UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DO ENSINO DE PADRÕES EM UMA PERSPECTIVA PROBLEMATIZADORA

Adayse de Castro Silva

CUITÉ-PB
-2016-

Adayse de Castro Silva

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DO ENSINO DE PADRÕES EM UMA PERSPECTIVA PROBLEMATIZADORA

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática, Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, como requisito de obtenção do Título de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

CUITÉ-PB
-2016-

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Jesiel Ferreira Gomes – CRB 15 – 256

S586d Silva, Adayse de Castro.

O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do ensino de padrões em uma perspectiva problematizadora. / Adayse de Castro Silva. – Cuité: CES, 2016.

78 fl.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCG, 2016.

Orientadora: Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos.

1. Resolução de problemas. 2. Pensamento algébrico. 3. Matemática – ensino e aprendizagem. I. Título.

Biblioteca do CES CDU 51:37.02

Adayse de Castro Silva

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DO ENSINO DE PADRÕES EM UMA PERSPECTIVA PROBLEMATIZADORA

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática, Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, como requisito de obtenção do título de Graduação em Licenciatura em Matemática.

.

Aprovada em ____/_____/______.

BANCA EXAMINADORA:

____

Prof.ª Dr.ª Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos
(Presidente – UFCG/CES/UAFM)

____

Prof.º Dr. Alecxandro Alves Vieira
(Membro – UFCG/CES/UAFM)

____

Prof.ª Ms. Maria de Jesus Rodrigues da Silva
(Membro – UFCG/CES/UAFM)

"Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota". (Madre Teresa de Calcutá)

Dedico esse trabalho àqueles que tornaram possível a realização do mesmo e principalmente ao presente mais bonito e precioso que Deus me deu: Minha família, em especial, à memória de minha vó Sebastiana.

AGRADECIMENTOS

Nenhuma lista de agradecimentos é completa, mas à lista que segue abaixo, deixo um forte e caloroso abraço.

Agradeço, primeiramente, a Deus, pela sua constante presença em minha vida.

As pessoas que contribuíram para a realização desta graduação, algumas de forma técnica, outras de maneira pessoal.

À memória da minha vó Sebastiana e minha mãe Alzeni, exemplos de mulher.

À minha família, que pelo incentivo e afeto, em especial a tia Marilene, responsável por tudo de que bom há em mim e que sempre acreditou que eu conseguiria chegar ao final dessa etapa de estudo.

À meu amigo, companheiro e amado marido Allyson, por sempre estar ao meu lado. Obrigada pela sua existência, pelo seu carinho e compreensão, por estar sempre ao meu lado, me incentivando ir mais além.

À meus amigos e colegas de curso, pelo companheirismo, ajudas e incentivos, em especial e Grazielle amiga de todas as horas.

Aos professores que contribuíram para minha formação profissional e pessoal, em especial a Prof.ª Dr.ª Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos, pela orientação e dedicação, frentes a todas as etapas que consistiram na construção desta monografia.

Ao coordenador Alex do PIBID/Matemática e a professora Maria de Jesus que me incentivaram a continuar minha graduação quando pensei em desistir do curso e por dedicar parte do seu tempo para avaliar este trabalho.

Também desejo expressar meus agradecimentos a todos os meus professores do ensino básico, que iniciaram a construção do meu conhecimento, que Deus os recompense pelo amor e dedicação ao ensino.

À todos os funcionários que compõem o Centro de Educação e Saúde, pelos serviços prestados durante minha graduação.

RESUMO

Nesta pesquisa procuramos compreender as estratégias de generalização utilizadas pelos alunos e as dificuldades que ocorrem quando da resolução de problemas com padrões de repetição e crescimento, em contextos concretos e figurativos. Nesse sentido, esta investigação apresenta-se pautada nos seguintes problemas de pesquisa: Quais os conceitos sobre padrões que os alunos do 1º ano do ensino médio apresentam a partir de uma prática de ensino problematizadora e investigativa? E quais indícios de desenvolvimento de pensamento algébrico identificamos nas estratégias de resolução de padrões de repetição e crescimento, em contextos concretos e figurativos, pelos alunos do 1º ano do ensino médio? Por meio de investigação com abordagem qualitativa, caracterizada por pesquisa-ação, objetivamos: identificar conceitos sobre padrões, apresentados a partir de tarefas problematizadoras e investigativas; reconhecer, dentre as tarefas desenvolvidas, quais são potencializadoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico e investigar a importância da socialização de ideias no processo de generalização de conceitos. A pesquisa foi desenvolvida em três aulas, em uma Escola Estadual, da cidade de Cuité-PB, no ano de 2016. A proposta de ensino contempla 5 tarefas, que foram desenvolvidas em uma dinâmica de ensino de três fases: antes, durante e depois. O material de análise foi pautado nos registros escritos e elaborados dos alunos, no diário de campo da professora-pesquisadora e transcrições de áudios. O trabalho está organizado em três capítulos: no primeiro expomos as perspectivas, consideração e contribuições do estudo de padrões ao ensino da matemática; no segundo é apresentado os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa; no terceiro capítulo a análise do contexto e ações desenvolvidas para responder as tarefas propostas. Ao término apresentamos nossas considerações finais. A pesquisa nos possibilitou verificar que a metodologia e a sequência didática adotada, no contexto de sala de aula com padrões, assume um papel situação-problema potencializadora do processo de comunicação oral e escrita dos alunos, além de favorecer o movimento de ideias e estratégias que contribuem com o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Generalização, Ensino e aprendizagem, Resolução de problemas.

ABSTRACT

This research sought to understand the generalization strategies used by the students and the difficulties that occur when solving problems with repeating patterns and growth in concrete and figurative contexts. In this sense, this research presents guided in the following research problems: What are the concepts of standards that students of the 1st year of high school have from a practical problem-solving and investigative teaching? And what algebraic thinking of development indices identified in solving strategies of repetition and growth patterns in concrete and figurative contexts, the students of the 1st year of high school? Through research with qualitative approach with action research, we aim to: identify concepts of standards, presented from problem-solving and investigative tasks; recognize, among the developed tasks, which are potentiating for the development of algebraic thinking and investigate the importance of socialization of ideas in the generalization of concepts process. The research was conducted in three classes in a state school in the city of Cuité-PB in the year 2016. The education proposal includes five tasks, which were developed in a dynamic teaching three phases: before, during and after . The analysis material was marked in written records and prepared the students in the field diary of the teacher-researcher and audio transcripts. The work is organized into three chapters: the first expose prospects, consideration and contributions of the study patterns of mathematics education; the second is presented the methodological procedures of our research; the third chapter analyze the background and actions taken to address the proposed tasks. At the end we present our final considerations. The research enabled us to verify that the methodology and didactics sequence adopted in the context of the classroom with standards, assumes a role potentiating problem situation of oral communication and writing skills of students, in addition to promoting the movement of ideas and strategies contribute to the development of algebraic thinking.

Keywords: Generalization, Teaching and learning, Troubleshooting

FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A importância da matemática e da sua compreensão de forma significativa pelos alunos da Educação Básica é apontada por pesquisadores da educação mundial e destacada nos documentos oficiais nacionais. Esse fato tem sugerido novas demandas no currículo escolar, com conteúdos basilares para a formação do cidadão. Com isso, o professor deixou de ser simplesmente o profissional que ministra aulas e passou a posicionar-se como um mediador no processo de ensino e aprendizagem, cujo trabalho deve estar em conformidade com os documentos oficiais da educação.

