determinar que a matriz  $\mathbf{A}$  pode ser escrita de forma que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T, \quad (3.11)$$

onde:  $\mathbf{U}$  é uma base ortonormal de  $\mathbf{A}$  formada pelos autovetores de  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ ,  $\mathbf{S}$  contém os valores singulares  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ , definidos como as raízes quadradas dos autovalores de  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  e  $\mathbf{V}$  é uma base ortonormal de  $\mathbf{A}$  formada pelos autovetores de  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ .

O Engenheiro Químico Charlie Moore (1986) apresentou a técnica clássica em seu artigo *Application of Singular Value Decomposition to the Design, Analysis, and Control of Industrial Processes*, onde apresentou a técnica *SVD* a determinação dos pares *MV-PV*, como também uma análise prévia do grau de dificuldade de controle com a utilização dos pares obtidos, utilizando o número condicional da decomposição. Escrevendo a Matriz de Ganho Estacionário, que relaciona a variação sofrida pela  $PV_i$  dado um distúrbio na  $MV_i$ , tem-se:

$$K_{n \times m} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_1} & \dots & \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta PV_i}{\Delta MV_1} & \dots & \frac{\Delta PV_i}{\Delta MV_j} \end{bmatrix}, i = 1, \dots, n \text{ e } j = 1, \dots, m \quad (3.12)$$

Pode-se aplicar a técnica *SVD* de forma que os vetores coluna da matriz  $\mathbf{U}$ , ortonormal com dimensões  $n \times n$ , apontam a direção na qual o processo apresenta maior sensibilidade. Assim, o vetor  $u_1$  é indica a direção em que as *PV's* variam mais facilmente. Os vetores  $u_2, u_3, \dots, u_n$  apresentam direções cada vez menos sensíveis.

A matriz  $\mathbf{V}$ , ortonormal com dimensões  $m \times m$ , apresenta em que sentido as *MV's* afetam o sistema de forma mais efetiva. Portanto o vetor  $v_1$  é aquele em cuja direção as *MV's* influenciam mais o processo,  $v_2$  é mostra a segunda direção mais forte de mudança das variáveis manipuladas e assim sucessivamente.

Os componentes da diagonal principal são os valores singulares em ordem decrescente. A razão  $\sigma_1 / \sigma_n$  é definido como número condicional e mede o grau de

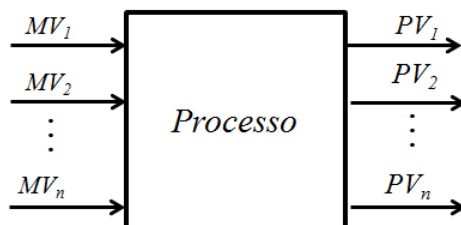
dificuldade de controle para cada configuração. Além disso, uma vez que os vetores  $u$  e  $v$  são ortonormais, o valor singular está diretamente relacionado ao ganho do processo em uma determinada direção (SKOGESTAD E POSTLETHWAITE, 1996), através de:

$$\sigma_i = \|Kv_i\|_2 = \frac{\|Kv_i\|_2}{\|v_i\|_2} \quad (3.13)$$

### 3.2 Técnica SVD dinâmica (D-SVD)

A técnica SVD clássica realiza o emparelhamento entre  $PV$  e  $MV$  usando como base a informação do ganho do processo para um distúrbio do tipo degrau. Assim, para um processo genérico apresentado na Figura 1, com as variáveis de entrada e saída, que por sua vez as  $MV$ 's são as variáveis manipuladas e as  $PV$ 's são as variáveis candidatas a controladas.

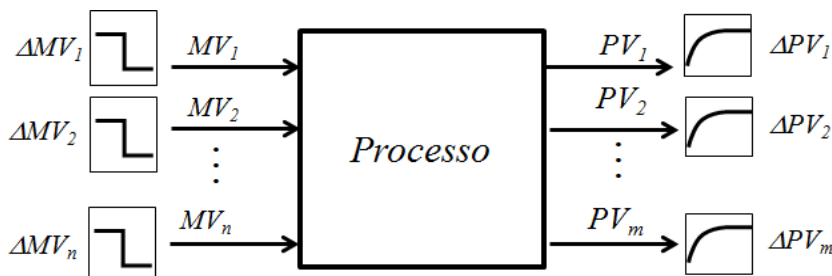
Figura 1 - Fluxograma genérico de processo



(Fonte: autoria própria)

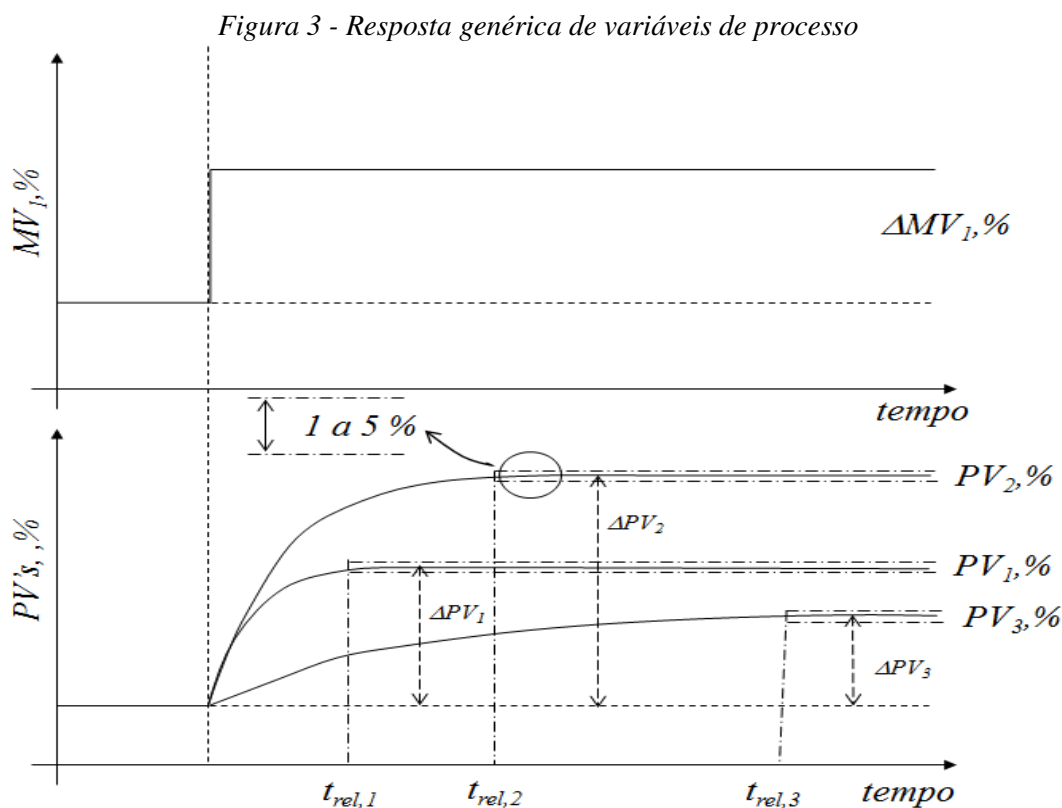
O ponto de partida para obtenção da matriz de ganho estático é a aplicação de um distúrbio do tipo degrau em cada variável manipulada, armazenando o efeito gerado sobre a variável de processo através da matriz  $\mathbf{K}$ , como apresenta a Figura 2. A partir dessa matriz de ganho utilização o SVD, no intuito de identificar quais os pares das variáveis de  $MV$ - $PV$  são mais sensíveis.

Figura 2 – Identificação do processo



(Fonte: autoria própria)

A técnica *D-SVD* (*Dynamic Singular Value Decomposition*) proposta nesse trabalho consiste em realizar o emparelhamento entre *PV* e *MV* usando como base a informação do ganho do processo para um distúrbio do tipo degrau adicionando a informação dinâmica do efeito da perturbação da variável manipulada. A informação dinâmica pode ser obtida pelo tempo relativo de acomodação da variável de processo ao efeito da variável manipulada, como ilustra a Figura 3. O tempo de acomodação pode ser estabelecido como aquele necessário para a variável de processo estacionar dentro de uma faixa de variabilidade menor que 5 % da referência média da resposta.



(Fonte: autoria própria)

A informação pode ser armazenada em uma matriz  $\mathbf{T}_{rel}$  que representa o tempo de acomodação da variável de processo como efeito da perturbação da variável manipulada, como mostra a Equação 16.

$$T_{rel} = \begin{bmatrix} \tau_{11} \left| \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_1} \right. & \tau_{12} \left| \frac{\Delta PV_2}{\Delta MV_1} \right. & \dots \tau_{1m} \left| \frac{\Delta PV_m}{\Delta MV_1} \right. \\ \tau_{21} \left| \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_2} \right. & \tau_{22} \left| \frac{\Delta PV_2}{\Delta MV_2} \right. & \dots \tau_{2m} \left| \frac{\Delta PV_m}{\Delta MV_2} \right. \\ \tau_{n1} \left| \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_n} \right. & \tau_{n2} \left| \frac{\Delta PV_2}{\Delta MV_n} \right. & \dots \tau_{nm} \left| \frac{\Delta PV_m}{\Delta MV_n} \right. \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Após o armazenamento do tempo relativo individual para cada variável de processo a matriz de Razão de Tempo Relativo  $\mathbf{T}_{R,rel}$ , definido por  $\tau_{Rrel,i,j} = \tau_{i,j} / \max(T_{i,rel})$ , que relaciona o tempo de acomodação da PV com o tempo máximo para que uma PV atinja seu novo estacionário, dado o distúrbio na MV. Portanto definido na forma de matriz de acordo com a Equação 3.14.

$$T_{R,rel} = \begin{vmatrix} \tau_{11} \left| \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_1} \right. & \tau_{12} \left| \frac{\Delta PV_2}{\Delta MV_1} \right. & \dots \tau_{1m} \left| \frac{\Delta PV_m}{\Delta MV_1} \right. \\ \tau_{21} \left| \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_2} \right. & \tau_{22} \left| \frac{\Delta PV_2}{\Delta MV_2} \right. & \dots \tau_{2m} \left| \frac{\Delta PV_m}{\Delta MV_2} \right. \\ \tau_{n1} \left| \frac{\Delta PV_1}{\Delta MV_n} \right. & \tau_{n2} \left| \frac{\Delta PV_2}{\Delta MV_n} \right. & \dots \tau_{nm} \left| \frac{\Delta PV_m}{\Delta MV_n} \right. \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots 1 \\ \max(T_{1,rel}) & \max(T_{2,rel}) & \dots \max(T_{n,rel}) \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Definida a matriz de razão de ganho relativo, a matriz de ganho estático proposto pelo método original de Moore (1986) pode ser substituída pela nova matriz de ganho, como apresenta a Equação 3.15.

$$\mathbf{K} \otimes \mathbf{T}_{R,rel} = \mathbf{K}_{R,rel} = \mathbf{USV}^T \quad (3.15)$$

onde a matriz  $\mathbf{K}$  é a matriz de ganho relativo original,  $\otimes$  o operador matricial ponto a ponto, a matriz  $\mathbf{U}$  é uma base ortonormal de  $\mathbf{K}$ , formada pelos autovetores de  $(\mathbf{K}_{R,rel}) \cdot (\mathbf{K}_{R,rel})^T$ ,  $\mathbf{S}$  contém os valores singulares  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ , definidos como as raízes quadradas dos autovalores de  $(\mathbf{K}_{R,rel}) \cdot (\mathbf{K}_{R,rel})^T$  e  $\mathbf{V}$  é uma base ortonormal de  $\mathbf{K}_{R,rel}$  formada pelos autovetores de  $(\mathbf{K}_{R,rel})^T \cdot (\mathbf{K}_{R,rel})$ .

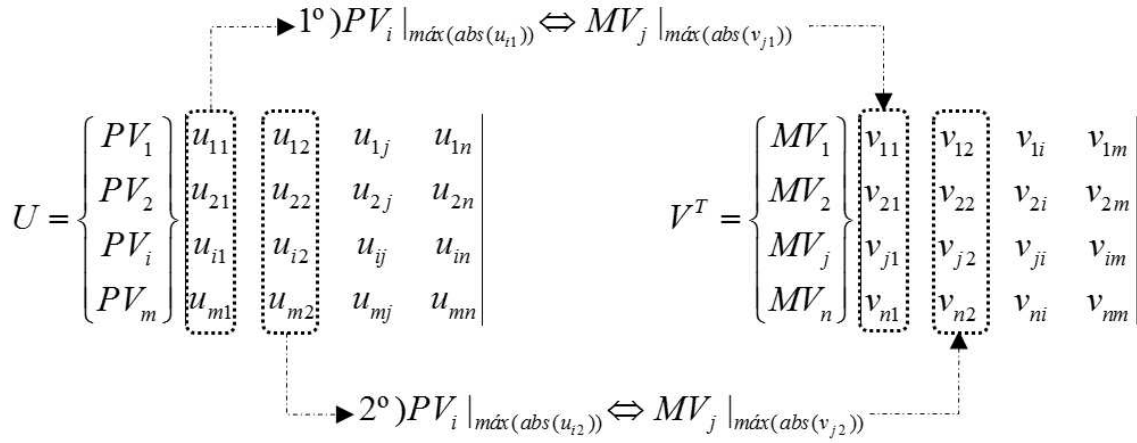
Por sua vez, a matriz  $\mathbf{U}$  é uma matriz ortonormal,  $n \times n$ , tem seus elementos das colunas mais à esquerda mais sensíveis do processo, indicando que as variáveis de saída, ou variáveis de processos, mudam mais facilmente com as variáveis de entrada. Dessa forma, a relação com a matriz  $\mathbf{V}^T$ , para cada coluna, permite combinar a ação das variáveis manipuladas que tem maior efeito no sistema. A definição da combinação dos pares de variáveis manipuladas e de processo podem ser observadas na Figura 4.

