



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CAMPUS II
PPGEM - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENG. MECÂNICA



PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO E
VIBRATÓRIO DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO PASSIVA E ATIVA**

ALBERDAN SANTIAGO DE AQUINO

CAMPINA GRANDE - PB

SETEMBRO/2002

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO
DINÂMICO E VIBRATÓRIO DE SISTEMAS
DE SUSPENSÃO PASSIVA E ATIVA

Autor: Alberdan Santiago de Aquino 20001156X

Orientador: Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira

Campina Grande, setembro de 2002

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO
DINÂMICO E VIBRATÓRIO DE SISTEMAS
DE SUSPENSÃO PASSIVA E ATIVA

Autor: Alberdan Santiago de Aquino 200011560X

Orientador: Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira

Curso: Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Trabalho de Dissertação, apresentado, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campina Grande, setembro de 2002
Paraíba - Brasil



A657a Aquino, Alberdan Santiago de.
Análise do comportamento dinâmico e vibratório de sistemas de suspensão passiva e ativa / Alberdan Santiago de Aquino.- Campina Grande, 2002.
81 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2002.
"Orientação : Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira".
Referências.


1. Suspensão. 2. Vibração. 3. Automóvel. 4. Suspensão Ativa e Passiva. 5. Dissertação - Engenharia Mecânica. I. Oliveira, Natanael Victor de. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.039.542.9(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Análise do Comportamento Dinâmico e Vibratório de Sistemas de Suspensão Passiva e Ativa

Dissertação **aprovada** em 20 de setembro de 2002.



Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira, Presidente
Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. José Antonio Riuf
Universidade Federal da Paraíba



Prof. Dr. Wilson Fadlo Curi
Universidade Federal de Campina Grande



Prof. Dr. Antonio Almeida Silva
Universidade Federal de Campina Grande

Campina Grande, setembro de 2002.
PB-Brasil

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Algérico Santiago de Aquino (In memorium) e Raimunda Marinho Freire de Aquino, que consideram a busca ao conhecimento como um tesouro inestimável, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

À DEUS, causa primária de todas as coisas.

Ao Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira, pelo incentivo e orientação dados na elaboração deste trabalho dissertativo.

À Universidade Federal de Campina Grande / CCT / DEM / Campus I, pela minha formação profissional.

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, que tornou possível a realização deste trabalho, como também à secretária Lúcia Márcia Donato Quirino.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica, que direta ou indiretamente contribuíram na execução deste trabalho.

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica da Paraíba / UnED – Cajazeiras, pela oportunidade dada na conclusão deste trabalho.

Aos colegas Marcelo Cavalcante Rodrigues, Marcos Antônio da Silva Irmão e Suetony do Nascimento Farias, pela amizade e pela ajuda nos momentos que necessitei.

*"Viver apenas um dia ou ouvir um bom ensinamento é melhor
que viver um século sem conhecer tal ensinamento."*

Buda

SUMÁRIO

1 Introdução Geral.....	01
1.1 Introdução.....	01
1.2 Objetivos do Trabalho.....	04
1.3 Descrição do Trabalho.....	05
1.4 Conclusão.....	06
2 Revisão Bibliográfica.....	07
2.1 Introdução.....	07
2.2 Vibrações Mecânicas.....	08
2.3 Grau de Liberdade.....	08
2.4 Fenômeno da Ressonância.....	09
2.5 Conceitos Matemáticos.....	10
2.5.1 Critério de Estabilidade de Ruth-Hurwitz.....	10
2.5.2 Critério de Estabilidade de Liapunov.....	10
2.5.3 Critério de Estabilidade de Nyquist.....	11
2.6 Limites de Vibração Vertical para Conforto Humano.....	13
2.7 Categorias de Suspensão.....	14
2.8 Conclusão.....	18
3 Formulação Matemática e Modelos Físicos de Sistemas de Suspensão Passivo e Ativo.....	19
3.1 Introdução.....	19

3.2 Suspensão Passiva: Modelagem com Sete Graus de Liberdade.....	20
3.3 Suspensão Ativa: Modelagem com Dois Graus de Liberdade.....	23
3.4 Projeto em Malha Fechada.....	24
3.5 Suspensão Ativa: Modelagem com Sete Graus de Liberdade.....	31
3.6 Conclusão.....	34
4 Formulação Matemática para Identificação de Parâmetros em Sistemas de Suspensão.....	35
4.1 Introdução.....	35
4.2 Excitação com Sinal Sintetizado.....	36
4.3 Formulação Genérica para o Processo de Identificação em Frequência.....	38
4.4 Formulação Matemática para um Sistema de Suspensão Passivo Excitado por Síntese de Sinais Periódicos.....	39
4.5 Formulação Matemática para o Sistema de Suspensão Ativo.....	43
4.6 Conclusão.....	47
5 Resultados de Simulação	48
5.1 Introdução.....	48
5.2 Resultados e Discussões com Excitação de Síntese de Sinais Periódicos Aplicados a Sistemas de Suspensão Passivo e Ativo.....	49
5.3 Resultados para $\epsilon=1,0$ com Excitação nas Quatro Rodas.....	53
5.4 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Quatro Rodas.....	57
5.5 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Rodas Traseiras.....	61
5.6 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Rodas Laterais.....	65
5.7 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Quatro Rodas com Pressão Reduzida nos Pneus.....	68
5.8 Conclusão.....	73
6 Conclusão Geral e Sugestões.....	74
Referências Bibliográficas.....	78
Apêndice A – Listagem do Programa de Simulação.....	82

RESUMO

AQUINO, Alberdan Santiago de, *Análise do Comportamento Dinâmico e Vibratório de Sistemas de Suspensão Ativa e Passiva*, Campina Grande: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2002. 80 p. Dissertação (Mestrado).

Um dos problemas que mais se discutem na indústria automobilística se refere à dirigibilidade e conforto de veículos em estradas com terreno adverso. Ambos problemas estão relacionados aos sistemas de suspensão e como os mesmos podem reagir em determinadas situações dentro de seus limites de operação. Neste trabalho são comparados dois modelos matemáticos de sistemas de suspensão com sete graus de liberdade cada, sendo um do tipo passivo e outro um sistema de suspensão ativa. Os sistemas são simulados em um processo digital que cria um sinal de excitação que pode ser aplicado no modelo matemático de diversas formas. Os resultados obtidos, sempre comparando os dois sistemas de suspensão em iguais condições de adversidade, mostram que os sistemas do tipo ativo apresentam uma melhor reação aos sinais provenientes do perfil do terreno.

Palavras Chave:

Controle, suspensão, vibração, automóvel.

ABSTRACT

AQUINO, Alberdan Santiago de, *Analyze of the Dynamic and Vibratory Behavior Active and Passive Suspensions Systems*, Campina Grande: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2002. 80 p. Dissertação (Mestrado).

One of the problems that more they are discussed in the automobile industry environment is the handling and comfort of vehicles in highways with adverse terrain. Both problems are related to the suspension systems and how they can react inside in certain situations within their operation limits. In this work the results of two mathematical models of suspension systems with seven degrees of freedom each, being one of the passive type and other a suspension system activates are compared. The systems are simulate in a digital process that creates an excitement sign that can be applied in the mathematical model in various ways. The results obtained him, always comparing the two suspension systems in same adversity conditions, show that the systems of the active type present a better reaction to the coming signs of the profile of the terrain.

Key words:

Control, suspension, vibration, automobile.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Suspensão hidro-elastica.....	02
Figura 1.2	Sistema de suspensão ativa.....	02
Figura 2.4.1	Resposta com variação do coeficiente de amortecimento.....	09
Figura 2.5.3	Diagramas de Nyquist: (a) K pequeno; (b) K grande.....	12
Figura 2.6.1	Limites de aceleração vertical.....	14
Figura 2.7.1	Suspensão passiva.....	15
Figura 2.7.2	Suspensão semi-ativa.....	16
Figura 2.7.3	Suspensão ativa.....	18
Figura 2.7.4	Comparação de desempenho das suspensões ativa e passiva.....	18
Figura 3.2.1	Modelo de suspensão passiva com sete graus de liberdade.....	21
Figura 3.3.1	Modelo de suspensão ativa com dois graus de liberdade.....	23
Figura 3.5.1	Modelo de suspensão ativa com sete graus de liberdade.....	31
Figura 4.2.1-a	Sinal de excitação no tempo.....	37
Figura 4.2.1-b	Sinal de excitação sintetizado em frequência.....	37
Figura 5.3.1	Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$	54
Figura 5.3.2	Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$	54
Figura 5.3.3	Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$	55
Figura 5.3.4	Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$	56
Figura 5.3.5	Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas	

$\epsilon=1.0$	56
Figura 5.3.6 Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$	57
Figura 5.4.1 Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$	58
Figura 5.4.2 Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$	58
Figura 5.4.3 Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$	59
Figura 5.4.4 Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$	60
Figura 5.4.5 Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$	60
Figura 5.4.6 Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$	61
Figura 5.5.1 Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$	62
Figura 5.5.2 Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$	62
Figura 5.5.3 Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$	63
Figura 5.5.4 Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$	63
Figura 5.5.5 Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$	64
Figura 5.5.6 Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$	65
Figura 5.6.1 Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e	

	$\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$	65
Figura 5.6.2	Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$	66
Figura 5.6.3	Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$	66
Figura 5.6.4	Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$	67
Figura 5.6.5	Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$	67
Figura 5.6.6	Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$	68
Figura 5.7.1	Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$	69
Figura 5.7.2	Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$	69
Figura 5.7.3	Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$	70
Figura 5.7.4	Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$	70
Figura 5.7.5	Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$	71
Figura 5.7.6	Variação dos deslocamentos verticais na carroceria.....	71
Figura 5.7.7	Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$	72

Figura 5.7.8 Relação entre a variação de ϵ e as amplitudes no assento.....73

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.6.1	Aceleração versus frequência de vibração.....	13
Tabela 5.2.1	Dados dos veículos.....	49
Tabela 5.2.2	Frequências naturais e autovalores para sistema ativo com $\epsilon=1$	50
Tabela 5.2.3	Frequências naturais e autovalores para sistema ativo com $\epsilon=10$	50
Tabela 5.2.4	Frequências naturais e autovalores para sistema passivo.....	50
Tabela 5.2.5	Parâmetros para geração do sinal de excitação.....	51

NOMENCLATURA

Letras Latinas

[A]	Matriz com componentes reais e imaginarias.....	[N]
<i>a</i>	Distancia entre o centro de massa e a parte frontal do veículo.....	[m]
<i>b</i>	Distancia entre o centro de massa e a parte traseira do veículo.....	[m]
[C]	Matriz de amortecimento.....	[N.s/m]
<i>C</i>	Coefficiente de amortecimento.....	[N.s/m]
<i>c₁</i>	Constante de projeto.....	[]
<i>C₁₁...C₇₇</i>	Elementos da matriz de amortecimento.....	[N.s/m]
<i>c₂</i>	Constante de projeto.....	[]
<i>d</i>	Distancia entre o centro de massa e as laterais do veículo.....	[m]
<i>D_T</i>	Intervalo de tempo de discretização.....	[s]
<i>f₁</i>	Versão filtrada dos deslocamentos da suspensão.....	[m]
<i>f₂</i>	Erro.....	[m]
<i>f_b</i>	Fator de busca.....	[]
<i>g</i>	Aceleração da gravidade.....	[m/s ²]
[<i>h</i>]	Matriz com os coeficientes de Euler-Fourier.....	[N]
<i>I_{xx}</i>	Momento de inercia de massa.....	[Kg.m ²]
<i>I_{yy}</i>	Momento de inércia de massa.....	[Kg.m ²]
[K]	Matriz de rigidez.....	[N/m]
<i>K</i>	Coefficiente de rigidez das molas.....	[N/m]

$K_{11}...K_{77}$	Elementos da matriz de rigidez.....	[N/m]
K_A	Coeficiente de rigidez da mola frontal direita da suspensão.....	[N/m]
K_{AP}	Coeficiente de rigidez do pneu frontal direito da suspensão.....	[N/m]
K_B	Coeficiente de rigidez da mola traseira direita da suspensão.....	[N/m]
K_{BP}	Coeficiente de rigidez do pneu traseiro direito da suspensão.....	[N/m]
K_C	Coeficiente de rigidez da mola frontal esquerda da suspensão.....	[N/m]
K_{CP}	Coeficiente de rigidez do pneu frontal esquerdo da suspensão.....	[N/m]
K_D	Coeficiente de rigidez da mola traseira esquerda da suspensão.....	[N/m]
K_{DP}	Coeficiente de rigidez do pneu traseira esquerda da suspensão.....	[N/m]
[M]	Matriz de massa.....	[Kg]
m	Massa das rodas.....	[Kg]
$M_{11}...M_{77}$	Elementos da matriz de massa.....	[Kg]
m_A	Massa da roda frontal direita.....	[Kg]
m_B	Massa da roda traseira direita.....	[Kg]
m_C	Massa da roda frontal esquerda.....	[Kg]
m_D	Massa da roda traseira esquerda.....	[Kg]
m_S	Massa do veículo.....	[Kg]
N	Número de harmônicas do sinal.....	[]
NPI	Relação entre as frequências natural e fundamental do sistema.....	[]
$R(t)$	Sinal de excitação.....	[m]
T	Período.....	[s]
u_a	Força do atuador hidráulico frontal direito.....	[N]
u_b	Força do atuador hidráulico traseiro direito.....	[N]
u_c	Força do atuador hidráulico frontal esquerdo.....	[N]
u_d	Força do atuador hidráulico traseiro esquerdo.....	[N]
V_a	Função de Lyapunov.....	[]
z	Deslocamentos verticais do veículo.....	[m]
$Z(\omega)$	Vetor de deslocamento do veículo.....	[]
z_A	Deslocamentos verticais da roda frontal direita.....	[m]
$Z_A(\omega)$	Vetor de deslocamento da roda frontal direita.....	[]
z_B	Deslocamentos verticais da roda traseira direita.....	[m]
$Z_B(\omega)$	Vetor de deslocamento da roda traseira direita.....	[]
z_C	Deslocamentos verticais da roda frontal esquerda.....	[m]

$Z_C(\omega)$	Vetor de deslocamento da roda frontal esquerda.....	[]
z_D	Deslocamentos verticais da roda traseira esquerda.....	[m]
$Z_D(\omega)$	Vetor de deslocamento da roda traseira esquerda.....	[]

Letras Gregas

α	Função de estabilização.....	[m]
β_n	Comprimento finito das séries temporais.....	[]
δ_k	Coefficientes de auto-correlação.....	[]
ε	Fator de filtragem.....	[]
ϕ_n	Ângulos de fase.....	[rad]
φ	Movimento longitudinal.....	[rad]
θ	Movimento transversal.....	[rad]
ω	Frequência.....	[Hz]
ω_n	Frequência natural.....	[Hz]
[ν]	Matriz retangular.....	[m]

Superescritos

t	Tempo.....	[s]
-----	------------	-----

Subscritos

A	Identificação da porção frontal direita do veículo.....	[]
B	Identificação da porção traseira direita do veículo.....	[]
C	Identificação da porção frontal esquerda do veículo.....	[]
D	Identificação da porção traseira esquerda do veículo.....	[]
s	Identificação da massa do veículo.....	[]
P	Identificação dos pneus.....	[]

Siglas

FFT	Fast Fourier Transform
-----	------------------------

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO GERAL

1. Introdução

Em meados do século 18, o engenheiro militar Nicholas Joseph Cugnot (1725-1804) construiu um veículo dotado de três rodas e movido a vapor, tal como uma locomotiva da época. Seu objetivo era construir uma máquina que pudesse transitar em caminho que não fossem ferrovias. Desde então, foi-se construindo mais veículos com o acréscimo de pequenos detalhes. Foram surgindo então as grandes companhias montadoras de veículos como Ford, Peugeot, Benz, Daimler, Renault dentre outras. No que se refere aos sistemas de suspensão, eles iniciaram com a utilização de molas elípticas, sem o uso de amortecedores. Em seguida foram usadas as molas helicoidais, e um tempo depois o uso de amortecedores.

O primeiro sistema de suspensão ativa entrou no mercado em 1962 embora tenha estado presente antes deste tempo. Era um sistema de suspensão hidro-elástica que pelos padrões atuais realmente não seria classificado como um sistema de suspensão completamente ativo embora tenha desempenhado muito bem o seu papel. Neste só eram eliminadas as vibrações transversais da carroceria do veículo, mas os deslocamentos verticais continuavam existindo. O sistema era composto de um tubo hidráulico diretamente interconectado, como mostrado na figura 1.1.

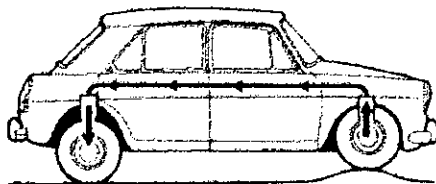


Figura 1.1 – Suspensão hidro-elástica

Hoje há duas categorias de suspensão ativa: suspensão semi-ativa e suspensão completamente ativa. Em um sistema de suspensão completamente ativa as fontes são substituídas com atuadores hidráulicos e válvulas de controle para cada roda. Estes são conectados a um sistema constituído por reservatório e bomba. Os atuadores são projetados para reagir muito rapidamente às mudanças de superfície do terreno, de tal maneira que seja aplicada força maior ou menor às rodas. As informações que as válvulas de controle recebem são originadas de um computador central. O sistema também pode agir como sua própria barra de anti-rolo, novamente tudo controlado por um computador. A bomba proporciona pressão constante para o sistema de tal forma que sempre existirá um controle das forças atuantes no cilindro hidráulico. A figura 1.2 mostra um plano de um sistema de suspensão completamente ativo:

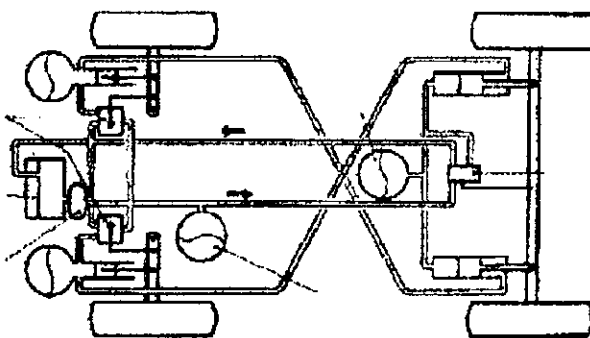


Figura 1.2 – Sistema de suspensão ativa

Os sistemas de suspensão ativa são normalmente encontrados apenas em produtos de topo do mercado. Estes sistemas dependem amplamente do desenvolvimento de computadores com processamento bastante rápido, fato que ocorreu apenas na última década. Desta forma, a simulação de sistemas dinâmicos tem desempenhado um papel importante para o avanço da pesquisa na engenharia e ciência. O seu campo de aplicação é imenso incluindo veículos espaciais, sistemas de robôs, projeto de automóveis e caminhões da indústria automobilística.

As suspensões são empregadas nos veículos para aumentar a segurança e o conforto. A atuação de suspensões juntamente com sistemas de controle com sensores permite rejeitar dinamicamente as perturbações externas ao veículo originadas das irregularidades da estrada.

Na maioria dos carros convencionais, a diminuição de perturbações é obtida por dispositivos passivos que provêm uma redução da força de amortecimento a todas as frequências e geralmente impossibilitado se atenuar vibrações em baixas e altas frequências. O contrário acontece com as suspensões ativas que podem mudar a força de amortecimento de acordo com as vibrações recebidas e melhorar o desempenho dinâmico do sistema inteiro, fato este comprovado em pesquisas de controle de suspensões ativas. Hrovat (1990) estudou o problema de projeto ótimo de suspensões ativas através de um equivalente linear-quadrático-gaussiano (LQG)-problema de otimização.

O problema da estimação de parâmetros da suspensão foi investigado por Rajamani e Hedrick (1995) onde um filtro de Kalman estendido era empregado como método de identificação de parâmetros.

Dois diferentes tipos de distúrbios podem influenciar a dinâmica de um veículo. Um atua diretamente no corpo do veículo e pode ser gerado por acelerações laterais, e o outro tipo de distúrbio é devido à irregularidade da estrada e transmitido através da suspensão. Prattichizzo, Mercorelli, Bicchi e Vicino (1998), estudaram este segundo tipo de distúrbio e propuseram isolar o chassi das vibrações originadas da suspensão, através de um método de realimentação algébrica.

Um trabalho que apresenta uma abordagem não linear para a variável controlada, é apresentado por Lin e Kanellakopoulos (1995) onde mostra que é possível combinar conforto e a vibração da suspensão. Segundo o trabalho, o nível de conforto que uma suspensão oferece para os passageiros do veículo é determinado pelo aumento do tempo do contato entre o pneu e o solo bem como pela redução das acelerações verticais sofridas pela estrutura veicular. Estes fatores são essenciais na formulação dos modelos matemáticos de suspensão veicular.

A utilização de um modelo mecânico onde a massa do chassi fica localizada entre o sistema de suspensão convencional e um segundo amortecedor é interpretada por Lujan e

Hedrick (2001) como sendo um sistema de suspensão ativo. Este modelo, também pode ser representado retirando o segundo amortecedor e adicionando um atuador hidráulico em paralelo ao sistema de suspensão.

As limitações dos filtros envolvidos em dois diferentes tipos de sistemas de suspensão ativa foram estudadas por Abdelhaleem e Crolla (2000). O parâmetro empregado no estudo foi como se comportava o atuador hidráulico com a mudança no tempo de resposta dos filtros como também na alteração da massa total do veículo. Verifica-se então que a suspensão ativa apresenta melhores resultados para os mesmos experimentos que o modelo tradicional.

Todos os trabalhos desenvolvidos em torno deste tema apresentam resultados dos modelos matemáticos nos domínios do tempo e da frequência fazendo comparação entre os modelos mecânicos passivos e ativos. Neste caso, considerando que a utilização da simulação numérica de sistemas dinâmicos consiste em uma ferramenta onde são obtidos resultados bastante satisfatórios, é interessante que neste trabalho seja utilizado tal recurso diante das vantagens citadas.

1.2 Objetivos do Trabalho

Neste trabalho de pesquisa procura-se desenvolver, estudar e analisar o comportamento dos sistemas de suspensão ativas comparadas aos modelos convencionais, chamadas suspensões passivas. Para cumprir esta tarefa será necessário fazer uso de técnicas de modelamento, visando estabelecer um conjunto de equações que reflitam adequadamente o comportamento dinâmico e/ou vibratório dos sistemas passivos e ativos diante de suas respectivas interações entre o solo e o veículo.

A formulação matemática da suspensão passiva será baseada em um modelo com sete graus de liberdade. Em seguida é necessário fazer também uma formulação matemática para uma suspensão ativa tendo em vista a comparação entre ambas. No entanto, a formulação da suspensão ativa será procedida em duas etapas: apresentação de um modelo matemático com dois graus de liberdade e em seguida adaptação para um sistema com sete graus de liberdade.

1.3 Descrição do Trabalho

Este trabalho em linhas gerais pode ser descrito da seguinte forma:

- 1- Neste primeiro capítulo foi apresentado uma introdução geral onde mostra alguns aspectos a respeito das suspensões ativas.
- 2- No segundo capítulo, apresenta-se uma revisão bibliográfica focalizando aspectos importantes a respeito de: Vibrações mecânicas, grau de liberdade de um sistema mecânico, fenômeno da ressonância, limites de vibração para conforto humano, categorias de suspensão e finalmente dois conceitos matemáticos de estabilidade de Ruth-Hurwitz e Liapunov.
- 3- No terceiro capítulo, apresenta-se inicialmente a formulação matemática para um sistema de suspensão passiva com sete graus de liberdade. Em seguida é mostrado o desenvolvimento de um sistema de suspensão ativa com dois graus de liberdade, cujo objetivo é a aquisição do modelo matemático do atuador hidráulico. Esta modelagem é então empregada em outro sistema de suspensão ativa, agora com sete graus de liberdade.
- 4- No capítulo quatro é apresentado a formulação genérica para o processo de identificação de parâmetros, bem como as formulações dos sistemas de suspensão passivo e ativo excitados por síntese de sinais periódicos.
- 5- No capítulo cinco, apresentam-se os resultados e discussões de simulação computacional e da identificação de parâmetros, ressaltando-se os principais modos de vibração e seus espectros de resposta. São mostradas as curvas de resposta em frequência e no domínio do tempo para os movimentos verticais do veículo, rodas, suspensão e movimentos transversal e longitudinal.
- 6- No sexto e último capítulo, apresentam-se as conclusões gerais a respeito do trabalho de pesquisa, bem como sugestões para futuros trabalhos.

1.4 Conclusão

Procurou-se apresentar neste capítulo, aspectos comuns relacionados às suspensões automotivas. Foi feito um pequeno levantamento de como estão as pesquisas a respeito do tema bem como um histórico a respeito do surgimento das suspensões ativas. Também foi enfatizada a necessidade de realizar pesquisas permanentemente relacionadas ao comportamento dinâmico de estruturas veiculares.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – Introdução

Neste capítulo, apresenta-se uma pequena revisão a vibrações mecânicas, enfatizando alguns conceitos e características de um sistema mecânico vibratório, tais como: tipos de vibrações e de sistemas vibratórios; grau de liberdade de um sistema e fenômeno de ressonância com sua importância na prática. Na continuação do capítulo são apresentados alguns conceitos que serão fundamentais no modelamento matemático, conceitos estes relacionados aos critérios de estabilidade desenvolvidos por Ruth-Hurwitz e Liapunov. Em seguida, apresenta-se o modelo físico e matemático de um sistema mecânico com um grau de liberdade do tipo conservativo e não-conservativo, bem como os resultados da simulação com respostas gráficas das vibrações livres e forçadas decorrentes nos sistemas. Logo após, apresenta-se uma formulação genérica para o processo de simulação de sistemas mecânicos de finitos graus de liberdade, apresentando em seguida o modelo físico e matemático de um sistema com três graus de liberdade, bem como a simulação deste sistema, para que se possa apresentar as características das respostas no domínio do tempo e da frequência.

2.2 – Vibrações Mecânicas

O estudo dos movimentos de sistemas físicos decorrentes da atuação de forças sobre eles é conhecido como dinâmica. Um tipo de comportamento dinâmico em sistemas físicos é o movimento vibratório, no qual o sistema oscila sobre sua posição de equilíbrio. Isto é, as vibrações decorrem de alguma perturbação capaz de desviar o corpo da sua posição de equilíbrio estático.

Existem duas classes gerais de vibrações, a livre e a forçada. A vibração livre acontece quando um sistema oscila sob a ação de forças que lhe são inerentes e na ausência da ação de qualquer força externa, ou seja, o sistema vibra sem atuação de forças externas perturbadoras. Neste tipo de vibração o sistema poderá vibrar com uma ou mais das suas frequências naturais. A vibração forçada ocorre sob a excitação de forças externas (forças assíncronas), ou seja, o sistema vibra com a presença destas forças. Quando a excitação é oscilatória, o sistema é obrigado a vibrar na frequência da excitação (McCallion, 1973).

Os sistemas mecânicos podem ser do tipo conservativo e não-conservativo. No sistema conservativo não ocorre a presença de elementos dissipadores de energia (amortecedor viscoso, isoladores), enquanto que no sistema não-conservativo ocorre a presença de tais elementos.

2.3 Grau de liberdade

O grau de liberdade de um sistema, segundo Meirovitch (1975), é definido como sendo o número mínimo de coordenadas necessárias para descrever seu movimento completamente, onde os sistemas mecânicos possuem número de graus de liberdade de acordo com a sua configuração. Dos modelos matemáticos discretos o mais simples é o sistema linear com meio grau de liberdade, descrito por uma equação diferencial ordinária de primeira ordem com coeficientes constantes.

Os sistemas vibratórios podem ser classificados de acordo com dois tipos distintos de modelos matemáticos, ditos discretos e contínuos. Os modelos discretos possuem um número finito de graus de liberdade, enquanto que os contínuos, possuem um número infinito de graus de liberdade.

2.4 Fenômeno da ressonância

Os sistemas mecânicos vibratórios possuem uma frequência natural (ω_n) de vibração, onde todo sistema vibra em uma determinada faixa de frequência própria. Essa faixa de frequência é muito importante para o estudo de vibrações e para o seu monitoramento.

Nas vibrações forçadas, as forças excitadoras que atuam no sistema, tais como aquelas geradas por eixos desalinhados ou componentes desbalanceados, possuem uma frequência de excitação (ω). No caso especial onde a frequência de excitação (ω) se torna igual à frequência natural (ω_n) em sistemas conservativos, a força excitadora irá atuar sempre na direção do movimento, fazendo com que a energia sendo adicionada à amplitude de vibração cresça progressivamente, provocando o fenômeno chamado de ressonância. Teoricamente, a amplitude pode crescer indefinidamente, mas na prática, ela cresce até que o esforço solicitante supera a resistência do material, momento em que o colapso ocorre com o resultado de uma carga excessiva (Coelho e Hansen, 1988). Portanto, a fim de se evitar efeitos desastrosos resultantes de uma amplitude muito grande de vibrações em ressonância, a frequência natural de um sistema precisa ser conhecida e tratada cuidadosamente. Na figura (2.4.1) é mostrado como as amplitudes são alteradas quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural.