De acordo com Robinson e Aronica (2009), a escola não tem desempenhado a ação que instigue as potencialidades criativas dos alunos e que mantenham esse potencial de modo que lhes permitam produzir novas ideias, desenvolver sua imaginação e autonomia.

Aulas de matemática baseadas em definições e exercícios, na maioria das vezes, torna o momento de aprendizagem tedioso e mecânico, proporcionando assim, um cenário de aversão dos alunos em relação à Matemática. Esse fato, geralmente se dá, porque os conteúdos são apresentados de forma repetitiva e formalista. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) assinalam a preocupação recorrente e do cotidiano de muitas salas de aula:

> A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama. (BRASIL, 1997, p. 15)

Desta maneira, as escolhas metodológicas têm incisivas implicações nos conteúdos e no modo de ensino da matemática. Para que o ensino produza aprendizagem satisfatória, não é apropriado optar por aulas centradas no formalismo, na repetição de exercícios descontextualizados. É necessário um amplo cuidado ao selecionar tarefas[1] e desenvolvê-las no contexto escolar, pois elas nortearão o processo de aprendizagem.

Diante de tais considerações e das dificuldades dos professores, e nossa, em incluir situações de ensino dinâmicas ao currículo escolar, nos despertou interesse em organizar uma sequência de tarefas que estimule o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos do ensino médio a partir da observação da regularidade de padrões.

---

[1] "conjunto de ações – exercícios, problemas, situações-problemáticas, estratégias de ensino – organizadas pelo professor, visando que conceitos da Matemática sejam compreendidos e desenvolvidos pelos alunos" (Santos, 2015, p. 43).

A relevância do estudo de padrões para os seres humanos deixa seus vestígios ao longo da história da humanidade, um exemplo disto é a civilização egípcia, que se deparou com a necessidade de observar as cheias do rio Nilo para que fossem garantidos seus mantimentos providos da agricultura, relacionando os períodos de cheia com o percurso que a lua fazia durante o ano. Assim, criaram-se as diferentes estações do ano egípcio, as quais determinavam suas atividades dentro de cada estação.

De certo modo, pode-se considerar que o raciocínio e a cultura humana procuram desenvolver um princípio generalizante quando se depara com situações que representa regularidades, como o de padrões.

As potencialidades do estudo de padrões no desenvolvimento do conhecimento matemático tem despertado o interesse de pesquisadores internacionais e nacionais. Seu estudo vai além da exploração de padrões, pois possibilitam o desenvolvimento de diversas competências. Esse trabalho é possível durante todo o percurso da educação básica e quando ligado à resolução de problemas mostra-se como uma estratégia rica para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Tal fato nos conduziu a realizarmos essa pesquisa, a qual se caracteriza como pesquisa-ação (TRIPP, 2005, p. 445). Temos como problemas de pesquisa:

- Quais os conceitos sobre padrões que os alunos do 1º ano do ensino médio apresentam a partir de uma prática de ensino problematizadora e investigativa?
- Quais indícios de desenvolvimento de pensamento algébrico, identificamos nas estratégias de resolução de padrões de repetição e crescimento, em contextos concretos e figurativos, pelos alunos de do 1º ano do ensino médio?

Diante de tais questões, temos como objetivos:

- Identificar conceitos sobre padrões, apresentados a partir de tarefas problematizadoras e investigativas;
- Reconhecer, dentre as tarefas desenvolvidas, quais são potencializadoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico;
- Investigar a importância da socialização de ideias no processo de generalização de conceitos.

Nesta perspectiva, essa pesquisa apresenta uma sequência de cinco tarefas, de caráter exploratório envolvendo padrões de repetição e de crescimento que envolvem contextos concretos e figurativos que foram desenvolvidos com os alunos do 1º ano do ensino médio em sala de aula.

Compreendemos que a proposta que apresentamos é importante para a construção do pensamento algébrico, no entanto, consideramos que um ambiente de ensino adequado, como o proposto por Van de Walle (2009), possa contribuir ainda mais com nossa proposta.

O ambiente de ensino proposto por Van de Walle (2009) divide o desenvolvimento de tarefas em três momentos: antes ou introdução – momento em que o docente apresenta a proposta de ensino para os alunos, em sua forma introdutória; durante ou desenvolvimento – etapa que consiste na resolução da situação problema proposta aos grupos de alunos e o depois ou a socialização – a fase que consiste na socialização coletiva das várias estratégias e ideias desenvolvidas pelos grupos para a resolução do problema.

Para tanto, realizamos nossa investigação em uma escola da rede pública estadual da cidade de Cuité, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Orlando Venâncio dos Santos, situada na região do Curimataú Paraibano.

O presente trabalho está organizado em três capítulos. No primeiro expomos as perspectivas, consideração e contribuições do estudo de padrões ao ensino da matemática e do desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de reflexões teóricas que nos deram subsídios para organizar as tarefas.

No segundo capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa, que possui abordagem de investigação caracterizada por pesquisa-ação, o contexto e ações desenvolvidas para responder a questão de investigação e a proposta didática que desenvolvemos sobre padrões.

O terceiro capítulo abarca a análise do contexto e ações desenvolvidas para responder as tarefas propostas, assim como, algumas informações sobre sua aplicação, por meio das seguintes categorias: Conceitos sobre padrões apresentados nos registros escrito dos alunos; Tarefas potencializadoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico; A socialização e a formação dos conceitos sobre padrões e álgebra.

Nas considerações finais, apresentamos as contribuições de nossa pesquisa, para o ensino de matemática e mais especificamente, para o ensino de álgebra, com tarefas que estimulem o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir da observação da regularidade de padrões. Apresentamos uma possibilidade aos professores de abordagem do desenvolvimento das competências algébricas, que oportunizam uma postura de reflexão sobre sua prática pedagógica e a procura de caminhos para a melhoria do ensino de matemática.

2 IMPLICAÇÕES DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE PADRÕES NA FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Estudo de vários autores, em especial de Isabel Vale, indica a relevância do estudo de padrões no currículo escolar. Esse capítulo, organizado em seis tópicos, tem como objetivo apresentar perspectivas, consideração e contribuições do estudo de padrões ao ensino da matemática e no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Apresentamos também, a dinâmica de ensino de três fases proposta por Van de Walle (2009) e a resolução de problemas como possibilidades de desenvolver trabalho com padrões em aulas de matemática.

2.1 Algumas considerações quanto ao ensino e aprendizagem em matemática

Na trajetória escolar a disciplina de matemática é vista como elemento imprescindível para o aperfeiçoamento do “ser cidadão”. Sua utilidade em diversas áreas do conhecimento, sua existência no cotidiano e a sua considerável importância no desenvolvimento das competências intelectuais e globais dos alunos, por sua vez, acabam por justificar seu ensino em todos os níveis da educação básica. Apesar disto, a maior parte dos discentes não percebe essa concepção. Para eles, a matemática é considerada uma disciplina difícil e de conteúdos complexos que não são aplicados no cotidiano.

Essa realidade fez surgir inúmeras pesquisas e trabalhos relacionados ao ensino e aprendizagem da matemática. Consequentemente, mediante essa linha de estudo e pesquisa, surgiram diversas propostas pedagógicas que se contrapõe ao ensino tradicional no ambiente escolar, que enfatiza a transmissão do saber já construído, sem levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos. Nesse contexto, apenas o que está no currículo é “transmitido” pelo professor.