Dessa forma, a definição dos pares *PV-MV* pode ser especificada pelo cruzamento dos valores absolutos das colunas das matrizes  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$ . Podendo ser generalizado da seguinte forma:

$$PV_i \Big|_{\max(\text{abs}(u_{i,k}))} \Leftrightarrow MV_j \Big|_{\max(\text{abs}(v_{j,k}))} \quad (3.16)$$

onde  $PV_i \Big|_{\max(\text{abs}(u_{i,k}))}$  representa a variável de processo  $i$  que tem o maior valor absoluto da linha  $i$  e coluna  $k$  da matriz  $U$ , e  $MV_j \Big|_{\max(\text{abs}(v_{j,k}))}$ , representa a variável  $j$  manipulada que tem maior valor absoluto da linha  $j$  e coluna  $k$  da matriz  $V$ .

Figura 4 - Definição dos pares PV-MV a partir das matrizes  $U$  e  $V$



(Fonte: autoria própria)

A matriz  $S$  é uma matriz diagonal  $n \times m$ , caracterizada pelos valores singulares, que são as raízes quadradas dos autovalores  $\lambda$  da matriz  $K_{R,rel}$ , que por sua vez, organizados em ordem decrescente, isto é,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0$  que fornece o ganho ideal dissociado do processo em malha aberta. A razão do maior valor singular pelo o menor ( $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ ) é o chamado Número Condicional ( $NC$ ) da matriz de ganho e é uma medida da dificuldade do problema do controle multivariável (RANGEL, 2010, MACEDO et al, 2015).

A partir da inserção da informação dinâmica, baseada no tempo reativo de acomodação, a técnica de emparelhamento de variáveis poderá ter um ganho significativo quanto a especificação dos pares de variáveis, podendo ser definida como uma nova técnica denominada de  $D$ -SVD.

### 3.3 Modelagem Matemática do Equilíbrio de Fases

A avaliação default do bloco  $RADFRAC$  considera como hipótese o equilíbrio de estágios ao longo da coluna. Assim cada estágio da coluna há um equilíbrio entre as fases

líquida e vapor. O equilíbrio diz respeito à distribuição das espécies em duas fases e, para entender a sua importância, o conceito da energia livre de Gibbs é o ponto de partida. No caso de um equilíbrio líquido-vapor:

$$f_i^v = f_i^l \quad (3.17)$$

onde:  $f_i^v$  é a fugacidade do componente i na fase vapor;  $f_i^l$  é a fugacidade do componente i na fase líquido;

A fugacidade representa o quão distante da idealidade um determinado componente encontra-se devido à interação com os demais componentes da mistura, sendo para a fase vapor definida por:

$$f_i^v = \phi_i^v y_i P \quad (3.18)$$

onde:  $\phi_i^v$  é o coeficiente de fugacidade de i na fase vapor;  $y_i$  é a fração molar de i na fase vapor; e P é a pressão total do sistema.

Para pressões baixas e moderadas (até 10 atm), os desvios da idealidade são pequenos e pode-se considerar a fase vapor como ideal, dessa forma o coeficiente de fugacidade torna-se igual à unidade e a fugacidade equivale à pressão parcial do componente. Pode-se calcular a fugacidade da fase líquida através de:

$$f_i^l = \gamma_i x_i P_i^{vap} \quad (3.19)$$

em que:  $\gamma_i$  é o coeficiente de atividade do componente i;  $x_i$  é a fração molar de i no líquido e  $P_i^{vap}$  é a pressão de vapor de i na temperatura do sistema.

A escolha do modelo termodinâmico a ser utilizado deve ser feita criteriosamente, tendo por parâmetro os componentes do sistema e a natureza de sua interação. Portanto a equação de equilíbrio de fases será:

$$y_i P = \gamma_i x_i P_i^{vap} \quad (3.20)$$

em que a pressão de vapor é calculada pela equação de Antoine estendida na forma:

$$\ln P_i^{vap} = C_{1i} + \frac{C_{2i}}{T + C_{3i}} + C_{4i}T + C_{5i} \ln T + C_{6i}T^{C_{7i}} \quad (3.21)$$

para  $C_{8i} \leq T \leq C_{9i}$ .

Definindo o valor-K como sendo a relação:

$$K_i = \frac{y_i}{x_i} \quad (3.22)$$

Observa-se que K varia proporcionalmente à volatilidade do componente. É comum o uso equivocado do termo “constante de equilíbrio” ao se referir ao valor-K, porém devido à forte dependência desse termo com a temperatura, pressão e composição do sistema o uso da expressão “constante” deve ser evitado. Nesse ponto, vale observar que a razão entre os valores-K de dois componentes resulta na volatilidade relativa das espécies, sendo um importante parâmetro para avaliar a facilidade de separação entre tais componentes via destilação.

$$\alpha_{ij} = \frac{\frac{y_i}{x_i}}{\frac{y_j}{x_j}} = \frac{K_i}{K_j} \quad (3.23)$$

A variável K é de grande importância para a resolução do modelo computacional do bloco *RADFRAC*, sendo uma das principais variáveis de iteração da estratégia *Inside-Out*.

Foi adotado o modelo termodinâmico *Non-Random Two Liquids (NRTL)* para a formulação da fase líquida, visando representar de maneira adequada a não-idealidade da fase. Este modelo avalia o coeficiente de atividade do componente i pela seguinte equação:

$$\ln \gamma_i = \frac{\sum_j x_j \tau_{ji} G_{ji}}{\sum_k x_k G_{ki}} + \sum_j \frac{x_j G_{ij}}{\sum_k x_k G_{kj}} \left( \tau_{ij} - \frac{\sum_m x_m \tau_{mj} G_{mj}}{\sum_k x_k G_{kj}} \right) \quad (3.24)$$

onde:

$$G_{ji} = \exp(-\alpha_{ij}\tau_{ij}) \quad (3.25)$$

$$\tau_{ij} = a_{ij} + \frac{b_{ij}}{T} + e_{ij} \ln T + f_{ij}T \quad (3.26)$$

$$a_{ij} = c_{ij} + d_{ij}(T - 273.15) \quad (3.27)$$

$$\tau_{ii} = 0 \quad (3.28)$$

$$G_{ii} = 1 \quad (3.29)$$

em que: a, b, e, f, G e t são parâmetros de interação binária. Sendo  $a_{ij}, b_{ij}, e_{ij}, f_{ij}$  parâmetros binários assimétricos, portanto  $a_{ij}$  pode não ser igual a  $a_{ji}$ , o que implica que os componentes não se distribuem de forma uniforme, seguindo a teoria de composição local. Os parâmetros binários calculados para cada espécie utilizam o banco de dados do Aspen® que usa como base os dados do *National Institute of Standards and Technology (NIST)*.

A coluna de destilação é o equipamento mais utilizado industrialmente quando se deseja separar fluidos utilizando a diferença entre as volatilidades dos componentes da mistura. O encontro em contracorrente entre a fase líquida que escorre para baixo e a fase vapor que se desloca para cima proporciona um contato íntimo entre elas, resultando em elevados coeficientes de troca tanto térmica quanto de massa.

Os estágios são enumerados a partir do topo da coluna, e em cada estágio considera-se que o equilíbrio líquido-vapor é atingido, consideração que não é verificada na prática sendo, portanto necessária a utilização de um critério de eficiência. O cálculo da coluna de destilação utilizando o bloco *RADFRAC* resolve simultaneamente o sistema de equações composto por:

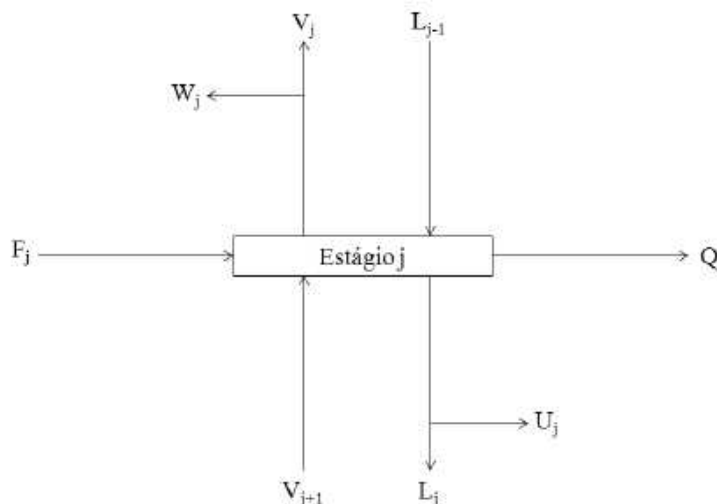
- Equações de balanço de massa (M);
- Relações de equilíbrio (E);
- Equações de somatório (S);
- Equação de balanço de energia (H).

Estas equações são avaliadas em cada estágio por vez, de forma que o resultado de um estágio é o valor alimentado no estágio seguinte. Para um prato genérico j tem-se as seguintes possibilidades de trocas globais:  $F_j$  é a entrada de alimentação,  $U_j$  é a retirada



lateral de líquido e  $W_j$  é a retirada lateral na forma de vapor. Entre os estágios que encontram-se na mesma vizinhança de  $j$ , os seguintes fluxos podem ocorrer:  $L_{j-1}$  é a corrente de líquido que vem do estágio  $j-1$  acima do estágio  $j$  e  $V_j$  é a corrente de vapor que sai do estágio  $j$  para o estágio  $j-1$ ; da mesma forma  $L_j$  é o fluxo de líquido deixando o estágio  $j$  em direção ao estágio  $j+1$  e  $V_{j+1}$  representa a vazão de vapor que sai do estágio  $j+1$  em direção ao estágio  $j$ . Considera-se também que cada estágio pode realizar troca de energia na forma de calor, representado por  $Q_j$ . Que pode ser positivo ou negativo. Figura 5 apresenta os possíveis mecanismos de troca em um estágio genérico  $j$  de uma coluna de destilação:

Figura 5 - Representação do balanço em um estágio genérico



Pode-se, portanto, escrever as equações que configuram o modelo para o estágio genérico  $j$  na forma:

i. Balanço de massa para cada componente  $i$  no estágio  $j$

$$M_{i,j} = L_{j-1}x_{i,j-1} + V_{j+1}y_{i,j+1} + F_j z_{i,j} - (L_j + U_j)x_{i,j} - (V_j + W_j)y_{i,j} = 0 \quad (3.30)$$

ii. Relações de equilíbrio para cada componente  $i$  no estágio  $j$

$$E_{i,j} = y_{i,j} - K_{i,j}x_{i,j} = 0 \quad (3.31)$$

iii. Somatório das frações molares no estágio  $j$

$$(S_y)_j = \sum_{i=1}^c y_{i,j} - 1 = 0 \quad (3.32)$$

$$(S_x)_j = \sum_{i=1}^c x_{i,j} - 1 = 0 \quad (3.33)$$

iv. Balanço de energia no estágio j

$$H_{i,j} = L_{j-1}h_{i,j-1} + V_{j+1}h_{i,j+1} + F_j h_{F,j} - (L_j + U_j)h_{i,j} - (V_j + W_j)h_{V,j} + Q_j = 0 \quad (3.34)$$

À priori, duas são as abordagens que podem ser utilizadas para a resolução do sistema de equações acima: a primeira, baseada no desacoplamento entre as variáveis, particiona a equações de forma a resolver o sistema por etapas, porém não apresenta bons resultados quando aplicada em processos com componentes com pontos de ebulição muito próximos.

A segunda abordagem é aquela composta por métodos que realizam a solução simultânea das equações. O método de Newton é talvez o mais conhecido para esse tipo de abordagem, podendo ser utilizado para misturas não ideais. No entanto, a forte dependência desse método com a estimativa inicial reduz sua aplicabilidade.

O método *Inside-Out* apresenta bons resultados inclusive para o tratamento de misturas não ideais, reduzindo a dependência com a estimativa inicial. Este método é composto por dois loops de resolução em que: o loop externo (*Outside loop*) resolve as propriedades físicas tais como constantes de equilíbrio por um método aproximado e envia para o loop interno (*Inside loop*), que utiliza a solução do loop externo como estimativa inicial para solução das equações de Balanço de Massa, relações de Equilíbrio, Somatório das frações molares e Balanço Energético (*MESH*) por método rigoroso. O resultado obtido pelo loop interno é enviado de volta ao loop externo repetidamente até que ambos os métodos atinjam a convergência.

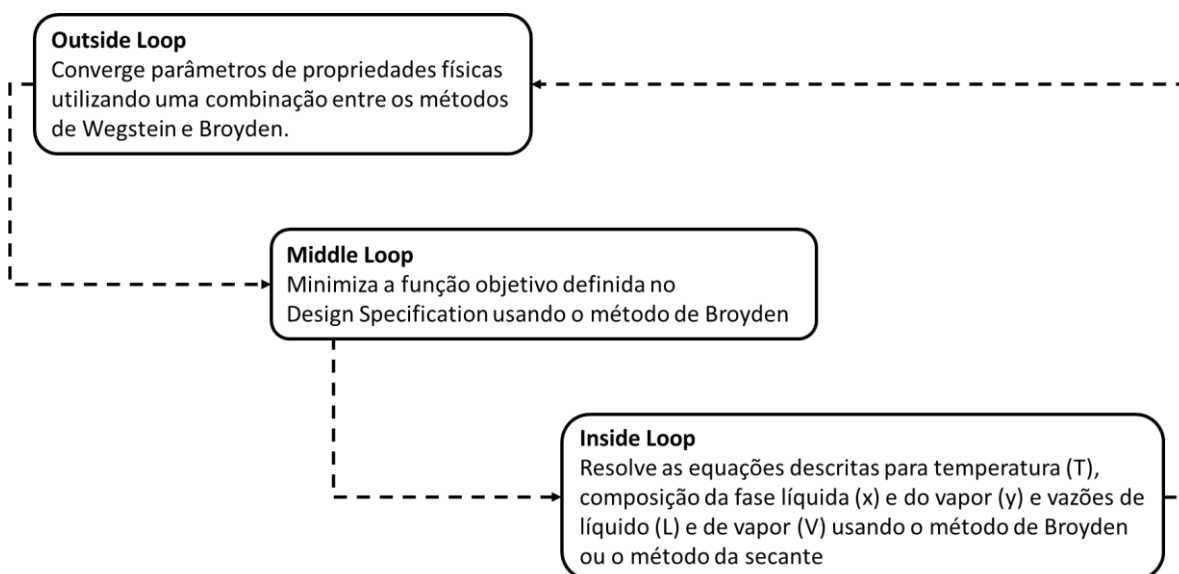
Ao adicionar a ferramenta *Design Specification* do Aspen®, surge um loop intermediário que tem função de minimizar a função objetivo. Esta ferramenta é utilizada para ajustar determinada variável através da modificação de uma variável de entrada no bloco ou de corrente de alimentação do processo. Uma vez configurada a *Design Specification* o programa utiliza a seguinte função a ser minimizada:

$$\phi = \sum_m w_m \left( \frac{\hat{G}_m - G_m}{G_m^*} \right)^2 \quad (3.35)$$

onde:  $m$  é o número da *design specification*;  $G$  é o valor desejado;  $\hat{G}$  é o valor calculado;  $G^*$  é o fator de escala; e  $w$  é o fator de ponderação.