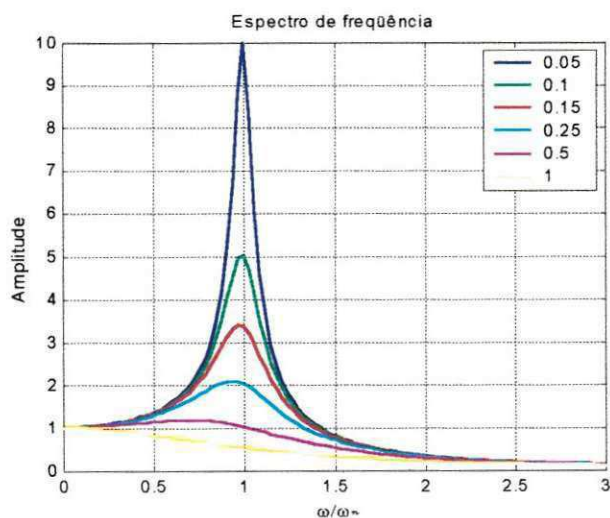


Figura 2.4.1 – Resposta com variação do coeficiente de amortecimento

2.5 Conceitos matemáticos

2.5.1 Critério de estabilidade de Ruth-Hurwitz

Nas aplicações de engenharia é, muitas vezes, importante determinar se todas as soluções de uma equação homogênea linear tendem para zero quando a variável x tende para infinito. Se for assim, a equação se diz *assintoticamente estável*. Isto significa que, independentemente das condições iniciais, a resposta y do sistema tende para zero quando a variável independente x se torna muito grande (Boyce e Di Prima, 1994). A equação geral de ordem n ,

$$a_0 \cdot y^{(n)} + a_1 \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_n \cdot y = 0, \quad (2.5.1)$$

onde a_0, a_1, \dots, a_n são termos reais, é assintoticamente estável se todas as raízes da equação forem reais e negativas, ou se forem complexas e tiverem parte real negativa. Utilizando o critério de estabilidade de Hurwitz na equação (2.5.1) para $n=4$, podemos dizer que a equação é assintoticamente estável se e somente se $a_0 > 0$ e se cada um dos determinantes

$$a_1, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$$

for positivo. Com $n=3$, a condição vale apenas para os três primeiros determinantes e $a_4=0$; com $n=2$ o critério se reduz aos dois primeiros determinantes tendo $a_3=0$. Também podemos observar que no caso de uma equação de segunda ordem $a_0 \cdot \ddot{y} + a_1 \cdot \dot{y} + a_2 \cdot y = 0$ o critério de Hurwitz exige que a_0, a_1 e a_2 sejam positivos para que se tenha a estabilidade.

2.5.2 Critério de estabilidade de Liapunov

Seja V uma função definida sobre um domínio D que contém a origem. A função V é *definida positiva* em D se $V(0,0)=0$ e $V(x,y) > 0$ para qualquer valor de x ou y diferente de zero.

Analogamente, a função V é *definida negativa* em D se $V(0,0)=0$ e $V(x,y)<0$ para qualquer valor de x ou y diferente de zero. Se os sinais de desigualdade $>$ e $<$ forem substituídos por \geq e \leq , então a função V é *semidefinida positiva* e *semidefinida negativa*, respectivamente.

Consideremos ainda o seguinte sistema autônomo:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = G(x, y) \quad (2.5.2)$$

Consideremos também a função:

$$\dot{V}(x, y) = V_x(x, y).F(x, y) + V_y(x, y).G(x, y) \quad (2.5.3)$$

onde F e G são as mesmas funções apresentadas na equação (2.5.2) e $V_x(x, y)$ e $V_y(x, y)$, são as derivadas de $V(x, y)$ em relação a x e y , respectivamente.

Suponhamos que o sistema autônomo tenha um ponto crítico isolado na origem. Se existir uma função \dot{V} que seja contínua e tenha as derivadas parciais primeiras contínuas, que seja positiva e para a qual função \dot{V} , dada pela equação (2.5.3), seja definida negativa num certo domínio D do plano xy que contenha o ponto $(0,0)$, então a origem é um ponto crítico assintoticamente estável. Se \dot{V} for semidefinida negativa, então a origem é um ponto crítico estável.

2.5.3 Critério de estabilidade de Nyquist

Nesta seção apresenta o critério de estabilidade de Nyquist e a base matemática associada. Considere um sistema em malha fechada com a seguinte função de transferência:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s).H(s)} \quad (2.5.3.1)$$

Para estabilidade, todas as raízes da equação característica:

$$1 + G(s).H(s) = 0 \quad (2.5.3.2)$$

devem permanecer no semiplano s da esquerda. O critério de estabilidade de Nyquist relaciona a resposta em frequência a malha aberta $G(j\omega)H(j\omega)$ ao número de zeros e pólos de $1+G(s)H(s)$ que estão no semiplano direito do plano s .

Para que este sistema seja estável é necessário que $N=Z=0$ ou que o lugar geométrico $G(s)H(s)$ não envolva o ponto $-1+j0$, onde N é o número de envolvimentos em torno do ponto $-1+j0$ e Z é o número de zeros de $1+G(s)H(s)$ no semiplano direito do plano s .

Para melhor esclarecimento do critério de estabilidade de Nyquist, vamos considerar um sistema a malha fechada cuja função de transferência é:

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)^3} \quad (2.5.3.3)$$

Para pequenos valores de K , não há nenhum envolvimento do ponto $-1+j0$. por conseguinte, o sistema é estável para pequenos valores de K . Para grandes valores de K , o lugar geométrico $G(s)H(s)$ envolve o ponto $-1+j0$ duas vezes no sentido horário, indicando dois pólos a malha fechada no semiplano s da direita, e portanto o sistema é instável (Ogata, 1997).

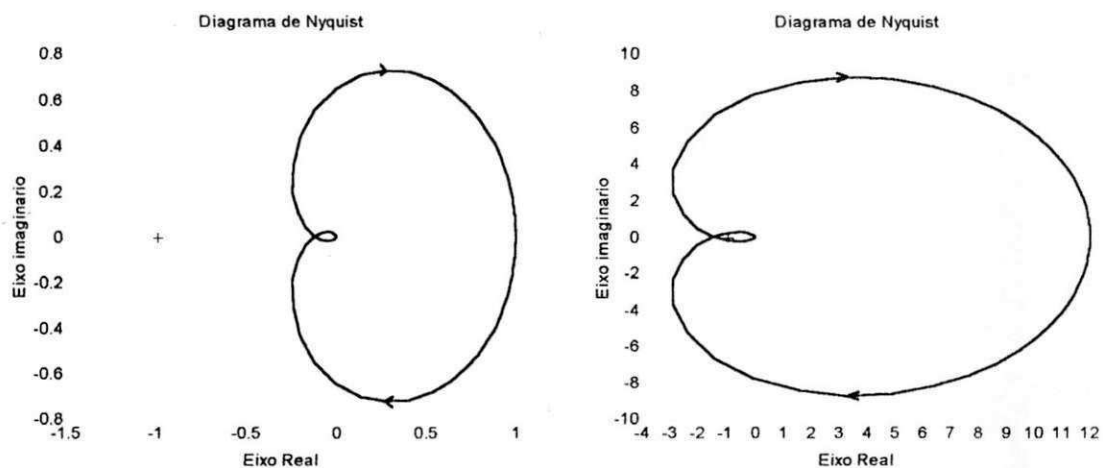


Figura 2.5.3 – Diagramas de Nyquist: (a) K pequeno (b) K grande

2.6 Limites de Vibração Vertical para Conforto Humano

Em geral, determinar os limites de conforto dos passageiros de um veículo é uma tarefa que apresenta algumas dificuldades. Vários métodos para avaliação da resposta humana quando exposto a vibrações estão sendo desenvolvidos. Estes testes incluem avaliação subjetiva, testes em mesas vibratórias, experimentos que simulam o perfil da estrada e a medição de vibrações em veículos. Em geral, estes métodos tentam relacionar a resposta em termos qualitativos, tal como “incômodo” e “extremamente incômodo” como parâmetros de vibração.

As vibrações dos veículos podem ser divididas em alta frequência (5-13 Hz) para as rodas e baixa frequência (0.8-2 Hz) de vibração para a carroceria (Chondros e Belokas, 1997). Quando uma pessoa está caminhando normalmente as frequências de oscilações ficam na faixa compreendida entre 1.17-1.66Hz. Em um bom sistema de suspensão, a frequência natural varia entre 0.8 a 1.2 Hz.

O efeito da aceleração sobre as pessoas depende das frequências de vibração. Quando a frequência aumenta, até mesmo as acelerações leves podem causar sensações desagradáveis ou muito desagradáveis, como mostra a tabela (2.6.1).

Tabela 2.6.1 – Aceleração x frequência de vibração

Frequência de vibração (Hz)	Acelerações (m / s ²)	
	Desagradável	Muito desagradável
1	2.3	2.7
1.5	2.1	2.5
2	1.9	2.3
3	1.7	2.0

Fonte: Chondros e Belokas (1997)

A avaliação de resposta humana para vibração é complexa visto que os resultados são obtidos através de variações de sensibilidade individual, e também pela diversidade de métodos usados por diferentes pesquisadores. A organização internacional de padronização

divulgou a norma ISO 2631 mostrada na figura (2.6.1), que mostra uma faixa de frequência que varia de 1 a 80 Hz para um tempo de exposição de 8 horas.

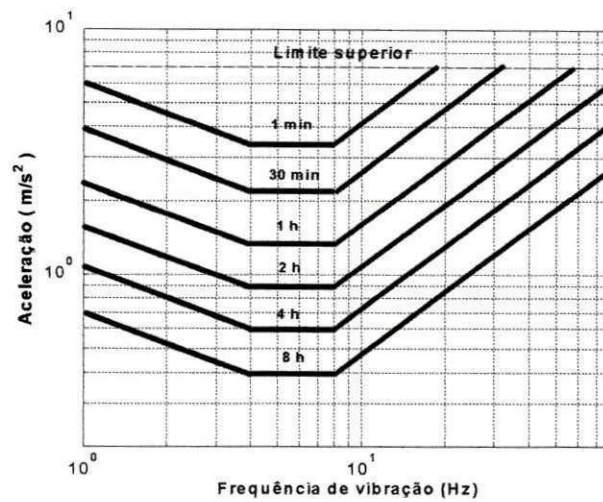


Figura 2.6.1 – Limites de aceleração vertical

2.7 Categorias de Suspensão

A primeira categoria de suspensão é chamada de suspensão passiva e consiste de componentes convencionais com propriedades de amortecimento (absorvedor de choques) e rigidez (mola) e os quais são invariantes no tempo. Os elementos passivos só podem armazenar energia em parte de um ciclo de suspensão (molas) ou dissipar energia (amortecedor). Nenhuma energia externa é inserida diretamente a este tipo de suspensão. No entanto, estudos a respeito deste tipo de suspensão podem melhorar a eficiência do sistema com a modificação dos ângulos de inclinação dos seus componentes, modificação da geometria (Hastey e Baudelet, 1997) e melhoria dos parâmetros adotados na calibração (Kharul e Ranade, 1999)

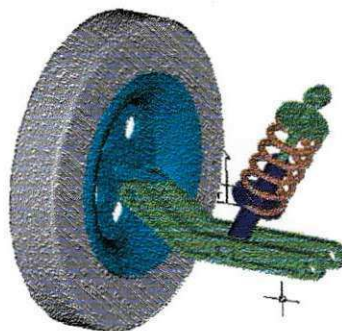


Figura 2.7.1 – Suspensão passiva

Outro tipo de suspensão é denominado de suspensões de auto nivelamento que é na verdade uma variação da suspensão passiva o qual um componente elevador primário (molas de ar) pode ser ajustado de acordo com a mudança de carregamento. Suspensões a ar são usadas em caminhões e em ônibus. Um controle de altura monitora o deslocamento da suspensão e quando sua posição de altura apresenta uma variação não desejada durante um determinado período de tempo, a pressão de ar na mola é ajustada para uma altura aconselhável dentro de uma faixa de valores de projeto. A característica mais expressiva de uma suspensão a ar é que a rigidez muda de acordo com as mudanças de pressão de carga, causando uma mudança permanente da frequência natural da suspensão.

Suspensão semi-ativa

A suspensão semi-ativa funciona alterando a constante da mola ou a de amortecimento. A unidade de controle recebe informações sobre o comportamento do veículo, e interpreta estas informações como o estado da estrada em que o veículo se encontra e o modo com que o motorista está dirigindo, desta forma o amortecedor é regulado para utilizar um coeficiente de amortecimento necessário. Os ajustes de amortecimento são geralmente conseguidos através de um amortecedor de choque que contém orifícios de diferentes tamanhos usados para controlar o fluxo de óleo, com uma válvula solenóide usada para a seleção das válvulas.

O Cadillac EK possui os sistemas CVRSS e ELC, que são respectivamente Variable Road Sensing Suspension ou seja, suspensão com sensibilidade de variação de estrada e o segundo Eletronic Level Control que é o controle eletrônico de altura (Kiencke e Nielsen, 2000). Para o ajuste do coeficiente de amortecimento, cada amortecedor de choque tem incluído uma válvula solenóide para fazer a mudança dos tamanhos dos orifícios de óleo. Na frente, existem duas válvulas solenóide equipadas com sensores de altura. A unidade de controle faz a leitura destes sensores, de um sensor de velocidade do veículo, de um sensor de posição das rodas, e dos dados do PCM. A voltagem para cada solenóide é fornecida pela unidade de controle através de um relé. A parte de baixa voltagem é pulsada com uma frequência de 2 KHz, controlando eficientemente a corrente enviada para cada válvula solenóide. À medida que o pulso é acrescido, o amortecimento é também acrescido (Jurgen, 1994).

Existem ainda quatro sensores de altura que possuem uma unidade de controle que monitora as condições da estrada e de dirigibilidade através de sensores de aceleração. Dois são montados em cada sensor de altura dianteiro e se move verticalmente com cada roda dianteira. Um terceiro sensor é no corpo do veículo na parte de trás. Estes sensores, juntamente com os sensores de posição da roda, de freio, de velocidade, e de posição de borboleta (sensor de fluxo de combustível que entra no motor), são capazes de evitar que o carro “mergulhe” ou derrape. A unidade de controle monitora o sinal de cada sensor, a corrente elétrica do compressor e o sistema de carga evitando que o sistema entre em operação caso o motor não esteja em funcionamento.

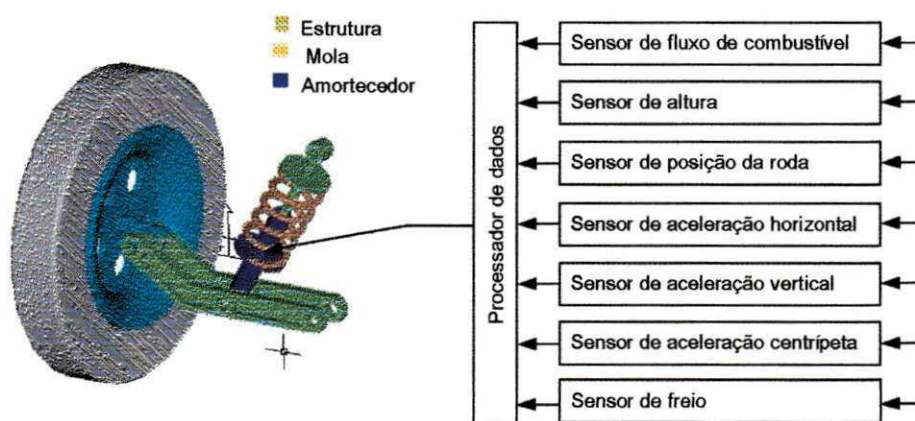


Figura 2.7.2 – Suspensão semi-ativa

Suspensão ativa

De certa forma, o funcionamento da suspensão ativa é similar ao da suspensão semi-ativa, onde o componente a ser controlado é um cilindro hidráulico, sendo necessário a ligação de quatro ramificações hidráulicas e algumas válvulas a um sistema de bombeamento. O que existe de realmente sofisticado são os sensores e o sistema operacional. A unidade de controle trabalha com as entradas de dados de quatro sensores de altura, sensor de velocidade do veículo, vários sensores de pressão, o pino das luzes de freio, seleção de marcha, nível do óleo, pinos das portas, a seleção do motorista quanto a altura do veículo em relação ao chão e dos dados do PCM. Com todos estes dados, a unidade de controle calcula o movimento do veículo e o momento de controlar não só a altura do veículo, como também o momento em que o veículo poderia derrapar ou até mesmo rodar na pista. Com a programação correta é possível controlar veículo nas curvas em qualquer velocidade. Juntamente com a capacidade

de resistir a compressão como nos outros sistemas, este sistema pode estender a suspensão em um só lado do veículo, todo o veículo, ou até mesmo só uma roda (Waldron e Vohnout, 1988).

Além deste controle, o sistema trabalha mesmo em situações banais, como ao se parar em semáforos: o carro levanta automaticamente a dianteira enquanto o motorista estiver com o pé no freio, por entender necessário evitar o característico mergulho da carroceria durante a frenagem.

Todo monitoramento do sistema de suspensão se deve a cinco sensores, que passam informações ao computador. O primeiro deles acusa a variação angular do volante e sua velocidade de rotação. Já o segundo registra a pressão sobre o pedal do freio. Um terceiro sensor, instalado na caixa de marchas confere a velocidade do carro, enquanto o acelerador é monitorado por um quarto sensor. Por fim, há também uma unidade destinada ao controle da inclinação da carroceria (Bonnick, 2001).

As rodas do eixo traseiro são direcionais, o que facilita a realização de curvas (mais estabilidade). Também por meio de sensor, é identificado o momento exato em que o motorista inicia a curva. Se o movimento for para a esquerda, a tendência, pela ação da força centrífuga, é que a carroceria se incline para a direita, e vice-versa. Como o sistema reage de modo a manter o monobloco sempre nivelado, além de enrijecer as barras estabilizadoras, ele aciona um êmbolo - ligado à barra e ao braço da suspensão - que neutraliza a inclinação, aplicando uma força no sentido contrário ao do movimento da carroceria.

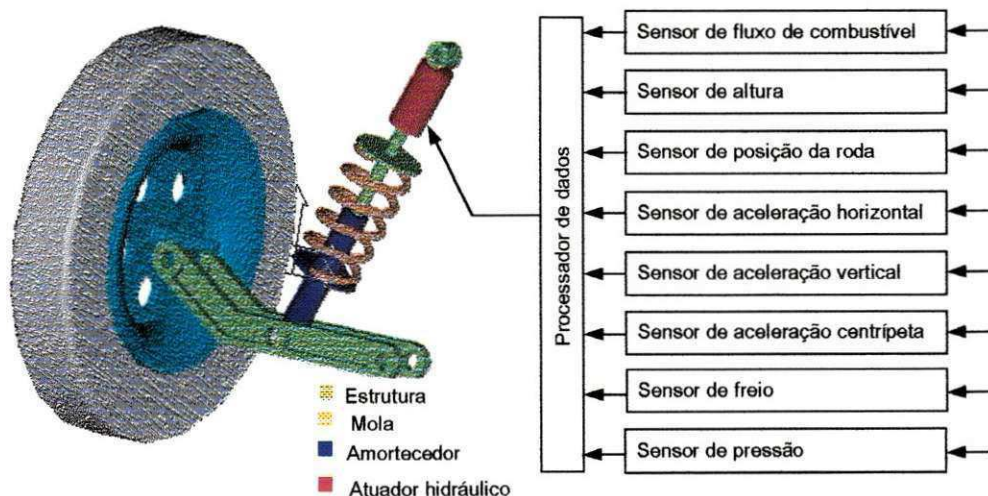


Figura 2.7.3 – Suspensão ativa

Foi comparada em testes de campo, a eficiência da suspensão ativa em relação à suspensão passiva, conforme mostrado na seqüência de imagens da figura (2.7.4). Na primeira seqüência é mostrado o desempenho da suspensão ativa em situações de curvas, enquanto que a segunda seqüência se refere a mesma situação de teste para suspensão passiva (Bosch, 2001):

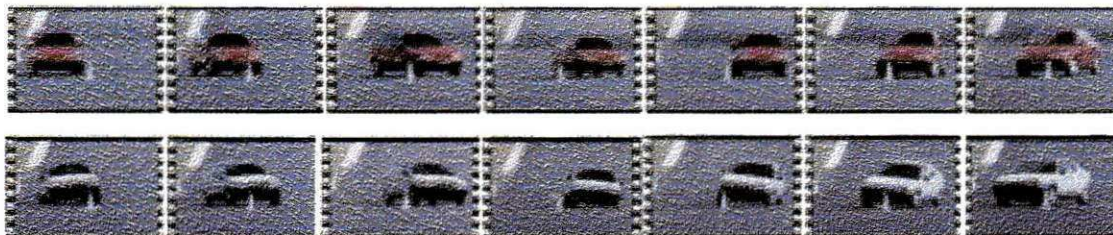


Figura 2.7.4 – Comparação de desempenho das suspensões ativa e passiva

2.8 Conclusão

Neste capítulo foram feitas considerações a respeito de temas que serão abordados no decorrer do trabalho, constando de uma revisão de conceitos como vibrações mecânicas, graus de liberdade e o fenômeno da ressonância. Foram ainda tratados conceitos matemáticos de estabilidade elaborados por Lyapunov e Ruth-Hurwitz, que serão utilizados na formulação do modelo matemático da suspensão ativa. Também é importante ressaltar os limites do corpo com relação às vibrações, assunto este tratado no item 2.6. e finalmente foi feito um breve relato dos tipos de suspensões veiculares hoje existente.

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E MODELOS FÍSICOS DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO PASSIVA E ATIVA

3.1 Introdução

Neste capítulo serão formulados os modelos matemáticos tanto para as suspensões convencionais conhecidas como passivas, bem como a formulação para um modelo de suspensão ativa. Para determinação de tais modelos foi estudado inicialmente um sistema de suspensão de dois graus de liberdade, muito conhecido nos meios de pesquisa por ser de simples manipulação e apresentar resultados muito próximos aos modelos completos (Gillespie, 1992). A formulação com dois graus de liberdade apresentada, é baseada em um sistema de suspensão ativa que emprega a realimentação dos sinais que comandam um atuador hidráulico (Lin e Kanellakopoulos, 1995), sinais estes que são tratados em filtros passa-baixa e passa-alta. A modelagem matemática do atuador é então aplicada a um modelo completo, com sete graus de liberdade. Desta forma, também será necessária a apresentação de um modelo matemático de uma suspensão passiva também com sete graus de liberdade, para serem comparados os resultados no capítulo seguinte.

A modelagem matemática é baseada nos modelos físicos de três suspensões veiculares, sendo um passivo e os outros do tipo ativo, conforme mostradas nas figuras (3.2.1) e (3.3.1).

3.2 Suspensão passiva – Modelagem com sete graus de liberdade

Na literatura, existem diversos métodos que podem ser empregados na modelagem de sistemas, dentre os quais podemos citar a modelagem utilizando as equações de Lagrange, princípio de D'Alambert, matrizes de transferência, métodos de elementos finitos, Newton-Euler, princípio variacional, dentre outros. Para o presente trabalho, foi utilizado o método de Newton.

A figura (3.2.1) mostra um sistema de suspensão passiva, na qual apresenta uma roda e um eixo conectados ao corpo do veículo por meio da combinação de um amortecedor e uma mola. O pneu é modelado como uma mola simples. Neste caso, as equações de movimento para o sistema são:

$$m_s \ddot{z} + z(K_A + K_B + K_C + K_D) + 4C\dot{z} + (bK_B + bK_D - aK_A - aK_C)\theta + (2b - 2a)\dot{\theta} + \dots \quad (3.2.1)$$

$$\dots - K_A z_A - K_B z_B - K_C z_C - K_D z_D - C\dot{z}_A - C\dot{z}_B - C\dot{z}_C - C\dot{z}_D = -m_s g$$

$$m_A \ddot{z}_B - K_A z - C\dot{z} + aK_A \theta + aC\dot{\theta} + dK_A \phi + dC\dot{\phi} + (K_A + K_{AP})z_A + \dots \quad (3.2.2)$$

$$\dots + C\dot{z}_A = K_{AP} R(t) - m_A g$$

$$m_B \ddot{z}_B - K_B z - C\dot{z} - bK_B \theta - bC\dot{\theta} + dK_B \phi + dC\dot{\phi} + (K_B + K_{BP})z_B + \dots \quad (3.2.3)$$

$$\dots + C\dot{z}_B = K_{BP} R(t) - m_B g$$

$$m_C \ddot{z}_C - K_C z - C\dot{z} + aK_C \theta + aC\dot{\theta} - dK_C \phi - dC\dot{\phi} + (K_C + K_{CP})z_C + \dots \quad (3.2.4)$$

$$\dots + C\dot{z}_C = K_{CP} R(t) - m_C g$$

$$m_D \ddot{z}_D - K_D z - C\dot{z} - bK_D \theta - bC\dot{\theta} - dK_D \phi - dC\dot{\phi} + (K_D + K_{DP})z_D + \dots \quad (3.2.5)$$

$$\dots + C\dot{z}_D = K_{DP} R(t) - m_D g$$

$$I_{yy} \ddot{\theta} + (bK_B + bK_D - aK_A - aK_C)z + (2bC - 2aC)\dot{z} + 2C(a^2 + b^2)\dot{\theta} + \dots \quad (3.2.6)$$

$$\dots + (a^2(K_A + K_C) + b^2(K_B + K_D))\theta + aK_A z_A + aK_C z_C - bK_B z_B - bK_D z_D + \dots$$

$$\dots + aC\dot{z}_A + aC\dot{z}_C - bC\dot{z}_B - bC\dot{z}_D = 0$$

$$I_{xx}\ddot{\varphi} + d^2(K_A + K_B + K_C + K_D)\varphi + d^2 4C\dot{\varphi} - dK_C z_C + dK_A z_A - \dots \quad (3.2.7)$$

$$- dK_D z_D + dK_B z_B - dC \cdot \dot{z}_C + dC \cdot \dot{z}_A - dC\dot{z}_D + dC\dot{z}_B = 0$$

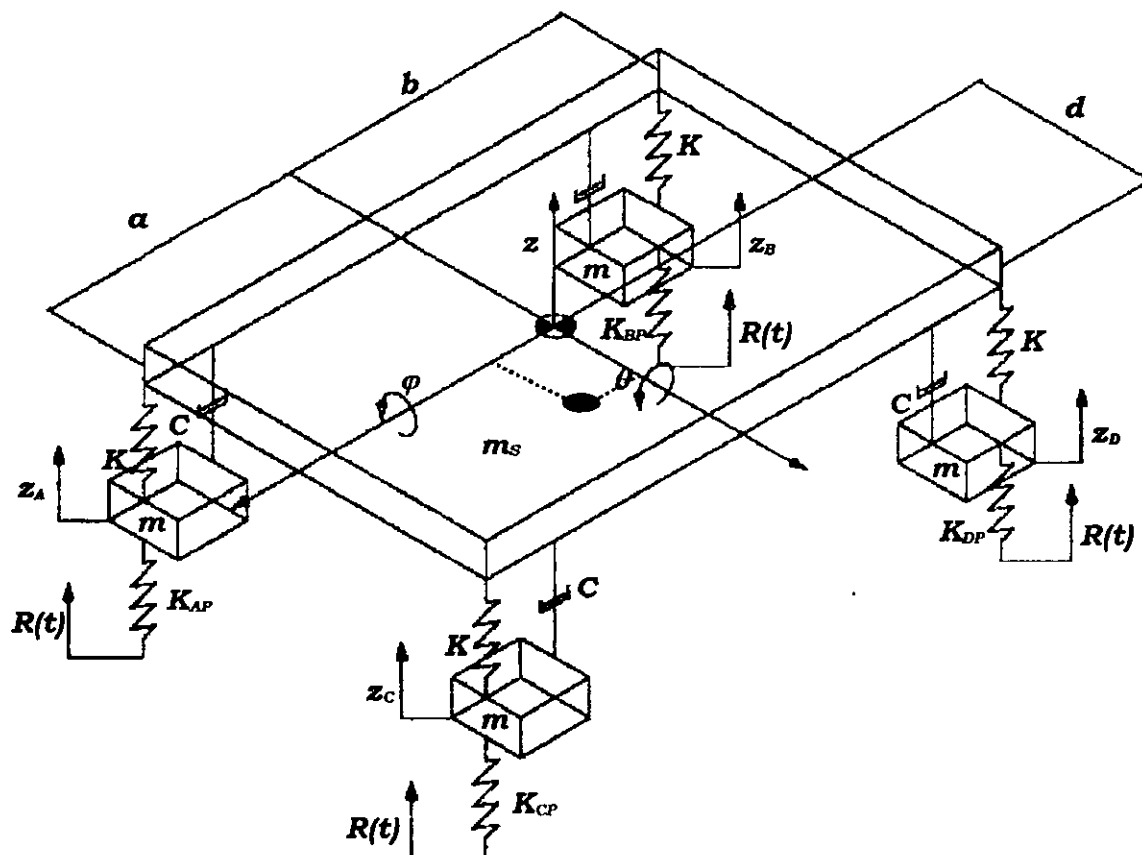


Figura 3.2.1 – Modelo de suspensão passiva com sete graus de liberdade

Onde:

K_A, K_B, K_C e K_D são os coeficientes de rigidez das molas do sistema de suspensão;

K_{AP}, K_{BP}, K_{CP} e K_{DP} são os coeficientes de rigidez dos pneus;

m_s e m são respectivamente a massa da carroceria e a massa de cada sistema de suspensão;

z, θ e φ são respectivamente os deslocamentos vertical, transversal e longitudinal da carroceria;

C é o coeficiente de amortecimento dos amortecedores da suspensão.

z_A, z_B, z_C e z_D são os deslocamentos verticais das rodas.

As Equações (3.2.1-3.2.7) podem ser escritas na forma matricial:

$$[M] \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z}_A \\ \ddot{z}_B \\ \ddot{z}_C \\ \ddot{z}_D \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z}_A \\ \dot{z}_B \\ \dot{z}_C \\ \dot{z}_D \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} z \\ z_A \\ z_B \\ z_C \\ z_D \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_s g \\ K_{Ap} R(t) - mg \\ K_{Bp} R(t) - mg \\ K_{Cp} R(t) - mg \\ K_{Dp} R(t) - mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.8)$$

onde as matrizes de massa, amortecimento e rigidez deste sistema, são dadas nas equações (3.2.9), (3.2.10) e (3.2.11) respectivamente:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{xx} \end{bmatrix} \quad (3.2.9)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 4C & -C & -C & -C & -C & 2C(b-a) & 0 \\ -C & C & 0 & 0 & 0 & aC & dC \\ -C & 0 & C & 0 & 0 & -bC & dC \\ -C & 0 & 0 & C & 0 & aC & -dC \\ -C & 0 & 0 & 0 & C & -bC & -dC \\ 2C(b-a) & aC & -bC & aC & -bC & 2C(a^2+b^2) & 0 \\ 0 & dC & dC & -dC & -dC & 0 & d^2C \end{bmatrix} \quad (3.2.10)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 4K & -K & -K & -K & -K & 2K(b-a) & 0 \\ -K & K+K_{AP} & 0 & 0 & 0 & aK & dK \\ -K & 0 & K+K_{BP} & 0 & 0 & -bK & dK \\ -K & 0 & 0 & K+K_{CP} & 0 & aK & -dK \\ -K & 0 & 0 & 0 & K+K_{DP} & -bK & -dK \\ 2K(b-a) & aK & -bK & aK & -bK & 2K(a^2+b^2) & 0 \\ 0 & dK & dK & -dK & -dK & 0 & d^2.K \end{bmatrix} \quad (3.2.11)$$

Onde considera-se, nas matrizes de amortecimento e rigidez: $C_A=C_B=C_C=C_D=C$ e $K_A = K_B = K_C = K_D = K$.