É notório que não devamos procurar a libertação por completa dessa proposta, pois alguns pontos deverão manter-se em nossa prática docente, no entanto, de acordo com a realidade da atual sociedade, as práticas desenvolvidas na escola devem atender as necessidades do indivíduo.

Nos últimos anos as refórmulações curriculares passaram a debater e considerar propostas de ensino em que o aluno aprenda de forma significativa. Assim, as formas de comunicação e aspectos psicológicos começaram a exercer um papel significativo na definição das metodologias de ensino, objetivando a aprendizagem dos conceitos matemáticos por parte do alunado.

De acordo com Moreira (1999), a teoria piagetiana revela a matemática como instrumento propício para se promover a interpretação do que acontece ao nosso redor e pelo mundo, favorecendo assim, a formação de indivíduos conscientes e críticos. Um exemplo disso, quando os alunos se deparam com dados matemáticos e estatísticos apresentados em jornais e revistas, e os mesmos são capazes de interpretá-los e fazer inferências.

Moreira (1999) afirma que os estudos de Piaget inferem que o pensamento lógico-matemático desperta no aluno em processo de aprendizagem: "ação" *versus* "reflexão", o que lhe possibilita analisar o conhecimento a respeito das particularidades individuais em contexto mais amplo, com os de vivência social e escolar.

É importante ressaltar que diversos fatores afetam o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos e alguns aspectos devem ser considerados na realização de uma proposta de ensino e no planejamento pedagógico, tal como afirma D'Ambrósio (2007), ao assegurar que o maior desafio da educação é:

> [...] pôr em prática o que vai servir para o amanhã. Pôr em prática significa levar pressuposto teórico, isto é, um saber/fazer articulado ao longo de tempos passados, ao presente. Os efeitos da prática de hoje vão se manifestar no futuro. Se essa prática foi correta ou equivocada só será notado após o processo e servirá como subsídio para uma reflexão sobre os pressupostos teóricos que ajudarão a rever, reformular, aprimorar o saber/fazer que orienta essa prática[...] (D'AMBRÓSIO, 2007, p. 80)

Essa relação saber/fazer tem despertado o interesse dos pesquisadores da educação nos diversos conteúdos da matemática. Dentre as pesquisas que estão sendo desenvolvidas, o estudo de padrões tem apontado relevantes significações para a compreensão da matemática.

2.2 Padrões: algumas perspectivas e considerações

Os padrões estão presentes na vida das pessoas em várias situações: nos código de barras de produtos, na disposição de objetos em lojas e supermercados, na forma de se vestir, em determinadas cantigas de roda, entre outras coisas. Dessa forma, temos nos tendenciados a resolver e interpretar situações que envolvem regularidades por meio do senso comum, e geralmente, essas respostas estão relacionadas a padrões.

De acordo com Doll Jr. (1997), a matemática pode ser abordada e explorada por meio de tarefas[2] simples sobre padrões, mas que são essenciais para chegar a uma aprendizagem significativa, independente do nível de escolaridade do estudante:

> [...] podemos ver padrões, desenvolvê-los e brincar com eles em simples combinações numéricas (como nas séries de Fibonacci) ou na geometria euclidiana ou fractal. Separar um quadrado em triângulos retos é um exemplo do primeiro; o triângulo de Sierpinski é um exemplo do último. Em todos os níveis, do jardim de infância à Universidade, a Matemática pode ser tratada significativamente como “brincar com padrões” (DOLL Jr., 1997, p. 193).

As considerações do referido autor indica que há possibilidades de se trabalhar com padrões de formas diversificados desde os anos iniciais. Sendo assim, esta pode ser experiência trabalhada logo no início do processo de escolarização. Inicialmente, de maneira informal, mas almejando que os conceitos matemáticos possam se tornar mais elaborados à medida que novos trabalhos vão sendo desenvolvidos.

A habilidade da percepção dos padrões pode ser construída com a criança a partir do desenvolvimento de percepções, tendo em vista que o fato de aprender e identificar a presença de uma estrutura simples transforma a aprendizagem em algo descomplicado e possibilita que futuramente os alunos compreendam o modo formal de conteúdos matemáticos.

Em relação ao que é padrão, Devlin (2002) assegura que é inexistente uma definição formal para padrão de modo unânime entre pesquisadores e autores. Ele destaca que “foi nos últimos vinte anos, mais ou menos, que surgiu a definição matemática que é hoje consensual entre a maioria dos matemáticos: a matemática é a ciência dos padrões” (p. 9).

Mediante isso, são pautadas diversas discussões e estudos empíricos a fim de englobar todos os tipos de padrões existentes. A esse respeito, Vale *et al* (2006) associam padrões a termos como regularidade(s), sequência, motivo[3], regra e ordem, etc. Essa diversidade de definições e/ou termos partem de conceitos apresentados por diversos autores, como Barbosa (2006); Fonseca (2006); Santos (2006); Canavarro (2006).

A definição de padrão geralmente esta ligada a repetição de elementos existentes nas obras produzidas pelo homem e contidas na natureza. Sendo assim, as informações que possuem regularidades de maneira previsível, podendo detectar um padrão naquilo em que

---

[2] Assim como mencionado anteriormente, compreendemos tarefa "conjunto de ações – exercícios, problemas, situações-problemáticas, estratégias de ensino – organizadas pelo professor, visando que conceitos da Matemática sejam compreendidos e desenvolvidos pelos alunos" (Santos, 2015, p. 43).

[3] Elementos identificáveis que se repetem de forma cíclica em uma sequência (VALE *et al,* 2006).

imaginamos, analisamos ou observamos a ocorrência de modelos. Padrões tem uma grande relevância na exploração de conceitos, propriedades e resolução de problemas em matemática.

Historicamente, alguns matemáticos apresentaram contribuições de estudos sobre padrões, como: Johann Friederich Carl Gauss (1777-1855), que sem perceber deduziu a propriedade da simetria das progressões aritméticas ainda criança; Benoît Mandelbrot (1924-2010), que criou à geometria fractal; Leonardo Fibonacci (1170-1250), que descobriu da sequência de Fibonacci.

Isso nos faz pensar a respeito das diferentes formas de estudos, apresentações e descobertas, as quais têm como essência padrões matemáticos que mesmo sendo ocorridas em épocas distintas, apresentam importantes contribuições para o desenvolvimento da matemática, revelando que a procura e a observação de padrões conduz à elaboração de conjeturas e muitas vezes, à generalização e consequente a prova.

Assim, valorizando competências e explorando-as por meio de situações de ensino contextualizadas que envolva padrões, os estudantes são conduzidos a desenvolver seus conceitos matemáticos de forma significativa.

2.3 Contribuições do estudo de padrões ao ensino da matemática

Estamos vivenciando um período de diversas mudanças no cenário social e educacional. Essas mudanças no cenário educacional refletem no currículo escolar do ensino básico, inclusive no da matemática. Normalmente, essas mudanças têm por objetivo melhorar as competências matemáticas dos discentes.