Pode se utilizar quantas *Design Specification* forem necessárias, enquanto que as variáveis manipuladas (*Vary*) poderão ser em mesmo número ou numa quantidade inferior. Caso a quantidade de variáveis manipuladas seja inferior à quantidade de especificações a serem atendidas, o algoritmo atribui um fator de ponderação para decisão. Quanto maior fator de ponderação, menor será o erro entre o valor calculado e o valor desejado. Dessa forma, após adição da *Design Specification*, o algoritmo de resolução ficará conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 - Algoritmo de Resolução Interna do Aspen®



Fonte: Aspen® (2000)

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 Definição de pares de controle

No intuito de avaliar a Técnica *SVD* dinâmica (*D-SVD*) apresentada no item 3.2, um modelo da planta da destilação extrativa para obtenção de etanol anidro em ambiente *Aspen® Dynamic* foi considerada para determinação dos pares de controle e definição do projeto de controladores.

Para a avaliação da informação dinâmica do processo, o parâmetro considerado foi a razão de tempo relativo de acomodação da variável de processo em até 5 % do valor estacionário, tendo como base uma variação de grau adequada nas variáveis manipuladas.

A técnica dinâmica de emparelhamento foi comparada com os pares de controle obtidos pelo método *SVD* clássico com o intuito de avaliar a contribuição dinâmica da técnica proposta.

Para a avaliação do desempenho dos projetos dos controladores, foram avaliadas o grau de dificuldade das estruturas propostas utilizando o método *RGA*, assim como o desempenho das mesmas a partir do índice de desempenho baseado na integral do erro absoluto para o tempo adequado de acomodação de cada controlador.

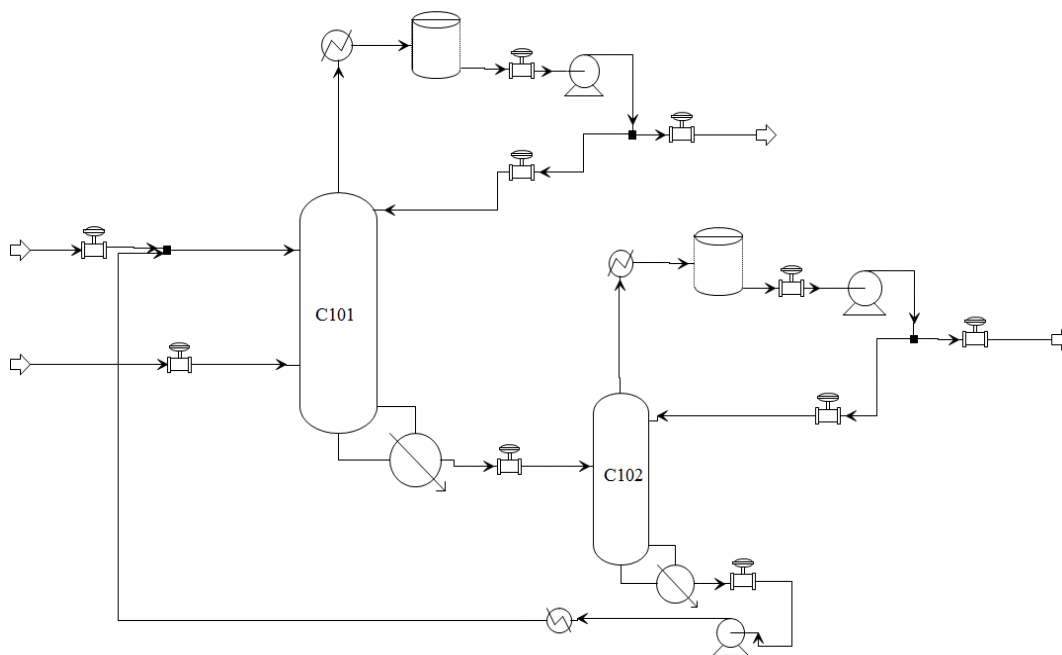
### 4.2 Estudo de Caso

O modelo do processo proposto diz respeito ao processo de obtenção do etanol anidro via destilação extrativa em plataforma *Aspen®*, como apresentado no fluxograma da Figura 7. Considerando o ponto de azeotropia com a água, foram utilizados o modelo de coluna do tipo *RADFRAC* para estruturar o modelo da coluna extrativa e coluna de recuperação de solvente, tal modelo consiste de um modelo matemático rigoroso para o cálculo de operações multi-estágios de fracionamento líquido-vapor. Para fins de controle utilizou-se condensadores desacoplados do modelo da coluna com o intuito de obter um maior grau de liberdade e adequada representação do processo.

Na estruturação dos modelos dos vasos condensadores foram utilizados para representação do processo, as seguintes considerações: para o modelo de trocadores de calor foi utilizado o tipo *HEATER*, nos quais considerou-se condensação total; para os tanques de níveis foi utilizada a rotina do tipo *MIXER*, substituindo a rotina *DRUM*, onde apenas a fase

líquida foi admitida; para as bombas, utiliza-se o modelo *PUMP*; para o divisor o modelo *SPLIT* e válvulas utilizando o modelo *VALVE*.

Figura 7 - Diagrama do processo de obtenção do etanol anidro



(Fonte: autoria própria)

A coluna extrativa C101 apresenta 23 estágios de equilíbrio e a coluna de recuperação de solvente C102 é composta por 9 estágios, conforme Ramos (2016), utilizando-se uma *Design Specification* para assegurar a composição do solvente no seu prato de alimentação, conforme metodologia proposta por Figueiredo (2014). A vazão de *make-up* de solvente foi calculada através da *Flowsheet Option: Calculator*, assegurando que apenas o necessário para repor as perdas pelo topo de ambas as colunas seja adicionado ao processo.

Cada tanque de refluxo e vaso *sump* foi dimensionado tendo em vista um tempo de residência de 5 minutos no estado estacionário para cada uma das fases líquido e vapor, conforme indicado por Coker (2007). Foram inseridas válvulas nas alimentações, assim como nas saídas e entre os principais equipamentos do processo, para garantir o sentido do fluxo e permitir a simulação no *Aspen Dynamics®*.

No simulador dinâmico, controladores de fluxo assegurando que o erro de convergência numérica não afete significativamente o processo foram inseridos, bem como controladores proporcionais de nível para evitar o efeito integrador que essas variáveis apresentam quando submetidos a um distúrbio degrau. Utilizou-se ainda ruídos nas leituras dos sensores, com intuito de tornar o processo ainda mais realístico.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 Modelo do Processo

O fluxograma do modelo da planta de processo de obtenção do etanol anidro em ambiente *Aspen Plus*® está representado na

Figura 8. O processo tem como funcionalidade principal a destilação de uma solução de etanol no seu ponto de azeótropo a 85% molar para a produção de etanol anidro a uma pureza de 99,5%, que corresponde à solução comercialmente utilizada em laboratórios como padrão analítico (PA). Dois outros objetivos secundários, mas também de grande importância, são: assegurar a pureza da água no destilado da coluna C102, para reduzir a perda de etileno-glicol e garantir uma pureza elevada de etileno-glicol na base da coluna C102, para evitar gastos energéticos desnecessários.

Para o modelo do sistema proposto implementado na plataforma *Aspen*® foi utilizado a estratégia para o sistema de destilação o desacoplamento do condensador, ao qual retrata de forma mais adequada as condições hidráulicas do topo da coluna, onde foi utilizado modelo da rotina *RADFRAC*, possibilitando uma melhor representação da dinâmica do processo. As condições operacionais do processo estão descritas na Tabela 1.

*Tabela 1 – Condições operacionais e parâmetros do modelo do processo*

Parâmetro	Abreviação	Valor	Unidade
Carga de alimentação	FEED	100,00	kmol.h <sup>-1</sup>
Refluxo da coluna 1	RR1	282,50	kmol.h <sup>-1</sup>
Carga do condensador 1	QC1	-4001,07	kW
Carga do <i>reboiler</i> 1	QR1	4573,27	kW
Refluxo da coluna 2	RR2	71,93	kmol.h <sup>-1</sup>
Carga do condensador 2	QC2	-995,05	kW
Carga do <i>reboiler</i> 2	QR2	1076,50	kW
Número de estágios da coluna extrativa	NC1	23	-
Número de estágios da coluna de recuperação	NC2	9	-
Temperatura de alimentação	TF	40	°C
Temperatura do solvente	TS	80	°C
Vazão de destilado da C1	VD1	84,91	kmol.h <sup>-1</sup>
Vazão de destilado da C2	VD2	15,09	kmol.h <sup>-1</sup>
Vazão de reciclo	VR	108	kmol.h <sup>-1</sup>

A carga da mistura azeotrópica que alimenta no estágio 18 da coluna C101, correspondendo a uma vazão molar  $100 \text{ kmol.h}^{-1}$  a uma temperatura de  $40^\circ\text{C}$ , com fração molar de 85% de etanol. O solvente, etileno-glicol, é inserido na coluna no estágio 4 e encontra-se numa temperatura de  $80^\circ\text{C}$ . Após sair da coluna, o produto de topo, rico em etanol, é totalmente condensado e dividido em duas correntes, onde a primeira retorna à coluna como vazão de refluxo, enquanto a outra deixa o processo na forma de corrente de destilado.

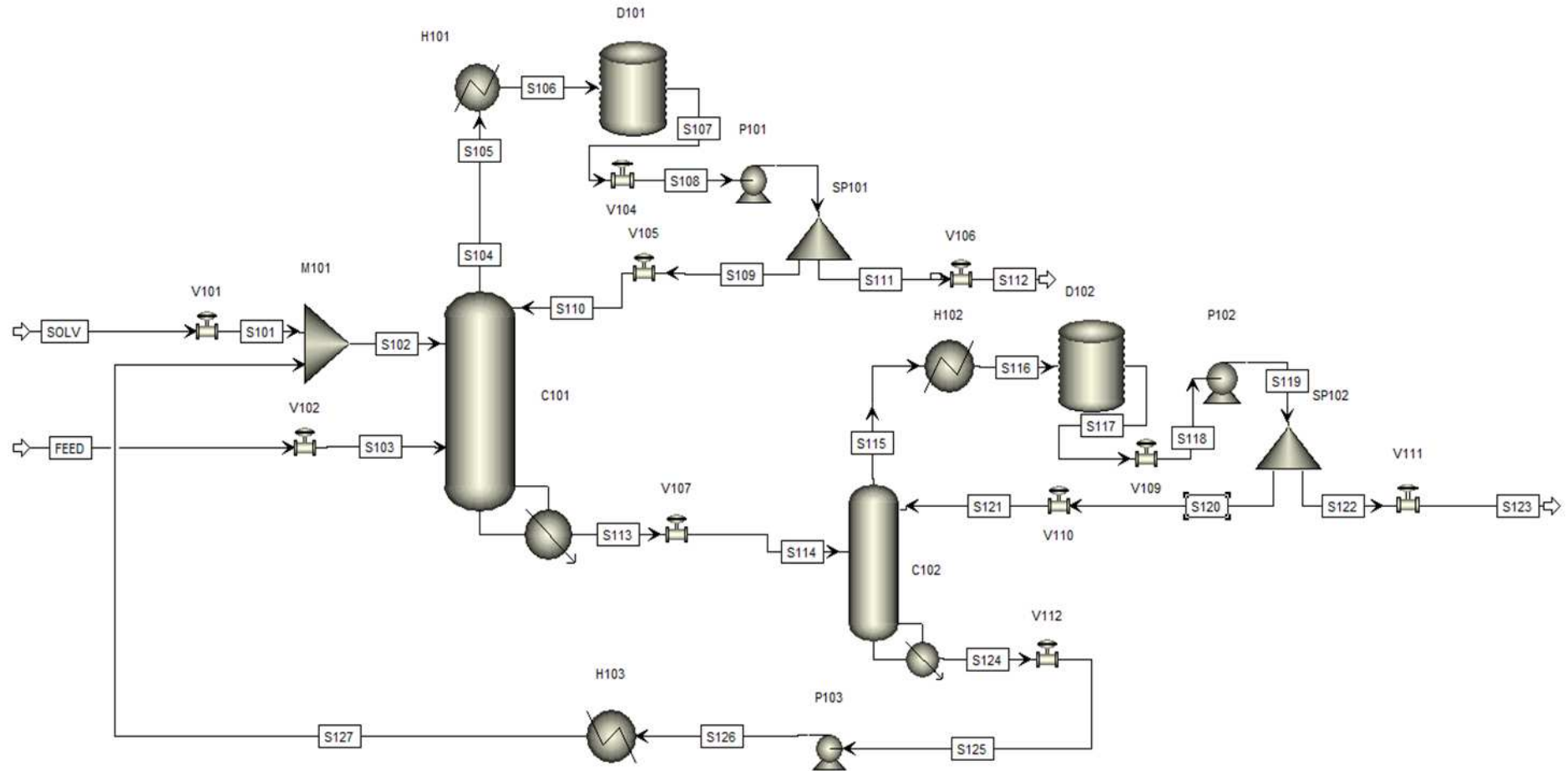
Pela base da primeira coluna sai uma mistura rica em água e etileno-glicol que é alimentada no 5º estágio da coluna C102, a qual realiza a purificação e recuperação do solvente. O produto de topo é dividido em duas correntes, sendo elas uma corrente de refluxo e outra corrente de destilado, composto por água com elevada pureza (97,5%) enquanto que o produto da base com cerca de 99% do solvente. A corrente de base da coluna C102 é reciclada para a coluna de destilação extrativa, C101, passando por um trocador de calor, H103, para assegurar o condicionamento térmico de acordo com a especificação de alimentação do solvente da coluna C101.