3.3 Suspensão ativa – Modelagem com dois graus de liberdade

Um sistema de suspensão ativa é constituído a partir de um sistema passivo e da adição de um atuador hidráulico, conforme mostrado na figura (3.3.1).

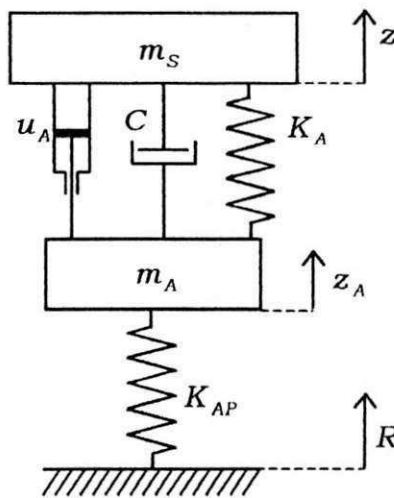


Figura 3.3.1 – Modelo de suspensão ativa com dois graus de liberdade

As equações do movimento para o sistema mostrado na figura (3.3.1) são:

$$m_S \ddot{z} + K_A(z - z_A) + C(\dot{z} - \dot{z}_A) - u_a = 0 \quad (3.3.1)$$

$$m \ddot{z}_A + K_A(z_A - z) + C(\dot{z}_A - \dot{z}) + K_{AP}(z_A - R) + u_a = 0$$

onde

u_a é o controle da força do atuador hidráulico, que também será adotado como controle de entrada.

K_A é o coeficiente de rigidez da mola do sistema de suspensão;

K_{AP} é o coeficiente de rigidez dos pneus;

m_s e m são respectivamente a massa da carroceria e a massa de cada sistema de suspensão;

z e z_A são respectivamente os deslocamentos verticais da carroceria e da roda;

C é o coeficiente de amortecimento dos amortecedores da suspensão.

Desta forma, a representação no espaço de estados para equação (3.3.1) é:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{m_s} [K_A(x_1 - x_3) + C(x_2 - x_4) - u_a] \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m} [K_A(x_1 - x_3) + C(x_2 - x_4) - K_{AP}(x_3 - R) - u_a]\end{aligned}\tag{3.3.2}$$

onde $x_1 = z$, $x_2 = \dot{z}$, $x_3 = z_A$ e $x_4 = \dot{z}_A$.

3.4 Projeto em malha fechada

O primeiro passo no projeto do controlador é determinar a variável a ser regulada. A escolha desta variável é crucial na performance do sistema em malha fechada. Inicialmente são feitas algumas observações importantes:

Considerando a minimização das forças transmitidas aos passageiros como objetivo de controle, então isto corresponde ao controle da variável aceleração do corpo do veículo \dot{x}_2 . Conseqüentemente, isto resulta em uma força do atuador com valor $u_a = K_A(x_1 - x_3) + C(x_2 - x_4)$ para $\dot{x}_2 = 0$ na segunda equação de (3.3.2). Substituindo esta expressão em (3.3.2) é obtido,

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= 0 \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -\frac{K_{AP}}{m}(x_3 - R)
 \end{aligned}
 \tag{3.4.1}$$

As equações em (3.4.1) representam um sistema fechado com redução nas oscilações, o qual consiste em um subsistema instável (dupla integração para posição do corpo e velocidade) e um subsistema oscilatório (posição e velocidade da roda). Neste sistema, os distúrbios de entrada da estrada resultam em oscilações contínuas da roda.

No entanto, se for escolhida a posição do corpo do veículo como a variável a ser regulada, então o subsistema (x_1, x_2) é estabilizado, enquanto as oscilações do subsistema (x_3, x_4) são minimizadas.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -c_1 x_1 - c_2 x_2
 \end{aligned}
 \tag{3.4.2}$$

resultando também em:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -\frac{m_S}{m}(c_1 x_1 + c_2 x_2) - \frac{K_{AP}}{m}(x_3 - R)
 \end{aligned}
 \tag{3.4.3}$$

Substituindo $x_1 = x_2 = 0$ no grupo de equações (3.4.3), é obtido um sistema oscilatório não amortecido, dado pelo grupo de equações em (3.4.4).

$$\begin{aligned}\dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{K_{AP}}{m}(x_3 - R)\end{aligned}\quad (3.4.4)$$

As equações (3.4.1) passam a ter outro enfoque com esta segunda escolha da variável regulada, mas resultando em comportamento de malha-fechada não aceitável, pois contem um subsistema oscilatório não amortecido.

Outra maneira de reduzir as transmissões de vibração para o veículo é o controle dos deslocamentos da suspensão, definido como a diferença entre a posição do corpo do veículo x_1 e a posição da roda x_3 , ou seja $x_1 - x_3$.

Apesar do controle do trajeto da suspensão representar ainda um sistema não amortecido (instável) como em (3.4.4), e conseqüentemente, este projeto ainda não é aceitável. No entanto, fica claro que o atuador hidráulico deve receber informações precisas e trabalhar de acordo com os deslocamentos da roda, x_3 , representada pela massa m . Desta forma, faz necessário realizar um tratamento nos sinais captados por sensores que indicam a posição da roda, através do uso de filtros. Podemos então mostrar matematicamente, (Haykin e Veen, 1999), a versão dos sinais filtrados dos deslocamentos da roda por meio da expressão:

$$\bar{x}_3 = \frac{\varepsilon}{s + \varepsilon} x_3 \quad (3.4.5)$$

Os deslocamentos da suspensão em uma versão filtrada passam a ser:

$$f_1 = x_1 - \bar{x}_3 \quad (3.4.6)$$

onde x_1 é o deslocamento do corpo do veículo e \bar{x}_3 é a versão filtrada do deslocamento da roda x_3 :

Esta escolha representa o primeiro passo de criação do projeto do controlador, o qual irá proporcionar uma melhor relação entre a qualidade de passeio e a vibração da

estrada. No entanto o valor da constante positiva ε afeta as propriedades da suspensão ativa baseado nos valores que a mesma pode assumir.

Para pequenos valores de ε temos um filtro *passa-baixa*. Conseqüentemente, a variável regulada f_1 é essencialmente igual ao deslocamento do corpo do veículo x_1 e as componentes de alta freqüência da estrada serão rejeitadas. Porém, para baixas freqüências (constante ou lentas mudanças das elevações da estrada) e em estado constante, f_1 se torna quase igual ao trajeto da suspensão $x_1 - x_3$. Assim, como será visto nos resultados, a manutenção das oscilações são eliminadas, e a suspensão ativa rejeita apenas os distúrbios de altas freqüências, isto é o motivo que gera grandes acelerações verticais e causa de desconforto dos passageiros.

Para grandes valores de ε , só componentes de altas freqüências são passados pelo filtro (3.4.5). Conseqüentemente, a variável regulada f_1 aproxima do trajeto da suspensão $x_1 - x_3$. Como resultado, a suspensão ativa fica mais rígida e reduz a vibração, podendo aumentar o conforto do passageiro.

Com a escolha da variável regulada f_1 , definida em (3.4.6), o projeto de malha fechada consiste em um procedimento de dois passos:

O primeiro passo é o calculo da derivada de f_1 como:

$$\begin{aligned}\dot{f}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_3 \\ \dot{f}_1 &= x_2 + \varepsilon(\bar{x}_3 - x_3) \\ \dot{f}_1 &= x_2 + \varepsilon(x_1 - f_1 - x_3) \\ \dot{f}_1 &= x_2 + \varepsilon(x_1 - x_3) - \varepsilon f_1\end{aligned}\tag{3.4.7}$$

e usando x_2 como a primeira *variável de controle virtual*, é obtida a *função de estabilização*.

$$\alpha_1 = -c_1 f_1 - \varepsilon(x_1 - x_3)\tag{3.4.8}$$

onde c_1 é uma constante positiva de projeto. A variável de erro correspondente é:

$$f_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (3.4.9)$$

Isolando a variável x_2 da equação (3.4.9) é obtido:

$$x_2 = f_2 + \alpha_1 \quad (3.4.10)$$

Substituindo a equação (3.4.8) na equação (3.4.10) e substituindo esta alteração na equação (3.4.7), temos a equação de erro resultante:

$$\dot{f}_1 = -(c_1 + \varepsilon)f_1 + f_2 \quad (3.4.11)$$

O segundo procedimento é o calculo da derivada de f_2 :

$$\dot{f}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \quad (3.4.12)$$

Substituindo \dot{x}_2 , obtido no grupo de equações (3.3.2), e a derivada da equação (3.4.8) na equação (3.4.12), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{f}_2 = & -\frac{1}{m_s} [K_A(x_1 - x_3) + C(x_2 - x_4) - u_A] \\ & - [-c_1(-c_1 f_1 - \varepsilon f_1 + f_2) - \varepsilon(x_2 - x_4)] \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

Para que o erro no sistema tenha equilibrio exponencialmente estável é necessário que $(f_1, f_2) = (0, 0)$. Para verificar este fato, é oportuno utilizar o conceito de estabilidade de Lyapunov, que resulta em:

$$V_a = \frac{1}{2} f_1^2 + \frac{1}{2} f_2^2 \quad (3.4.14)$$

A equação (3.4.14) é definida negativa quando:

$$\dot{V}_a = f_1 \dot{f}_1 + f_2 \dot{f}_2 \quad (3.4.15)$$

Isto implica que o erro no sistema é:

$$\dot{f}_1 = -(c_1 + \varepsilon)f_1 + f_2 \quad \text{e} \quad \dot{f}_2 = -f_1 - c_2 f_2 \quad (3.4.16)$$

onde c_2 é uma constante positiva de projeto para definir a estabilidade de Lyapunov.

Substituindo a variável \dot{f}_2 da equação (3.4.16), na equação (3.4.13), obtém-se a variável de controle do atuador como mostrado na equação (3.4.17):

$$u_a = m_s [-(c_2 + c_1)f_2 + (c_1^2 - 1 + c_1\varepsilon)f_1 - \varepsilon(x_2 - x_4)] + K_A(x_1 - x_3) + C(x_2 - x_4) \quad (3.4.17)$$

Substituindo as equações (3.4.6), (3.4.8) e (3.4.9) na variável de controle (3.4.17), tem-se:

$$u_a = -m_s(c_2 + c_1)x_2 + [K_A - \varepsilon m_s(c_2 + c_1)](x_1 - x_3) + (C - \varepsilon m_s)(x_2 - x_4) + m_s[c_1(\varepsilon - c_2) - 1](x_1 - \bar{x}_3) \quad (3.4.18)$$

A reunião do sistema de quinta ordem que consiste na suspensão ativa (3.3.2) com o filtro linear (3.4.6), e finalizando com o sistema de erro de segunda ordem (3.4.16), é formado um subsistema amortecido de malha fechada. Para encontrar este sistema, a saída é igualada a zero. Conseqüentemente:

$$\begin{aligned} f_1 &= x_1 - \bar{x}_3 = 0 \\ \dot{f}_1 &= x_2 + \varepsilon(\bar{x}_3 - x_3) = 0 \\ \ddot{f}_1 &= -\frac{1}{m_s}[K_A(x_1 - x_3) + C(x_2 - x_4) - u_a] + \varepsilon[-\varepsilon(\bar{x}_3 - x_3) - x_4] = 0 \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

Usando a equação (3.4.18) encontramos

$$K_A(x_1 - x_3) + c(x_2 - x_4) - u_a = m_S \varepsilon [-\varepsilon(\bar{x}_3 - x_3) - x_4] \quad (3.4.20)$$

No termo \dot{x}_4 da equação (3.3.2) para obter um sistema amortecido:

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{x}}_3 &= -\varepsilon(\bar{x}_3 - x_3) \\ \dot{\bar{x}}_3 &= x_4 \end{aligned} \quad (3.4.21)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{m_S}{m} \varepsilon [-\varepsilon(\bar{x}_3 - x_3) - x_4] - \frac{K_{AP}}{m} (x_3 - R)$$

a qual é então reescrita na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_3 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\varepsilon^2 \frac{m_S}{m} & \varepsilon^2 \frac{m_S}{m} - \frac{K_{AP}}{m} & -\varepsilon \frac{m_S}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_3 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{AP}}{m} \end{bmatrix} R \quad (3.4.22)$$

Usando o critério de Ruth-Hurwitz, para verificar se a matriz apresentada em (3.4.22) é estável, deve-se observar quais valores a variável ε pode assumir. Desta forma o sistema é estável se a matriz descrita em (3.4.22) assumir valores para $\varepsilon > 0$. Então, os zeros dinâmicos são exponencialmente estáveis para todo $\varepsilon > 0$.

Um caminho equivalente e muito simples é utilizar os resultados de projeto de controle, o qual garante que a variável de erro f_1 , converge exponencialmente para zero, pois x_1 se aproxima rapidamente de \bar{x}_3 . Desde que o resultado independe do conteúdo da frequência, isto implica que a função de transferência de \bar{x}_3 para x_1 é igual a um, ou seja $\bar{x}_3 = x_1$.

Se $\bar{x}_3 = x_1$, isto também resulta em :

$$\bar{x}_3 = z \quad (3.4.23)$$

$$\dot{z}^a = \varepsilon(z_A - z) \quad (3.4.24)$$

onde a variável \dot{z}^a indica a velocidade vertical na porção frontal direita do veículo.

3.5 Suspensão ativa – Modelagem com sete graus de liberdade

A figura (3.5.1) mostra um veículo dotado de um sistema de suspensão ativa com sete graus de liberdade. No veículo observamos que um atuador hidráulico é adicionado aos outros elementos passivos da suspensão, amortecedor e mola.

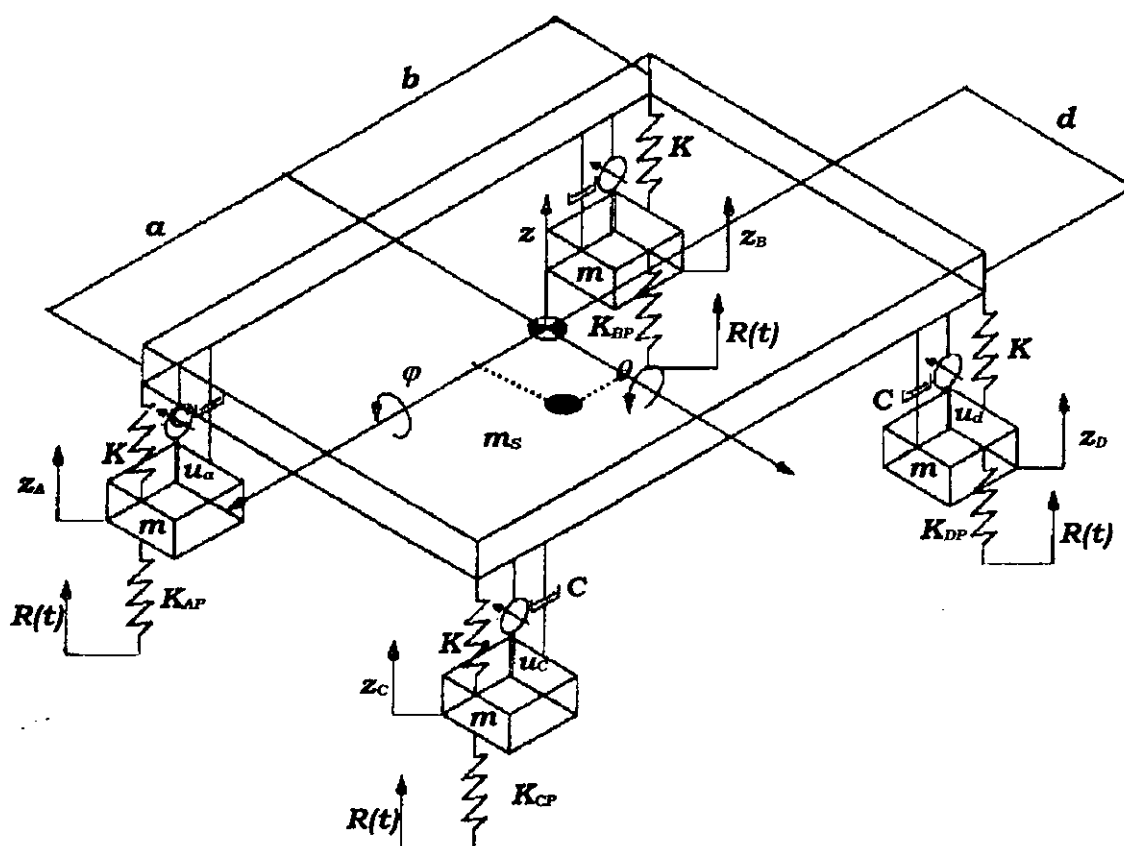


Figura 3.5.1 – Modelo de suspensão ativa com sete graus de liberdade

O pneu é modelado como uma mola simples. Para facilitar a modelagem, é necessário considerar que as constantes de rigidez das molas possuem o mesmo valor $K_A = K_B = K_C = K_D = K$, o mesmo ocorrendo para as massas das rodas e dos coeficientes de amortecimento. De posse do modelo matemático do atuador hidráulico

mostrado na equação (3.4.18), e aplicando o diagrama de forças para o corpo livre, obtêm-se as seguintes equações:

$$m_s \ddot{z} + 4Kz + 4C\dot{z} + 2K(b-a)\theta + 2C(b-a)\dot{\theta} - Kz_A - Kz_B - Kz_C - \dots \\ \dots - Kz_D - C\dot{z}_A - C\dot{z}_B - C\dot{z}_C - C\dot{z}_D - u_a - u_b - u_c - u_d = -m_s g \quad (3.5.1)$$

$$m\ddot{z}_A - Kz - C\dot{z} + aK\theta + aC\dot{\theta} + dK\varphi + dC\dot{\varphi} + (K + K_{AP})z_A + \dots \\ \dots + C\dot{z}_A + u_a = K_{AP}R(t) - mg \quad (3.5.2)$$

$$m\ddot{z}_B - Kz - C\dot{z} - bK\theta - bC\dot{\theta} + dK\varphi + dC\dot{\varphi} + (K + K_{BP})z_B + \dots \\ \dots + C\dot{z}_B + u_b = K_{BP}R(t) - mg \quad (3.5.3)$$

$$m\ddot{z}_C - Kz - C\dot{z} + aK\theta + aC\dot{\theta} - dK\varphi - dC\dot{\varphi} + (K + K_{CP})z_C + \dots \\ \dots + C\dot{z}_C + u_c = K_{CP}R(t) - mg \quad (3.5.4)$$

$$m\ddot{z}_D - Kz - C\dot{z} - bK\theta - bC\dot{\theta} - dK\varphi - dC\dot{\varphi} + (K + K_{DP})z_D + \dots \\ \dots + C\dot{z}_D + u_d = K_{DP}R(t) - mg \quad (3.5.5)$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} + 2K(b-a)z + 2C(b-a)\dot{z} + 2C(a^2 + b^2)\dot{\theta} + 2K(a^2 + b^2)\theta + \dots \\ \dots + aKz_A + aKz_C - bKz_B - bKz_D + aC\dot{z}_A + aC\dot{z}_C - bC\dot{z}_B - \dots \\ \dots - b\dot{z}_D + au_a + au_c - bu_b - bu_d = 0 \quad (3.5.6)$$

$$I_{xx}\ddot{\varphi} + 4Kd^2\varphi + 4Cd^2\dot{\varphi} - Kdz_C + Kdz_A - dKz_D + dKz_B - dC\dot{z}_C + \dots \\ \dots + dC\dot{z}_A - dC\dot{z}_D + dC\dot{z}_B - du_c + du_a - du_d + du_b = 0 \quad (3.5.7)$$

onde:

K_A , K_B , K_C e K_D são os coeficientes de rigidez das molas do sistema de suspensão;

K_{AP} , K_{BP} , K_{CP} e K_{DP} são os coeficientes de rigidez dos pneus;

m_s e m são respectivamente a massa da carroceria e a massa de cada sistema de suspensão;

z , θ e φ são respectivamente os deslocamentos vertical, transversal e longitudinal da carroceria;

C é o coeficiente de amortecimento dos amortecedores da suspensão.

z_A , z_B , z_C e z_D são os deslocamentos verticais das rodas.

u_a , u_b , u_c e u_d são as forças exercidas por cada cilindro hidráulico.

A equação (3.4.24) esta relacionada à quarta parte do modelo completo como mostrado na Figura (3.5.1). Esta mesma equação pode ser aplicada para as demais porções do veículo, conforme as equações que seguem:

$$\dot{z}^b = \varepsilon(z_B - z) \quad (3.5.8)$$

$$\dot{z}^c = \varepsilon(z_C - z) \quad (3.5.9)$$

$$\dot{z}^d = \varepsilon(z_D - z) \quad (3.5.10)$$

onde as variáveis \dot{z}^b , \dot{z}^c e \dot{z}^d são respectivamente as velocidades verticais do veículo nas porções traseira-direita, frontal-esquerda e traseira-esquerda.

Substituindo as equações (3.4.23), (3.4.24), (3.5.8), (3.5.9) e (3.5.10), obtém-se o modelo matemático que indica a força de cada um dos quatro atuadores hidráulicos:

$$u_a = [K - \varepsilon C + m_s \varepsilon^2] z + [C\varepsilon - m_s \varepsilon^2 - K] z_A - (C - \varepsilon m_s) \dot{z}_A \quad (3.5.11)$$

$$u_b = [K - \varepsilon C + m_s \varepsilon^2] z + [C\varepsilon - m_s \varepsilon^2 - K] z_B - (C - \varepsilon m_s) \dot{z}_B \quad (3.5.12)$$

$$u_c = [K - \varepsilon C + m_s \varepsilon^2] z + [C\varepsilon - m_s \varepsilon^2 - K] z_C - (C - \varepsilon m_s) \dot{z}_C \quad (3.5.13)$$

$$u_d = [K - \varepsilon C + m_s \varepsilon^2] z + [C\varepsilon - m_s \varepsilon^2 - K] z_D - (C - \varepsilon m_s) \dot{z}_D \quad (3.5.14)$$

Substituindo as equações (3.5.8) a (3.5.14) bem como a equação (3.4.24) no grupo de equações (3.5.1) a (3.5.7), obtém-se:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z} + 2m_s \varepsilon^2 (b - a) \theta + 2m_s \varepsilon (b - a) \dot{\theta} + 4m_s \varepsilon^2 z + m_s \varepsilon^2 z_A + m_s \varepsilon^2 z_B + \dots \\ \dots + m_s \varepsilon^2 z_C + m_s \varepsilon^2 z_D - m_s \varepsilon \dot{z}_A - m_s \varepsilon \dot{z}_B - m_s \varepsilon \dot{z}_C - m_s \varepsilon \dot{z}_D = -m_s g \end{aligned} \quad (3.5.15)$$

$$m\ddot{z}_A + am_s\varepsilon^2\theta + am_s\varepsilon\dot{\theta} + dm_s\varepsilon^2\varphi + dm_s\varepsilon\dot{\varphi} + m_s\varepsilon^2z + (K_{AP} + m_s\varepsilon^2)z_A + \dots \\ \dots + m_s\varepsilon\dot{z}_A = K_{AP}R(t) - mg \quad (3.5.16)$$

$$m\ddot{z}_B - bm_s\varepsilon^2\theta - bm_s\varepsilon\dot{\theta} + dm_s\varepsilon^2\varphi + dm_s\varepsilon\dot{\varphi} + m_s\varepsilon^2z + (K_{BP} + m_s\varepsilon^2)z_B + \dots \\ \dots + m_s\varepsilon\dot{z}_B = K_{BP}R(t) - mg \quad (3.5.17)$$

$$m\ddot{z}_C + am_s\varepsilon^2\theta + am_s\varepsilon\dot{\theta} - dm_s\varepsilon^2\varphi - dm_s\varepsilon\dot{\varphi} + m_s\varepsilon^2z + (K_{CP} + m_s\varepsilon^2)z_C + \dots \\ \dots + m_s\varepsilon\dot{z}_C = K_{CP}R(t) - mg \quad (3.5.18)$$

$$m\ddot{z}_D - bm_s\varepsilon^2\theta - bm_s\varepsilon\dot{\theta} - dm_s\varepsilon^2\varphi - dm_s\varepsilon\dot{\varphi} + m_s\varepsilon^2z + (K_{DP} + m_s\varepsilon^2)z_D + \dots \\ \dots + m_s\varepsilon\dot{z}_D = K_{DP}R(t) - mg \quad (3.5.19)$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} + 2m_s\varepsilon(a^2 + b^2)\dot{\theta} + 2m_s\varepsilon^2(a^2 + b^2)\theta + 2m_s(a-b)\varepsilon^2z - am_s\varepsilon^2z_A + am_s\varepsilon\dot{z}_A - \dots \\ \dots - am_s\varepsilon^2z_C + am_s\varepsilon\dot{z}_C + bm_s\varepsilon^2z_B - bm_s\varepsilon\dot{z}_B + bm_s\varepsilon^2z_D - m_s\varepsilon\dot{z}_D = 0 \quad (3.5.20)$$

$$I_{xx}\ddot{\varphi} + 4m_s\varepsilon^2d^2\dot{\varphi} + 4m_s\varepsilon d^2\varphi + dm_s\varepsilon^2z_C - dm_s\varepsilon\dot{z}_C - dm_s\varepsilon^2z_A - dm_s\varepsilon\dot{z}_A + \dots \\ \dots + dm_s\varepsilon^2z_D - dm_s\varepsilon\dot{z}_D - dm_s\varepsilon^2z_B + dm_s\varepsilon\dot{z}_B = 0 \quad (3.5.21)$$

As equações (3.5.15 à 3.5.21) serão utilizadas no próximo capítulo para formulação do processo de identificação em frequência.

3.6 Conclusão

Nos sistemas ativos de suspensão existe sempre um elemento a mais, comparado com os sistemas passivos, e este elemento é o atuador hidráulico. Desta forma foi necessária a apresentação de uma formulação matemática do atuador hidráulico para uma futura simulação do veículo e verificação do comportamento. Neste capítulo foi utilizada uma formulação para o atuador hidráulico baseado em um sistema de dois graus de liberdade (Lin e Kanellakopoulos, 1995). Em seguida esta formulação foi aplicada a um modelo mais completo, com sete graus de liberdade.

CAPÍTULO IV

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS EM SISTEMAS DE SUSPENSÃO

4.1 Introdução

Neste capítulo serão tratados temas que complementarão com as formulações apresentadas no capítulo 3, mostrando como será a abordagem da simulação de sistemas mecânicos. Inicialmente serão feitos alguns comentários a respeito dos sinais de excitação sintetizados. Em seguida, é apresentada uma formulação genérica para identificação de parâmetros em frequência com o intuito de utilizar os resultados obtidos no capítulo anterior e verificar o seu comportamento. Finalmente, serão preparados os modelos de suspensão do tipo passivo e ativo para serem excitados por meio de síntese de sinais periódicos.

4.2 Excitação com Sinal Sintetizado

A fonte de excitação que será utilizada neste trabalho é representada pelo sinal sintetizado de Schroeder(1970). Este sinal será utilizado para simulação de uma fonte de excitação externa atuante no sistema de suspensão.

Um requisito mínimo, exigido de um sinal de excitação, é que a dinâmica do processo seja persistentemente excitada durante todo o período de medição. Em outras palavras, significa que o sinal de excitação deve ser rico em componentes de frequência, de forma a excitar todos os modos de interesse do sistema (Pederiva, 1983).

É possível, através de um ajuste dos ângulos de fase das harmônicas que compõem o sinal, gerar um sinal com baixo fator de pico. Alguns casos de como gerar sinais no domínio de tempo a partir dos ângulos de fase para um dado espectro de potência, são analisados por Schroeder(1970).

Deste modo, o sinal de excitação que será empregado como fonte de excitação externa dos sistemas de suspensão passiva e ativa, é obtido por síntese de sinais de baixa auto-correlação com baixo fator de pico, sintetizado a partir dos ângulos de fase das harmônicas que o compõe, com ângulos de fase no intervalo de 0 a π .

Gerar este sinal no computador significa encontrar séries temporais de comprimento finito $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, cujos coeficientes de auto-correlação são definidos por:

$$\delta_k = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\beta_n \beta_{n+k}) \quad (4.2.1)$$

tal que estes coeficientes assumam valores pequenos para $k > 1$.

Deste modo, considera-se um sinal periódico de período T , contendo N harmônicas dado por:

$$R(t) = \text{Re} \left[R_0 \sum_{n=1}^N \beta_n e^{i \omega_n t} \right] \quad (4.2.2)$$

onde $\omega = n\omega_0$, $n = 1(1)N$. A notação para o valor de n significa um incremento de 1(um) até N , variando em uma unidade.

Restringindo a variação do ângulo de fase entre 0 e π , as séries temporais podem ser obtidas por,

$$\beta_n = 1 - 2(\phi_n / \pi) \quad (4.2.3)$$

onde ϕ_n são os ângulos de fase dados por:

$$\phi_n = 1 - \pi(n^2 / 2N) \quad (4.2.4)$$

O sinal de excitação gerado desta forma constitui num sinal de banda larga em frequência com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco, porém com as vantagens de ser periódico. As figuras (4.2.1-a) e (4.2.1-b) representam o sinal gerado no domínio do tempo e o seu respectivo espectro no domínio da frequência.