Sendo assim, as instituições de ensino devem pressupor em seu Projeto Político Pedagógico (PPP), objetivos que impliquem práticas de ensino que proporcionem experiências enriquecedoras e desafiantes fomentadas em potenciais cognitivos, mediante a resolução e formulação de problemas, a comunicação e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Para que isso se concretize é notório o desenvolvimento de estratégias de ensino inovadoras, que vise a melhoria do ensino e da aprendizagem dos alunos, sobretudo as que valorizem tarefas, materiais e métodos que não exponha o aluno ao ensino tradicional. A esse respeito, Vale e Pimentel (2005) destacam a importância do estudo de padrões na disciplina de matemática, ao afirmarem que "o uso de padrões é uma componente poderosa da atividade matemática, uma vez que a sua procura é indispensável para conjecturar e generalizar". (p.14)

Normalmente o ensino de padrões acontece no ensino médio por meio do estudo de progressões aritméticas e geométricas e são desenvolvidos por meio de fórmulas. Rara são as vezes que são apresentados por meio de situações problemas.

Geralmente, os conteúdos e conceitos no ensino médio não são apresentados ao aluno a partir de uma ligação com realidade do aluno ou com um contexto histórico, talvez por acreditarem que o aluno tenha conhecimento matemático e maturidade cognitiva para compreender e desenvolver generalizações.

Orton e Orton (1999, *apud* BARBOSA, 2007, p. 5) analisaram a importância e o significado dos padrões na disciplina de matemática, as quais evidenciou-as que:

> - Contribuem para a construção de uma imagem mais positiva da Matemática;
> - Atraem e motivam os alunos, porque apelam à sua criatividade;
> - Permitem o estabelecimento de conexões matemáticas;
> - Ajudam a desenvolver a capacidade de classificar e ordenar informação;
> - Permitem a compreensão da ligação entre a Matemática e o mundo em que se vive;
> - Promovem o desenvolvimento das capacidades e competências dos alunos. (BARBOSA, 2007, p. 5)

Ao longo dos últimos anos, padrões em matemática vêm se consolidando como área de conhecimento e investigação da educação matemática. Vários pesquisadores e educadores matemáticos têm discutido e feito pesquisas no ensino da álgebra por meio de trabalho com padrões, como um elemento principal para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) salientam "[...] que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação" (BRASIL,1997, p. 31).

As formas de apontamento das dificuldades no ensino e aprendizagem em matemática apresentam-se com aspectos variados, dentre eles, detecta-se que obstáculos relacionados às reformas curriculares estão convergindo aos professores, na mediação dos conteúdos em matemática direcionada aos estudantes.

O método para uma aprendizagem satisfatória depende de vários fatores, os mais prementes dependem do preparo do professor, mediante as sequências de ensino e conhecimento específicos da matemática; das perspectivas de vida do aluno e as oportunidades oferecidas pelo ambiente escolar. Vale (2012) considera que "a aprendizagem matemática durante uma aula de matemática depende grandemente do professor e das tarefas que se propõem aos estudantes". (p.183). Deste modo, as tarefas desempenham um papel crucial no desenvolvimento de experiências didáticas que favoreçam o processo de ensino e de aprendizagem. Neste sentido, Borralho e Barbosa [20-] assinalam quanto ao estudo de padrões:

> A realização de tarefas que envolvam o estudo de padrões ajuda os alunos a perceber a "verdadeira" noção de variável que, para a maioria, é apenas vista como um número desconhecido. Procurar relações próximas (recursivas) e distantes (estas envolvendo a generalização, modelação), entre os termos exige, a mobilização de um tipo de pensamento algébrico, mas também o promove e desenvolve. (BORRALHO, BARBOSA, 20-, p. 2)

Novas metodologias de ensino favorecem o trabalho do professor que pode proporcionar aos alunos diferentes formas de abordar conteúdos envolvendo padrões. Segundo, Vale e Pimentel (2005), os docentes precisam possibilitar ambientes de aprendizagem aos alunos para que tenham a oportunidade de:

> [...] transferir padrões concretos, pictóricos e simbólicos de uma representação para outra; averiguar se uma lista de números mostra alguma regularidade; descobrir o padrão numa sequência; descrever o padrão oralmente e por escrito; continuar uma sequência; prever termos numa sequência; generalizar; construir uma sequência (VALE; PIMENTEL, 2005, p. 16).

As considerações apresentadas pelas autoras indicam conhecimentos necessários para o desenvolvimento de conceitos sobre padrões. Neste contexto, é imprescindível saber quando e como é desenvolvido tal ambiente, a fim de explorar todo seu potencial para se obter uma aprendizagem satisfatória e esperada.

Vale (2006), Palhares (2006), Cabrita (2006) e Borralho (2006) consideram que o ensino padrões possibilita uma aprendizagem significativa de alguns conteúdos importantes da matemática, além disso, padrões permite o envolvimento dos alunos na aprendizagem, aperfeiçoando as suas capacidades e competências em meio ao seu processo de escolarização.

Se analisarmos currículos da disciplina em matemática de diferentes escolas, é possível notar que os estudos de padrões estão presentes na matemática escolar, em algumas delas, nos diversos os níveis do ensino básico. Mesmo com a sua relevância, padrões encontram-se pouco explorados em livros didáticos, sendo ele uma importante ferramenta de ensino em sala de aula e um dos instrumentos mais acessíveis aos professores. A esse respeito Barbosa (2007) destaca:

> [...] os padrões são ainda hoje muito pouco explorados nas nossas salas de aula apesar de, tal como é defendido pelo NCTM (2000), os programas educativos de todos os níveis de ensino têm a obrigação de conseguir que todos os estudantes entendam padrões, relações e funções. Também devem ter contacto com experiências que utilizem padrões pois constituem as bases para a compreensão [...] (BARBOSA, 2007, p. 5)

A significante potencialidade do trabalho de conteúdos por meio de padrões não se restringe a exploração de situações-problema de repetição, ele promove o desenvolvimento da aprendizagem em qualquer nível de escolaridade. Quando as atividades de exploração e de investigação de padrões são aliadas a resolução de problemas, intensifica sua importância didática.

De acordo com Smole e Diniz (2010) espera-se que os alunos do ensino médio ao estudar padrões, adquiram:

- Conhecimentos numéricos: relações de dependência entre grandezas; sequências e progressões;
- Habilidades: identificar e expressar padrões de repetição e crescimento, recorrendo a contextos concretos e figurativos; resolver situações-problemas envolvendo conhecimentos numéricos; analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação; resolver situações-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos;
- Competências gerais e de área: enfrentar situações-problema; fazer uso da linguagem matemática; construir noções de variações de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas;
- Identificar regularidades em sequências e representá-las por meio de linguagem matemática.

Assim, a ligação entre os padrões e a resolução de problemas faz com que o aprendiz desenvolva estratégias objetivando um amplo conhecimento matemático.

2.4 Pensamento algébrico: da educação infantil ao ensino médio

Atualmente lidamos com informações complexas que requer articulação e conhecimento cada vez mais complexos do indivíduo. Estamos o tempo todo desenvolvendo a capacidade de ler o mundo e atuar sobre ele, para que, de maneira consciente e criativa, transformá-lo. Nesse contexto, temos ainda, as exigências imposta pelo mundo tecnológico que nos deparamos em nosso cotidiano. Esse fato faz com que tenhamos que desenvolver conceitos diversos para resolver situações que envolvem informações como: crescimento e decrescimento populacional, densidade demográfica, variações no clima, índices de epidemias, desemprego, decrescimento econômico, entre tantos outros que são modelados pela matemática e nos são requeridas compreensão.

Tais situações explicitam conteúdos matemáticos que nos rodeiam a todo instante. Dentre os conteúdos, está a álgebra, que não é compreendida com facilidade pelos alunos. Essa dificuldade se dá, talvez, porque seu estudo permaneceu por muitos anos fortemente ligado a resolução de equações e a sua manipulação simbólica. Segundo Walle (2009) "o foco atual do ensino de álgebra está no tipo de pensamento e raciocínio que prepara os alunos a pensar matematicamente em todas as áreas da matemática" (p. 287).