As cargas térmicas dos condensadores em estado estacionário são definidas para condensar a saída de topo de ambas as colunas de destilação. As temperaturas da corrente de saída dos condensadores, H101 e H102, foram de  $78^\circ\text{C}$  e  $90^\circ\text{C}$  respectivamente.

Os objetivos que o sistema de controle deve satisfazer são: assegurar a pureza do etanol no topo da primeira coluna, visando produzir etanol anidro (99,5%), proporcionar mínima perda de solvente pelo topo da segunda coluna, uma vez que o etileno-glicol é uma matéria prima de elevado valor, deve-se reduzir as perdas desse componente e, por fim, a pureza do etileno-glicol na base da segunda coluna deve ser respeitada.

A utilização do trocador de calor com função de condensar todo o vapor de saída do topo da coluna de destilação, permitiu utilizar as variáveis carga térmica, tanto do condensador como do *reboiler*, e abertura da válvula de ambas correntes de refluxo como possíveis variáveis manipuladas. As variáveis de processo que foram medidas, consideradas candidatas a variáveis controladas foram as temperaturas dos estágios e as frações molares nas correntes de topo das colunas, dessa forma, em ambas as colunas, extrativa e de recuperação de solvente, estes parâmetros foram avaliados como possíveis *MV's* e *PV's*.

Figura 8 - Fluxograma do Processo em Estado Estacionário



(Fonte: Aspen® Plus 8.8)

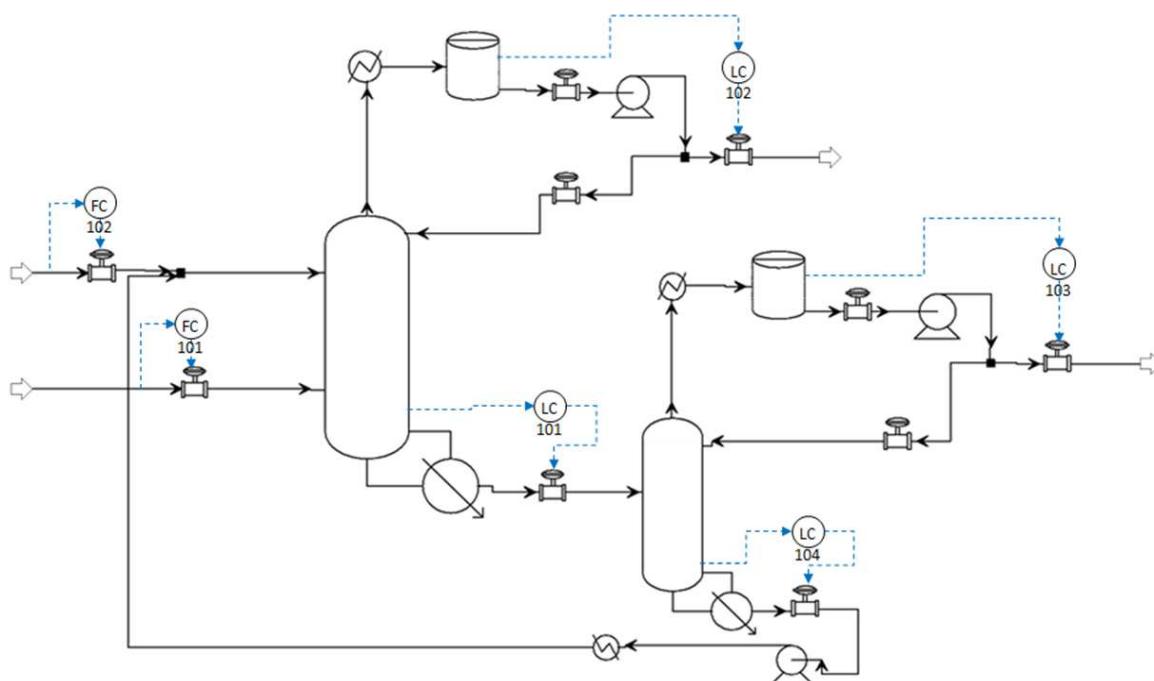


Os tanques de refluxo, D101 e D102, tem como principal função absorver os distúrbios do processo, garantindo a vazão de refluxo de acordo com as especificações. As bombas P101 e P102 e os divisores SP101 e SP102 são associados a um grupo de válvulas que permitem a representação da dinâmica do processo para as colunas extrativa e de recuperação de solvente.

A Figura 9 mostra o modelo do processo do estudo de caso na plataforma *Aspen® Dynamic*. Nesse modelo foram adicionados controladores para assegurar as vazões de alimentação, tanto do azeótropo quanto do solvente, bem como controladores de nível nos vasos de refluxo e *sump's* das colunas, a fim de tornar o modelo dinâmico mais aproximado do sistema real.

A inserção dos controladores de nível é justificada pela manutenção da dinâmica do sistema a modificações regulatórias, uma vez que uma ação de perturbação no processo leva a uma resposta integradora. Por menor que seja a perturbação, os vasos de refluxo e *sump's* da coluna tem potencial para encher ou secar. Além disso, foram adicionados ruídos nos sensores dos níveis dos tanques, com propósito de reproduzir o comportamento observado na prática para esse tipo de medição.

Figura 9 – Configuração regulatória para realização dos testes dinâmicos



(Fonte: autoria própria)

A partir do modelo dinâmico, com os controladores de ajuste do efeito integrador do sistema, os testes para avaliação das respostas à variação degrau nas variáveis manipuladas

foram realizadas de acordo com a Tabela 2. Foram selecionadas as cargas térmicas dos condensadores e dos *reboiler's*, bem como a abertura nas válvulas de refluxo como variáveis manipuladas do processo. As perturbações foram realizadas para as 6 *MV's* entre 0,01 % a 0,5%. Tais valores foram considerados baseados na convergência do modelo durante a simulação das variações de graus.

*Tabela 2 - Nomenclatura das Variáveis Manipuladas*

Variável manipulada	Descrição	Regime de distúrbio realizado, %
MV1	Carga Térmica no Condensador da Coluna 1	<b>0,5</b>
MV2	Carga Térmica no Condensador da Coluna 2	<b>0,5</b>
MV3	Carga Térmica no <i>Reboiler</i> da Coluna 1	<b>0,05</b>
MV4	Carga Térmica no <i>Reboiler</i> da Coluna 2	<b>0,01</b>
MV5	Razão de Refluxo da Coluna 1	<b>0,5</b>
MV6	Razão de Refluxo da Coluna 2	<b>0,5</b>

Para a realização desse estudo, foram consideradas as variáveis de processo temperatura e composição de topo das colunas. A pressão não foi considerada no estudo devido a verificação preliminar de baixa sensibilidade da mesma com relação as demais variáveis, mostrando que para a destilação extrativa nesse estudo não é influenciada significativamente por variações nas cargas de alimentação das colunas. Todo o perfil de temperaturas das colunas e composições de topo foram analisadas como possíveis variáveis de processo conforme apresentado na Tabela 3.

*Tabela 3 - Nomenclatura das Variáveis de Processo*

Variável de Processo	Descrição
PV1	Fração molar de etanol no destilado da coluna 1
PV2	Fração molar de etileno-glicol no destilado da coluna 1
PV3	Fração molar de água no destilado da coluna 1
PV4	Fração molar de etanol no destilado da coluna 2
PV5	Fração molar de etileno-glicol no destilado da coluna 2
PV6	Fração molar de água no destilado da coluna 2
PV7 – PV29	Perfil de temperatura da coluna extrativa
PV30 – PV38	Perfil de temperatura da coluna recuperação

As variações aplicadas nas *MV's* possibilitaram o levantamento da matriz de ganho do processo a partir da razão entre a variação percentual da *PV* e a variação percentual da

*MV*. Utilizou-se uma rotina em *MATLAB*® para cálculo dos ganhos do processo, no entanto, devido à forte influência dos ruídos sobre os valores lidos, foi necessário a adição de um filtro de média móvel para melhor interpretação dos dados coletados.

## 5.2 Emparelhamento das variáveis PV/MV pelos métodos *SVD* e *D-SVD*

De acordo com Moore (1986) deve-se utilizar as variações percentuais percebidas nos sensores, tanto das variáveis manipuladas quanto das controladas, para tanto, dois tipos de variáveis de processo foram utilizados: composição nas correntes de saída das colunas e temperaturas que correspondem aos perfis de ambas as colunas. Para as composições foi considerado que o sensor responsável pela leitura da composição é capaz de ler uma variação de 10% e se comporta de forma linear nessa faixa, dessa forma a cada variação de 0,001 na fração molar o sensor varia 1%. Para as temperaturas considerou-se o uso de um medidor com comportamento linear na faixa de 200 °C, sendo o ponto de referência mínimo 0°C.

No Apêndice estão contidos os dados obtidos para a simulação dos distúrbios aplicados nas *MV*'s. Neste apêndice pode-se encontrar a matriz de ganho para o método *SVD* clássico, a matriz de tempos relativos para o método *D-SVD* adicional a matriz de ganho e os números condicionais obtidos por ambas as técnicas.

Após analisar as matrizes  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}^T$ , no apêndice, obtidas pela aplicação do método *SVD*, pode-se verificar como resultados os emparelhamentos para o sistema proposto, sendo os mesmos de acordo com a Tabela 4. Na mesma tabela, estão descritos os valores para o número condicional para o sistema.

*Tabela 4 - Emparelhamento proposto pelo método SVD para distúrbios positivos*

Variáveis Processo	Variáveis manipulada	Número condicional
PV4 ou PV6*	MV4	1
PV36	MV1	140,88
PV28	MV3	470,96
PV1	MV2	4360,85
PV27	MV5	16960,49
PV34	MV6	120686,40

\*Ambas as variáveis apresentaram igual variação, porém em sentidos opostos.

PV1, Fração molar de etanol no destilado da coluna 1; PV4, Fração molar de etanol no destilado da coluna 2; PV6, Fração molar de água no destilado da coluna 2; PV27, PV28 temperatura dos respectivos estágios da coluna 1; PV34, PV 36, temperaturas dos respectivos estágios das da coluna 2; MV1, Carga Térmica no Condensador da Coluna 1; MV2, Carga Térmica no Condensador da Coluna 2; MV3, Carga Térmica no *Reboiler* da Coluna 1; MV4, Carga Térmica no *Reboiler* da Coluna 2; MV5, Razão de Refluxo da Coluna 1; MV6, Razão de Refluxo da Coluna 2.

Procedimento semelhante de verificação, utilizando o método *D-SVD*, foi realizado sobre os dados obtidos pela simulação dinâmica em que os tempos de acomodação das variáveis foi levado em consideração. Os valores dos ganhos relativos estão apresentados no Apêndice, obtidos de acordo com o proposto no item 3.2. Os resultados de tais análises na forma emparelhamento proposto pelo método encontram-se na **Erro! Autoreferência de indicador não válida.**

*Tabela 5 - Emparelhamento proposto pelo método D-SVD para distúrbios positivos*

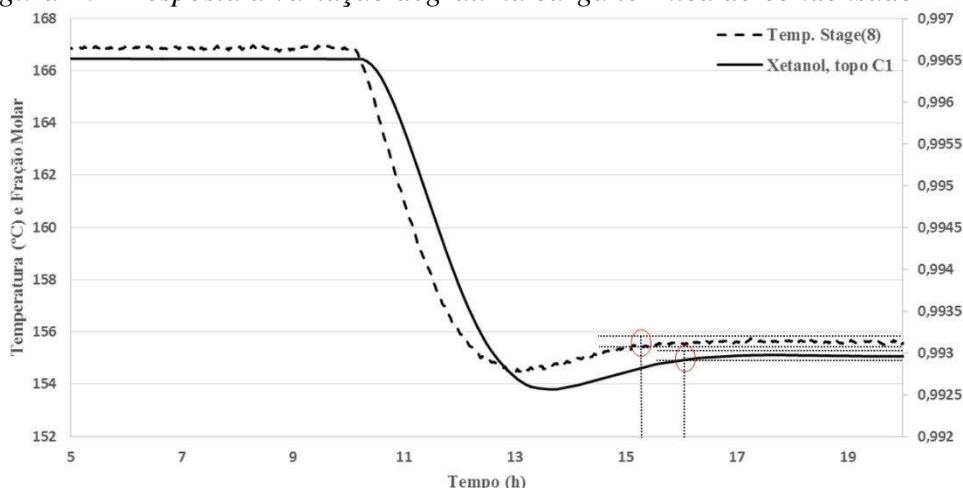
Variáveis Processo	Variáveis manipulada	Número condicional
PV4 ou PV6*	MV4	1
PV36	MV1	81,92
PV28	MV3	459,80
PV37	MV2	3146,31
PV29	MV5	20663,41
PV34	MV6	78569,88

\*Ambas as variáveis apresentaram igual variação, porém em sentidos opostos.

PV4, Fração molar de etanol no destilado da coluna 2; PV6, Fração molar de água no destilado da coluna 2; PV28, PV29 temperatura dos respectivos estágios da coluna 1; PV34, PV36, PV 37, temperaturas dos respectivos estágios das da coluna 2; MV1, Carga Térmica no Condensador da Coluna 1; MV2, Carga Térmica no Condensador da Coluna 2; MV3, Carga Térmica no *Reboiler* da Coluna 1; MV4, Carga Térmica no *Reboiler* da Coluna 2; MV5, Razão de Refluxo da Coluna 1; MV6, Razão de Refluxo da Coluna 2.