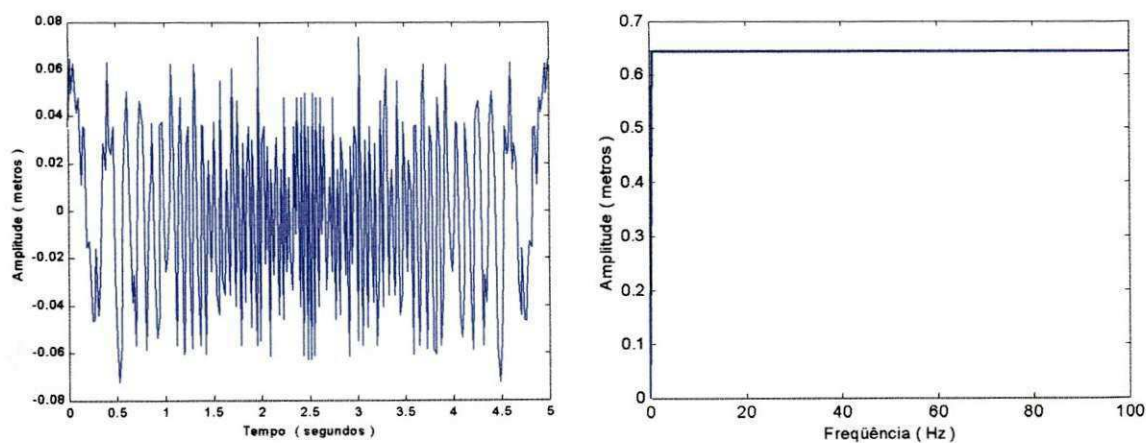


Figura 4.2.1 – (a) Sinal sintetizado no tempo (b) Sinal sintetizado em frequência

Algumas vantagens de se utilizar este tipo de sinal com fonte de excitação podem ser resumidas a seguir:

- É um sinal com alto conteúdo freqüencial do tipo ruído branco, onde a faixa de freqüência pode ser preestabelecida;
- Possui vantagem de ser periódico;
- Pode-se garantir a excitação persistente no sistema de suspensão;
- Pode ser facilmente implementado no computador, bem como através de um conversor digital-analógico, permitindo então excitar um sistema físico real;
- Por se constituir num sinal de espectro plano, pode garantir que os modos de vibração do sistema em consideração são excitados com um nível de energia uniforme, além do fato de garantir as hipóteses da linearidade.

4.3 Formulação Genérica para o Processo de Identificação em Freqüência

Um sistema de vários graus de liberdade é representado de acordo com suas coordenadas e das derivadas do tempo. A partir do sistema de equações diferenciais do modelo matemático, a formulação genérica para o processo de identificação de parâmetros no domínio da freqüência de um sistema de sete graus de liberdade, pode ser dada pelo sistema de equações lineares, conforme apresentado em (4.3.1):

$$\begin{bmatrix}
 x_{R1}^C & \omega_0 x_{R1}^S & x_{V1}^C & \omega_0 x_{V1}^S \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 x_{Rn}^C & N\omega_0 x_{Rn}^S & x_{Vn}^C & N\omega_0 x_{Vn}^S \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 x_{R1}^S & -\omega_0 x_{R1}^C & x_{V1}^S & -\omega_0 x_{V1}^C \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 x_{Rn}^S & -N\omega_0 x_{Rn}^C & x_{Vn}^S & -N\omega_0 x_{Vn}^C
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 K_{11} & K_{21} \\
 C_{11} & C_{22} \\
 \dots & \dots \\
 K_{76} & K_{77} \\
 C_{76} & C_{77}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 F_{xR1}^C + M_{11} x_{R1}^C(\omega_0)^2 & F_{xV1}^C + M_{77} x_{V1}^C(\omega_0)^2 \\
 \dots & \dots \\
 F_{xRn}^C + M_{11} x_{Rn}^C(N\omega_0)^2 & F_{xVn}^C + M_{77} x_{Vn}^C(N\omega_0)^2 \\
 \dots & \dots \\
 F_{xR1}^S + M_{11} x_{R1}^S(\omega_0)^2 & F_{xV1}^S + M_{77} x_{V1}^S(\omega_0)^2 \\
 \dots & \dots \\
 F_{xRn}^S + M_{11} x_{Rn}^S(N\omega_0)^2 & F_{xVn}^S + M_{77} x_{Vn}^S(N\omega_0)^2
 \end{bmatrix}
 \quad (4.3.1)$$

A equação (4.3.1) em notação compacta, pode ser representada pelo sistema linear na forma $[A]_{2N \times 14} \cdot [\mathfrak{g}]_{14 \times 7} = [h]_{2N \times 7}$, onde $[A]$ é a matriz retangular de dimensões $(2N \times 14)$ que contém as componentes reais e imaginárias dos deslocamentos. $[\mathfrak{g}]$ é a matriz retangular (14×7) que contém os coeficientes de rigidez e amortecimento a serem estimados. E

finalmente $[h]$ representa a matriz retangular de ordem $(2N \times 7)$ formada pelos coeficientes de Euler-Fourier das forças de inércia e excitação.

4.4 Formulação Matemática para um Sistema de Suspensão Passivo Excitado por Síntese de Sinais Periódicos

O modelo matemático, utilizado para o sistema de suspensão passivo de sete graus de liberdade, reproduzido na figura (3.2.1), é reescrito de acordo com a equação diferencial matricial (4.4.1):

$$[M] \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z}_A \\ \ddot{z}_B \\ \ddot{z}_C \\ \ddot{z}_D \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z}_A \\ \dot{z}_B \\ \dot{z}_C \\ \dot{z}_D \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} z \\ z_A \\ z_B \\ z_C \\ z_D \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_s g \\ K_{Ap} R(t) - m_A g \\ K_{Bp} R(t) - m_B g \\ K_{Cp} R(t) - m_C g \\ K_{Dp} R(t) - m_D g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4.1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, constituídas por:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{xx} \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 4C & -C & -C & -C & -C & 2C(b-a) & 0 \\ -C & C & 0 & 0 & 0 & aC & dC \\ -C & 0 & C & 0 & 0 & -bC & dC \\ -C & 0 & 0 & C & 0 & aC & -dC \\ -C & 0 & 0 & 0 & C & -bC & -dC \\ 2C(b-a) & aC & -bC & aC & -bC & 2C(a^2+b^2) & 0 \\ 0 & dC & dC & -dC & -dC & 0 & d^2C \end{bmatrix} \quad (4.4.3)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 4K & -K & -K & -K & -K & 2K(b-a) & 0 \\ -K & K+K_{AP} & 0 & 0 & 0 & aK & dK \\ -K & 0 & K+K_{BP} & 0 & 0 & -bK & dK \\ -K & 0 & 0 & K+K_{CP} & 0 & aK & -dK \\ -K & 0 & 0 & 0 & K+K_{DP} & -bK & -dK \\ 2K(b-a) & aK & -bK & aK & -bK & 2K(a^2+b^2) & 0 \\ 0 & dK & dK & -dK & -dK & 0 & d^2K \end{bmatrix} \quad (4.4.4)$$

Lembramos ainda que $R(t) = \text{Re} \left[R_0 \sum_{n=1}^N \beta_n e^{i.\omega_n.t} \right]$ é o sinal de excitação externo e R_0

representa a amplitude deste sinal (Oliveira, 1997).

Desta forma, os elementos das matrizes de massa, amortecimento e rigidez das equações (4.4.2), (4.4.3) e (4.4.4), são dados respectivamente por:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} & M_{27} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36} & M_{37} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} & M_{46} & M_{47} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} & M_{56} & M_{57} \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & M_{66} & M_{67} \\ M_{71} & M_{72} & M_{73} & M_{74} & M_{75} & M_{76} & M_{77} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{xx} \end{bmatrix} \quad (4.4.5)$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} & C_{17} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} & C_{27} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} & C_{37} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} & C_{47} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} & C_{57} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} & C_{67} \\ C_{71} & C_{72} & C_{73} & C_{74} & C_{75} & C_{76} & C_{77} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4C & -C & -C & -C & -C & 2C(b-a) & 0 \\ -C & C & 0 & 0 & 0 & aC & dC \\ -C & 0 & C & 0 & 0 & -bC & dC \\ -C & 0 & 0 & C & 0 & aC & -dC \\ -C & 0 & 0 & 0 & C & -bC & -dC \\ 2C(b-a) & aC & -bC & aC & -bC & 2C(a^2+b^2) & 0 \\ 0 & dC & dC & -dC & -dC & 0 & d^2C \end{bmatrix} \quad (4.4.6)$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{27} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{57} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{67} \\ K_{71} & K_{72} & K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4K & -K & -K & -K & -K & 2K(b-d) & 0 \\ -K & K+K_{\lambda P} & 0 & 0 & 0 & aK & dK \\ -K & 0 & K+K_{\beta P} & 0 & 0 & -bK & dK \\ -K & 0 & 0 & K+K_{\gamma P} & 0 & aK & -dK \\ -K & 0 & 0 & 0 & K+K_{\delta P} & -bK & -dK \\ 2K(b-d) & aK & -bK & aK & -bK & 2K(a^2+b^2) & 0 \\ 0 & dK & dK & -dK & -dK & 0 & d^2K \end{bmatrix} \quad (4.4.7)$$

As rotações longitudinais, transversais e os deslocamentos verticais no domínio do tempo para o veículo e o conjunto formado por suspensão-roda-pneu são obtidos na forma das relações descritas no grupo de equações (4.4.8) a (4.4.14):

$$z(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_z)} \right] \quad (4.4.8)$$

$$\theta(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |\theta(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_\theta)} \right] \quad (4.4.9)$$

$$\varphi(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |\varphi(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_\varphi)} \right] \quad (4.4.10)$$

$$z_A(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_A(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_A)} \right] \quad (4.4.11)$$

$$z_B(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_B(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_B)} \right] \quad (4.4.12)$$

$$z_C(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_C(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_C)} \right] \quad (4.4.13)$$

$$z_D(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_D(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_D)} \right] \quad (4.4.14)$$

4.5 Formulação Matemática para o Sistema de Suspensão Ativo

A utilização do método de estimação de parâmetros aplicados a um sistema de suspensão ativo, requer inicialmente um conjunto de equações diferenciais que represente o comportamento dinâmico do sistema. Este conjunto de equações, foi obtido no capítulo anterior pelas equações (3.5.15 à 3.5.21), onde são reescritas conforme as equações a seguir:

$$\begin{aligned} m_S \ddot{z} + 2m_S \varepsilon^2 (b-a)\theta + 2m_S \varepsilon (b-a)\dot{\theta} + 4m_S \varepsilon^2 z + m_S \varepsilon^2 z_A + m_S \varepsilon^2 z_B + \dots \\ \dots + m_S \varepsilon^2 z_C + m_S \varepsilon^2 z_D - m_S \varepsilon \dot{z}_A - m_S \varepsilon \dot{z}_B - m_S \varepsilon \dot{z}_C - m_S \varepsilon \dot{z}_D = -m_S g \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_A + am_S \varepsilon^2 \theta + am_S \varepsilon \dot{\theta} + dm_S \varepsilon^2 \varphi + dm_S \varepsilon \dot{\varphi} + m_S \varepsilon^2 z + (K_{AP} + m_S \varepsilon^2) z_A + \dots \\ \dots + m_S \varepsilon \dot{z}_A = K_{AP} R(t) - mg \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_B - bm_S \varepsilon^2 \theta - bm_S \varepsilon \dot{\theta} + dm_S \varepsilon^2 \varphi + dm_S \varepsilon \dot{\varphi} + m_S \varepsilon^2 z + (K_{BP} + m_S \varepsilon^2) z_B + \dots \\ \dots + m_S \varepsilon \dot{z}_B = K_{BP} R(t) - mg \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_C + am_S \varepsilon^2 \theta + am_S \varepsilon \dot{\theta} - dm_S \varepsilon^2 \varphi - dm_S \varepsilon \dot{\varphi} + m_S \varepsilon^2 z + (K_{CP} + m_S \varepsilon^2) z_C + \dots \\ \dots + m_S \varepsilon \dot{z}_C = K_{CP} R(t) - mg \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_D - bm_S \varepsilon^2 \theta - bm_S \varepsilon \dot{\theta} - dm_S \varepsilon^2 \varphi - dm_S \varepsilon \dot{\varphi} + m_S \varepsilon^2 z + (K_{DP} + m_S \varepsilon^2) z_D + \dots \\ \dots + m_S \varepsilon \dot{z}_D = K_{DP} R(t) - mg \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

$$\begin{aligned} I_{yy} \ddot{\theta} + 2m_S \varepsilon (a^2 + b^2) \theta + 2m_S \varepsilon^2 (a^2 + b^2) \dot{\theta} + 2m_S (a-b) \varepsilon^2 z - am_S \varepsilon^2 z_A + am_S \varepsilon \dot{z}_A - \dots \\ \dots - am_S \varepsilon^2 z_C + am_S \varepsilon \dot{z}_C + bm_S \varepsilon^2 z_B - bm_S \varepsilon \dot{z}_B + bm_S \varepsilon^2 z_D - m_S \varepsilon \dot{z}_D = 0 \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

$$\begin{aligned} I_{xx} \ddot{\varphi} + 4m_S \varepsilon^2 d^2 \varphi + 4m_S \varepsilon d^2 \dot{\varphi} + dm_S \varepsilon^2 z_C - dm_S \varepsilon \dot{z}_C - dm_S \varepsilon^2 z_A - dm_S \varepsilon \dot{z}_A + \dots \\ \dots + dm_S \varepsilon^2 z_D + dm_S \varepsilon \dot{z}_D - dm_S \varepsilon^2 z_B + dm_S \varepsilon \dot{z}_B = 0 \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

O grupo de equações diferenciais escritas anteriormente, pode ser exposto na forma matricial como segue:

$$[M] \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z}_A \\ \ddot{z}_B \\ \ddot{z}_C \\ \ddot{z}_D \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z}_A \\ \dot{z}_B \\ \dot{z}_C \\ \dot{z}_D \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} z \\ z_A \\ z_B \\ z_C \\ z_D \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_s g \\ K_{AP}R(t) - mg \\ K_{BP}R(t) - mg \\ K_{CP}R(t) - mg \\ K_{DP}R(t) - mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5.8)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, constituídas por:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{xx} \end{bmatrix} \quad (4.5.9)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon m_s & -\varepsilon m_s & -\varepsilon m_s & -\varepsilon m_s & 2\varepsilon m_s(b-a) & 0 \\ 0 & \varepsilon m_s & 0 & 0 & 0 & \alpha \varepsilon m_s & d \varepsilon m_s \\ 0 & 0 & \varepsilon m_s & 0 & 0 & -b \varepsilon m_s & d \varepsilon m_s \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon m_s & 0 & \alpha \varepsilon m_s & -d \varepsilon m_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon m_s & -b \varepsilon m_s & -d \varepsilon m_s \\ 0 & \alpha \varepsilon m_s & -b \varepsilon m_s & \alpha \varepsilon m_s & -b \varepsilon m_s & 2\varepsilon m_s(a^2 + b^2) & 0 \\ 0 & -d \varepsilon m_s & -d \varepsilon m_s & d \varepsilon m_s & d \varepsilon m_s & 0 & 4d^2 \varepsilon m_s \end{bmatrix} \quad (4.5.10)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} -4m_s \varepsilon^2 & m_s \varepsilon^2 & m_s \varepsilon^2 & m_s \varepsilon^2 & m_s \varepsilon^2 & 2m_s \varepsilon^2(b-a) & 0 \\ m_s \varepsilon^2 & K_{AP} + m_s \varepsilon^2 & 0 & 0 & 0 & \alpha m_s \varepsilon^2 & d m_s \varepsilon^2 \\ m_s \varepsilon^2 & 0 & K_{BP} + m_s \varepsilon^2 & 0 & 0 & -b m_s \varepsilon^2 & d m_s \varepsilon^2 \\ m_s \varepsilon^2 & 0 & 0 & K_{CP} + m_s \varepsilon^2 & 0 & \alpha m_s \varepsilon^2 & -d m_s \varepsilon^2 \\ m_s \varepsilon^2 & 0 & 0 & 0 & K_{DP} + m_s \varepsilon^2 & -b m_s \varepsilon^2 & -d m_s \varepsilon^2 \\ 2m_s(b-a)\varepsilon^2 & -\alpha m_s \varepsilon^2 & b m_s \varepsilon^2 & -\alpha m_s \varepsilon^2 & b m_s \varepsilon^2 & 2m_s \varepsilon^2(a^2 + b^2) & 0 \\ 0 & -d m_s \varepsilon^2 & -d m_s \varepsilon^2 & d m_s \varepsilon^2 & d m_s \varepsilon^2 & 0 & 4d^2 m_s \varepsilon^2 \end{bmatrix} \quad (4.5.11)$$

As rotações longitudinais, transversais e os deslocamentos verticais e no domínio do tempo para o veículo e o conjunto formado por suspensão-roda-pneu são obtidos na forma das relações descritas no grupo de equações (4.5.12) a (4.5.18):

$$z(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_z)} \right] \quad (4.5.12)$$

$$\theta(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |\theta(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_\theta)} \right] \quad (4.5.13)$$

$$\varphi(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |\varphi(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_\varphi)} \right] \quad (4.5.14)$$

$$z_A(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_A(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_A)} \right] \quad (4.5.15)$$

$$z_B(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_B(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_B)} \right] \quad (4.5.16)$$

$$z_C(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_C(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_C)} \right] \quad (4.5.17)$$

$$z_D(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N |Z_D(\omega)| e^{i(\omega t - \phi_D)} \right] \quad (4.5.18)$$

Substituindo as equações (4.5.12) a (4.5.18) e suas derivadas primeira e segunda na equação matricial (4.4.1), obtém-se:

4.6 Conclusão

Neste capítulo foram estabelecidas as devidas restrições para viabilizar a simulação do comportamento dinâmico de suspensões passiva e ativa dos veículos, utilizando uma formulação para os dois tipos de suspensão em estudo.

Também foram feitas considerações a respeito do sinal de excitação sintetizado, utilizado como fonte de excitação, citando suas vantagens e desvantagens de aplicação.

Em seguida, foram desenvolvidas todas as formulações matemáticas para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência, para aplicação nos sistemas analisados.

CAPÍTULO V

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos a partir das curvas de resposta em frequência dos modelos de suspensão passivo e ativo representados nas figuras (3.2.1) e (3.3.2). Após descrever a formulação matemática para determinar a força do atuador hidráulico presente nos veículos dotados de suspensão ativa (Lin e Kannelakopoulos, 1995), para um modelo com dois graus de liberdade, foi apresentada uma versão adaptada para um modelo com sete graus de liberdade, cujo objetivo é obter mais informações a respeito do tema. Desta maneira, foi necessário apresentar um método de simulação para obtenção de tais resultados. O método de simulação digital utilizado, trata-se do método direto de resolução em frequência (Lalane, 1984), em conjunção com um critério utilizado para a amostragem eficiente dos sinais que se deseja medir. Este método, proposto para simulação de sistemas mecânicos em geral (Oliveira, 1997), já foi utilizado em outros trabalhos da área, apresentando resultados bastante satisfatórios (Silva, 1999) e (Santiago, 1999).

5.2 Resultados e Discussões com Excitação de Síntese de Sinais Periódicos Aplicados em Sistemas de Suspensão Passivo e Ativo.

Para obtenção e avaliação das curvas de resposta em frequência do sistema de suspensão passivo, representado na figura (3.2.1), inicialmente serão considerados como parâmetros os dados obtidos dos principais fornecedores de peças automotivas. A massa m_s representa a massa total da carroceria de um veículo com motor 1.0. A massa m é definida como sendo a soma de todas as massas presentes no sistema de suspensão aplicado em uma roda ou pneu. O valor do coeficiente de amortecimento C utilizado na simulação é bem próximo ao dos carros convencionais, assim como os coeficientes de rigidez da mola da suspensão e do pneu. Desta maneira os valores utilizados são:

Tabela 5.2.1 – Dados dos veículos

Descrição	Sistema Passivo	Sistema Ativo
Massa do veículo	$m_s=1290 \text{ Kg}$	$m_s=1290 \text{ Kg}$
Massa do conjunto da suspensão	$m=60 \text{ Kg}$	$m=60 \text{ Kg}$
Coeficiente de amortecimento	$C=1000 \text{ N.s/m}$	$C=1000 \text{ N.s/m}$
Coeficiente de rigidez dos pneus	$K_p=190000 \text{ N/m}$	$K_p=190000 \text{ N/m}$
Coeficiente de rigidez das molas	$K=16812 \text{ N/m}$	$K=16812 \text{ N/m}$
Momento de inércia transversal	$I_{yy}=2160 \text{ Kg.m}^2$	$I_{yy}=2160 \text{ Kg.m}^2$
Momento de inércia longitudinal	$I_{xx}=460 \text{ Kg.m}^2$	$I_{xx}=460 \text{ Kg.m}^2$
Distância entre a frente e o centro de gravidade do veículo	$a=1.4 \text{ m}$	$a=1.4 \text{ m}$
Distância entre a traseira e o centro de gravidade do veículo	$b=1.7 \text{ m}$	$b=1.7 \text{ m}$
Distância entre a lateral e o centro de gravidade do veículo	$d=0.8 \text{ m}$	$d=0.8 \text{ m}$
Fatores de filtragem		$\varepsilon = 1.0$ e $\varepsilon = 10$

Fonte: (Bastow e Howard, 1993)

Uma outra informação que merece destaque é o valor da variável ε que assumira dois valores na simulação. O primeiro valor será para $\varepsilon=1.0$ e o segundo valor será $\varepsilon=10$. A diferença para os dois valores da variável ε , deve-se ao fato de verificarmos as

respostas quando o filtro se comporta como passa baixa ($\varepsilon=1.0$) e como passa alta, filtro este que comanda os sinais do atuador hidráulico. Desta forma podemos então tirar conclusões mais consistentes a respeito do modelo matemático em questão. Baseado nas informações da tabela (5.2.1), as frequências naturais e os auto-valores para os sistemas de suspensão passiva e ativa são mostrados nas tabelas (5.2.2 - 5.2.4):

Tabela 5.2.2 – Frequências naturais e autovalores para sistema ativo com $\varepsilon=1$

Movimento	Auto valor	Frequência natural	Pressão reduzida
Vertical do veículo	$\lambda_{1,2}=0\pm 2i$	$\omega_{n1}=2\text{ rad/s} = 0.31\text{ Hz}$	$\omega_{n1}=0.31\text{ Hz}$
Vertical da roda A	$\lambda_{3,4}=-10\pm 55.57i$	$\omega_{n2}=56.44\text{ rad/s} = 9\text{ Hz}$	$\omega_{n2}=9.00\text{ Hz}$
Vertical da roda B	$\lambda_{5,6}=-10\pm 55.57i$	$\omega_{n3}=56.44\text{ rad/s} = 9\text{ Hz}$	$\omega_{n3}=6.20\text{ Hz}$
Vertical da roda C	$\lambda_{7,8}=-10\pm 55.57i$	$\omega_{n4}=56.44\text{ rad/s} = 9\text{ Hz}$	$\omega_{n4}=6.20\text{ Hz}$
Vertical da roda D	$\lambda_{9,10}=-10\pm 55.57i$	$\omega_{n5}=56.44\text{ rad/s} = 9\text{ Hz}$	$\omega_{n5}=9.00\text{ Hz}$
Rotacional transversal	$\lambda_{11,12}=-2.33\pm 0.89i$	$\omega_{n6}=2.16\text{ rad/s} = 0.34\text{ Hz}$	$\omega_{n6}=0.34\text{ Hz}$
Rotacional longitudinal	$\lambda_{13,14}=-3.33\pm 2.11$	$\omega_{n7}=2.58\text{ rad/s} = 0.41\text{ Hz}$	$\omega_{n7}=0.41\text{ Hz}$

Tabela 5.2.3 – Frequências naturais e autovalores para sistema ativo com $\varepsilon=10$

Movimento	Auto valor	Frequência natural	Pressão reduzida
Vertical do veículo	$\lambda_{1,2}=0\pm 20i$	$\omega_{n1}=20\text{ rad/s}=3.18\text{ Hz}$	$\omega_{n1}=3.18\text{ Hz}$
Vertical da roda A	$\lambda_{3,4}=-100\pm 69.52$	$\omega_{n2}=71.87\text{ rad/s}=11.43\text{ Hz}$	$\omega_{n2}=11.33\text{ Hz}$
Vertical da roda B	$\lambda_{5,6}=-100\pm 69.52$	$\omega_{n3}=71.87\text{ rad/s}=11.43\text{ Hz}$	$\omega_{n3}=9.41\text{ Hz}$
Vertical da roda C	$\lambda_{7,8}=-100\pm 69.52$	$\omega_{n4}=71.87\text{ rad/s}=11.43\text{ Hz}$	$\omega_{n4}=9.41\text{ Hz}$
Vertical da roda D	$\lambda_{9,10}=-100\pm 69.52$	$\omega_{n5}=71.87\text{ rad/s}=11.43\text{ Hz}$	$\omega_{n5}=11.43\text{ Hz}$
Rotacional transversal	$\lambda_{11,12}=-23.38\pm 8.91$	$\omega_{n6}=21.62\text{ rad/s}=3.44\text{ Hz}$	$\omega_{n6}=3.44\text{ Hz}$
Rotacional longitudinal	$\lambda_{13,14}=-33.39\pm 21.14$	$\omega_{n7}=25.84\text{ rad/s}=4.11\text{ Hz}$	$\omega_{n7}=4.11\text{ Hz}$

Tabela 5.2.4 – Frequências naturais e autovalores para sistema passivo

Movimento	Autovalores	Frequência natural	Pressão reduzida
Vertical do veículo	$\lambda_{1,2}=-1.66\pm 7.22i$	$\omega_{n1}=7.41\text{ rad/s}=1.17\text{ Hz}$	$\omega_{n1}=1.17\text{ Hz}$
Vertical da roda A	$\lambda_{3,4}=-8.33\pm 58.07i$	$\omega_{n2}=58.66\text{ rad/s}=9.33\text{ Hz}$	$\omega_{n2}=9.33\text{ Hz}$
Vertical da roda B	$\lambda_{5,6}=-8.33\pm 58.07i$	$\omega_{n3}=58.66\text{ rad/s}=9.33\text{ Hz}$	$\omega_{n3}=6.71\text{ Hz}$
Vertical da roda C	$\lambda_{7,8}=-8.33\pm 58.07i$	$\omega_{n4}=58.66\text{ rad/s}=9.33\text{ Hz}$	$\omega_{n4}=6.71\text{ Hz}$
Vertical da roda D	$\lambda_{9,10}=-8.33\pm 58.07i$	$\omega_{n5}=58.66\text{ rad/s}=9.33\text{ Hz}$	$\omega_{n5}=9.33\text{ Hz}$
Rotacional transversal	$\lambda_{11,12}=-1.94\pm 7.77i$	$\omega_{n6}=8.02\text{ rad/s}=1.27\text{ Hz}$	$\omega_{n6}=1.27\text{ Hz}$
Rotacional longitudinal	$\lambda_{13,14}=-2.78\pm 9.16i$	$\omega_{n7}=9.58\text{ rad/s}=1.52\text{ Hz}$	$\omega_{n7}=1.52\text{ Hz}$

Inicialmente identificamos os coeficientes de rigidez e amortecimento por meio das matrizes obtidas em (4.4.2-4.4.4) e (4.5.9-4.5.11) e aplica-se respectivamente a um sistema de suspensão passivo e outro ativo, utilizando-se como fonte de excitação em deslocamento um sinal obtido por síntese de sinais periódicos (Schroeder, 1970), o qual representa a excitação oriunda da interação solo-estrutura.

O processo para simulação inicia-se com a seqüência descrita abaixo (Oliveira, 1997):

- 1) Cálculo dos autovalores do sistema
- 2) Identificação da maior freqüência natural;
- 3) Definição de um número fixo para o fator de busca. $[f_b \geq 2.0]$;
- 4) Definição de um número de pontos $[N = 256 \text{ amostras}]$;
- 5) Determinação do intervalo de tempo de discretização a partir da relação dada por $[D_T = \frac{2.\pi.NPI}{N.\omega_{\max}.f_b}]$, onde $NPI = N / 2 - 1$;
- 6) Determinação da freqüência fundamental de excitação $[\omega_0 = 2.\pi / N.D_T]$;
- 7) O sinal é gerado a partir da freqüência fundamental calculada no item 6.

Antes de mostrar as curvas de resposta em freqüência, é mostrado o perfil da excitação em deslocamento devido ao terreno e seu respectivo espectro. Isto equivale a excitar o sistema injetando simultaneamente 256 sinais cossenoidais com $N / 2 - 1$ componentes harmônicas associados a cada sinal no tempo.

Tabela 5.2.5 – Parâmetros para geração do sinal de excitação

	Ativo $\epsilon=1$	Ativo $\epsilon=10$	Passivo
N	256 pontos	256 pontos	256 pontos
NPI	127	127	127
f_b	2.5	2.5	2.5
ω_{\max}	9 Hz	11.43 Hz	9.33 Hz
Dt	0.0223 segundos	0.0170 segundos	0.0214 segundos

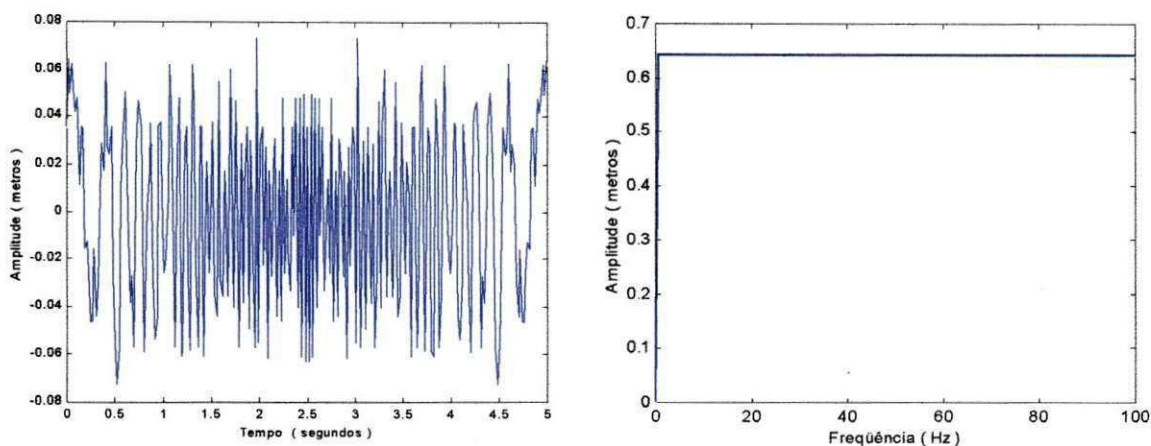


Figura 5.2.1 – (a) Sinal sintetizado no tempo (b) Sinal sintetizado em frequência

Como pode ser observado na figura (5.2.1-b), a transformada de Fourier discreta (TFD) da excitação em deslocamento, possui um espectro plano caracterizando um perfil de estrada como sendo aleatoriamente puro.