Situações problemas, por si só, não contribuem consideravelmente para a aprendizagem da matemática, é preciso que haja mobilização dos alunos com a problemática, assim como do professor, por meio de intervenções didáticas que possibilitem a interação do aluno com situações problema e conceitos matemáticos.

Vários estudos procuram mostrar e entender o modo como os alunos desenvolvem as suas competências matemáticas. No que diz respeito a conceitos e procedimentos algébricos, estudos empíricos realizados em diversos países, têm sugerido inúmeras sequências didáticas as quais tem como objetivo proporcionar um ambiente de ensino que levem o aluno a produzir significados na aprendizagem da álgebra.

Muitos professores se surpreendem com propostas didáticas sobre o ensino de álgebra que pode ser desenvolvido com alunos desde o 1º ano do ensino básico. Uma dessas propostas se dá por intermédio de padrões. Elas são pautadas no pressuposto de que a competência algébrica pode ocorrer por meio de um modo sequencial e natural de pensar.

Os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba[4] prevê o ensino de álgebra desde o segundo segmento[5] do ensino fundamental:

> A Álgebra também é trabalhada nesse eixo, devendo ser explorada como aritmética generalizada; como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas e como relações entre grandezas, somando-se, ainda, o estudo introdutório formal de funções. (PARAÍBA, 2010, p. 133)

[4]Disponível em: http://portal.virtual.ufpb.br/biologia/novosite/Biblioteca/complementares/rcefvol2matematicaciencianaturezadiversidadsociocultural.pdf. Último acesso: 21 març. 2016.
[5]Segundo segmento corresponde aos anos finais do ensino fundamental, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

De acordo com o referido documento, a álgebra deve ser trabalhada a partir do 6º ano do ensino fundamental, no entanto, estudos que apresentamos anteriormente, indicam a possibilidade de desenvolver pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental, e até mesmo na educação infantil.

Compreendemos que as orientações apresentadas no Referencial do Estado da Paraíba contemplam o trabalho formal de álgebra, por meio do uso e desenvolvimento de fórmulas.

Defendemos que, anterior ao ensino formal da álgebra, deve haver o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois consideramos que se o aluno possuir tal pensamento, os conceitos formalizados serão desenvolvidos com certa facilidade e de maneira significativa, podendo inclusive, ser utilizado em diferentes contextos e elaborado em níveis mais elevados de complexidade, como se espera que aconteça no ensino médio.

Para Oliveira (2002) "a Álgebra, consiste em um conjunto de afirmações, para os quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade". Para Vale *et al* (2006) o pensamento algébrico é uma orientação transversal do currículo matemático que diz respeito: a representar e analisar situações matemáticas (simbolização); a compreender relações e funções (estudo de estruturas) e à modelação, ou seja, a álgebra é reunião de afirmativas que podem ser representadas matematicamente em meio a simbolização e o pensamento algébrico pode ser trabalhado em diversos contextos.

De acordo com os PCN, o estudo de álgebra constitui-se um componente significativo para que o estudante exercite e desenvolva competências e habilidades de generalizar e abstrair, assim como, validar o pensamento algébrico, associados às diversas tarefas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais defendem um trabalho em sala de aula com situações que levem os estudantes a construir conhecimentos algébricos estabelecendo relações por meio de observações de regularidades de tabelas e gráficos com o objetivo de ampliar o estudo da álgebra destacando as manipulações com expressões. Apoiam-se nas verificações de problemas que envolvem o trabalho com letras, a noção de variável, expressões algébricas, entre outros.

Vale (2006) indica que o professor inicialmente deve organizar para seus alunos situações de contagens em contexto visual figurativo de modo diversificado, por meio do uso de materiais concretos, desenhos, tabelas, símbolos, expressões, entre outros. A autora defende que desse modo, os alunos possam desenvolver diferentes estratégias de contagem podendo desenvolver modos mais rápidos e seguros de definir padrões. Posteriormente, considera que devem ser desenvolvidas sequências de ensino que dão ênfase a percepção visual dos alunos por meio de relações de números e formas.

Para Vale (2006) após as contagens, o aluno deve estar munido de argumentos para prosseguir na resolução do problema para, construir sequências, desenvolver conceitos sobre elas e chegar a soluções. Esse desenvolvimento pode tornar o trabalho com padrões relevante, possibilitando que o aluno desenvolva conceitos mais complexos, como o algébrico.

A construção de sequência pode contemplar padrões de crescimento e repetição, estimulando o estudante a reconhecer, descobrir, continuar, completar, verificar, generalizar, etc.

As estruturas de padrões de repetição e de crescimento são importantes para o desenvolvimento não apenas de conceitos algébricos, mas também matemáticos, pois admitem inferências a partir de propriedades numéricas e geométricas.

Nessa perspectiva, Walle (2009) afirma que o pensamento algébrico, ou raciocínio algébrico, envolve a construção e o desenvolvimento de generalizações expressas por meio de um sistema de símbolos significativo. Para o autor as relações estabelecidas entre a regularidade de padrões e expressões simbólicas, edifica o entendimento consideravelmente dos conteúdos estudados.

O trabalho que relaciona letras em meio a números, possibilita o aperfeiçoamento do estudo da álgebra, concebido por um bom desenvolvimento do pensamento algébrico. Esse trabalho não é fácil, pois envolve relações de linguagens usuais e matemática. Está última, possui regras específicas e necessárias para a resolução de problemas escolares mais complexos.

Consideramos que a generalização de pensamento algébrico por meio do estudo de padrões possibilita que expressões algébricas sejam desenvolvidas de forma construtiva possibilitando encontrar a solução de situações problema.

Esse fato é apontado por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) que indicam aos educadores repensar a educação algébrica elementar, ou seja, eles propõem uma nova perspectiva para álgebra lecionada no ensino básico, a qual leve os discentes a "pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis" (p. 87).

Ponte (2006) propõe uma atenção maior para o trabalho que almeje desenvolver o pensamento algébrico para que:

> [...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades. (PONTE, 2006, p.8).

Tarefas envolvendo padrões, têm sido indicadas como ferramenta importante para compreender a álgebra de maneira significativa, pelo fato de proporcionarem uma representação visual e dinâmica das variáveis.

De acordo com os PCN, o ensino e aprendizagem da matemática e o currículo do ensino médio deve:

> [...]garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. (BRASIL, 1997, p. 44)

Consideramos com o exposto, que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode se iniciar na educação infantil e ser desenvolvido nos demais anos de escolarização, pleiteando que pensamentos mais complexos sejam desenvolvidos pelo aluno no ensino médio.

Entendemos que tarefas envolvendo padrões podem ser realizadas como ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento algébrico, até mesmo no ensino médio, uma vez que consideramos "um contexto privilegiado para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular na transição da aritmética para a álgebra" (VALE, 2006, p. 9). Tal como destaca Vale (2012):

> [...]as tarefas de padrões, em contextos figurativos, podem envolver dois tipos de generalização: a generalização próxima, que se refere à descoberta do termo seguinte, que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que normalmente envolve relações recursivas, e a generalização distante, que implica a descoberta do padrão e exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais. Este tipo de generalização faz uso do reconhecimento global da estrutura do padrão. Uma vez que a generalização envolve pensamentos de ordem superior como sejam raciocínio, abstração, pensamento holístico, visualização e

> flexibilidade, a capacidade de generalizar vai permitir caracterizar e diferenciar os estudantes uns dos outros. (VALE, 2012, p. 3)

Entendemos que o estudo de padrões pode despertar diversos tipos de generalizações, no entanto, ressaltamos que há necessidade de uma metodologia de ensino dinâmica, como a resolução de problemas, que possibilite ao aluno desenvolver hipóteses, conjecturar, testar e validar suas respostas e um ambiente em sala de aula que promova a interação, a comunicação de ideias e a discussão coletiva de conceitos desenvolvidos.