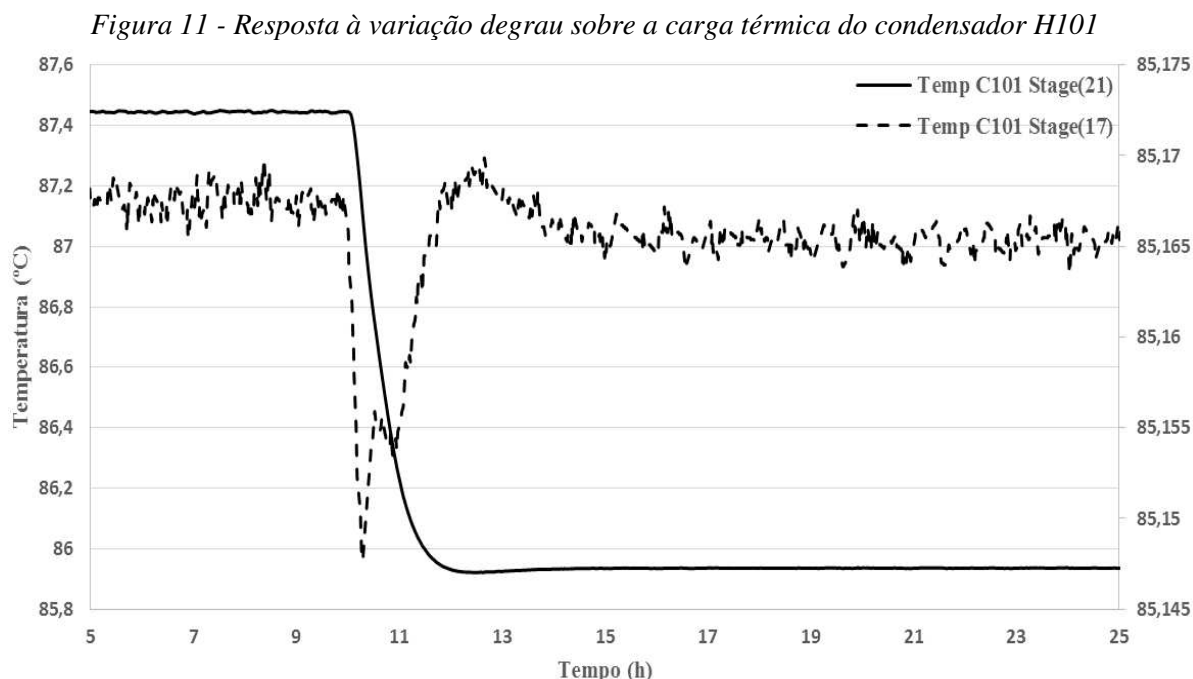
A principal diferença entre os pares obtidos pelo método proposto é a utilização da temperatura do estágio 8 da segunda coluna em substituição a composição de etanol no topo da coluna. Pode-se observar que essas substituições através do gráfico que mostra a influência da *MV*, no caso a carga térmica do condensador H102 sobre ambas as variáveis e a velocidade de resposta das mesmas, como apresentado na Figura 10.

*Figura 10 - Resposta a variação degrau na carga térmica do condensador H102*



(Fonte: autoria própria)

Para as demais variáveis manipuladas também foi possível observar que os tempos de resposta das variáveis eram diferentes, justificando o uso desta variável como um dos parâmetros na definição do emparelhamento entre PV's e MV's. Para a variação sobre a carga térmica do condensador da coluna extrativa (H101), na Figura 11 estão apresentadas as respostas dos estágios 17 e 21 para fins comparativos.



(Fonte: autoria própria)

Como pode ser verificado, além de modificar o emparelhamento, a técnica *D-SVD* reduz o condicionamento do sistema em aproximadamente todos os emparelhamentos, exceto o emparelhamento 5x5, em que essa técnica provocou um número condicional cerca de 20% maior. No entanto para os demais emparelhamentos, teve-se uma redução de até 41,8 %.

### 5.3 Avaliação das malhas de controle do processo

Uma vez conhecidos os pares candidatos para os projetos de controle da planta de produção de etanol anidro, foi realizada a implementação das malhas de controle definidas por cada método, para comparação entre as metodologias. Os controladores foram adicionados por ordem definida pelo número condicional. Uma vez que os pares 1, 2 e 3 de ambos os métodos de emparelhamento são os mesmos, o comparativo iniciou-se a partir da inclusão do quarto par.

Como pode ser observado na Figura 12, os controladores LC de 1 até 4 são responsáveis por garantir que os distúrbios sejam amortecidos, evitando que os tanques venham a transbordar ou secar. O controlador XC101 apresenta a maior variabilidade de uma *PV* sendo controlada pela *MV* com maior efeito sobre o processo, neste caso a carga térmica do *reboiler* da coluna C102 é utilizado para o controle da composição molar da água no produto de topo da coluna.

O segundo par de variáveis mostra uma situação contra intuitiva, uma vez que a variável manipulada pelo controlador TC101 é a carga térmica do trocador de calor responsável pela condensação no topo da coluna C101, o condensador H101, enquanto que a variável controlada é a temperatura do estágio 7 da coluna de recuperação do solvente. Pela sequência definida por ambos os métodos de emparelhamento de variáveis, o terceiro controlador a ser implementado na planta realiza o controle da temperatura no estágio 22 da coluna extrativa a partir de manipulação sobre a carga térmica do *reboiler* desta mesma coluna.

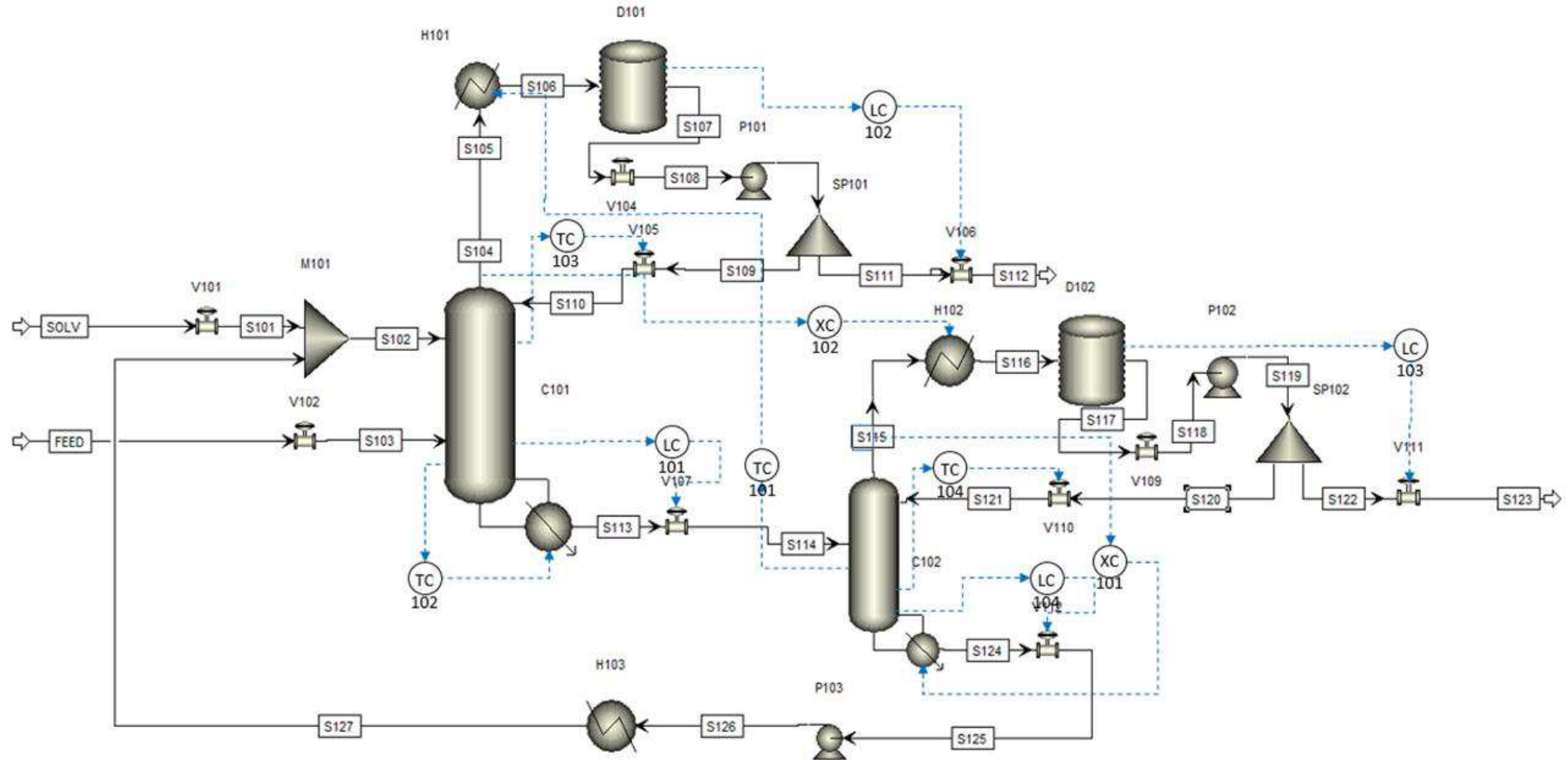
No quarto par de variáveis, observa-se uma diferença entre o método clássico e o método proposto nesse trabalho. Para o método clássico, o emparelhamento mostra-se contra intuitivo devido a distância entre variável manipulada e variável controlada, neste caso fração molar de etanol no topo da coluna C101 e carga térmica do condensador da coluna C102, H102. Pela técnica clássica o quinto controlador a ser utilizado realiza manipulação sobre a válvula de refluxo da coluna extrativa com fim de controlar a temperatura no estágio 21 da referida coluna.

O sexto e último par de variáveis obtido pela técnica *SVD* clássica realiza o controle da temperatura do estágio 8 da coluna de recuperação do solvente através de manipulação sobre a abertura da válvula do refluxo da coluna C102. Cada um desses controladores foi sintonizado utilizando a técnica de *Ziegler-Nichols* disponível na *toolbox* do *Aspen Dynamics*®, e os parâmetros de sintonia encontrados estão discriminados na Tabela 6.

Tabela 6 – Emparelhamento e parâmetros de com controle do método *SVD*

Par de variáveis	Controlador	Kc	$\tau_i$	$\tau_d$
QR2 – X <sub>ág, topo C102</sub>	XC101	1,04	98,35	15,08
QC1 – T <sub>7 C102</sub>	TC101	0,10	36,43	9,11
QR1 – T <sub>22 C101</sub>	TC102	1,49	2,98	0,75
QC2 – X <sub>etan, topo C101</sub>	XC102	27,13	37,44	9,36
RR1 - T <sub>21 C101</sub>	TC103	1	20	0
RR2 – T <sub>5 C102</sub>	TC104	0,43	65,94	0

Figura 12 - Malhas de controle propostas pelo método SVD clássico



(Fonte: Aspen® Dynamics 8.8)

As malhas de controle definidas pelo método *D-SVD*, mostradas no fluxograma do processo, na Figura 13, para o emparelhamento entre variáveis controladas e manipuladas difere da técnica clássica a partir do quarto par de variáveis. Nesta, a carga térmica do condensador H102 é utilizada para o controle da temperatura do estágio 8 da coluna C102, constituindo assim o controlador TC103, enquanto que o controlador TC104 manipula a abertura da válvula do refluxo da coluna C101 para controlar a temperatura do estágio 23 da referida coluna.

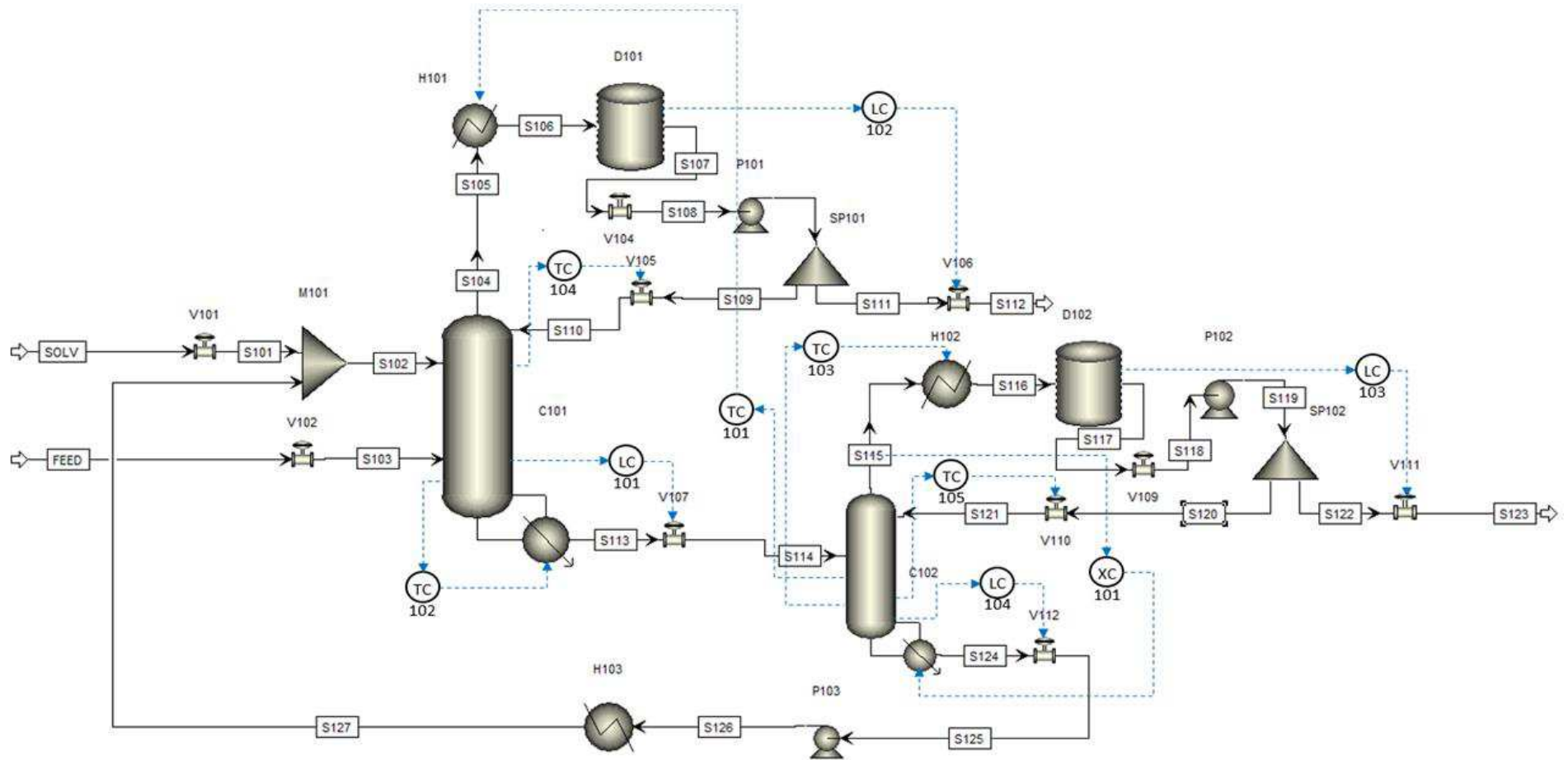
O sexto e último par definido pela técnica *D-SVD* encontra-se no controlador TC105 que manipula a abertura de válvula do refluxo da coluna C102 para controlar a temperatura do estágio 5 desta coluna. Assim, pode-se definir a seguinte Tabela 7 com dados dos emparelhamentos definidos pela técnica *D-SVD*.