Serão realizadas simulações em cinco situações diferentes, obtendo resultados para carroceria do veículo nos movimentos vertical, longitudinal e transversal, para as rodas e suspensão, e por fim é interessante verificar os movimentos no local do motorista (assento). Neste último caso serão obtidos os resultados dos deslocamentos e acelerações verticais para o modelo passivo, respectivamente mostrada nas equações:

$$z_{dap}(t) = z(t) - 0.2\alpha\theta(t) + 0.5d\varphi(t) \quad (5.2.1)$$

$$z_{aap}(\omega) = \omega^2 \cdot (Z(\omega) - 0.2\alpha\theta(\omega) + 0.5d\varphi(\omega)) \quad (5.2.2)$$

onde $z(t)$, $\theta(t)$, $\varphi(t)$ são obtidos respectivamente nas equações (4.4.8), (4.4.9) e (4.4.10), enquanto que $Z(\omega)$, $\theta(\omega)$, $\varphi(\omega)$ são obtidos na equação matricial (4.4.15).

Para o modelo ativo o procedimento é o mesmo, onde os deslocamentos e acelerações verticais são obtidas respectivamente pelas equações (5.2.3) e (5.2.4).

$$z_{daa}(t) = z(t) - 0.2\alpha\theta(t) + 0.5d\varphi(t) \quad (5.2.3)$$

$$z_{aaa}(\omega) = \omega^2 \cdot (Z(\omega) - 0.2\alpha\theta(\omega) + 0.5d\varphi(\omega)) \quad (5.2.4)$$

onde $z(t)$, $\theta(t)$, $\varphi(t)$ são obtidos respectivamente nas equações (4.5.12), (4.5.13) e (4.5.14), enquanto que $Z(\omega)$, $\theta(\omega)$, $\varphi(\omega)$ são obtidos na equação matricial (4.5.19).

Sendo assim, o veículo é excitado nas quatro rodas utilizando um fator de filtragem $\epsilon=1.0$, e em seguida a excitação procedeu com um fator de filtragem $\epsilon=10$ para uma calibração normal de pneus e para dois pneus com pressão reduzida. Finalmente, o veículo é excitado apenas nas rodas traseiras e em seguida apenas nas rodas do lado direito, ambos com valor $\epsilon=10$.

Portanto, ao excitar o sistema com um sinal modelado a partir de síntese de sinais periódicos, dados pela equação (4.2.2), pode-se efetivamente excitar todos os modos de vibração do sistema veicular.

Para obtenção das curvas de resposta em frequência, foi decodificado um programa no ambiente Matlab for Windows – Versão 5.3.1 para analisar as vibrações do veículo, roda e suspensão.

5.3 Resultados para $\epsilon=1.0$ com excitação nas quatro rodas

Os resultados apresentados na figura (5.3.1) se referem aos deslocamentos verticais do veículo no tempo bem como, o espectro de resposta em frequência. Comparando o espectro do sistema de suspensão automotiva convencional (passivo) com o sistema do tipo ativo, observa-se que os deslocamentos verticais para o veículo são sensivelmente reduzidos no modelo ativo. Uma exceção nas amplitudes ocorre quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural da roda (9 Hz), onde pode-se observar que, neste ponto, os modelos passivo e ativo se comportam da mesma forma.

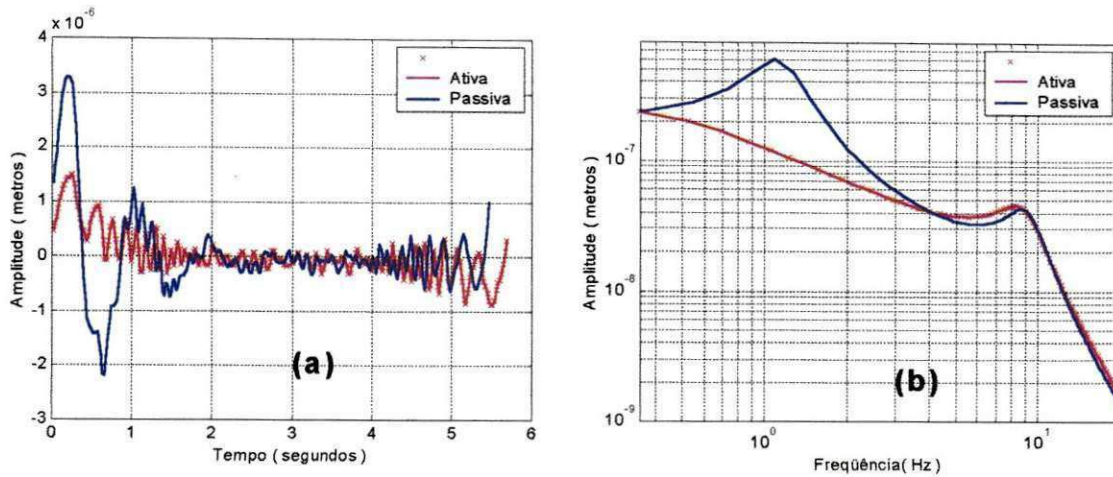


Figura 5.3.1 – Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$.

Para os deslocamentos verticais da roda (z_A), mostrados na figura (5.3.2), verifica-se que as amplitudes do espectro do sistema ativo são um pouco maiores que as amplitudes de deslocamento sistema passivo. Isto significa que um sistema de suspensão ativa utilizando um filtro passa baixa ($\epsilon=1$), apresenta deslocamentos verticais da roda bem maiores para não repassar a vibração para a carroceria do veículo.

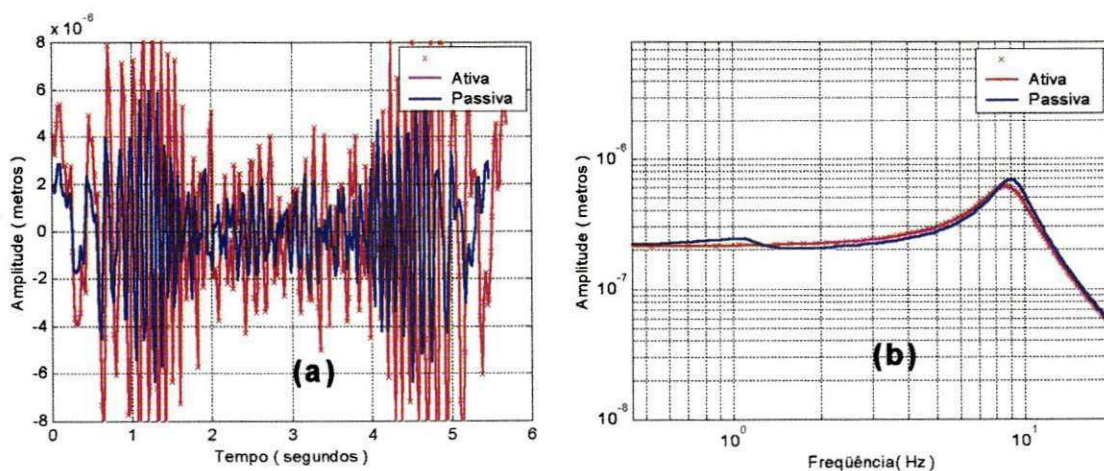


Figura 5.3.2 – Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$.

Os deslocamentos da suspensão são determinados pela diferença entre os deslocamentos da roda e os deslocamentos verticais do veículo. Quando comparados os resultados no tempo das figuras (5.3.2) e (5.3.3), percebe-se que a suspensão apresenta

resultados menores que o deslocamento das rodas, fato este devido aos deslocamentos verticais do veículo serem subtraídos dos deslocamentos verticais da roda. No espectro de frequência da suspensão (figura 5.3.3-b), verifica-se a presença das frequências naturais das rodas (9 Hz) e da carroceria do veículo (1.2 Hz).

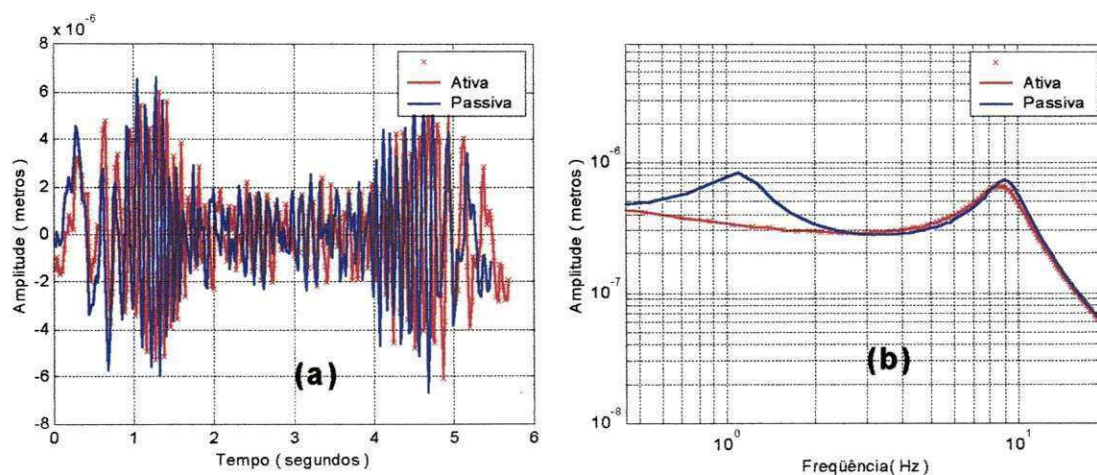


Figura 5.3.3 – Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=1.0$.

O resultado das rotações transversais ilustrados na figura (5.3.4) foi o esperado para os dois modelos, pois com a excitação nas quatro rodas combinado com uma pequena diferença entre os valores de a e b provoca um equilíbrio nas quatro porções do veículo.

Caso as distâncias a e b apresentassem os mesmos valores, as rotações transversais seriam bem menores. Percebe-se, então, que as rotações transversais apresentariam maiores valores se o veículo fosse excitado apenas nas rodas traseiras ou dianteiras.

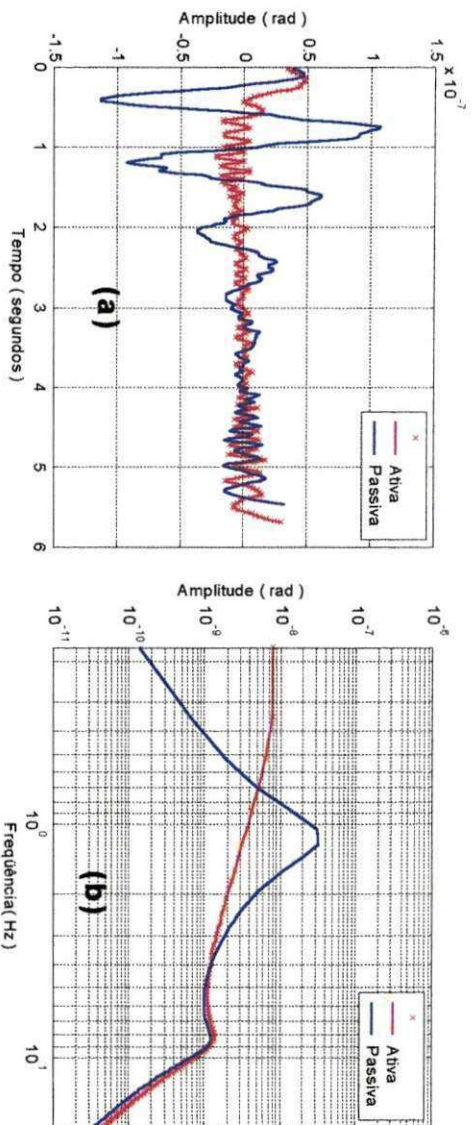


Figura 5.3.4 – Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$.

As rotações longitudinais mostradas na figura (5.3.5) apresentam valores bem próximos a zero, devido a dois motivos: o primeiro se refere à excitação do veículo que é aplicado igualmente nas quatro rodas em termos de amplitude e frequência. Isto resulta em um equilíbrio de forças nos lados esquerdo e direito do veículo. O segundo motivo é devido a distância entre as laterais e o centro de massa do veículo (d). Caso estas distâncias apresentassem valores diferentes, as amplitudes de rotação longitudinal seriam maiores.

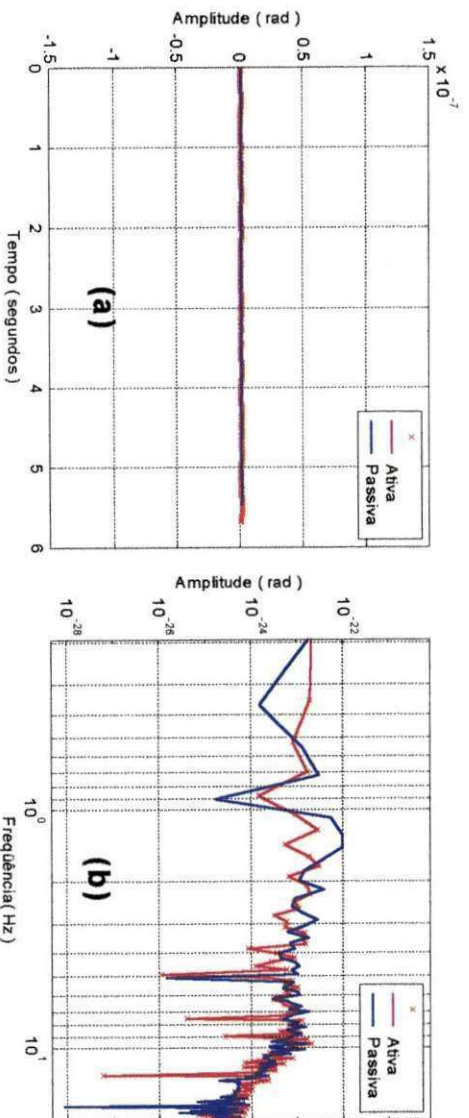


Figura 5.3.5 – Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$.

Um outro ponto que merece destaque se refere ao comportamento do local do motorista do veículo, pois devem ser analisados os deslocamentos e acelerações verticais que o condutor estará submetido. Foi considerado que a localização do motorista encontra-se a $0,2.a$ e $0,6.d$ do centro de massa do veículo. Baseado nas informações anteriores pode-se concluir que o motorista estará submetido principalmente aos deslocamentos verticais do veículo, visto que os deslocamentos oriundos das rotações transversais e longitudinais são mínimos nestas condições de simulação. Desta forma, os gráficos da figura (5.3.6-a) se assemelham bastante aos gráficos referente ao veículo, conforme figura (5.3.1-a). Quando se procura o nível de conforto em um veículo, sempre são tomados como referencia as acelerações a que o mesmo está submetido. Desta maneira, no local do assento para o modelo ativo e nas condições simuladas, verifica-se que as acelerações verticais são menores ou iguais ao modelo passivo, dependendo da frequência de vibração, conforme mostrado na Figura (5.3.6-b).

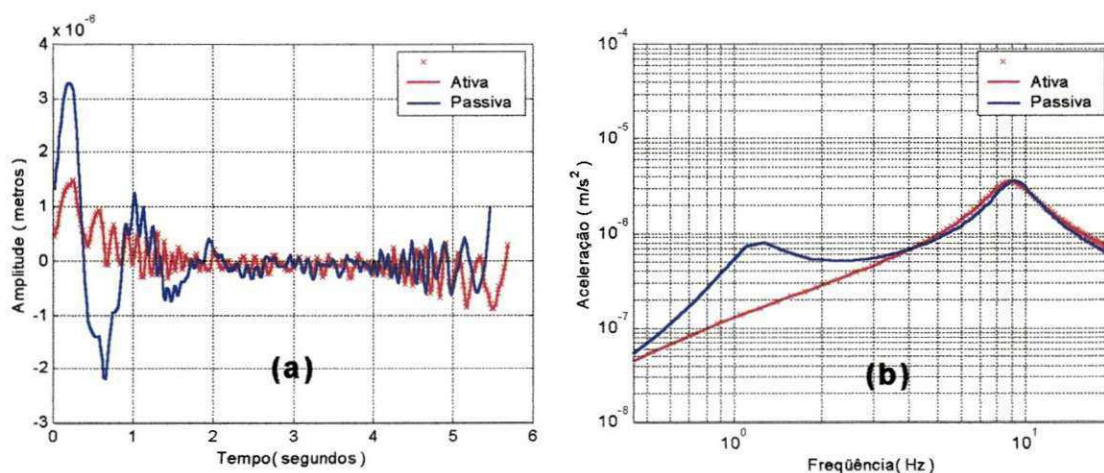


Figura 5.3.6 – Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=1.0$.

5.4 Resultados para $\epsilon=10$ com excitação nas quatro rodas

Novamente, o veículo foi excitado nas quatro rodas, agora considerando que o sistema de suspensão ativa é dotado de um filtro de sinais do tipo passa alta, ou seja, as componentes de baixa frequência são rejeitadas. Verifica-se nesta situação que os resultados gráficos para o veículo já apresentam uma mudança nas amplitudes de deslocamento e vibração. Observa-se que a partir de 2 Hz o modelo ativo apresenta maiores deslocamentos e mantendo-se assim ate

Como era de se esperar, as amplitudes nos gráficos obtidos no tempo e frequência para a suspensão, conforme mostrado na figura (5.4.3), se aproximam bastante dos resultados das rodas, tanto para o modelo passivo como o modelo ativo. Isto acontece porque, por definição, o deslocamento da suspensão é o resultado da diferença entre os deslocamentos da roda e os deslocamentos do veículo. Como os deslocamentos deste último são bem pequenos, o resultado se aproxima dos resultados das rodas.

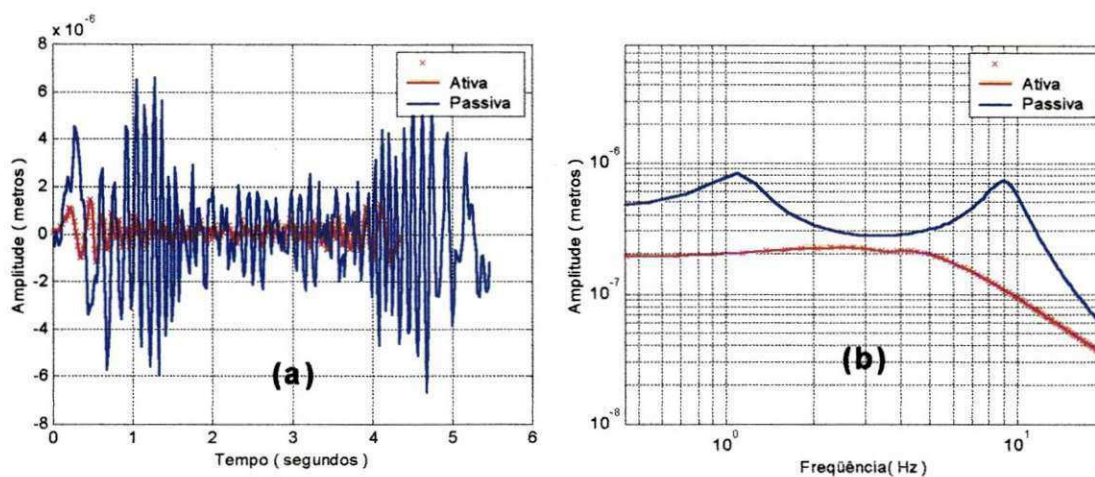


Figura 5.4.3 – Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=10$.

Em contra partida, as rotações transversais para $\varepsilon=10$, nos mostram que o modelo ativo apresenta-se com maiores amplitudes após a frequência de 2 Hz comparadas com o modelo passivo, como mostra a figura (5.4.4). No entanto, quando os modelos em estudo são excitados em sua respectiva frequência natural, observa-se que o modelo ativo apresenta menores amplitudes (3.18 Hz) quando comparadas com o modelo passivo (1.27 Hz).

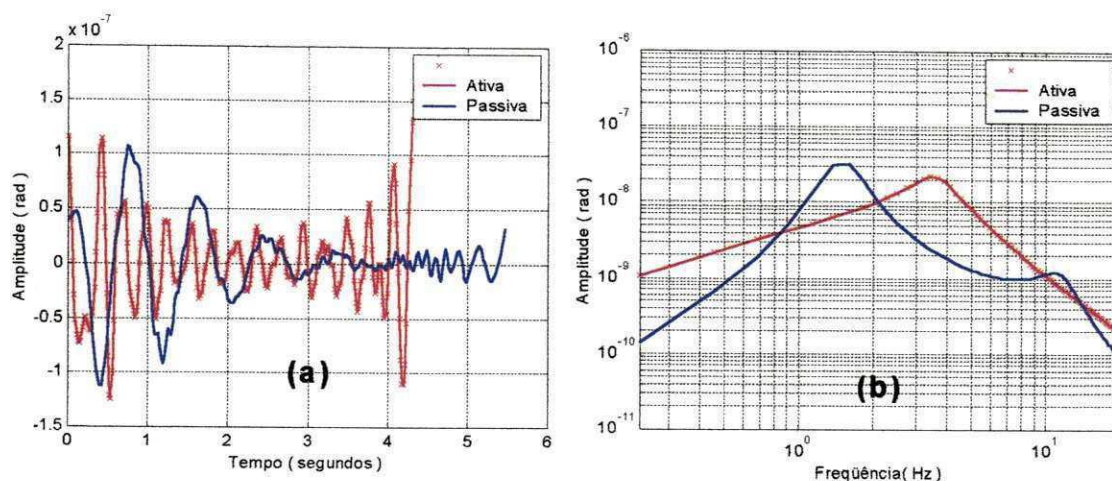


Figura 5.4.4 – Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=10$.

A rotações longitudinais mostradas na figura (5.4.5) também apresentam os mesmos resultados semelhantes quando foi utilizado um valor $\varepsilon=1.0$. Isto acontece para os dois modelos devido a um único motivo: a excitação foi aplicada igualmente aos quatro pneus em termos de amplitude e fase, aliado ao centro de massa que está localizado na metade da largura do veículo. Isto gera um equilíbrio de forças nas laterais dos dois modelos.

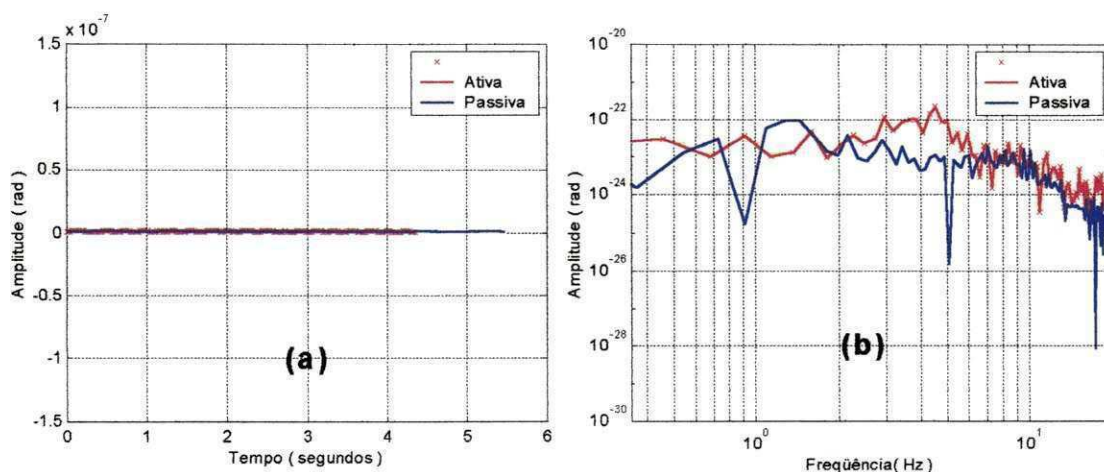


Figura 5.4.5 – Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\varepsilon=10$.

Novamente os gráficos apresentados na figura (5.4.1-a) se assemelham aos gráficos da figura (5.4.6-a) no ponto que se localiza o condutor do automóvel. Chega-se novamente a mesma conclusão, que os movimentos verticais neste ponto são quase na sua totalidade

originados do movimento vertical do veículo, e as rotações transversais e longitudinais pouco influenciam no resultado, nestas condições de excitação. Com relação às acelerações verticais, podemos observar um aumento das mesmas quando utilizamos $\epsilon=10$, como mostra na figura (5.4.6-b), se comparados com os determinados para $\epsilon=1$.

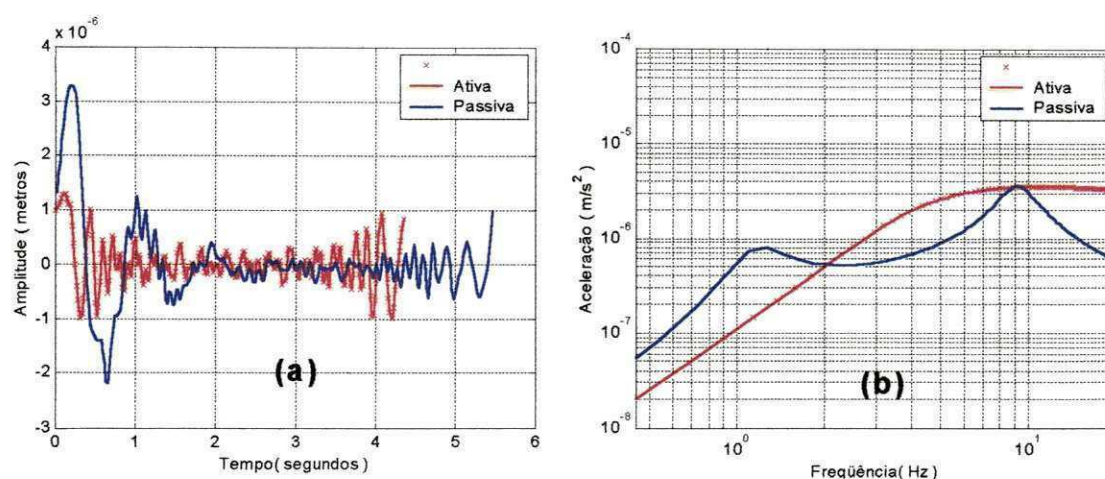


Figura 5.4.6 – Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas e $\epsilon=10$.

5.5 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Rodas Traseiras

Para verificar o comportamento dinâmico do veículo é interessante excita-lo de outras formas. Desta maneira é inserido um sinal em cada roda traseira, deixando as demais sem excitação direta. Também foi adotado um fator de filtragem $\epsilon=10$.

Comparando os primeiros resultados obtidos, como mostrado na figura (5.5.1), verifica-se que os deslocamentos verticais da carroceria continuam com o mesmo aspecto que os anteriores, ou seja, a suspensão ativa apresenta menores valores para os deslocamentos verticais da carroceria. Uma ressalva se faz no tocante às amplitudes que se apresentaram reduzidas à metade tanto no tempo como na frequência para ambos modelos, comparadas com excitação nas quatro rodas. Isto se deve também a redução do nível do sinal, ou seja, antes a excitação acontecia em quatro rodas e agora em apenas duas.

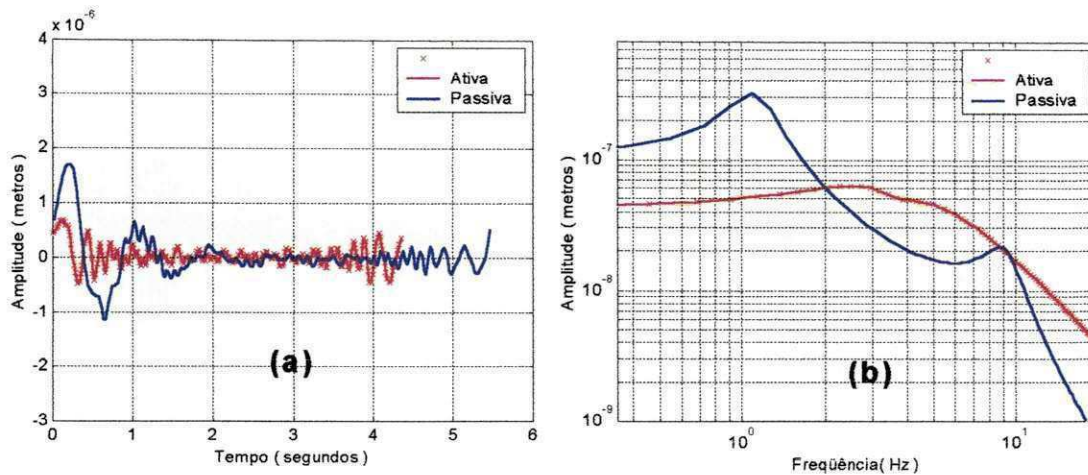


Figura 5.5.1 – Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$.

O resultado para as rodas na Fig. (5.5.2), e para suspensão na Fig. (5.5.3), em termos de amplitudes no tempo e frequência continuam os mesmos, o que já era esperado.

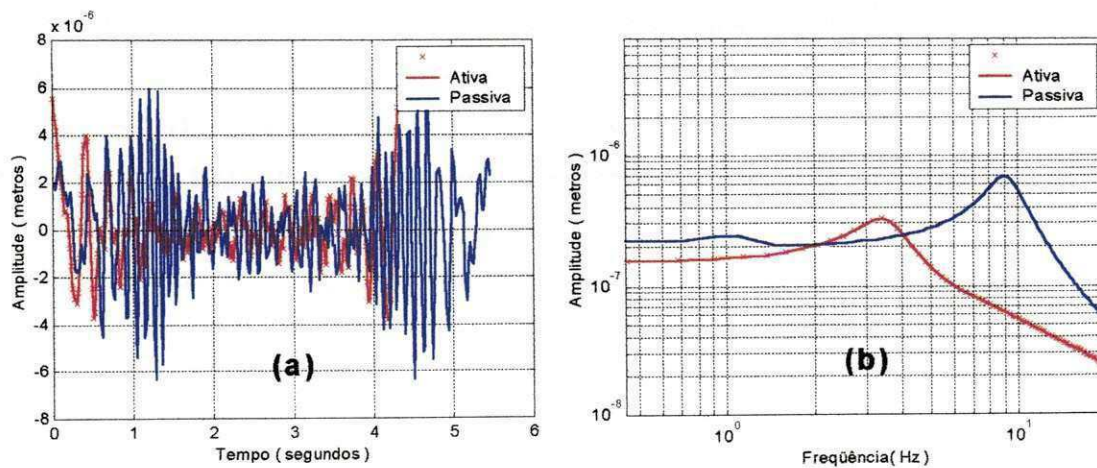


Figura 5.5.2 – Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$.