Na sequência, apresentamos nossas escolhas teóricas quanto a resolução de problemas e dinâmica de ensino em sala de aula.

2.5 Relações entre padrões e resolução de problemas

A resolução de problemas é entendida como um elemento significativo na aprendizagem matemática, além disso, uma ferramenta de mediação que possibilita um maior envolvimento dos alunos nas aulas de matemática. A resolução de problemas pode ser uma estratégia metodológica no processo de ensino aprendizagem de matemática, pois estimula os estudantes a desenvolver conhecimentos e habilidades para investigar informações, desenvolver hipóteses, conjecturar, testar e validar suas respostas. Neste sentido, Lupinacci e Botin (2004) destacam que:

> A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI; BOTIN, 2004, p. 1)

Ao resolver problemas os alunos são capazes de perceber situações novas, além de perceber que há várias possibilidades e caminhos de se chegar a uma resposta. Esse ambiente nas aulas de matemática favorecem momentos das interações e discussão de ideias na tentativa de resolver o problema. Desse modo, os alunos são motivados a descobrir diferentes maneiras de resolver problemas, estimulados a despertar sua curiosidade pelos conhecimentos matemáticos e desenvolver competências para solucionar situações que lhes são propostas.

Nas palavras de Barbosa (2009) “A construção de um ambiente de aprendizagem estimulante e envolvente passa por propor tarefas válidas e desafiantes, mas é também fundamental que o professor proporcione oportunidades de discussão e de reflexão com os alunos” (p. 24).

Assim, é primordial a forma de abordagem, a escolha dos problemas. No entanto, o ambiente de ensino desenvolvido pelo professor precisa instaurar uma dinâmica de discussão de ideias, de reflexão, de troca de pontos de vistas, ou seja, de aprendizagem compartilhada.

A necessidade em resolver problemas, sejam eles matemáticos ou não, é praticada habitualmente em nosso cotidiano. Tal como afirma Polya (1995):

> Resolver problemas é uma atividade humana fundamental. De fato, a maior parte do nosso pensamento consciente relaciona-se com problemas. A não ser quando nos entregamos a meros devaneios ou fantasias, os nossos pensamentos dirigem-se para um fim, procuramos meios, procuramos resolver um problema. (POLYA, 1995, p. 139)

Do ponto de vista de Polya (1995), não é suficiente que os alunos dominem isoladamente algoritmos e técnicas, e sim, é importante o envolvimento com resolução de problemas desafiantes visando ter uma aprendizagem satisfatória.

Deste modo, é nítido que, para o autor, a resolução de problemas é um aspecto fundamental não só da matemática, mas também do nosso cotidiano.

Polya (1995), em sua obra: *A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático* pressupõe que a resolução de problemas é base da atividade matemática, admitida assim, como a essência da matemática. Em contrapartida, Devlin (2002) considera que a matemática é a ciência dos padrões e acredita que o papel dos padrões na matemática é essencial.

Compreendemos a nítida ligação entre padrões e a resolução de problemas, pois ambos apresentam-se como fundamentais para a matemática. Polya (1995) e Vale (2006) apresentam características específicas no que diz respeito ao trabalho com padrões e resolução de problema e consideram que os mesmos possuem características semelhantes, pois possibilitam processos matemáticos como os de experimentação, exploração, comunicação de alunos e professor, fórmulação de hipóteses, conjecturas e generalização.

Os autores afirmam ainda, que ambos desafiam os estudantes a recorrer às suas capacidades de pensamento de ordem superior, por meio de um trabalho de natureza exploratório que devem ser abordados nas aulas de matemática.

Apesar dos dicionários definirem sequência como uma ligação entre os termos: seguimento, continuidade e série; e regularidade como sendo uma proporção, harmonia entre as partes de um todo, normalidade, método, ordem e pontualidade, Vale (2006) se refere à sequência como algo que pode ser usado quando nos mencionamos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades. O conceito de regularidade é definido por Ponte, Branco e Matos (2009) como a relação existente entre os diversos objetos, aquilo que é comum a todos eles e que de certo modo os liga. Esses foram os significados que adotamos para esse trabalho.

Entendemos que a análise de regularidades e padrões favorece o desenvolvimento matemático em diferentes níveis de ensino, uma vez que, até mesmo as crianças da educação infantil podem se envolver em tarefas lúdicas que possibilitem identificar e descrever regularidades e padrões, como a construção de uma fila a partir de determinada regra, como: uma criança em pé, outra abaixada, uma em pé, outra abaixada. Assim, a medida que o conhecimento vai sendo desenvolvido pelas crianças, podem ser definido outros tipos de padrões.

Quando os conceitos não desenvolvidos nos diferentes níveis de escolaridade, anteriores ao que o aluno encontra-se cursando, no processo de generalização de conceitos devem ser ampliados, pois é uma competência essencial ao pensamento matemático. Nesse contexto, Mason (1996) ressalta que a generalização é a essência da matemática e, que os professores devem proporcionar a sua presença constante nas atividades sugeridas aos alunos, porém, se o professor não tem por costume de propor um ambiente que os alunos expressem suas generalizações, o desenvolvimento do pensamento matemático pode não ser satisfatório.

Os estudos de Moreira e Fonseca (2009) indicam que o estudo de padrões, por meio da resolução de problemas, favorece a elaboração de abstrações, devolvida por meio da busca por padrões, colabora com o enriquecimento das generalizações e, consequentemente, de outros conceitos matemáticos.

Nesse sentido, compreendemos que é fundamental desenvolver propostas de tarefas de resolução de problemas usando padrões de modo que permitam aos alunos construir e ampliar o pensamento matemático.

Vale (2006) argumenta a favor de trabalhos exploratórios em aulas de matemática por meio de tarefas que promovam o desenvolvimento de experiências de regularidades e determinação de regularidades.

> As tarefas que têm subjacente a exploração de padrões poderão contribuir de forma significativa para o desenvolvimento de capacidades próprias da resolução de problemas, já que implicam a análise de casos particulares, a organização de informação de forma sistemática, o estabelecimento de conjecturas e a generalização de resultados. (BARBOSA, VALE, PALHARES, 2008, p. 1)

Na perspectiva da resolução de problemas, a busca de padrões apresenta-se como uma metodologia de ensino que possibilita também o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e do pensamento geométrico. Além disso, as conexões entre diversos conteúdos matemáticos e até mesmo com outras disciplinas, podem promover o estudo de padrões.

Os estudos desenvolvidos com padrões remetem a uma proposta da utilização metodológica de resolução de problemas, tal como apresentamos, porém, compreendemos que uma dinâmica de ensino adequada possa contribuir significativamente com o estudo de padrões.

2.6 A dinâmica das três fases proposta por Van de Walle

A disciplina de matemática deve contribuir com ambientes que propiciem o desenvolvimento de competências de caráter lógico matemático que de subsídios para o aluno interpretar e resolver situações problemas, possibilitando ao aluno despertar o senso investigativo e crítico.