*Tabela 7 – Emparelhamento e parâmetros de com controle do método D-SVD*

Par de variáveis	Controlador	Kc	$\tau_i$	$\tau_d$
QR2 – $X_{4g, \text{ topo C102}}$	XC101	1,04	98,35	15,08
QC1 – $T_{7 \text{ C102}}$	TC101	0,10	36,43	9,11
QR1 – $T_{22 \text{ C101}}$	TC102	1,49	2,98	0,75
QC2 – $T_{8 \text{ C102}}$	TC103	0,62	28,51	7,13
RR1 – $T_{23 \text{ C101}}$	TC104	2,34	27,65	0
RR2 – $T_{5 \text{ C102}}$	TC105	1	20	0



Figura 13 - Malhas de controle propostas pelo método D-SVD



(Fonte: Aspen® Dynamics 8.8)

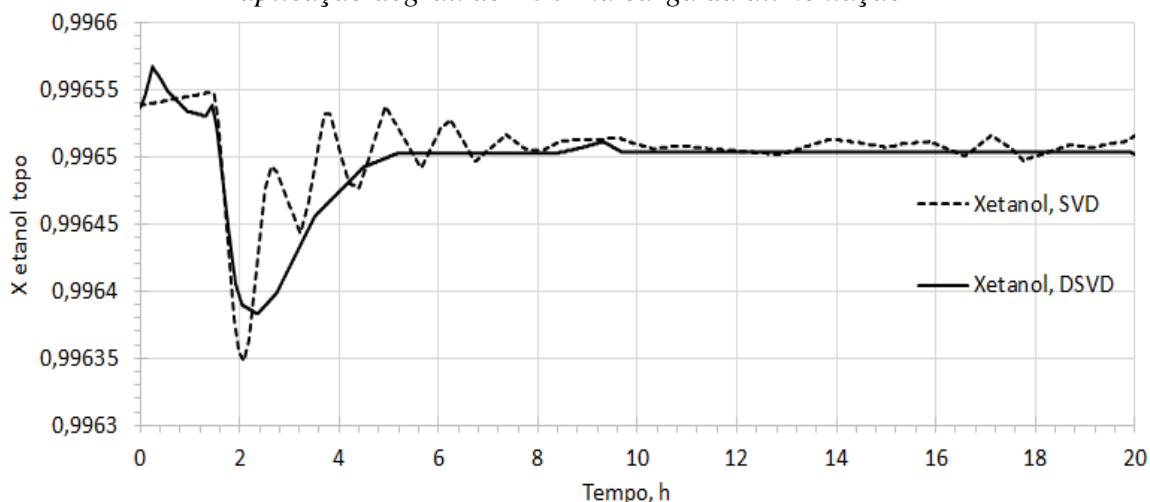
## 5.4 Comparação entre as malhas

No sentido de uniformizar a sintonia dos controladores, utilizou-se método de Ziegler-Nichols utilizando a *toolbox tune* do *Aspen Dynamics*®. Inicialmente foi verificada o comportamento dos sistemas de controle com relação a variação de mudança na carga de alimentação do processo.

Para fins de comparação entre as metodologias, foram consideradas a controlabilidade da planta com o emparelhamento dos quatro pares *PV/MV* para ambos os métodos. Uma vez que a especificação do processo se trata da manutenção da composição de topo em ambas as colunas, as malhas de controle implementadas buscam minimizar os efeitos de distúrbios no processo.

A Figura 14 mostra o comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101, após variação degrau de 5% na vazão de alimentação, com a atuação dos controladores das malhas de controle 4x4 obtido pelas metodologias.

Figura 14 – Comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101 com aplicação degrau de +5% na carga da alimentação

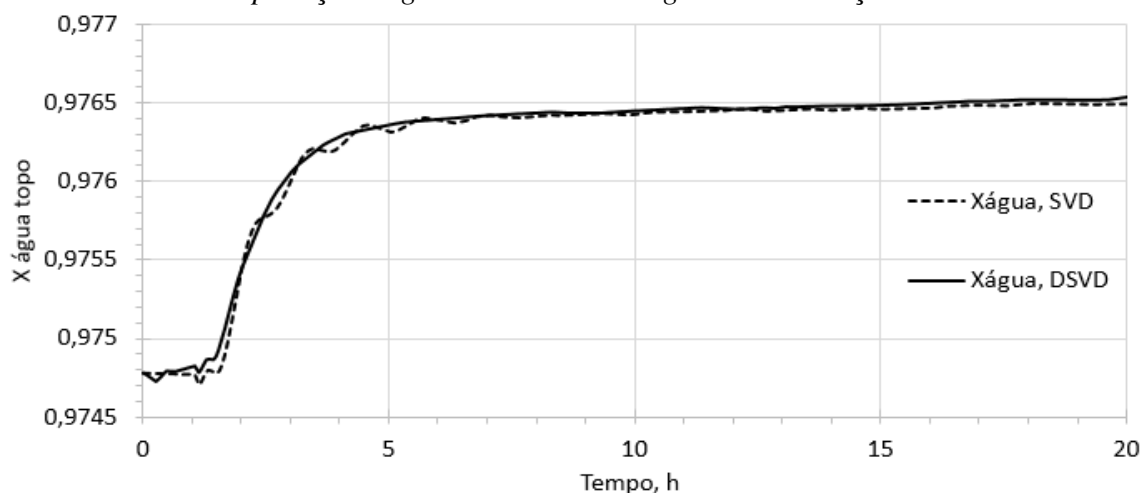


(Fonte: autoria própria)

Observa-se que o tempo para a acomodação da composição de etanol é de aproximadamente de 5 horas utilizando o emparelhamento definido pelo método *D-SVD*, diferentemente da metodologia clássica que foi de 8 horas, mas continuando com oscilações a partir desse tempo. A diferença observada no comportamento de acomodação pode ser explicada devido ao emparelhamento pelo método *D-SVD* levar em consideração a informação dinâmica do processo, ao qual permite os controladores atuarem de forma mais adequada quando comparada com o método clássico.

A Figura 15 mostra o comportamento da fração de água no topo da coluna de recuperação de solvente mediante à mesma perturbação na alimentação. Observa-se que o comportamento da fração de água no topo da coluna C102 é semelhante ao tempo de acomodação considerando as malhas de controle determinadas por ambas as técnicas. Tal comportamento pode ser explicado devido a informação dinâmica não significativa nesse emparelhamento por ambas as técnicas.

Figura 15 – Comportamento da composição de água no topo da coluna C102 com aplicação degrau de +5% na carga da alimentação



(Fonte: autoria própria)

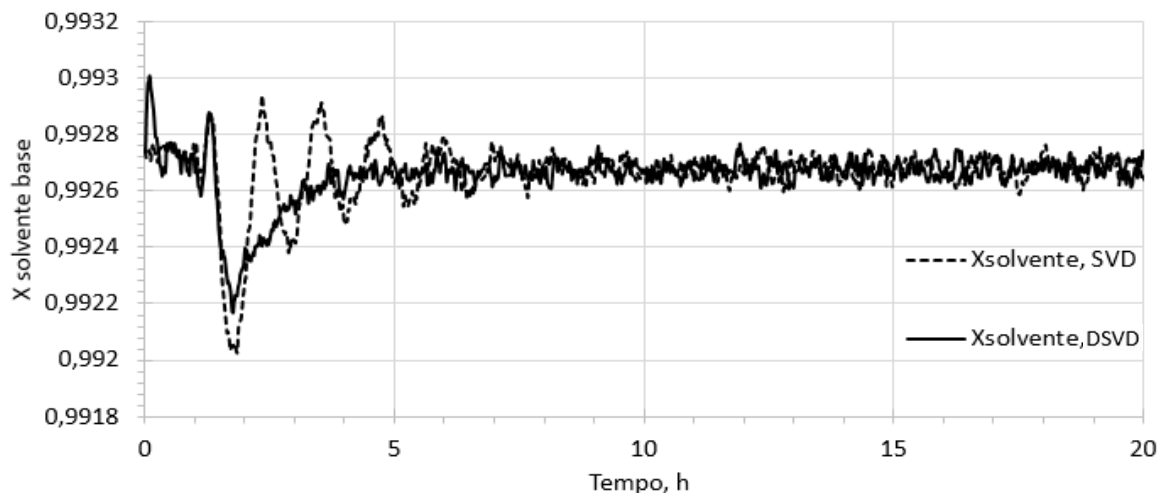
Na clássica.

De maneira análoga, para variação degrau negativa de mesma magnitude na vazão de alimentação, observa-se que os modelo utilizando o emparelhamento definido pela técnica *D-SVD* apresentou o mesmo comportamento, comparado com a variação degrau positiva, mantendo a performance superior à resposta obtida pela técnica *SVD* clássica.

Figura 16, apresenta-se o comportamento da fração de solvente na base da coluna de recuperação para uma variação de 5% na vazão que alimenta o sistema. Da mesma forma que as demais variáveis de processo, a fração de solvente na corrente de recuperação apresenta comportamento oscilatório inferior, utilizando as malhas de controle obtida pelo emparelhamento *D-SVD*, quando comparada ao resultado utilizando a metodologia *SVD* clássica.

De maneira análoga, para variação degrau negativa de mesma magnitude na vazão de alimentação, observa-se que os modelo utilizando o emparelhamento definido pela técnica *D-SVD* apresentou o mesmo comportamento, comparado com a variação degrau positiva, mantendo a performance superior à resposta obtida pela técnica *SVD* clássica.

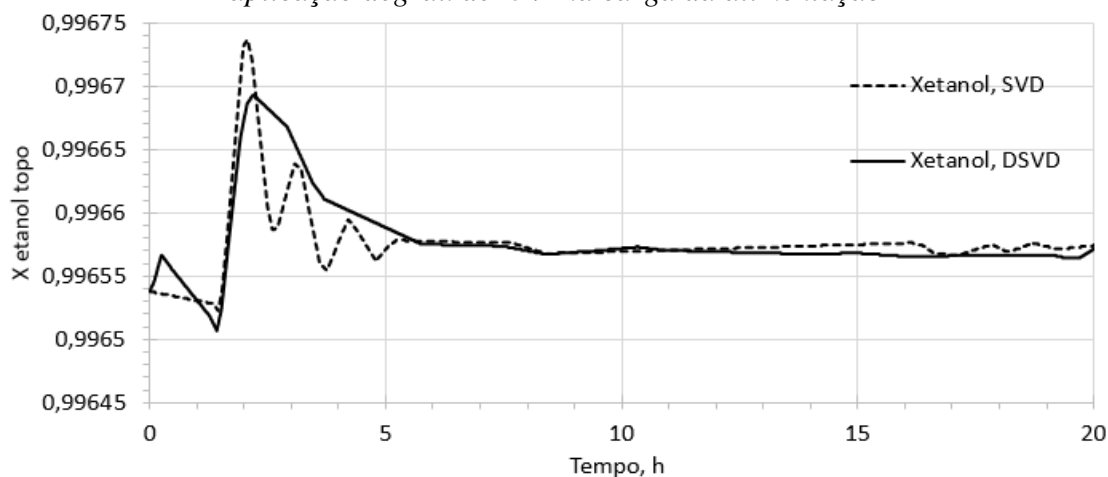
Figura 16 – Comportamento da composição de solvente na base da coluna C102 com aplicação degrau de +5% na carga da alimentação



(Fonte: autoria própria)

A Figura 17 mostra o comportamento da fração de etanol no topo da coluna extrativa após perturbação do tipo degrau negativo com magnitude de 5% na vazão do azeótropo que alimenta a coluna extrativa C101. As malhas que utilizam o emparelhamento definido pela técnica SVD geram uma resposta oscilatório, além de um *overshoot* superior ao ser comparado com efeito da resposta das malhas que utilizam o emparelhamento definido pela técnica D-SVD.

Figura 17 – Comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101 com aplicação degrau de -5% na carga da alimentação

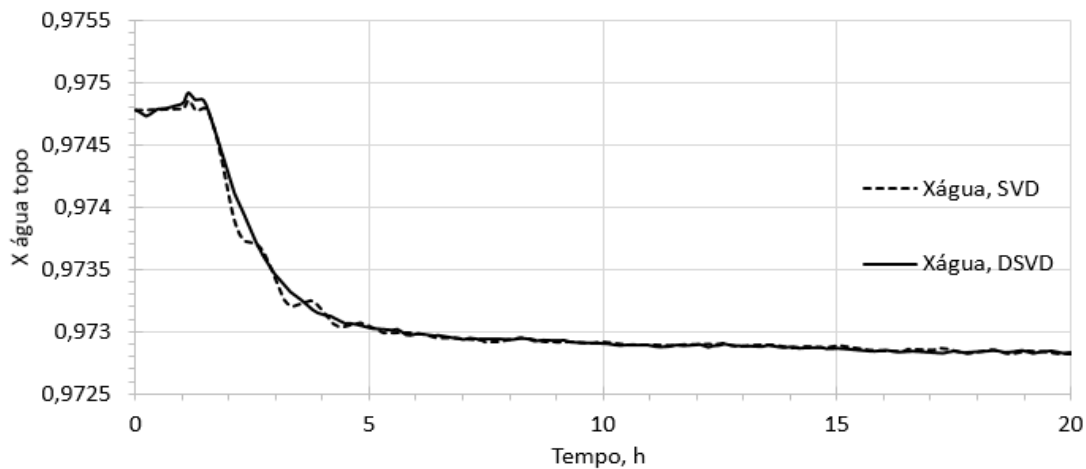


(Fonte: autoria própria)

Para a mesma magnitude de variação negativa na carga que alimenta o processo de destilação extrativa, a Figura 18 mostra a variação da fração molar de água no topo da coluna

de recuperação de solvente. Pode-se observar que a variável se comporta de maneira semelhante para ambas as técnicas utilizadas.