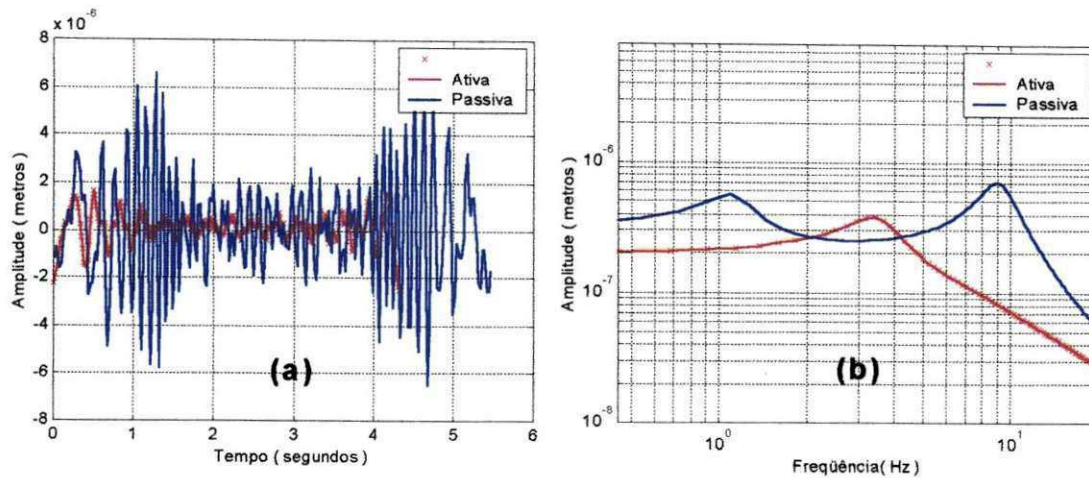


Figura 5.5.3 – Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$.

As rotações transversais para excitação nas rodas traseiras (figura(5.5.4)) apresentam valores bem maiores no domínio do tempo e da frequência, quando comparados com excitação nas quatro rodas (figura(5.4.4)). Isto acontece devido a diferença de forças entre as rodas dianteiras e traseiras, provocando rotações no eixo transversal ao veículo. Observa-se ainda que nesta situação a suspensão ativa possui maiores amplitudes em sua frequência natural (3.44 Hz) quando comparados ao modelo passivo em sua frequência natural de excitação (1.27 Hz). Isto pode não representar um desconforto para os passageiros, pois se trata de pequenos deslocamentos rotacionais. No entanto pode-se afirmar que nestas condições de simulação o modelo ativo apresenta um resultado no mínimo indesejável.

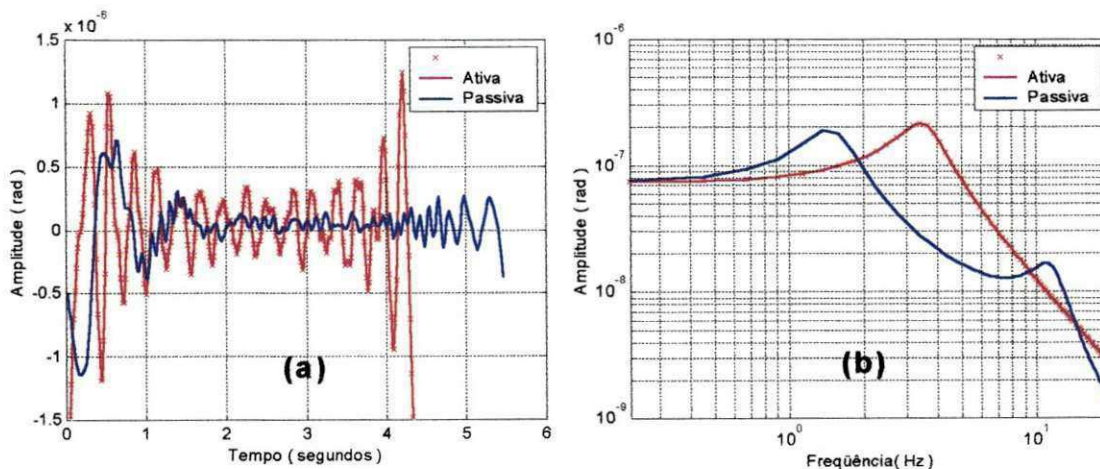


Figura 5.5.4 – Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$.

As rotações longitudinais mostradas na figura (5.5.5) continuam sem alteração, tendo em vista que os sinais, agora aplicados nas rodas traseiras, são de mesma amplitude estão em fase e vibram na mesma frequência. Desta forma há um equilíbrio de forças entre o lado direito e esquerdo do veículo.

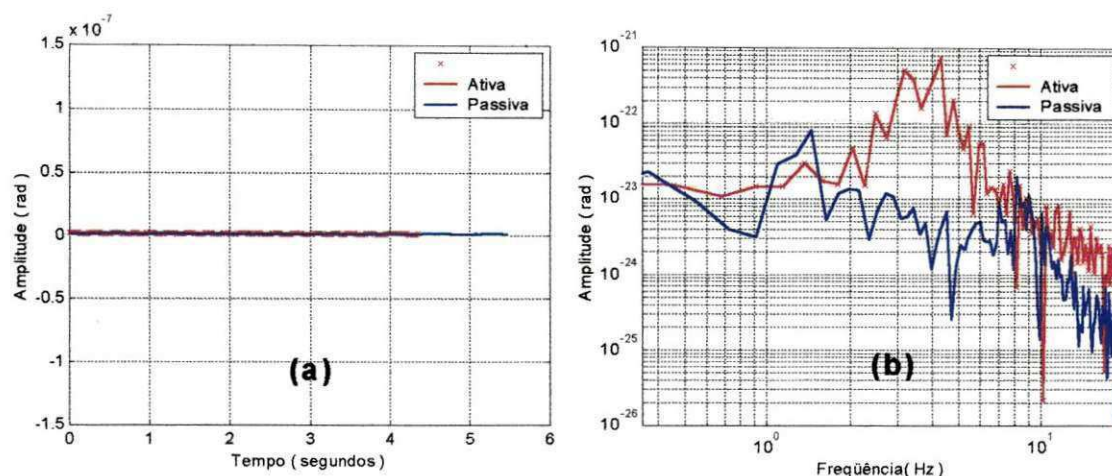


Figura 5.5.5 – Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$.

Os resultados para o assento do motorista mostrados na figura (5.5.6) apresentam uma alteração quando comparados com os resultados anteriores exibidos na figura (5.4.6). Na situação anterior, o veículo está sendo excitado com uma força duas vezes maior (excitação nas quatro rodas) que a nova simulação (excitação nas rodas traseiras). Desta forma, os deslocamentos verticais do assento deveriam ser reduzidos a metade, porém estes deslocamentos são influenciados pelos movimentos longitudinais e transversais, sendo que este último para esta situação apresenta deslocamentos bem maiores. Desta forma, os deslocamentos e acelerações verticais no assento não representam 50% dos resultados anteriores, mas sim um valor de 63%.

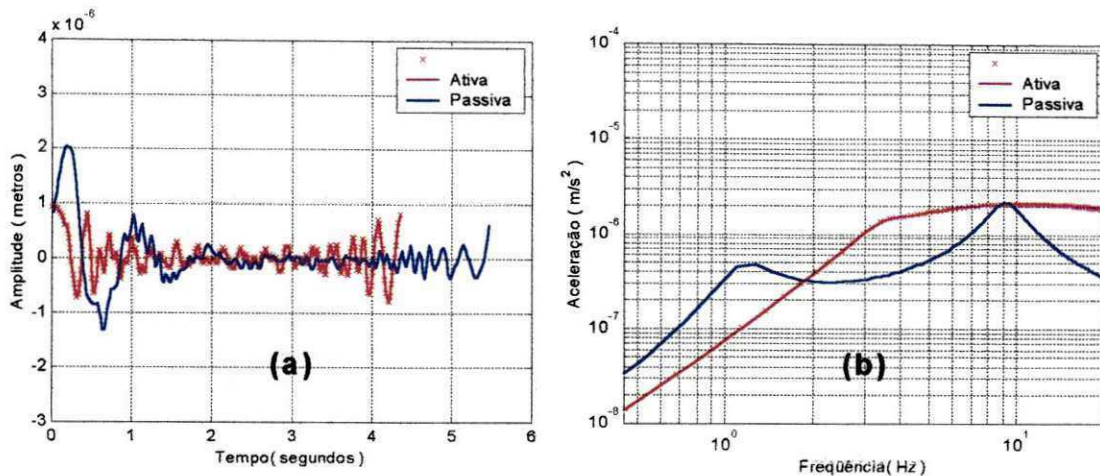


Figura 5.5.6 – Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas traseiras e $\epsilon=10$.

5.6 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Rodas Laterais

Depois de excitadas as rodas traseiras, agora é interessante verificar o comportamento dinâmico com excitação nas rodas do lado direito do veículo.

Obtidos os primeiros resultados mostrados nas figuras (5.6.1-a) e (5.6.1-b), pode-se constatar que o comportamento dinâmico do veículo não foi alterado se comparados com a excitação nas rodas traseiras. É um resultado compreensível tendo em vista que estão sendo aplicadas forças de mesma intensidade, sentido e direção, mudando apenas o ponto de aplicação.

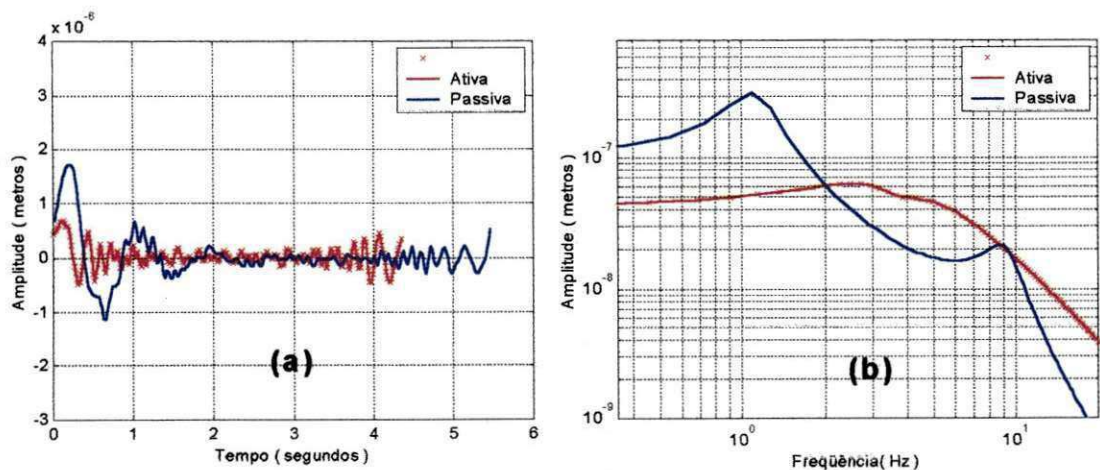


Figura 5.6.1 – Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$.

As figuras (5.6.2) e (5.6.3) também são idênticas às situações anteriores, ou seja, os deslocamentos da roda acompanham o sinal de excitação, sendo que a ativa acontece com amplitudes menores. E os deslocamentos da suspensão tanto para o modelo ativo como o passivo apresentam resultados idênticos aos da roda pelo fato dos deslocamentos do veículo serem pequenos como já comentado anteriormente.

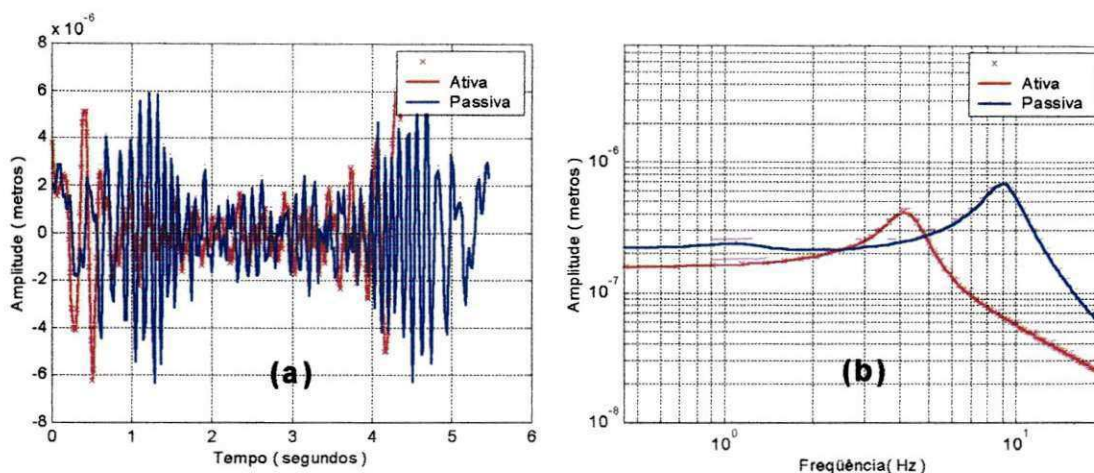


Figura 5.6.2 – Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$.

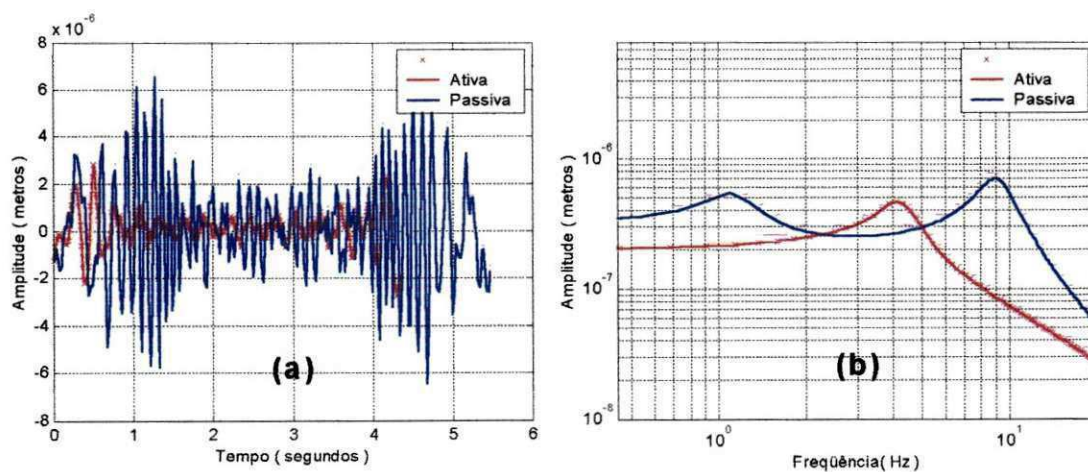


Figura 5.6.3 – Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$.

As rotações transversais mostradas na figura (5.6.4) apresentam resultados idênticos àqueles obtidos quando o veículo é excitado nas quatro rodas, conforme figura (5.5.4). O fato

ocorre devido ao equilíbrio de forças entre a frente do veículo e sua traseira. No entanto, estas rotações podem ser reduzidas se os valores de a e b se aproximarem também.

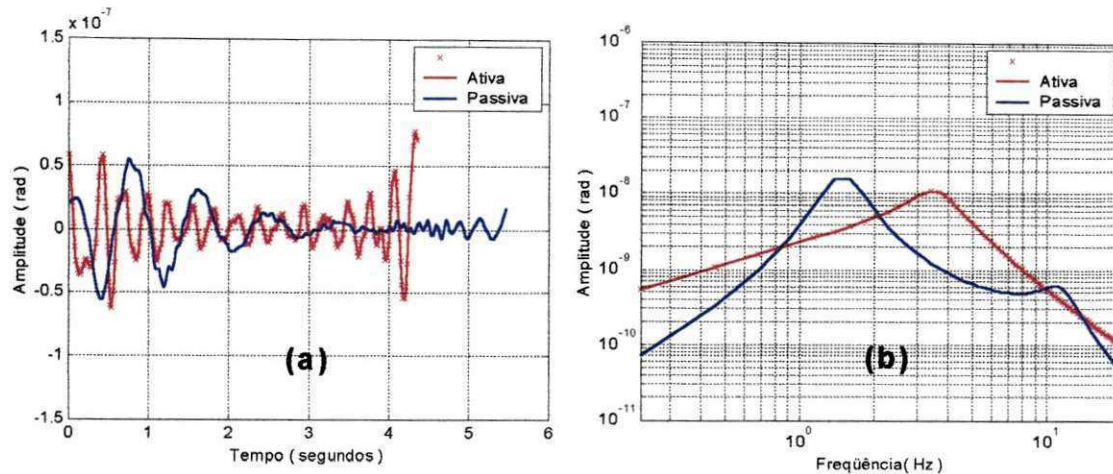


Figura 5.6.4 – Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas rodas laterais e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\varepsilon=10$.

A Fig. (5.6.5) representa os movimentos longitudinais para excitação nas rodas do lado direito. Observa-se que estes gráficos apresentam maiores amplitudes quando comparadas com as outras situações de rotação longitudinal. Isto acontece devido a um desequilíbrio de forças entre as laterais direita e esquerda. Enquanto a lateral direita é excitada, a esquerda não recebe excitação provocando desta forma rotações longitudinais bem maiores que os outros casos, como excitação nas rodas traseiras ou nas quatro rodas.

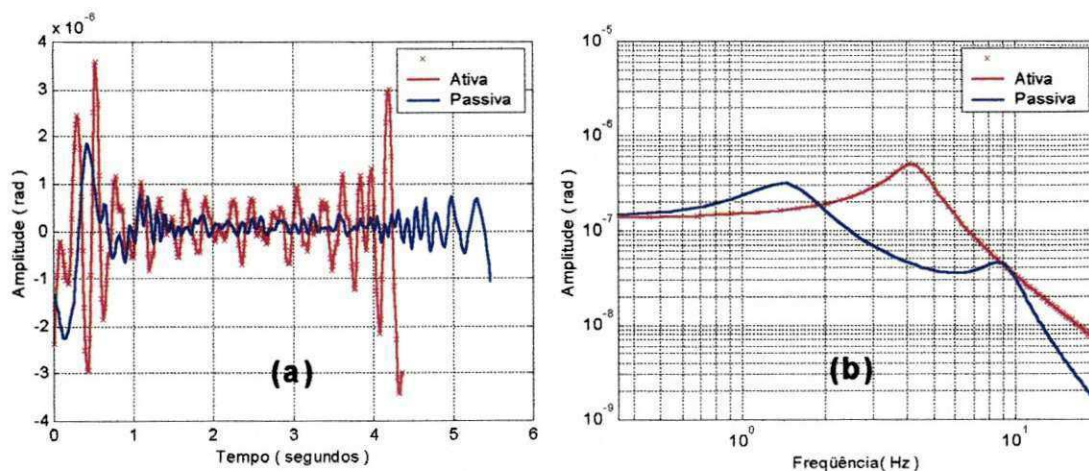


Figura 5.6.5 – Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas rodas laterais e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\varepsilon=10$.

Os resultados para o movimento vertical do assento novamente são alterados, agora devido ao aumento das rotações longitudinais. A análise é idêntica à realizada na figura (5.5.6), mudando apenas o aumento das componentes verticais das rotações longitudinais. Desta forma, os deslocamentos verticais no assento não representam 50% dos deslocamentos verificados com excitação nas quatro rodas, mas sim 83%, conforme mostrado nas figuras (5.6.6-a) e (5.6.6-b).

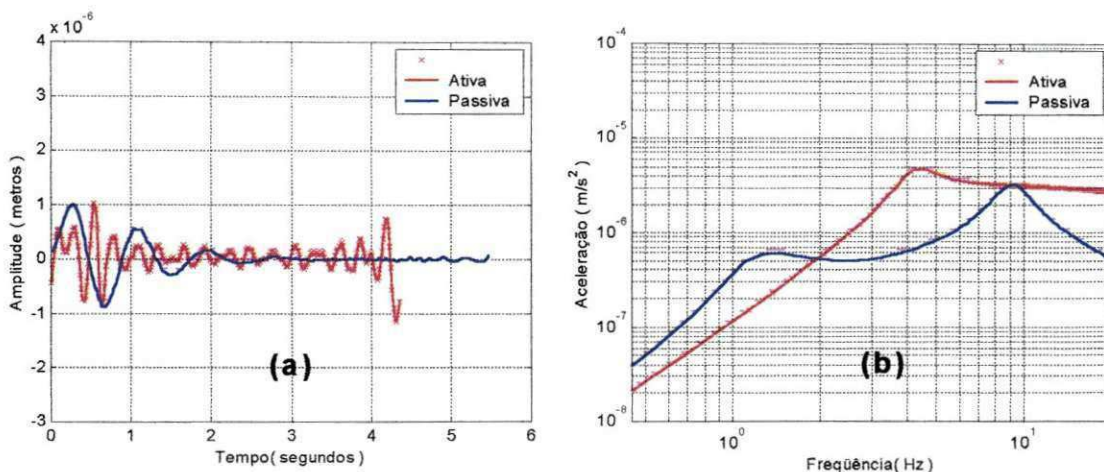


Figura 5.6.6 – Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas rodas laterais e $\epsilon=10$.

5.7 Resultados para $\epsilon=10$ com Excitação nas Quatro Rodas com Pressão Reduzida nos Pneus

Para finalizar, obteve-se resultados com excitação nos quatro pneus, sendo que dois deles tiveram a pressão interna reduzida. Isto nos leva a entender que o coeficiente de rigidez destes pneus também foi reduzido. No momento o objetivo não é estabelecer uma relação numérica entre a rigidez do pneu e a pressão interna. É verificado inicialmente que os deslocamentos verticais do veículo apresentam um pequeno aumento no modelo passivo. Na suspensão ativa não foi verificado nenhum aumento visível, mostrando novamente a eficiência do sistema para esta situação.

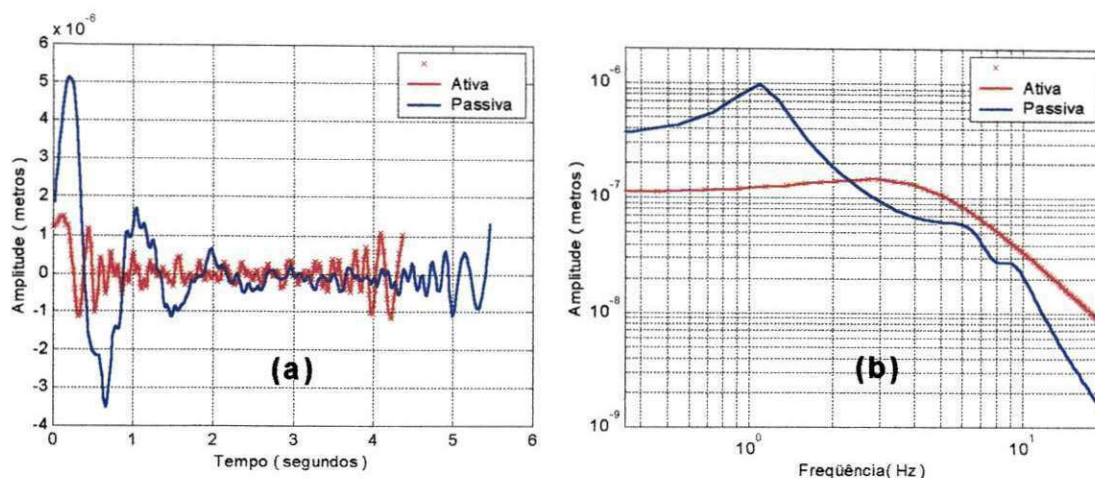


Figura 5.7.1 – Carroceria: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$

Os resultados obtidos para as rodas e os deslocamentos da suspensão apresentaram uma pequena alteração, nos levando a entender que este tipo de situação reduz o trabalho dinâmico de ambos, conforme figuras (5.7.2) e (5.7.3).

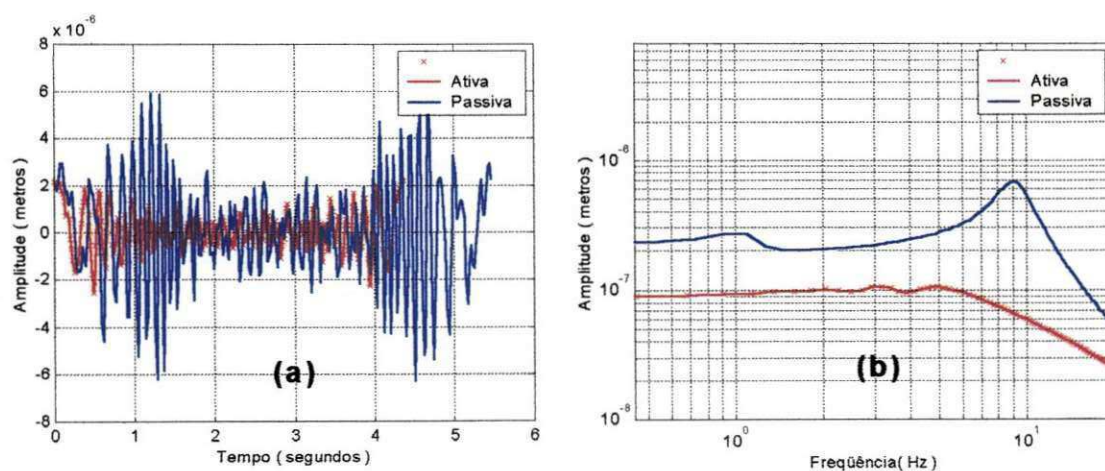


Figura 5.7.2 – Rodas: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$

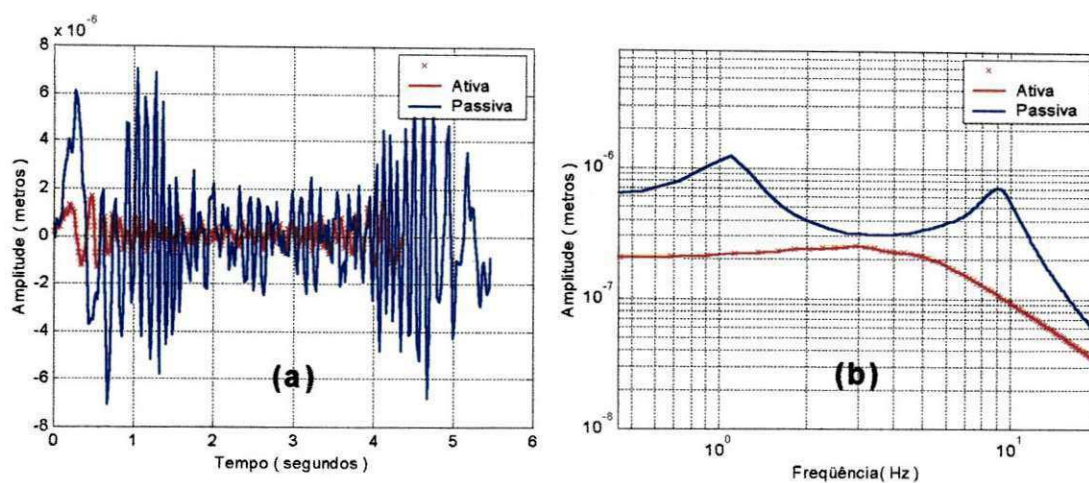


Figura 5.7.3 – Suspensão: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$

Quando comparadas as figuras (5.7.4-a e 5.7.4-b) e (5.4.4-a e 5.4.4-b), percebe-se uma redução nos movimentos transversais para os dois modelos em estudo. Estes valores interferem diretamente nos movimentos verticais do veículo.

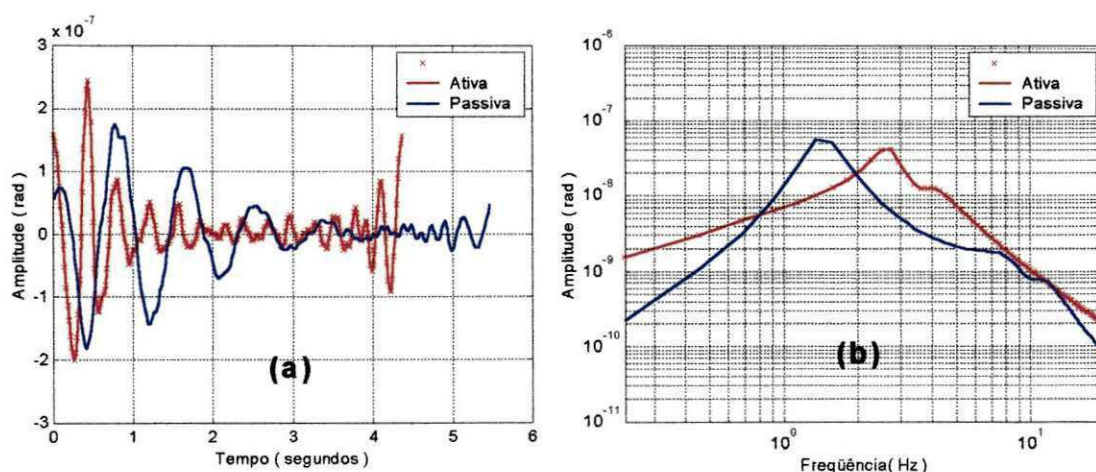


Figura 5.7.4 – Movimento transversal da carroceria: (a) Rotações transversais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\epsilon=10$.

Já com relação aos movimentos longitudinais, percebe-se que há um aumento em suas amplitudes, mesmo que muito reduzidos, conforme indicado na figura (5.7.5). Este aumento, apesar do veículo estar sendo excitado em suas quatro rodas, é provocado como a mudança

dos coeficientes de rigidez dos pneus traseiro/direito e dianteiro/esquerdo, somados com a diferença existente entre os valores de a e b . Estes fatores que resultam em uma não uniformidade de forças na carroceria conforme mostrado na figura (5.7.6). Nesta figura podemos observar uma variação de deslocamentos verticais de menor (azul escuro) para maior (vermelho).