Os conhecimentos desenvolvidos no início da educação básica precisam ser aprofundados no decorrer dos anos de estudo, assim como o entendimento da matemática como uma linguagem expressiva e que viabiliza a análise, a interpretação e resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento. Tais conhecimentos são indispensáveis para a resolução de problemas que viabilizem ao aluno um olhar amplo e comprometido com a leitura e transformação do mundo.

Segundo Walle (2009), a propor situações problema é preciso ter cuidado no que diz respeito aos conhecimentos já adquiridos inicialmente pelos estudantes, para que as tarefas não se apresentem com um teor simples, ou seja, muito fácil de solucionar; nem muito complexas, pois estes fatores podem levar a desmotivação do aluno perante o estudo proposto.

Desse modo, é significante considerar os discentes como possíveis “resolvedores” de problemas. No entanto, os conhecimentos que possuem devem observados no momento em que o professor seleciona as tarefas que serão desenvolvidas pelos alunos, assim como a forma de desenvolvimento das tarefas.

Consideramos que para desenvolver trabalho com padrões a resolução de problemas é uma metodologia adequada, assim como a dinâmica de ensino indicada por Walle (2009).

Walle (2009) propõe uma dinâmica, a fim de organizar aulas fundamentadas na resolução de problemas, a qual é dividida em três momentos: antes (introdução), durante (desenvolvimento) e depois (socialização).

A dinâmica proposta pelo autor tem como objetivo promover o ensino de matemática mediante a resolução de problemas de forma que estudantes desenvolvam espírito investigativo, estabeleçam relações, procurem estratégias, formulem questionamentos e explicações para possíveis resultados.

Esses momentos e dinâmicas caracterizam-se do seguinte modo:

- A primeira fase é o momento da introdução da tarefa, ou seja, aquele que os alunos se familiarizam com a situação problema. É nessa fase que o docente apresenta a proposta da tarefa. Neste momento, o docente precisa assegurar que todos estejam preparados para desenvolver a tarefa e que compreenderam a proposta de ensino.
- A segunda fase é o momento do desenvolvimento da tarefa, a qual é dada ênfase na resolução do problema pelos alunos. Nessa fase, o aluno executa plano e desenvolve estratégias para a resolução do problema e o professor deve interagir com os alunos por meio de perguntas construtivistas que possibilite que eles desenvolvam conceitos mais elaborados, bem como encorajar a verificação e o teste das ideias. A resolução pode ser individual ou em pequenos grupos.
- A terceira etapa é o momento da socialização das conclusões desenvolvidas no decorrer da sequência de ensino. Nessa fase, professor e alunos debaterão sobre as ideias formuladas para chegar, ou não, a uma solução para o problema validada pela classe toda. Os alunos apresentarão os raciocínios produzidos e os conceitos matemáticos que se apropriaram.

Oliveira e Passos (2013) consideram que trabalhando a resolução de problemas na perspectiva de Van de Walle (2009) possibilita a compreensão e a resolução de problemas nas aulas de matemática, pois esta metodologia "gera uma aprendizagem por descoberta e a auto constituição do formando" (p. 7).

Na referida dinâmica, é fundamental a atuação adequada do professor, que assume o papel de mediador de conhecimentos. Santos (2010), considera relevante a dinâmica proposta por Van de Walle, uma vez que a utilizou em pesquisa que desenvolveu em sala de aula e chegou a resultados satisfatórios.

> [...]as tarefas proporcionam situações de conhecimento amplo, pois os alunos agem como protagonistas e estabelecem relações significativas com a matemática. Além disso, as questões relacionadas a valores são marcantes nesse tipo de aula, pois os diferentes pontos de vista entre os alunos e entre os grupos são aspectos positivos e fundamentais para o trabalho investigativo. (SANTOS, 2010, p. 5)

Assim, diante do pressuposto de que o estudo de padrões por meio de uma sequência de ensino na perspectiva da resolução de problemas e dinâmica de ensino proposta por Van de Walle (2009) contribui com o pensamento algébrico dos alunos do 1º ano do ensino médio, desenvolvemos nossa pesquisa.

No próximo capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa investigativa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos a proposta didática que desenvolvemos sobre padrões, bem como os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa que possui abordagem de investigação caracterizada por pesquisa-ação, tal como apresenta Tripp (2005, p. 447) "pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática". Além disso, o autor considera que a pesquisa-ação na área educacional é como "uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos" (TRIPP, 2005, p. 445).

A esse respeito Gay (1976) retrata que:

> No ensino, a pesquisa-ação tem por objeto de pesquisa as ações humanas em situações que são percebidas pelo professor como sendo inaceitáveis sob certos aspectos, que são suscetíveis de mudança e que, portanto, exigem uma resposta prática. Já a situação problemática é interpretada a partir do ponto de vista das pessoas envolvidas, baseando-se, portanto, sobre as representações que os diversos atores (professores, alunos, diretores etc.) têm da situação. (GAY, 1976, p. 184)

Mediante a importância e características do fazer pesquisa apresentados, acreditamos que uma experiência a qual envolva situações em que o pesquisador deseja melhorar sua prática e a propor um auxílio a investigações futuras, esse método de pesquisa foi adotado, pois uni a ação, pesquisa e prática, para propor o desenvolvimento de um ambiente de troca de conhecimentos como componente de uma prática.

Considerando que é importante que os alunos desenvolvam o pensamento algébrico, desenvolvemos um trabalho de investigação-ação com tarefas envolvendo padrões seguindo uma abordagem de resolução de problemas. Conforme apontado anteriormente, nossos problemas de pesquisa são:

- Quais os conceitos sobre padrões que os alunos do 1º ano do ensino médio apresentam a partir de uma prática de ensino problematizadora e investigativa?
- Quais indícios de pensamento algébrico emergem nas estratégias de resolução de problemas com padrões de repetição e de crescimento pelos alunos do 1º ano do ensino médio?

E os objetivos:

- Identificar conceitos sobre padrões, apresentados a partir de tarefas problematizadoras e investigativas;
- Reconhecer, dentre as tarefas desenvolvidas, quais são potencializadoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico;
- Investigar a importância da socialização das ideias no processo de generalização de conceitos.

Compreendemos que as tarefas que organizamos na sequência de ensino que desenvolvemos em sala de aula sejam importantes para a construção do pensamento algébrico, no entanto, consideramos que um ambiente de ensino adequado, como o proposto por Van de Walle (2009), possa contribuir ainda mais com nossa pesquisa.

Consideramos que, assim como se inteirar dos problemas, objetivos e dinâmicas de ensino adotada em nossa pesquisa sejam importantes para os propósitos de nossa investigação, entendemos que conhecer o contexto no qual os sujeitos de pesquisa estão inseridos é importante para a compreensão de algumas concepções, pois fatores sociais, culturais e específicos do contexto escolar podem influenciar nas respostas e conceitos desenvolvidos pelos alunos. Desse modo, apresentamos na sequência o contexto na qual a pesquisa foi realizada.

3.1 Contexto da pesquisa

3.1.1 A escola

A escola é uma instituição de ensino a qual proporciona troca de valores e conhecimentos que são desenvolvidos e estabelecidos a cada etapa de escolarização, as quais devem responder às transformações que os alunos vivem e com as que relacionam no seu cotidiano, sem perder de vista seu compromisso com o saber e com as transformações.