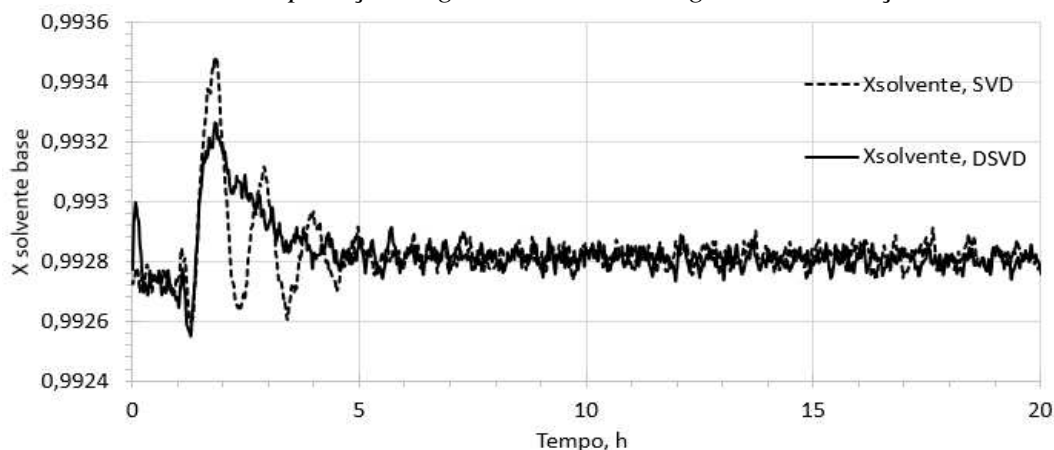
*Figura 18 – Comportamento da composição de água no topo da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na carga da alimentação*



(Fonte: autoria própria)

Assim como verificado para as demais variáveis de interesse, a fração molar de etileno-glicol na base da coluna de recuperação de solvente, verifica-se que a utilização das malhas de controle geradas pelo emparelhamento determinado pela técnica *D-SVD*, gera uma resposta com menor oscilação e *overshoot* quando comparado com a resposta gerada pela correção de controle a partir das malhas que utiliza o emparelhamento fornecido pela *SVD* clássica. Conforme mostra a Figura 19.

*Figura 19 – Comportamento da composição de solvente na base da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na carga da alimentação*

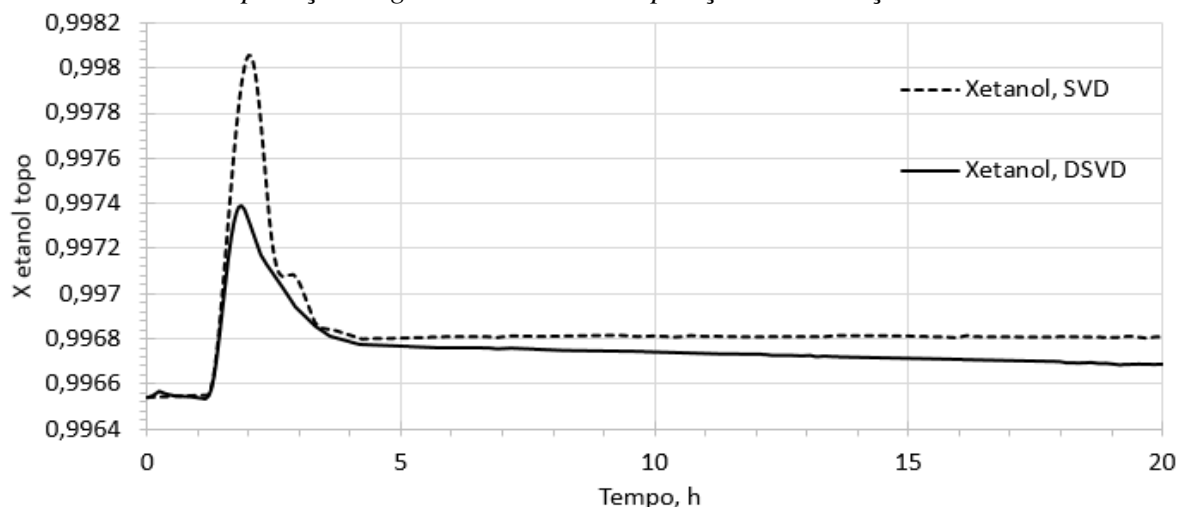


(Fonte: autoria própria)

O processo foi ainda testado para perturbação do tipo degrau de 5 % sobre a composição da vazão de alimentação. Na Figura 20 que mostra o comportamento da fração

de etanol no topo da coluna C101 resultante da ação dos controladores implementados a partir dos emparelhamentos de ambas as técnicas *D-SVD* e *SVD* clássico.

Figura 20 – Comportamento da composição de etanol no topo da coluna C101 com aplicação degrau de -5% na composição alimentação

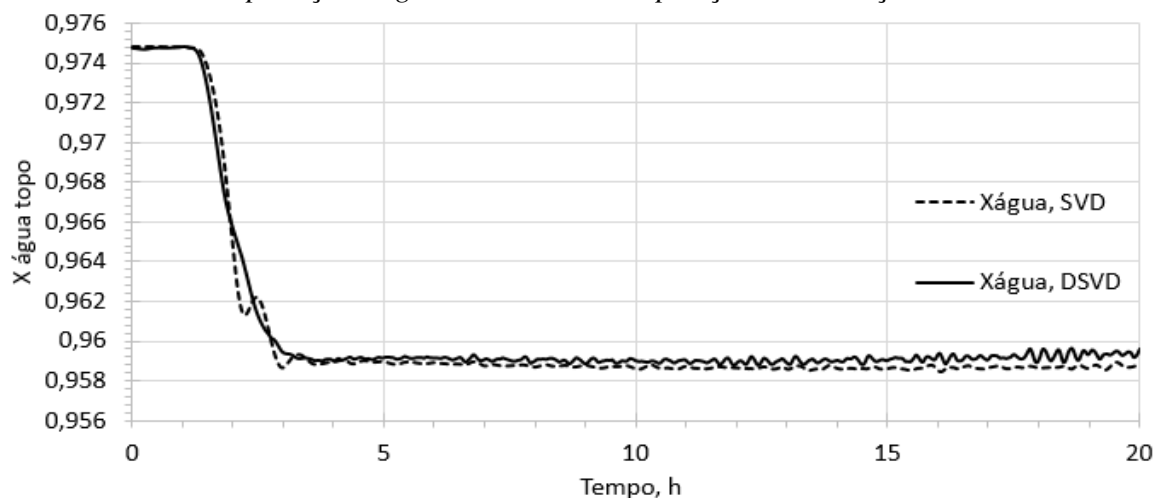


(Fonte: autoria própria)

Observa-se que ambos os sistemas levam cerca de 4 horas para atingir seu novo estacionário, no entanto, o sistema que utiliza as malhas de controle definidas pela técnica *D-SVD* gera um *overshoot* na composição de etanol com aproximadamente metade da magnitude do obtido com emparelhamento definido pela técnica clássica. Como mencionando anteriormente, tal comportamento pode ser explicado devido a informação dinâmica está sendo considerada no emparelhamento, resultado em uma resposta mais rápida de ação do sistema de controle.

Como pode ser visto na Figura 21, a fração de água no topo da coluna C102, considerando os emparelhamentos *PV's* e *MV's* por ambas as técnicas, geraram reposta semelhantes. Tal comportamento indica que essa variável apresenta um efeito de contribuição dinâmica entre as malhas de controle similar ao previsto pela condição estacionária.

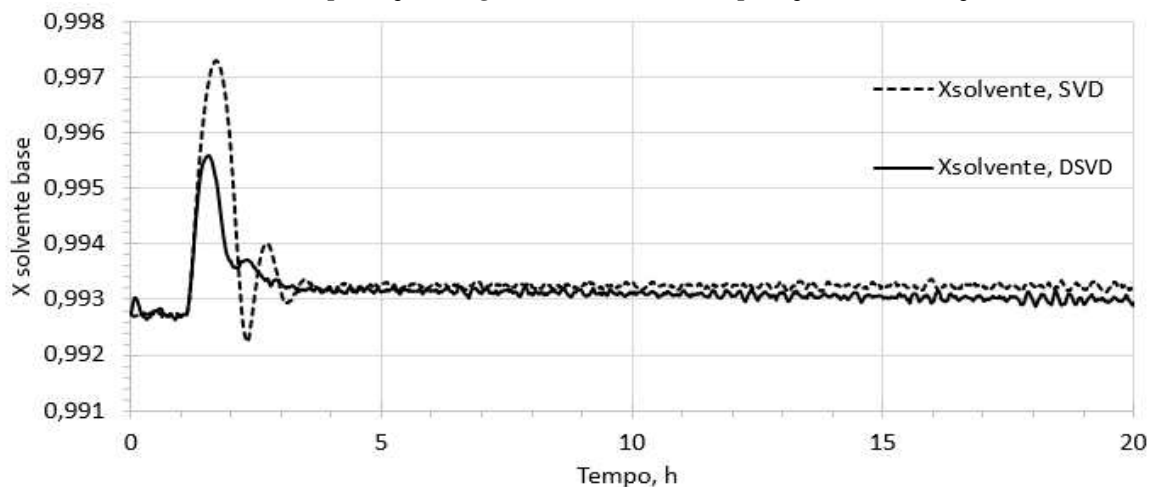
Figura 21 – Comportamento da composição de água no topo da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na composição alimentação



(Fonte: autoria própria)

O comportamento da fração de solvente na base da coluna de recuperação apresenta uma redução na oscilação além de maior velocidade de resposta para a malha que utiliza emparelhamento definido pela técnica *D-SVD*, conforme pode ser visto na Figura 22.

Figura 22 – Comportamento da composição de solvente na base da coluna C102 com aplicação degrau de -5% na composição alimentação



(Fonte: autoria própria)

Para a verificação do desempenho das malhas de controle definidas a partir dos pares gerados pelas metodologias *SVD* e *D-SVD*, com relação as composições de interesse, foram consideradas os valores determinados pelo *ITAE* (*Integral of the Time multiplied by Absolute Error*).

Para avaliar quantitativamente a capacidade de uma malha realizar o controle de determinado sistema normalmente se utiliza índices de desempenho, que medem o quão

próximo de seu valor ideal o sistema se encontra, sendo fundamentais para situações de operação de sistemas de controle adaptativos, otimização e controle ótimo.

Quanto menor o erro apresentado pelo sistema, mais próximo do seu valor ideal ele se encontra e, conseqüentemente, maior será seu índice de desempenho. Uma das técnicas utilizadas para verificar o desempenho de sistemas é o *ITAE*, definido na forma:

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt \quad (39)$$

Utilizando essa medida como parâmetro para definição da qualidade da ação das malhas de controle sobre as variáveis de interesse, obteve-se a seguinte valores comparativos entre a técnica *SVD* clássica e a técnica *D-SVD* proposta neste trabalho, como descrito na Tabela 8.

*Tabela 8 - Valores de ITAE para as composições com referências as especificações*

Variações aplicadas	Variáveis de interesse	Valor do ITAE	
		Técnica <i>SVD</i>	Técnica <i>D-SVD</i>
Perturbação positiva de 5% na carga de alimentação	X <sub>etanol</sub> , topo C101	7,45	7,40
	X <sub>água</sub> , topo C102	6,52	6,58
	X <sub>solvente</sub> , base C102	13,21	13,13
Perturbação negativa de 5% na carga de alimentação	X <sub>etanol</sub> , topo C101	7,84	7,86
	X <sub>água</sub> , topo C102	9,62	9,59
	X <sub>solvente</sub> , base C102	14,03	14,08
Perturbação positiva de 5% na composição de alimentação	X <sub>etanol</sub> , topo C101	9,18	8,84
	X <sub>água</sub> , topo C102	77,83	76,51
	X <sub>solvente</sub> , base C102	16,54	15,81

Apesar dos valores do *ITAE* apresentarem valores próximos, deve-se observar que a comparação está sendo realizada pelo efeito das malhas quanto a ação de variação na carga de alimentação do processo, sobre as composições de topo e de base de processo. Por sua vez, observa-se uma redução de tal valor para maioria das variáveis avaliadas.

Um método bastante utilizado no projeto de estruturas de controle, na etapa de definição dos pares MV-PV é a Matriz de Ganho Relativo (RGA), proposta por Bristol (1966). Aplicando tal metodologia é possível determinar o emparelhamento baseado no grau de independência entre as malhas que compõem o sistema. Dessa forma, aplicando a RGA sobre a estrutura proposta pela *SVD* pôde-se obter a seguinte matriz:



$$\mathbf{RGA} = \begin{vmatrix} 0,0828 & 2,8233 & 0,1005 & -2,0066 \\ 1,6490 & -0,0924 & -0,6911 & 0,1345 \\ -0,7477 & -0,1812 & 2,0135 & -0,0845 \\ 0,0160 & -1,5497 & -0,4229 & 2,9566 \end{vmatrix}$$

Em que a matriz  $\mathbf{S}$ , determina os pares a serem utilizados:

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Observa-se, portanto, uma variação entre o emparelhamento proposto pelas técnicas SVD e RGA nos dois primeiros pares de variáveis, em que a carga térmica do *reboiler* da coluna 102 é emparelhada com a temperatura do estágio 7 da referida coluna, de acordo com a RGA. De maneira similar, pôde-se aplicar a RGA aos pares definidos pela técnica D-SVD:

$$\mathbf{RGA} = \begin{vmatrix} 0,0691 & 2,2861 & -0,0820 & -1,2732 \\ 1,5785 & 0,2252 & -0,0135 & -0,7902 \\ -0,2519 & -0,2580 & 1,9821 & -0,4722 \\ -0,3956 & -1,2534 & -0,8866 & 3,5357 \end{vmatrix}$$

Analogamente, determinou-se a matriz  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Em que a mesma variação de emparelhamento foi observada nos dois primeiros pares.