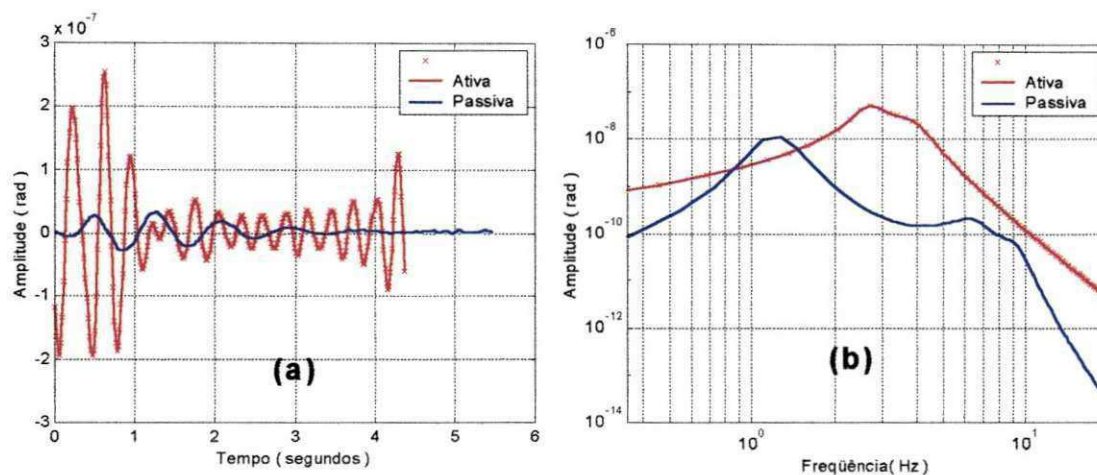


Figura 5.7.5 – Movimento longitudinal da carroceria: (a) Rotações longitudinais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$.

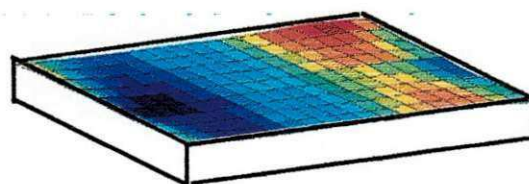


Figura 5.7.6 – Variação dos deslocamentos verticais na carroceria

Finalmente chega-se aos resultados do movimento vertical no local do motorista conforme mostrado na figura (5.7.7), e pode-se perceber que o modelo passivo apresenta maiores deslocamentos verificados no domínio do tempo e frequência. Desta forma, para uma calibração indevida dos pneus, o modelo ativo apresenta um resultado mais desejado.

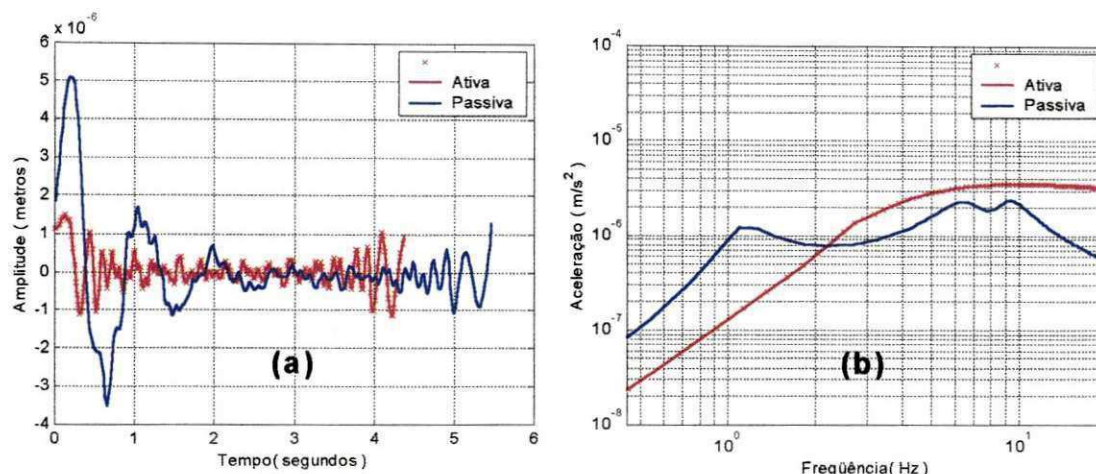


Figura 5.7.7 – Assento: (a) Deslocamentos verticais com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$; (b) Espectro de frequência com excitação nas quatro rodas com pressão reduzida nos pneus e $\varepsilon=10$

A figura (5.7.8) mostra uma relação entre a variação do fator de filtragem e os deslocamentos verticais do veículo e suspensão. A relação também é realizada comparando com as acelerações no assento do motorista. Para construção dos gráficos, foram obtidos os valores máximos no espectro de resposta em frequência respectivamente para os deslocamentos verticais do veículo, suspensão e aceleração no assento do motorista, para uma variação do fator de filtragem ε , de 0.5 a 10. Observa-se na figura (5.7.8-a) que para valores pequenos de ε , o veículo apresenta os menores deslocamentos dentro da faixa de valores de filtragem estimados. No entanto, para os deslocamentos da suspensão, ocorre o oposto.

Na figura (5.7.8-b) observa-se que há uma pequena alteração na aceleração acompanhado do aumento do fator de filtragem. Esta situação é aconselhável, pois o não aumento das acelerações verticais, não permite que as vibrações gerem um certo desconforto. No entanto, mesmo com um fator de filtragem igual a 10, as acelerações verticais são muito baixas quando comparadas à aceleração da gravidade.

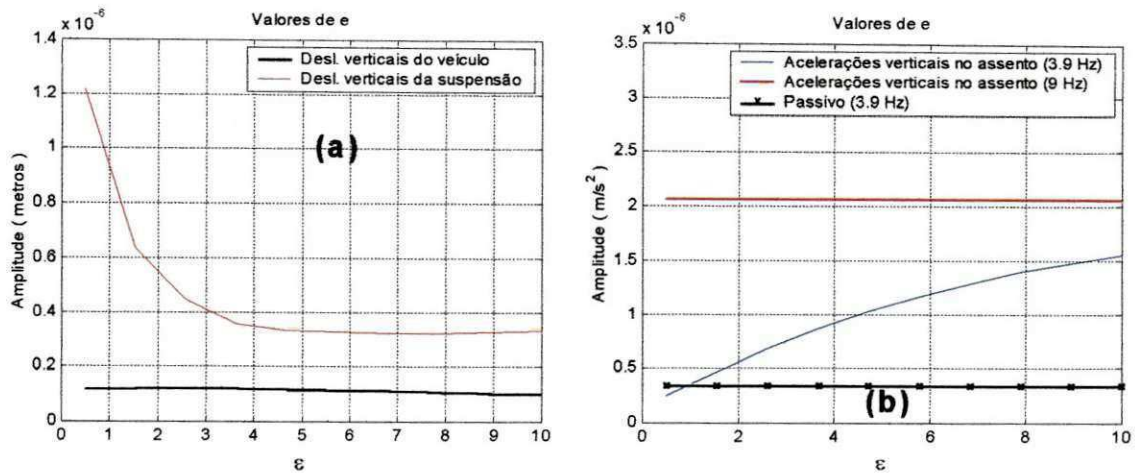


Figura 5.7.8 –Valores de ϵ : (a) Deslocamentos verticais (b) Acelerações verticais

5.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os resultados dos sistemas de suspensão passiva e ativa. Foram verificados os deslocamentos verticais da carroceria, rodas e suspensão, bem como seus respectivos espectros de frequência. Também foram obtidos resultados dos movimentos rotacionais no sentido longitudinal e transversal ao veículo, numa tentativa de adquirir dados mais consistentes a respeito dos sistemas em estudo.

Na análise de conforto veicular, sempre são procuradas respostas em termos de aceleração. Desta forma, também foram adquiridos resultados de deslocamentos verticais e aceleração no assento do motorista, e verificou-se que estas acelerações aumentam com o aumento do fator de filtragem ϵ .

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO GERAL E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

Apresentou-se neste trabalho a formulação matemática de dois sistemas de suspensão veicular, sendo um modelo passivo e outro ativo. Após a formulação matemática para os modelos de suspensão passiva e ativa, ambos com sete graus de liberdade, foram mostrados resultados no domínio do tempo e da frequência. Depois de obtidos e analisados os resultados, chegou-se às seguintes conclusões:

- Os resultados foram obtidos simulando o veículo em cinco situações diferentes, e em todas estas o modelo ativo apresenta menores deslocamentos verticais da carroceria do veículo, para o sinal de excitação utilizado. Estes movimentos apresentavam as maiores amplitudes de acordo com o valor de filtragem. Para $\epsilon=1$ as maiores amplitudes ocorreram em 0.31 Hz e para $\epsilon=10$ em torno dos 3Hz, enquanto que o passivo sempre gira em torno de 1 Hz.

- Os movimentos da suspensão são praticamente idênticos aos movimentos da roda. Lembrando que por definição, os deslocamentos da suspensão são determinados pela diferença entre os movimentos do veículo e os movimentos da roda, fica claro que as vibrações oriundas do perfil da estrada são repassadas ao veículo em grau bem menor de intensidade. No entanto, o valor de ε interfere na quantidade de trabalho da suspensão, isto é, para $\varepsilon=1$ os deslocamentos da suspensão são bem maiores quando $\varepsilon=10$.
- Quando os dois veículos foram excitados nas quatro rodas e nas rodas traseiras, os movimentos longitudinais praticamente não existiram, resultado este já esperado, tendo em vista o equilíbrio dinâmico entre as laterais esquerda e direita. No entanto quando a excitação passou a ser aplicada apenas nas rodas do lado direito, os movimentos de rotação longitudinal apresentaram os maiores valores principalmente no modelo ativo quando a frequência estava em torno dos 4,1 Hz. Porém estes valores não comprometem este tipo de sistema, porque apesar de ocorrer nesta situação os movimentos são imperceptíveis ao ser humano.
- Mesmo com o sinal de excitação aplicado em cada uma das quatro rodas do veículo apresentar mesma amplitude, frequência e estar em fase entre si, os movimentos de rotação transversal apresentaram resultados bem maiores que os movimentos longitudinais, principalmente quando a frequência gira em torno de 3,4 Hz. Esta diferença de resultados é devido à localização do centro de massa, ou em outras palavras, é devido a diferença de valores entre a e b . Se esta diferença caísse para zero, os movimentos transversais seriam minimizados.
- Os movimentos verticais, onde está localizado o motorista, se aproximaram bastante dos movimentos do veículo. Lembrando que o primeiro é formado pela soma dos três movimentos verticais que a carroceria é submetida. Pode-se concluir que a redução dos movimentos de rotação longitudinal e transversal também reduzirá as acelerações verticais do assento do motorista. Observou-se também que as acelerações verticais para o modelo ativo são maiores quando a frequência de excitação ultrapassa o valor de 2Hz, para $\varepsilon=10$, reduzindo desta forma o conforto em comparação ao modelo passivo

- Os veículos dotados de suspensão passiva apresentam maiores amplitudes quando a pressão interna dos pneus for reduzida. No modelo ativo, esta alteração na pressão não influencia nos deslocamentos verticais.
- O fator de filtragem ε modifica os resultados de acordo com seu valor, podendo apresentar melhorias no desempenho ou não. Para $\varepsilon=1$ a suspensão apresenta maiores deslocamentos, que por outro lado este valor melhora o conforto do veículo. Para $\varepsilon=10$ este quadro inverte, ou seja, a suspensão trabalha menos e o conforto é reduzido, onde o valor da aceleração vertical indica o aumento do conforto. Sendo assim, não se pode atribuir um valor fixo para ε que atenda ao conforto e a manutenção da suspensão.

6.2 Sugestões para futuros trabalhos

Apesar deste trabalho apresentar resultados bastante variados em termos de simulação veicular, fica claro que existe um campo enorme de aplicação a depender do ponto de vista de cada pesquisador. Sendo assim é interessante fazer um estudo nos seguintes temas:

- Para verificarmos o comportamento dinâmico nos momentos de frenagem, aceleração e trajetórias em curvas dos dois sistemas, os modelos matemáticos apresentados neste trabalho podem ser tratados como os primeiros passos nesta análise, bastando definir uma modelagem matemática que represente as situações citadas anteriormente, e em seguida a excitação devida no eixo transversal (frenagem e aceleração) e no eixo longitudinal (curvas).
- Apesar do trabalho aqui apresentado estar focalizando os sistemas de suspensão veiculares, isto não invalida a aplicação em outros campos de estudos. Desta forma, é interessante verificar como um sistema ativo de suspensão reagiria se fosse empregado no estudo de fenômenos sísmicos, e mais especificamente em bases de construções civis como casas e edifícios.
- Apesar da existência no mercado de sistemas de suspensão veicular do tipo ativa, isto não implica que outras opções de modelos físicos de mesmas finalidades sejam desprezados. Sendo assim, para efeito de validação dos modelos matemáticos aqui

apresentados, é interessante reproduzir um modelo real deste sistema dinâmico e em seguida, através de uma análise experimental, chegar a conclusões a respeito do modelo matemático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELHALEEM, A. Mansour; CROLLA, D.A. **Analysis and Design of Limited Bandwidth Active Hydropneumatic Vehicle Suspension Systems**. In: AUTOMOTIVE DYNAMICS & STABILITY CONFERENCE, Michigan, United States, 2000.

BASTOW, Donald; HOWARD, Geoffrey. **Car Suspension and Handling** SAE Books, 1993, 378 p.

BONNICK, Allan W. M. **Automotive Computer Controlled Systems**. BUTTERWORTH-HEINEMAN, 2001.

BOSCH, Robert. **Automotive Handbook** SAE Books, 2001.

BOYCE, William; DI PRIMA, Richard C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. Livros Técnicos e Científicos. Rio de Janeiro – 1994.

CAVALLO, Alberto; SETOLA, Roberto; VASCA, Francesco. **Using MATLAB**. Prentice-Hall Europe. London – 1996.

CHONDROS, T.G.; BELOKAS, P.A. **Vehicle Dynamics Simulation and Suspension System Design**. Society of Automotive Engineers, Warrendale, 1997.

COELHO, M.P.;HANSEN, B.L. **Manutenção Mecânica por Análise de Vibrações**. Recife – 1988.

DIXON, Jonh C. **Tires, Suspension and Handling** SAE Books, 1996, 636 p.

GILLESPIE, Thomas D. **Fundamentals of Vehicle Dynamic** SAE Books, 1992, 519 p.

HANSELMAN, Duane; LITTLEFIELD, Bruce. **MATLAB 5 – Versão do Estudante**. Makron Books. São Paulo – 1999.

HASTEY, J.P.; BAUDELET, Jacques. **Optimization on Mac Pherson Suspensions with a Spring**. Society of Automotive Engineers, Inc. Paper 970100, 1997.

HAYKIN, Simon; VEEN, Barry Van. **Sinais e Sistemas**. Bookman. Porto Alegre – 2001.

HROVAT, D. **Optimal Active Suspension Structures for Quarter-Car Vehicle Models**. Automática, vol 26, nº 5, pág 845-860, 1990.

JANEWAY, R. N., **Comprehensive Graph for the Collection of Noise and Vibration Data**. Aviation Medicine Magazine, 1984.

JURGEN, Ronald K. **Automotive Electronics Handbook**. MCGRAW-HILL PROFESSIONal, New York-NY 1994.

KHARUL, R.V.; RANADE, N.S. **Field Measurement of Suspension Parameters Using Strain Measurement Techniques as Applied to Two Wheeler**. Society of Automotive Engineers, Inc. Paper 990095, 1999.

KIENCKE, Uwe / NIELSEN, Lars **Automotive Control Systems: for Engine Driveline and Vehicle** IE-SPRINGER-VERLAG, New York, NY 2000.

LALANE, M, **Mechanical Vibrations for Engineers**. New-York, 1984.

- LIN, Jung-Shan; KANELLAKOPOULOS, Ioannis. **Nonlinear Design of Active Suspensions**. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 34th, New Orleans, United States, 1995.
- LUJAN, Michael Estanislado; HEDRICK, J. Karl. **Passive and Sky-Hook Damping Active Suspension Half-Car Models with Tire Lift-Off**. <<http://www.aad.berkeley.edu/96journal/lujan.html>> disponível em: 10 agosto 2001.
- McCALLION, H. **Vibration of Linear Mechanical Systems**. Longman Group. London, 1973.
- MEIROVITCH, L. **Elements of Vibration Analysis**. Mc Graw-Hill Kogakusha. New York, 1975.
- OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. Prentice-Hall do Brasil. Rio de Janeiro – 1997
- OLIVEIRA, N. V., **Conjunção de um Critério Utilizando o Teorema de Nyquist para Simulação Dinâmica de Sistemas**, XIV COBEM, COB 964, pp 171, Bauru –SP, 1997.
- PEDERIVA, R., **Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo: alguns aspectos práticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1983.
- PRATTICHIZZO, D.; MERCORELLI, P.; BICCHI, A.; VICINO, A.. **Active Suspensions Decoupling by Algebraic Feedback**. In: IEEE MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL AND SYSTEMS, 6th, Sardinia, Italy, 1998.
- RAJAMANI, R.; HEDRICK, J.K. **Adaptive Observers for Active Automotive Suspensions: theory and experiments**. In: TRANS. ON CONTROL SYSTEM TECHNOLOGY, vol 3, n° 1, pag 117-124, 1995.
- SANTIAGO, D. F. A. **Avaliação de Fontes de Perturbações Síncronas e Assíncronas na Obtenção das Respostas em Frequência de Sistemas Dinâmicos Rotativos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) 108 p. Departamento de Engenharia

Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 1999.

SCHROEDER, M. R., **Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Alto-Correlation**. IEEE, Transactions on Information and Theory, pp. 85-89, 1970.

SILVA, J. C. B. **Análise das Vibrações e Identificação Paramétrica em Tratores de Pneus Agrícola**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) 80 p. Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande. 1999.

WALDRON, Kenneth J./ VOHNOUT, Vincent J. **The Adaptive Suspension Vehicle**. Mit Press, Cambridge-MA ,1988.

APENDICE A

LISTAGEM DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%%      PROGRAMA PARA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECANICOS      %%
%%      UTILIZA-SE RESPOSTA EM FREQUENCIA                      %%
%%      SOLUÇÃO EXATA:PROPOSTA DE UM MÉTODO DE RESOLUÇÃO EM 01/01/1998
%%
%%      FORMULATION BY MÉTODO: OLIVEIRA, N.V. "PAPER COB962-CD-COBEM
%%      DEZ/1997"
%%
%%
%%              SETE GRAUS DE LIBERDADE
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%%              SUSPENSÃO ATIVA
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

clear all
close all
tic
%$1=('DEFINIR OU ENTRAR COM OS VALORES DOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ DO
SISTEMA')
Kap=190000;
Kbp=190000;
Kcp=190000;
Kdp=190000;
K=16500;
e=10;
d=0.8;
a=1.4;
b=1.5;
ms=1200;
m=60;
Iyy=2160;
Ixx=460;
K11=-4*ms*e^2;      K12=ms*e^2;      K13=ms*e^2;      K14=ms*e^2;
K15=ms*e^2;      K16=2*ms*(b-a)*e^2;      K17=0;
K21=ms*e^2;      K22=Kap+ms*e^2;      K23=0;      K24=0;      K25=0;
K31=ms*e^2;      K32=0;      K33=Kbp+ms*e^2;      K34=0;      K35=0;
K41=ms*e^2;      K42=0;      K43=0;      K44=Kcp+ms*e^2;      K45=0;
K51=ms*e^2;      K52=0;      K53=0;      K54=0;
K55=Kdp+ms*e^2;      K56=-b*ms*e^2;      K57=-d*ms*e^2;
K61=2*ms*(b-a)*e^2;      K62=a*ms*e^2;      K63=-b*ms*e^2;      K64=a*ms*e^2;      K65=-
b*ms*e^2;      K66=2*ms*(a^2+b^2)*e^2;      K67=0;
K71=0;      K72=d*ms*e^2;      K73=d*ms*e^2;      K74=-d*ms*e^2;      K75=-
d*ms*e^2;      K76=0;      K77=4*ms*(d^2)*e^2;
('DEFINIR OU ENTRAR COM OS VALORES DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO DO
SISTEMA');
C=1000;

```

```

C11=0; C12=-ms*e; C13=-ms*e; C14=-ms*e; C15=-ms*e; C16=2*ms*e*(b-a);
C17=0;
C21=0; C22=e*ms; C23=0; C24=0; C25=0; C26=a*ms*e;
C27=d*ms*e;
C31=0; C32=0; C33=e*ms; C34=0; C35=0; C36=-b*ms*e;
C37=d*ms*e;
C41=0; C42=0; C43=0; C44=e*ms; C45=0; C46=a*ms*e;
C47=-d*ms*e;
C51=0; C52=0; C53=0; C54=0; C55=e*ms; C56=-b*ms*e;
C57=-d*ms*e;
C61=0; C62=a*ms*e; C63=-b*ms*e; C64=a*ms*e; C65=-b*ms*e;
C66=2*ms*e*(a^2+b^2); C67=0;
C71=0; C72=d*ms*e; C73=d*ms*e; C74=-d*ms*e; C75=-d*ms*e; C76=0;
C77=4*ms*e*d^2;
('DEFINIR OU ENTRAR COM OS VALORES DOS COEFICIENTES DE MASSA DO SISTEMA');
M11=ms; M12=0; M13=0; M14=0; M15=0; M16=0; M17=0;
M21=0; M22=m; M23=0; M24=0; M25=0; M26=0; M27=0;
M31=0; M32=0; M33=m; M34=0; M35=0; M36=0; M37=0;
M41=0; M42=0; M43=0; M44=m; M45=0; M46=0; M47=0;
M51=0; M52=0; M53=0; M54=0; M55=m; M56=0; M57=0;
M61=0; M62=0; M63=0; M64=0; M65=0; M66=Iyy; M67=0;
M71=0; M72=0; M73=0; M74=0; M75=0; M76=0; M77=Ixx;
FO=0.04;
MM=[M11 M12 M13 M14 M15 M16 M17;
M21 M22 M23 M24 M25 M26 M27;
M31 M32 M33 M34 M35 M36 M37;
M41 M42 M43 M44 M45 M46 M47;
M51 M52 M53 M54 M55 M56 M57;
M61 M62 M63 M64 M65 M66 M67;
M71 M72 M73 M74 M75 M76 M77];
MA=[C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17;
C21 C22 C23 C24 C25 C26 C27;
C31 C32 C33 C34 C35 C36 C37;
C41 C42 C43 C44 C45 C46 C47;
C51 C52 C53 C54 C55 C56 C57;
C61 C62 C63 C64 C65 C66 C67;
C71 C72 C73 C74 C75 C76 C77];
MR=[K11 K12 K13 K14 K15 K16 K17;
K21 K22 K23 K24 K25 K26 K27;
K31 K32 K33 K34 K35 K36 K37;
K41 K42 K43 K44 K45 K46 K47;
K51 K52 K53 K54 K55 K56 K57;
K61 K62 K63 K64 K65 K66 K67;
K71 K72 K73 K74 K75 K76 K77];
MI=inv(MM);
KK=-MI*MR;
CC=-MI*MA;
('MONTAGEM DA MATRIZ DE ESTADO PARA O CÁLCULO DOS AUTO-VALORES');
ID=eye(7,7);
ZE=zeros(7,7);
ME=[ZE ID;KK CC];
D=eig(ME);
dy=imag(D);%/(2*pi)
Wna=max(dy);
Wnamax=Wna;

```

```

H=MI*MR;
d1=eig(H);
Wn1=sqrt(d1);
Wn=max(Wn1);
Wnmax=Wn;
N=256;
Npi=N/2;
fb=2.5;
Dt=((2*pi)/(N*Wnmax*fb))*Npi;
Wo=2*pi/(N*Dt);
WO=Wo;
%*****
%
%          GERANDO O SINAL DE EXCITAÇÃO E SOLUÇÃO EXATA
%*****
for i=1:N/2-1;
    We(i)=i*Wo;
end;
for n=1:N;
    Xx(n)=0;
    Yy1(n)=0;
    Yy2(n)=0;
    Yy3(n)=0;
    Yy4(n)=0;
    Tt(n)=0;
    Ff(n)=0;
    Yt(n)=0;
    for j=1:(N/2-1),
        fi=(j.^2/N);
        while fi >= 2,
            fi=fi-2;
        end;
        if (fi < 1),
            fi=0;
        end;
        if (fi >= 1),
            fi=1;
        end;
        Bnx=(1-2*fi)*FO; % ***** RUIDO NA EXCITAÇÃO *****
        ii=sqrt(-1);
        Mat=MR-MM*We(j).^2+ii*MA*We(j);
        Matcomplex=Mat;
        %Vet=[Bnx 0 0 0 0 0 0]';%Excitação do veículo
        Vet=[0 Bnx Bnx 0 0 0 0]';%Excitação das rodas direita
        %Vet=[0 0 Bnx 0 0 0 0]';%Excitação da roda dianteira direita
        %Vet=[0 Bnx 0 0 Bnx 0 0]';%Excitação das rodas trazeira direita e
        %          dianteira esquerda
        %Vet=[0 Bnx 0 Bnx 0 0 0]';%Excitação das rodas trazeiras
        %Vet=[0 Bnx Bnx Bnx Bnx 0 0]';%Excitação das 4 rodas

        Xresult=Matcomplex\Vet;
        X(j)=Xresult(1,1);
        Y1(j)=Xresult(2,1);
        Y2(j)=Xresult(3,1);
        Y3(j)=Xresult(4,1);
        Y4(j)=Xresult(5,1);
        TT(j)=Xresult(6,1);
        FF(j)=Xresult(7,1);
    end;
end;

```



```

tetcx(j)=angle(X(j));
tety1(j)=angle(Y1(j));
tety2(j)=angle(Y2(j));
tety3(j)=angle(Y3(j));
tety4(j)=angle(Y4(j));
tettt(j)=angle(TT(j));
tetff(j)=angle(FF(j));

Hx(j)=abs(X(j));
Hy1(j)=abs(Y1(j));
Hy2(j)=abs(Y2(j));
Hy3(j)=abs(Y3(j));
Hy4(j)=abs(Y4(j));
Htt(j)=abs(TT(j));
Hff(j)=abs(FF(j));

Xx(n)=Xx(n)+Hx(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tetcx(j)); %Veículo
Yy1(n)=Yy1(n)+Hy1(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tety1(j)); %Roda traseira direita
Yy2(n)=Yy2(n)+Hy2(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tety2(j)); %Roda dianteira direita
Yy3(n)=Yy3(n)+Hy3(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tety3(j)); %Roda traseira esquerda
Yy4(n)=Yy4(n)+Hy4(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tety4(j)); %Roda dianteira esquerda
Tt(n)=Tt(n)+Htt(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tettt(j)); %Rotação transversal
Ff(n)=Ff(n)+Hff(j)*cos(j*WO*(n-1)*Dt+tetff(j)); %Rotação longitudinal
Yt(n)=Yt(n)+Bnx*cos(j*Wo*(n-1)*Dt);
end;
end;
for jj=1:N,
    t(jj)=jj*Dt;
end;
%*****
% calcula a transformada de Fourier do Sinal de Excitação

for i=1:N,
    Fe(i)=Yt(i);
    W(i)=i*Wo;
end;
Fxx=fft(Fe);
for jj=1:N/2-1,
    Fxt(jj)=Fxx(jj); % Espectro do Sinal de Excitação (Domínio da
Frequência)
    Wx(jj)=W(jj);
end;
%*****
%*****%
for j=1:N/2-1;
    Fr1(j)=real(Fxt(j));
    Fi1(j)=imag(Fxt(j));

    Fr2(j)=real(Fxt(j));
    Fi2(j)=imag(Fxt(j));

    Fr3(j)=real(Fxt(j));
    Fi3(j)=imag(Fxt(j));

    Fr4(j)=real(Fxt(j));
    Fi4(j)=imag(Fxt(j));

```

```

Fr5(j)=real(Fxt(j));
Fi5(j)=imag(Fxt(j));

Fr6(j)=real(Fxt(j));
Fi6(j)=imag(Fxt(j));

Fr7(j)=real(Fxt(j));
Fi7(j)=imag(Fxt(j));
end;
%.....
for j=1:N/2-1,
A11=K11-M11*(j*Wo).^2; A21=C11*(j*Wo);
A12=-C11*(j*Wo); A22=K11-M11*(j*Wo).^2;
A13=K12; A23=C12*(j*Wo);
A14=-C12*(j*Wo); A24=K12;
A15=K13; A25=C13*(j*Wo);
A16=-C13*(j*Wo); A26=K13;
A17=K14; A27=C14*(j*Wo);
A18=-C14*(j*Wo); A28=K14;
A19=K15; A29=C15*(j*Wo);
A110=-C15*(j*Wo); A210=K15;
A111=K16; A211=C16*(j*Wo);
A112=-C16*(j*Wo); A212=K16;
A113=K17; A213=C17*(j*Wo);
A114=-C17*(j*Wo); A214=K17;

A31=K21; A41=C21*(j*Wo);
A32=-C21*(j*Wo); A42=K21;
A33=K22-M22*(j*Wo).^2; A43=C22*(j*Wo);
A34=-C22*(j*Wo); A44=K22-M22*(j*Wo).^2;
A35=K23; A45=C23*(j*Wo);
A36=-C23*(j*Wo); A46=K23;
A37=K24; A47=C24*(j*Wo);
A38=-C24*(j*Wo); A48=K24;
A39=K25; A49=C25*(j*Wo);
A310=-C25*(j*Wo); A410=K25;
A311=K26; A411=C26*(j*Wo);
A312=-C26*(j*Wo); A412=K26;
A313=K27; A413=C27*(j*Wo);
A314=-C27*(j*Wo); A414=K27;

A51=K31; A61=C31*(j*Wo);
A52=-C31*(j*Wo); A62=K31;
A53=K32; A63=C32*(j*Wo);
A54=-C32*(j*Wo); A64=K32;
A55=K33-M33*(j*Wo).^2; A65=C33*(j*Wo);
A56=-C33*(j*Wo); A66=K33-M33*(j*Wo).^2;
A57=K34; A67=C34*(j*Wo);
A58=-C34*(j*Wo); A68=K34;
A59=K35; A69=C35*(j*Wo);
A510=-C35*(j*Wo); A610=K35;
A511=K36; A611=C36*(j*Wo);
A512=-C36*(j*Wo); A612=K36;
A513=K37; A613=C37*(j*Wo);
A514=-C37*(j*Wo); A614=K37;

```

A71=K41;	A81=C41*(j*Wo);
A72=-C41*(j*Wo);	A82=K41;
A73=K42;	A83=C42*(j*Wo);
A74=-C42*(j*Wo);	A84=K42;
A75=K43;	A85=C43*(j*Wo);
A76=-C43*(j*Wo);	A86=K43;
A77=K44-M44*(j*Wo).^2;	A87=C44*(j*Wo);
A78=-C44*(j*Wo);	A88=K44-M44*(j*Wo).^2;
A79=K45;	A89=C45*(j*Wo);
A710=-C45*(j*Wo);	A810=K45;
A711=K46;	A811=C46*(j*Wo);
A712=-C46*(j*Wo);	A812=K46;
A713=K47;	A813=C47*(j*Wo);
A714=-C47*(j*Wo);	A814=K47;
A91=K51;	A101=C51*(j*Wo);
A92=-C51*(j*Wo);	A102=K51;
A93=K52;	A103=C52*(j*Wo);
A94=-C52*(j*Wo);	A104=K52;
A95=K53;	A105=C53*(j*Wo);
A96=-C53*(j*Wo);	A106=K53;
A97=K54;	A107=C54*(j*Wo);
A98=-C54*(j*Wo);	A108=K54;
A99=K55-M55*(j*Wo).^2;	A109=C55*(j*Wo);
A910=-C55*(j*Wo);	A1010=K55-M55*(j*Wo).^2;
A911=K56;	A1011=C56*(j*Wo);
A912=-C56*(j*Wo);	A1012=K56;
A913=K57;	A1013=C57*(j*Wo);
A914=-C57*(j*Wo);	A1014=K57;
A111=K61;	A121=C61*(j*Wo);
A112=-C61*(j*Wo);	A122=K61;
A113=K62;	A123=C62*(j*Wo);
A114=-C62*(j*Wo);	A124=K62;
A115=K63;	A125=C63*(j*Wo);
A116=-C63*(j*Wo);	A126=K63;
A117=K64;	A127=C64*(j*Wo);
A118=-C64*(j*Wo);	A128=K64;
A119=K65;	A129=C65*(j*Wo);
A1110=-C65*(j*Wo);	A1210=K65;
A1111=K66-M66*(j*Wo).^2;	A1211=C66*(j*Wo);
A1112=-C66*(j*Wo);	A1212=K66-M66*(j*Wo).^2;
A1113=K67;	A1213=C67*(j*Wo);
A1114=-C67*(j*Wo);	A1214=K67;
A131=K71;	A141=C71*(j*Wo);
A132=-C71*(j*Wo);	A142=K71;
A133=K72;	A143=C72*(j*Wo);
A134=-C72*(j*Wo);	A144=K72;
A135=K73;	A145=C73*(j*Wo);
A136=-C73*(j*Wo);	A146=K73;
A137=K74;	A147=C74*(j*Wo);
A138=-C74*(j*Wo);	A148=K74;
A139=K75;	A149=C75*(j*Wo);
A1310=-C75*(j*Wo);	A1410=K75;
A1311=K76;	A1411=C76*(j*Wo);
A1312=-C76*(j*Wo);	A1412=K76;

```

A1313=K77-M77*(j*Wo).^2;A1413=C77*(j*Wo);
A1314=-C77*(j*Wo);      A1414=K77-M77*(j*Wo).^2;

```

```

B=[A11 A12 A13 A14 A15 A16 A17 A18 A19 A110 A111 A112 A113 A114;
A21 A22 A23 A24 A25 A26 A27 A28 A29 A210 A211 A212 A213 A214;
A31 A32 A33 A34 A35 A36 A37 A38 A39 A310 A311 A312 A313 A314;
A41 A42 A43 A44 A45 A46 A47 A48 A49 A410 A411 A412 A413 A414;
A51 A52 A53 A54 A55 A56 A57 A58 A59 A510 A511 A512 A513 A514;
A61 A62 A63 A64 A65 A66 A67 A68 A69 A610 A611 A612 A613 A614;
A71 A72 A73 A74 A75 A76 A77 A78 A79 A710 A711 A712 A713 A714;
A81 A82 A83 A84 A85 A86 A87 A88 A89 A810 A811 A812 A813 A814;
A91 A92 A93 A94 A95 A96 A97 A98 A99 A910 A911 A912 A913 A914;
A101 A102 A103 A104 A105 A106 A107 A108 A109 A1010 A1011 A1012 A1013 A1014;
A111 A112 A113 A114 A115 A116 A117 A118 A119 A1110 A1111 A1112 A1113 A1114;
A121 A122 A123 A124 A125 A126 A127 A128 A129 A1210 A1211 A1212 A1213 A1214;
A131 A132 A133 A134 A135 A136 A137 A138 A139 A1310 A1311 A1312 A1313 A1314;
A141 A142 A143 A144 A145 A146 A147 A148 A149 A1410 A1411 A1412 A1413 A1414];

```

```

A=balance(B);

```

```

Fel=[0;0;Fr2(j);Fi2(j);Fr3(j);Fi3(j);0;0;0;0;0;0;0;0];%Excitação das rodas

```

```

[L1,U]=lu(A);

```

```

    Y1=L1\Fel;
    X1=U\Y1;

```

```

    i=1;
    Xr(j)=X1(2*i-1);
    Xi(j)=X1(2*i);
        Y1r(j)=X1(4*i-1);
        Y1i(j)=X1(4*i);
    Y2r(j)=X1(6*i-1);
    Y2i(j)=X1(6*i);
        Y3r(j)=X1(8*i-1);
        Y3i(j)=X1(8*i);
    Y4r(j)=X1(10*i-1);
    Y4i(j)=X1(10*i);
        Tr(j)=X1(12*i-1);
        Ti(j)=X1(12*i);
    Fr(j)=X1(14*i-1);
    Fi(j)=X1(14*i);

```

```

end;

```

```

for j=1:N/2-1;

```

```

    Rd1(j)=sqrt(Xr(j).^2+Xi(j).^2); %Veículo
    Rd2(j)=sqrt(Y1r(j).^2+Y1i(j).^2);%Roda traseira direita
    Rd3(j)=sqrt(Y2r(j).^2+Y2i(j).^2);%Roda dianteira direita
    Rd4(j)=sqrt(Y3r(j).^2+Y3i(j).^2);%Roda traseira esquerda
    Rd5(j)=sqrt(Y4r(j).^2+Y4i(j).^2);%Roda dianteira esquerda
    Rd6(j)=sqrt(Tr(j).^2+Ti(j).^2);%Teta
    Rd7(j)=sqrt(Fr(j).^2+Fi(j).^2);%Fi

```

```

end;

```

```

for j=1:N/2-1;

```

```

    Wx(j)=W(j)/(2*pi);
    Wy(j)=W(j)/(2*pi);
    Wz(j)=W(j)/(2*pi);

```

```

end;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                                SUSPENSÃO PASSIVA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

Kp11=4*K;      Kp12=-K;      Kp13=-K;      Kp14=-K;      Kp15=-K;      Kp16=2*K*(b-
a);      Kp17=0;
Kp21=-K;      Kp22=K+Kkp;  Kp23=0;      Kp24=0;      Kp25=0;      Kp26=K*a;
Kp27=K*d;
Kp31=-K;      Kp32=0;      Kp33=K+Kbp;  Kp34=0;      Kp35=0;      Kp36=-K*b;
Kp37=K*d;
Kp41=-K;      Kp42=0;      Kp43=0;      Kp44=K+Kcp;  Kp45=0;      Kp46=K*a;
Kp47=-K*d;
Kp51=-K;      Kp52=0;      Kp53=0;      Kp54=0;      Kp55=K+Kdp;  Kp56=-K*b;
Kp57=-K*d;
Kp61=2*K*(b-a); Kp62=K*a;      Kp63=-K*b;      Kp64=K*a;      Kp65=-K*b;
Kp66=2*K*(a^2+b^2); Kp67=0;
Kp71=0;      Kp72=K*d;      Kp73=K*d;      Kp74=-K*d;      Kp75=-K*d;      Kp76=0;
Kp77=4*K*d^2;

```

```

% s2=('DEFINIR OU ENTRAR COM OS VALORES DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO DO
SISTEMA')

```

```

Cp11=4*C;      Cp12=-C;      Cp13=-C;      Cp14=-C;      Cp15=-C;      Cp16=2*C*(b-a);
Cp17=0;
Cp21=-C;      Cp22=C;      Cp23=0;      Cp24=0;      Cp25=0;      Cp26=C*a;
Cp27=C*d;
Cp31=-C;      Cp32=0;      Cp33=C;      Cp34=0;      Cp35=0;      Cp36=-C*b;
Cp37=C*d;
Cp41=-C;      Cp42=0;      Cp43=0;      Cp44=C;      Cp45=0;      Cp46=C*a;
Cp47=-C*d;
Cp51=-C;      Cp52=0;      Cp53=0;      Cp54=0;      Cp55=C;      Cp56=-C*b;
Cp57=-C*d;
Cp61=2*C*(b-a); Cp62=C*a;      Cp63=-C*b;      Cp64=C*a;      Cp65=-C*b;
Cp66=2*C*(a^2+b^2); Cp67=0;
Cp71=0;      Cp72=C*d;      Cp73=C*d;      Cp74=-C*d;      Cp75=-C*d;      Cp76=0;
Cp77=4*C*d^2;

```

```

% s3=('DEFINIR OU ENTRAR COM OS VALORES DOS COEFICIENTES DE MASSA DO
SISTEMA')

```

```

MpA=[Cp11  Cp12  Cp13  Cp14  Cp15  Cp16  Cp17;
      Cp21  Cp22  Cp23  Cp24  Cp25  Cp26  Cp27;
      Cp31  Cp32  Cp33  Cp34  Cp35  Cp36  Cp37;
      Cp41  Cp42  Cp43  Cp44  Cp45  Cp46  Cp47;
      Cp51  Cp52  Cp53  Cp54  Cp55  Cp56  Cp57;
      Cp61  Cp62  Cp63  Cp64  Cp65  Cp66  Cp67;
      Cp71  Cp72  Cp73  Cp74  Cp75  Cp76  Cp77];
MpR=[Kp11  Kp12  Kp13  Kp14  Kp15  Kp16  Kp17;
      Kp21  Kp22  Kp23  Kp24  Kp25  Kp26  Kp27;
      Kp31  Kp32  Kp33  Kp34  Kp35  Kp36  Kp37;
      Kp41  Kp42  Kp43  Kp44  Kp45  Kp46  Kp47;
      Kp51  Kp52  Kp53  Kp54  Kp55  Kp56  Kp57;
      Kp61  Kp62  Kp63  Kp64  Kp65  Kp66  Kp67];

```

Kp71 Kp72 Kp73 Kp74 Kp75 Kp76 Kp77];

KKp=-MI*MpR;

CCp=-MI*MpA;

('MONTAGEM DA MATRIZ DE ESTADO PARA O CÁLCULO DOS AUTO-VALORES');

MEp=[ZE ID;KKp CCp];

Dp=eig(MEp);

dyp=imag(Dp);

Wnap=max(dyp);

Wnamaxp=Wnap;

Hp=MI*MpR;

d1p=eig(Hp);

Wn1p=sqrt(d1p);

Wnp=max(Wn1p);

Wnmaxp=Wnp;

Dtp=((2*pi)/(N*Wnmaxp*fb))*Npi;

Wop=2*pi/(N*Dtp);

WOp=Wop;

GERANDO O SINAL DE EXCITAÇÃO E SOLUÇÃO EXATA

for i=1:N/2-1;

 Wep(i)=i*Wop;

end;

for n=1:N;

 Xxp(n)=0;

 Yy1p(n)=0;

 Yy2p(n)=0;

 Yy3p(n)=0;

 Yy4p(n)=0;

 Ttp(n)=0;

 Ffp(n)=0;

 Ytp(n)=0;

 for j=1:(N/2-1),

 fip=(j.^2/N);

 while fip >= 2,

 fip=fip-2;

 end

 if (fip < 1),

 fip=0;

 end

 if (fip >= 1),

 fip=1;

 end

 Bnxp=(1-2*fip)*FO; % ***** RUIDO NA EXCITAÇÃO *****

 ii=sqrt(-1);

 Matp=MpR-MM*Wep(j).^2+ii*MpA*Wep(j);

 Vetp=[0 Bnxp Bnxp 0 0 0 0]';%Excitação das rodas direita

Xresultp=Matp\Vetp;

Xp(j)=Xresultp(1,1);

Y1p(j)=Xresultp(2,1);

Y2p(j)=Xresultp(3,1);

Y3p(j)=Xresultp(4,1);

Y4p(j)=Xresultp(5,1);

Ttp(j)=Xresultp(6,1);

```

FFp(j)=Xresultp(7,1);

tetxp(j)=angle(Xp(j));
tety1p(j)=angle(Y1p(j));
tety2p(j)=angle(Y2p(j));
tety3p(j)=angle(Y3p(j));
tety4p(j)=angle(Y4p(j));
tetttp(j)=angle(TTp(j));
tetffp(j)=angle(FFp(j));

Hxp(j)=abs(Xp(j));
Hy1p(j)=abs(Y1p(j));
Hy2p(j)=abs(Y2p(j));
Hy3p(j)=abs(Y3p(j));
Hy4p(j)=abs(Y4p(j));
Http(j)=abs(TTp(j));
Hffp(j)=abs(FFp(j));

Xxp(n)=Xxp(n)+Hxp(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tetxp(j)); %Veículo
Yy1p(n)=Yy1p(n)+Hy1p(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tety1p(j));%Roda traseira
direita
Yy2p(n)=Yy2p(n)+Hy2p(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tety2p(j));%Roda dianteira
direita
Yy3p(n)=Yy3p(n)+Hy3p(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tety3p(j));%Roda traseira
esquerda
Yy4p(n)=Yy4p(n)+Hy4p(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tety4p(j));%Roda dianteira
esquerda
Ttp(n)=Ttp(n)+Http(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tetttp(j)); %Rotação
transversal
Ffp(n)=Ffp(n)+Hffp(j)*cos(j*WOp*(n-1)*Dtp+tetffp(j)); %Rotação
longitudinal
Ytp(n)=Ytp(n)+Bnxp*cos(j*Wop*(n-1)*Dtp);
end
end
for jj=1:N,
    tp(jj)=jj*Dtp;
end
for i=1:N,
    Fep(i)=Ytp(i);
    Wp(i)=i*Wop;
end;
Fxxp=fft(Fep);
for i=1:N/2-1,
    Fxtp(i)=Fxxp(i);
    Wxp(i)=Wp(i);
    Wep(i)=i*Wop;
end
for i=1:N/2-1;
    Fr1p(i)=real(Fxtp(i));
    Fi1p(i)=imag(Fxtp(i));

    Fr2p(i)=real(Fxtp(i));
    Fi2p(i)=imag(Fxtp(i));

    Fr3p(i)=real(Fxtp(i));
    Fi3p(i)=imag(Fxtp(i));

```

```
Fr4p(i)=real(Fxtp(i));
Fi4p(i)=imag(Fxtp(i));
```

```
Fr5p(i)=real(Fxtp(i));
Fi5p(i)=imag(Fxtp(i));
```

```
Fr6p(i)=real(Fxtp(i));
Fi6p(i)=imag(Fxtp(i));
```

```
Fr7p(i)=real(Fxtp(i));
Fi7p(i)=imag(Fxtp(i));
```

```
end
```

```
%.....
```

```
for j=1:N/2-1,
  Ap11=Kp11-M11*(j*Wop).^2; Ap21=Cp11*(j*Wop);
  Ap12=-Cp11*(j*Wop);      Ap22=Kp11-M11*(j*Wop).^2;
  Ap13=Kp12;                Ap23=Cp12*(j*Wop);
  Ap14=-Cp12*(j*Wop);      Ap24=Kp12;
  Ap15=Kp13;                Ap25=Cp13*(j*Wop);
  Ap16=-Cp13*(j*Wop);      Ap26=Kp13;
  Ap17=Kp14;                Ap27=Cp14*(j*Wop);
  Ap18=-Cp14*(j*Wop);      Ap28=Kp14;
  Ap19=Kp15;                Ap29=Cp15*(j*Wop);
  Ap110=-Cp15*(j*Wop);     Ap210=Kp15;
  Ap111=Kp16;              Ap211=Cp16*(j*Wop);
  Ap112=-Cp16*(j*Wop);     Ap212=Kp16;
  Ap113=Kp17;              Ap213=Cp17*(j*Wop);
  Ap114=-Cp17*(j*Wop);     Ap214=Kp17;

  Ap31=Kp21;                Ap41=Cp21*(j*Wop);
  Ap32=-Cp21*(j*Wop);      Ap42=Kp21;
  Ap33=Kp22-M22*(j*Wop).^2; Ap43=Cp22*(j*Wop);
  Ap34=-Cp22*(j*Wop);      Ap44=Kp22-M22*(j*Wop).^2;
  Ap35=Kp23;                Ap45=Cp23*(j*Wop);
  Ap36=-Cp23*(j*Wop);      Ap46=Kp23;
  Ap37=Kp24;                Ap47=Cp24*(j*Wop);
  Ap38=-Cp24*(j*Wop);      Ap48=Kp24;
  Ap39=Kp25;                Ap49=Cp25*(j*Wop);
  Ap310=-Cp25*(j*Wop);     Ap410=Kp25;
  Ap311=Kp26;              Ap411=Cp26*(j*Wop);
  Ap312=-Cp26*(j*Wop);     Ap412=Kp26;
  Ap313=Kp27;              Ap413=Cp27*(j*Wop);
  Ap314=-Cp27*(j*Wop);     Ap414=Kp27;

  Ap51=Kp31;                Ap61=Cp31*(j*Wop);
  Ap52=-Cp31*(j*Wop);      Ap62=Kp31;
  Ap53=Kp32;                Ap63=Cp32*(j*Wop);
  Ap54=-Cp32*(j*Wop);      Ap64=Kp32;
  Ap55=Kp33-M33*(j*Wop).^2; Ap65=Cp33*(j*Wop);
  Ap56=-Cp33*(j*Wop);      Ap66=Kp33-M33*(j*Wop).^2;
  Ap57=Kp34;                Ap67=Cp34*(j*Wop);
  Ap58=-Cp34*(j*Wop);      Ap68=Kp34;
  Ap59=Kp35;                Ap69=Cp35*(j*Wop);
  Ap510=-Cp35*(j*Wop);     Ap610=Kp35;
  Ap511=Kp36;              Ap611=Cp36*(j*Wop);
  Ap512=-Cp36*(j*Wop);     Ap612=Kp36;
  Ap513=Kp37;              Ap613=Cp37*(j*Wop);
```


Ap514=-Cp37*(j*Wop);	Ap614=Kp37;
Ap71=Kp41;	Ap81=Cp41*(j*Wop);
Ap72=-Cp41*(j*Wop);	Ap82=Kp41;
Ap73=Kp42;	Ap83=Cp42*(j*Wop);
Ap74=-Cp42*(j*Wop);	Ap84=Kp42;
Ap75=Kp43;	Ap85=Cp43*(j*Wop);
Ap76=-Cp43*(j*Wop);	Ap86=Kp43;
Ap77=Kp44-M44*(j*Wop).^2;	Ap87=Cp44*(j*Wop);
Ap78=-Cp44*(j*Wop);	Ap88=Kp44-M44*(j*Wop).^2;
Ap79=Kp45;	Ap89=Cp45*(j*Wop);
Ap710=-Cp45*(j*Wop);	Ap810=Kp45;
Ap711=Kp46;	Ap811=Cp46*(j*Wop);
Ap712=-Cp46*(j*Wop);	Ap812=Kp46;
Ap713=Kp47;	Ap813=Cp47*(j*Wop);
Ap714=-Cp47*(j*Wop);	Ap814=Kp47;
Ap91=Kp51;	Ap101=Cp51*(j*Wop);
Ap92=-Cp51*(j*Wop);	Ap102=Kp51;
Ap93=Kp52;	Ap103=Cp52*(j*Wop);
Ap94=-Cp52*(j*Wop);	Ap104=Kp52;
Ap95=Kp53;	Ap105=Cp53*(j*Wop);
Ap96=-Cp53*(j*Wop);	Ap106=Kp53;
Ap97=Kp54;	Ap107=Cp54*(j*Wop);
Ap98=-Cp54*(j*Wop);	Ap108=Kp54;
Ap99=Kp55-M55*(j*Wop).^2;	Ap109=Cp55*(j*Wop);
Ap910=-Cp55*(j*Wop);	Ap1010=Kp55-M55*(j*Wop).^2;
Ap911=Kp56;	Ap1011=Cp56*(j*Wop);
Ap912=-Cp56*(j*Wop);	Ap1012=Kp56;
Ap913=Kp57;	Ap1013=Cp57*(j*Wop);
Ap914=-Cp57*(j*Wop);	Ap1014=Kp57;
Ap111=Kp61;	Ap121=Cp61*(j*Wop);
Ap112=-Cp61*(j*Wop);	Ap122=Kp61;
Ap113=Kp62;	Ap123=Cp62*(j*Wop);
Ap114=-Cp62*(j*Wop);	Ap124=Kp62;
Ap115=Kp63;	Ap125=Cp63*(j*Wop);
Ap116=-Cp63*(j*Wop);	Ap126=Kp63;
Ap117=Kp64;	Ap127=Cp64*(j*Wop);
Ap118=-Cp64*(j*Wop);	Ap128=Kp64;
Ap119=Kp65;	Ap129=Cp65*(j*Wop);
Ap1110=-Cp65*(j*Wop);	Ap1210=Kp65;
Ap1111=Kp66-M66*(j*Wop).^2;	Ap1211=Cp66*(j*Wop);
Ap1112=-Cp66*(j*Wop);	Ap1212=Kp66-M66*(j*Wop).^2;
Ap1113=Kp67;	Ap1213=Cp67*(j*Wop);
Ap1114=-Cp67*(j*Wop);	Ap1214=Kp67;
Ap131=Kp71;	Ap141=Cp71*(j*Wop);
Ap132=-Cp71*(j*Wop);	Ap142=Kp71;
Ap133=Kp72;	Ap143=Cp72*(j*Wop);
Ap134=-Cp72*(j*Wop);	Ap144=Kp72;
Ap135=Kp73;	Ap145=Cp73*(j*Wop);
Ap136=-Cp73*(j*Wop);	Ap146=Kp73;
Ap137=Kp74;	Ap147=Cp74*(j*Wop);
Ap138=-Cp74*(j*Wop);	Ap148=Kp74;
Ap139=Kp75;	Ap149=Cp75*(j*Wop);
Ap1310=-Cp75*(j*Wop);	Ap1410=Kp75;


```

for j=1:N/2-1;
    Rd1p(j)=sqrt(Xpr(j).^2+Xpi(j).^2); %Veículo
    Rd2p(j)=sqrt(Yp1r(j).^2+Yp1i(j).^2);%Roda traseira direita
    Rd3p(j)=sqrt(Yp2r(j).^2+Yp2i(j).^2);%Roda dianteira direita
    Rd4p(j)=sqrt(Yp3r(j).^2+Yp3i(j).^2);%Roda traseira esquerda
    Rd5p(j)=sqrt(Yp4r(j).^2+Yp4i(j).^2);%Roda dianteira esquerda
    Rd6p(j)=sqrt(Tpr(j).^2+Tpi(j).^2);%Teta
    Rd7p(j)=sqrt(Fpr(j).^2+Fpi(j).^2);%Fi
end;
for j=1:N/2-1;
    Wxp(j)=Wp(j);%/(2*pi);
    Wyp(j)=Wp(j);%/(2*pi);
    Wzp(j)=Wp(j)/(2*pi);
end;
%*****
% *****
%*****
figure(1)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr1=plot(t,Xx,t,Xx,tp,Xxp);
grid on
title('Deslocamentos do Veículo')
xlabel('Tempo ( segundos )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr1(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr1(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr1(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
%axis([-0.1 5 -3*10^(-6) 4*10^(-6)])

figure(2)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr2=plot(t,Tt,t,Tt,tp,Ttp);
grid on
title('Rotações transversais')
xlabel('Tempo ( segundos )')
ylabel('Amplitude ( rad )')
set(Gr2(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr2(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr2(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
%axis([0 6 -1e-19 1e-19])

figure(3)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr3=plot(t,Ff,t,Ff,tp,Ffp);
grid on
title('Rotações longitudinais')
xlabel('Tempo ( segundos )')
ylabel('Amplitude ( rad )')
set(Gr3(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr3(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr3(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
axis([1 5 -1e-19 1e-19])

figure(4)

```

```

axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr4=plot(t,Yy1,t,Yy1,tp,Yyp);
grid on
title('Deslocamentos da roda')
xlabel('Tempo ( segundos )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr4(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr4(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr4(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
%axis([-0.1 5 min(Yyp) max(Yyp)])

figure(5)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr5=plot(t,Yy1+Xx,t,Yy1+Xx,tp,Yyp+Xxp);
grid on
title('Deslocamentos da Suspensão')
xlabel('Tempo ( segundos )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr5(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr5(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr5(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
%axis([-0.1 5 min(Yyp-Xxp) max(Yyp-Xxp)])

% ***** SUPERPOSIÇÃO GRÁFICA DOS RESULTDOS EM FREQUÊNCIA
% *****
figure(6)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr6=plot(Wz(1:N/2-1),abs(Hx),Wz(1:N/2-1),abs(Hx),Wzp(1:N/2-1),abs(Hxp));
grid on
title('Espectro de freqüência do veículo')
xlabel('Freqüência( Hz )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr6(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr6(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr6(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
%axis([1 400 min(Rd1) max(Rd1)])

figure(7)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr7=plot(Wz(1:N/2-1),abs(Rd2),Wz(1:N/2-1),abs(Rd2),Wzp(1:N/2-1),abs(Rd2p));
grid on
title('Rodas')
xlabel('Freqüência( Hz )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr7(1),'Color','r','LineStyle','x','LineWidth',1);
set(Gr7(2),'Color','r','LineStyle','-','LineWidth',2);
set(Gr7(3),'Color','b','LineStyle','-','LineWidth',2);
legend('','Ativa','Passiva')
%axis([1 400 min(Rd2) max(Rd2)])

figure(8)
axes('FontName','Arial','FontSize',12);
Gr8=plot(Wz(1:N/2-1),abs(Rd1+Rd2),Wz(1:N/2-1),abs(Rd1+Rd2),Wzp(1:N/2-1),abs(Rd2p)+abs(Rd1p));

```

```

grid on
title('Suspensão')
xlabel('Frequência ( Hz )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr8(1), 'Color', 'r', 'LineStyle', 'x', 'LineWidth', 1);
set(Gr8(2), 'Color', 'r', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
set(Gr8(3), 'Color', 'b', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
legend('', 'Ativa', 'Passiva')
%axis([1 400 min(Rd2-Rd1) max(Rd2-Rd1)])

figure(9)
axes('FontName', 'Arial', 'FontSize', 12);
Gr9=plot(Wz(1:N/2-1), Rd7, Wz(1:N/2-1), Rd7, Wzp(1:N/2-1), Rd7p);
grid on
title('Espectro de frequência das rotações longitudinais')
xlabel('Frequência ( Hz )')
ylabel('Amplitude ( rad )')
set(Gr9(1), 'Color', 'r', 'LineStyle', 'x', 'LineWidth', 1);
set(Gr9(2), 'Color', 'r', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
set(Gr9(3), 'Color', 'b', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
legend('', 'Ativa', 'Passiva')
%axis([-0.1 400 min(Rd7p) max(Rd7p)])

figure(10)
axes('FontName', 'Arial', 'FontSize', 12);
Gr10=plot(Wz(1:N/2-1), Rd6, Wz(1:N/2-1), Rd6, Wz(1:N/2-1), Rd6p);
grid on
title('Espectro de frequência rotações transversais')
xlabel('Frequência ( Hz )')
ylabel('Amplitude ( rad )')
set(Gr10(1), 'Color', 'r', 'LineStyle', 'x', 'LineWidth', 1);
set(Gr10(2), 'Color', 'r', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
set(Gr10(3), 'Color', 'b', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
legend('', 'Ativa', 'Passiva')
%axis([1 400 min(Rd6) max(Rd6)])

figure(11)
axes('FontName', 'Arial', 'FontSize', 12);
Gr11=plot(Wz(1:N/2-1), Rd1+0.2*a*Rd6+0.5*d*Rd7, Wz(1:N/2-1), Rd1+0.2*a*Rd6+0.5*d*Rd7, Wzp(1:N/2-1), Rd1p+0.2*a*Rd6p+0.5*d*Rd7p);
grid on
title('Espectro de frequência no assento')
xlabel('Frequência ( Hz )')
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr11(1), 'Color', 'r', 'LineStyle', 'x', 'LineWidth', 1);
set(Gr11(2), 'Color', 'r', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
set(Gr11(3), 'Color', 'b', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
legend('', 'Ativa', 'Passiva')
%axis([1 400 min(Rd6) max(Rd6)])

figure(12)
axes('FontName', 'Arial', 'FontSize', 12);
Gr12=plot(t, Xx-0.2*Tt+0.5*d*Ff, t, Xx-0.2*Tt+0.5*d*Ff, tp, Xxp-0.2*Ttp+0.5*d*Ffp);
grid on
title('Deslocamentos verticais no assento')
xlabel('Frequência ( Hz )')

```

```
ylabel('Amplitude ( metros )')
set(Gr12(1), 'Color', 'r', 'LineStyle', 'x', 'LineWidth', 1);
set(Gr12(2), 'Color', 'r', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
set(Gr12(3), 'Color', 'b', 'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2);
legend('', 'Ativa', 'Passiva')
axis([-0.1 5 -3*10^(-6) 4*10^(-6)])
toc
%***** THE END *****
```