## 6 CONCLUSÕES

A simulação dinâmica do processo permitiu investigar a influência das variáveis manipuladas sobre as variáveis controladas do ponto de vista dinâmico, possibilitando gerar informações para obtenção do tempo relativo de acomodação das variáveis de processo quando submetido a variações nas variáveis de entrada do processo.

Observou-se ainda que os tempos para a estabilização das variáveis mediante ao mesmo distúrbio eram diferentes, justificando a utilização do critério de tempo relativo como um dos parâmetros para a definição da estrutura de controle a ser utilizada na planta.

O uso da metodologia *D-SVD* permitiu uma nova definição de emparelhamento com informação dinâmica entre as variáveis manipuladas e controladas. As malhas de controle projetadas com esses emparelhamentos, reduziram a oscilação e produziram resposta mais rápida nas variáveis de interesse quando comparada com as malhas determinadas pela metodologia *SVD* clássica.

Com a mudança na metodologia de definição do emparelhamento entre as variáveis, a composição de etanol no topo na coluna extrativa deixou de ser uma das variáveis controladas, no entanto, como pode ser verificado pelo cálculo do índice de desempenho, o controle desta variável tornou-se mais robusto.

Apesar do resultado da matriz RGA expressar uma configuração diferente daquelas projetadas pelas técnicas estudadas, a controlabilidade do processo foi mantida para o regime de perturbações na carga de alimentação do processo, apontando que as técnicas podem ser utilizadas para tal fim.

De maneira geral, a técnica *D-SVD* mostrou-se bastante promissora quanto a obtenção do emparelhamento de variáveis, possibilitando gerar estruturas de controle com a incorporação da informação dinâmica do processo.

## 7 TRABALHOS FUTUROS

- a. Estruturação da metodologia com conceituação no domínio da frequência para modelos de ordem superior;
- b. Aplicação de mais estudos de casos para verificação da implementação da técnica D-SVD;
- c. Acoplar a técnica D-SVD a técnicas de otimização para definição dos pares sujeito a função custo;
- d. Utilizar a técnica D-SVD juntamente com técnicas de desacoplamento de sistema multivariáveis;
- e. Expandir a técnica para aplicação em otimização em tempo real (*RTO-Real Time Optimization*).

## 8 REFERÊNCIAS

ALVAREZ, L. A., ESPINOSA, J., *Methodology Based on SVD for Control Structure Design*. Latin American Applied Research, 2012.

ANJOS, D. A. dos. *Projeto de Malhas de Controle Utilizando as Técnicas SVD e RGA*. Trabalho de conclusão de Curso. Unidade Acadêmica de Engenharia Química. Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

ASPEN TECHNOLOGY. *Aspen Plus User Guide*. Ten Canal Park. Cambridge, MA, 2012.

BANERJEE, A., ARKUN, Y., *Control Configuration Design Applied to the Tennessee Eastman Plant-Wide Control Problem*. Computers Chemical Engineering, 1995.

BAI, P., SHEN, H., HUANG, X., TRUONG, Y., *A Supervised Singular Value Decomposition for Independent Component Analysis of fMRI*. Statistica Sinica, 2008

BENNETT, S., *A Brief History of Automatic Control*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1996.

BRISTOL, E. H., *On a New Measure of Interaction for Multivariable Process Control*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1966.

COKER, A. K., *Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants*. Oxford, United Kingdom, 2007.

FOSS, A. S., *Critique of Chemical Process Control Theory*. Journal Critique. University of California, 1973.

KISS, A. A. *Advanced Distillation Technologies*. John Wiley & Sons, 2013.

LUYBEN, W. L., *Control Comparison of Conventional Extractive Distillation with a new Split-Feed Configuration*. Chemical Engineering and Processing, 2016.

LUYBEN, M. L., TYRÉUS, B. D., LUYBEN, W. L. *Plant wide Process Control*. New York: McGraw-Hill, 1998.

LARSSON, T., SKOGESTAD, S., *Plant wide control: A review and a new design procedure*. Modeling, Identification and Control, 21, 209-240 (2000).

MACEDO, A. S., *Modificação da Técnica SVD para Projeto de Malhas de Controle*. Trabalho de Conclusão de Curso. Unidade Acadêmica de Engenharia Química. Universidade Federal de Campina Grande, 2015.

MC AVOY, T., ARKUN, Y., CHEN, R., ROBINSON, D., SCHNELLE, P. D., *A New Approach to Defining a Dynamic Relative Gain*. Control Engineering Practice, 2003.

MOORE, C., HACKNEY, J., CANTER, D., *Selecting Sensor Location and Type for Multivariable Process*. University of Tennessee, 1986.

SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. Chichester: John Wiley & Sons, 1996.

SILVA, E. A., *Construção, Modelagem e Controle de um Pêndulo Invertido com CLP e Software SCADA*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Estadual Paulista, 2013.

VRABIE, V. D., MARS, J. I., LACOUME, J. -L., *Modified Singular Value Decomposition by Means of Independent Component Analysis*. Elsevier Science, 2003.

## APÊNDICE

### SDV para estudo de caso

A tabela contém os ganhos obtidos com os distúrbios positivos nas MV's.

*Tabela 9 - Matriz de ganho*

	MV1	MV2	MV3	MV4	MV5	MV6
PV1	-8,15E-03	-3,56E-03	1,13E-03	8,29E-04	-1,79E-03	-5,86E-04
PV2	-4,80E-08	-1,91E-08	6,01E-09	4,04E-09	-9,06E-09	-3,05E-09
PV3	8,15E-03	3,56E-03	-1,13E-03	-8,37E-04	1,80E-03	5,92E-04
PV4	9,18E-02	2,68E-02	-1,23E-02	-6,39E-03	1,98E-02	4,22E-03
PV5	-2,61E-09	-1,10E-09	5,61E-10	3,23E-10	-7,30E-10	-1,89E-10
PV6	-9,18E-02	-2,68E-02	1,23E-02	6,40E-03	-1,98E-02	-4,22E-03
PV7	-8,18E-05	-4,30E-05	1,57E-05	1,03E-05	6,60E-05	-7,34E-06
PV8	-7,09E-05	-4,00E-05	1,46E-05	9,54E-06	6,77E-05	-6,77E-06
PV9	-7,12E-05	-4,03E-05	1,44E-05	9,35E-06	6,72E-05	-6,63E-06
PV10	8,21E-05	6,32E-05	-4,29E-05	-2,31E-05	1,05E-04	1,82E-05
PV11	9,63E-05	6,77E-05	-4,41E-05	-2,37E-05	1,07E-04	1,87E-05
PV12	1,10E-04	7,20E-05	-4,53E-05	-2,47E-05	1,10E-04	1,92E-05
PV13	1,24E-04	7,62E-05	-4,65E-05	-2,56E-05	1,12E-04	1,99E-05
PV14	1,36E-04	8,04E-05	-4,67E-05	-2,62E-05	1,13E-04	2,04E-05
PV15	1,48E-04	8,38E-05	-4,74E-05	-2,70E-05	1,15E-04	2,09E-05
PV16	1,58E-04	8,67E-05	-4,69E-05	-2,76E-05	1,16E-04	2,11E-05
PV17	1,65E-04	8,86E-05	-4,57E-05	-2,76E-05	1,16E-04	2,14E-05
PV18	1,69E-04	8,86E-05	-4,29E-05	-2,64E-05	1,15E-04	2,11E-05
PV19	1,68E-04	8,58E-05	-3,82E-05	-2,49E-05	1,12E-04	2,04E-05
PV20	1,58E-04	7,94E-05	-2,93E-05	-2,14E-05	1,06E-04	1,85E-05
PV21	1,34E-04	6,63E-05	-1,40E-05	-1,52E-05	9,38E-05	1,58E-05
PV22	8,43E-05	4,02E-05	1,40E-05	-3,33E-06	7,19E-05	9,70E-06
PV23	-1,05E-05	-8,67E-06	6,63E-05	1,88E-05	3,17E-05	-1,20E-06
PV24	2,83E-05	-7,71E-06	7,61E-05	2,14E-05	3,75E-05	-2,86E-06
PV25	-2,70E-04	-1,75E-04	2,94E-04	1,07E-04	-1,06E-04	-4,38E-05
PV26	-1,31E-03	-7,94E-04	1,22E-03	4,58E-04	-6,36E-04	-2,02E-04
PV27	-7,54E-03	-4,85E-03	8,58E-03	3,12E-03	-4,17E-03	-1,33E-03
PV28	-6,53E-02	-3,37E-02	2,91E-02	1,34E-02	-2,75E-02	-7,26E-03
PV29	-5,62E-02	-1,80E-02	8,19E-03	4,44E-03	-1,29E-02	-2,89E-03
PV30	-1,26E-02	-3,63E-03	1,69E-03	8,83E-04	-2,71E-03	-4,37E-04

Continuação da tabela 10

PV31	-4,24E-03	-1,18E-03	5,81E-04	3,05E-04	-9,23E-04	-5,62E-05
PV32	-3,63E-03	-1,02E-03	5,16E-04	2,72E-04	-8,09E-04	-3,48E-05
PV33	-5,53E-03	-1,86E-03	9,57E-04	5,38E-04	-1,35E-03	-1,94E-04
PV34	-9,49E-03	-4,30E-03	2,43E-03	1,56E-03	-2,65E-03	-7,04E-04
PV35	-2,18E-02	-1,38E-02	1,18E-02	7,68E-03	-9,11E-03	-3,50E-03
PV36	-7,64E-02	-4,94E-02	3,34E-02	2,28E-02	-3,11E-02	-1,20E-02
PV37	-1,04E-01	-5,63E-02	2,49E-02	1,78E-02	-3,18E-02	-1,11E-02
PV38	-3,78E-02	-1,70E-02	5,89E-03	4,27E-03	-8,92E-03	-2,79E-03

A tabela contém os dados de tempo relativo para os distúrbios acima citados:

*Tabela 10 - Matriz de tempo relativo*

	MV1	MV2	MV3	MV4	MV5	MV6
PV1	0,1879	0,2674	0,4009	0,2222	0,3570	0,3377
PV2	0,1729	0,2589	0,4019	0,2149	0,3681	0,7419
PV3	0,1869	0,2649	0,4014	0,2197	0,3543	0,3319
PV4	0,1559	0,2699	0,2949	0,2537	0,3924	0,3965
PV5	0,1364	0,1779	0,2757	0,2434	0,3701	0,3829
PV6	0,1559	0,2694	0,2949	0,2537	0,3930	0,3970
PV7	0,1779	0,2239	0,8978	0,9955	0,1220	0,9953
PV8	0,1714	0,2239	0,9655	0,9958	0,1181	0,9958
PV9	0,1659	0,2234	0,9808	0,9983	0,1096	0,9964
PV10	0,2074	0,8826	0,9675	1,0000	0,3924	0,9979
PV11	0,1964	0,6562	0,9655	0,9998	0,3320	0,9984
PV12	0,1969	0,2514	0,9300	0,9998	0,3169	0,9984
PV13	0,1934	0,2504	0,9660	1,0000	0,3327	0,9984
PV14	0,1934	0,2499	0,9280	1,0000	0,3215	0,9990
PV15	0,1949	0,2534	0,9283	1,0000	0,3235	0,9995
PV16	0,1904	0,2509	0,9290	1,0000	0,3222	0,9979
PV17	0,1914	0,2479	0,9290	1,0000	0,3241	0,9990
PV18	0,1899	0,2514	0,9283	1,0000	0,3235	1,0000
PV19	0,1914	0,2539	0,9295	1,0000	0,3241	1,0000
PV20	0,1954	0,2569	0,9685	1,0000	0,3222	1,0000
PV21	0,1989	0,2539	0,9795	1,0000	0,3281	1,0000
PV22	0,2114	1,0000	1,0000	1,0000	0,3215	1,0000
PV23	1,0000	1,0000	0,6061	1,0000	1,0000	1,0000
PV24	0,9910	1,0000	0,4559	1,0000	1,0000	1,0000

Continuação da Tabela 11

PV25	0,1249	0,1629	0,4259	0,2549	0,3261	0,9589
PV26	0,0940	0,1484	0,4259	0,2519	0,3156	0,3658
PV27	0,0895	0,1444	0,4294	0,2499	0,3045	0,3538
PV28	0,0915	0,2324	0,2822	0,2392	0,3196	0,3512
PV29	0,1474	0,2494	0,3734	0,2164	0,3196	0,3267
PV30	0,1519	0,2709	0,2979	0,2539	0,3898	0,4147
PV31	0,1354	0,2724	0,3012	0,2532	0,3806	0,9672
PV32	0,1279	0,2724	0,3004	0,2527	0,3740	0,9943
PV33	0,1164	0,2439	0,2659	0,2304	0,3465	0,5255
PV34	0,1024	0,1914	0,4026	0,2189	0,3169	0,5260
PV35	0,0885	0,1894	0,4086	0,2159	0,2979	0,3039
PV36	0,0820	0,2114	0,4034	0,2122	0,3031	0,3044
PV37	0,1384	0,2309	0,3954	0,2102	0,3130	0,3096
PV38	0,1599	0,2424	0,3904	0,2097	0,3196	0,3132

A aplicação das técnicas SVD e D-SVD resulta nos seguintes Números Condicionais:

<i>Tabela 11 - Matriz de condicionamento</i>		
	NC-SVD	NC-D-SVD
6x6 ( $\sigma_{\max}/\sigma_6$ ) =	120686,4	78569,88
5x5 ( $\sigma_{\max}/\sigma_5$ ) =	16960,49	20663,41
4x4 ( $\sigma_{\max}/\sigma_4$ ) =	4360,851	3146,314
3x3 ( $\sigma_{\max}/\sigma_3$ ) =	470,955	459,7974
2x2 ( $\sigma_{\max}/\sigma_2$ ) =	140,8852	81,92372
1x1 ( $\sigma_{\max}/\sigma_1$ ) =	1	1