A instituição escolhida para desenvolvimento do trabalho foi uma escola da rede pública da cidade de Cuité, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Orlando Venâncio dos Santos, situada na região do Curimataú Paraibano. A escola teve sua origem em 1970, denominada como Ginásio Estadual de Cuité, destinado a atividades escolares, mas só em 1971 começou a oferecer as 4ªs séries do antigo Ginásio. Em 1971, a escola passou a ser denominada “Escola de 1º e 2º graus de Cuité”, oferecendo ensino de Segundo Grau. No ano de 1997, teve o nome alterado para Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio

"Orlando Venâncio dos Santos". No ano de 2012 a escola foi reordenada, passando a oferecer exclusivamente o ensino médio e implantado o "Ensino Médio Inovador"[6] em tempo integral. Neste ano, de 2016, a escola foi reordenada novamente adotando um novo modelo de escola pública "Cidadã Integrada[7]" oferecendo o ensino médio em tempo integral, das 7h às 17h e o ensino médio regular noturno e Educação de Jovens e Adultos (EJA), das 19h às 22h30.

No quesito estrutura física, a escola, como um todo, é bem conservada. O prédio é organizado em três pavilhões os quais possuem 13 salas de aula, banheiros, biblioteca, sala dos professores, laboratórios (digital, multimídia e ciências) equipados, bem como, diversos outros setores administrativos.

A escola "Orlando Venâncio" é a única escola pública da cidade que atende os alunos do ensino médio e que adota o sistema de educação integral. Apresenta um elevado índice de procura durante o período de matrículas, não só de alunos da cidade, mas também alunos de cidades circunvizinhas, pois é significativo o resultado dos alunos no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e em avaliações externas e olimpíadas, como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Recentemente alunos foram selecionados para o projeto Gira mundo[8]. Além disso, escola vem sendo premiada com a Escola de Valor, seus professores com o prêmio Mestres da Educação[9] e seus alunos Prêmio Expedição do Semiárido[10]. Assim, ao longo dos anos ela vem se destacando como uma escola modelo na região. A escola adota projetos como Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica para o Ensino Médio (PIBIC-EM).

---

[6] "O Programa Ensino Médio Inovador - ProEMI, objetiva "apoiar e fortalecer o desenvolvimento de propostas curriculares inovadoras nas escolas de ensino médio, buscando garantir a formação integral". Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/ documento_orientador.pdf. Último acesso: 17 abr. 2016.

[7] É um novo modelo de escola pública "implantado na Paraíba, com a proposta de organização e funcionamento em tempo único (integral). Disponível em: http://paraiba.pb.gov.br/educacao/escolas-cidadas-integrais/o-que-e-a-escola-integral/. Último acesso: 17 abr. 2016.

[8] O Projeto visa proporcionar aos alunos do segundo ano do ensino médio e aos professores efetivos Licenciados em Inglês do Sistema Estadual de Ensino, "intercâmbio internacional em escolas secundaristas de Língua Inglesa, no sentido de oportunizar o desenvolvimento linguístico e a interação com novas culturas e métodos de ensino, que, ao regressarem, tornar-se-ão multiplicadores do Programa Gira Mundo". Disponível em: http://paraiba.pb.gov.br/educacao/giramundo/sobre-o-gira-mundo/. Último acesso: 10 abr. 2016.

[9] O prêmio Escola de Valor e o Mestres da Educação são uma iniciativas do "Governo da Paraíba, por meio da Secretaria de Estado da Educação, e consiste na fomentação, seleção, valorização e premiação das experiências administrativas e práticas pedagógicas exitosas, resultantes de ações integradas e executadas por profissionais de educação, em exercício nas escolas públicas estaduais de educação básica, e que, comprovadamente, estejam tendo sucesso no enfrentamento dos desafios no processo de ensino e aprendizagem". Disponível em: http://mestresdaeducacao.pb.gov.br/edital-escola-de-valor.html. Último acesso: 10 abr. 2016.

[10] Essa premiação "tem como objetivo estimular o conhecimento sobre a região do Semiárido, no intuito de se combater a premissa de que a mesma é sempre uma "região-problema", quando na verdade apresenta recursos ambientais, sociais, antropológicos, históricos, econômicos e culturais singulares e potenciais que muito contribuíram e contribuem para a formação da população nordestina e fortalecimento da região Nordeste".

3.1.2 Os sujeitos de pesquisa

A turma é compota por 29 alunos, sendo que participaram da pesquisa 28 alunos, 14 meninas e 14 meninos, com idade entre 14 e 15 anos. A idade dos alunos é equivalente ao respectivo ano de ensino, pois alguns alunos que apresentavam distorção idade-ano foram reprovados em um dos anos do ensino fundamental.

A pesquisa foi realizada em uma sala do 1º ano do ensino médio, em abril de 2016, no horário normal das aulas de matemática. Foram utilizadas três aulas de 50 minutos, distribuídas em três dias, por um período de duas semanas.

Antes de iniciar a pesquisa, acompanhei[11] a rotina de duas aulas de revisão de álgebra ministrada pelo professor de matemática da turma investigada, conforme previsto no cronograma de trabalho do professor. Segundo o professor a turma apresenta dificuldade com o conteúdo de expressões algébricas, tema que foi abordado por ele por meio de uma aula expositivo-dialogada, com exemplos e exercícios de fixação.

Quanto ao rendimento durante as aulas, alguns alunos demonstravam facilidade com a matemática, enquanto outros, dificuldades. Na maioria dos momentos das duas aulas, os estudantes não demonstravam autonomia para a produção das atividades propostas e requisitavam quase sempre a intervenção do professor ou dos colegas que sentavam próximo. Em síntese, percebi que os conceitos trabalhados permaneciam distante de um bom rendimento esperado pelo professor por parte dos alunos.

A escolha da turma não foi aleatória, optamos por desenvolver a pesquisa em turma que tivesse dificuldades com o conteúdo de álgebra. Para tanto, antes de iniciar a pesquisa de campo, conversei com o professor sobre a minha opção. Ele gostou da minha intenção e me recomendou desenvolver a pesquisa com os alunos do 1º ano E do ensino médio, pois segundo ele apresentava dificuldades com o conteúdo.

Na apresentação desta pesquisa, os nomes dos alunos e dos grupos foram substituídos, para preservar suas identidades bem como a do professor que cedeu suas aulas.

3.2 As tarefas

O desenvolvimento de uma tarefa pode levar a discussões e surgimento de questionamentos que enriquecem a dinâmica de sala de aula. Para isso, organizamos cinco

[11] Em alguns momentos apresentamos o texto na primeira pessoa do singular, por se tratar de relatos específicos da aluna do curso de Licenciatura em Matemática que desenvolveu a pesquisa de campo.

tarefas que envolvem padrões de repetição e de crescimento em contextos concretos e figurativos para que os alunos do 1º ano do Ensino Médio desenvolvessem em aulas de matemática.

As tarefas foram elaboradas e adaptadas a partir de atividades propostas por diversos autores, em materiais formais e informais, desse modo, não temos uma referência específica.

A primeira tarefa contempla a construção de um padrão de repetição[12]. Iniciamos por ela, pois consideramos que apresentava um nível adequado de dificuldade para os alunos envolvidos na pesquisa e permitia que conceitos e generalizações fossem desenvolvidos. De certo modo, a tarefa 1 possibilita que o aluno:

- Construa uma sequência de círculos de acordo com o padrão apresentado;
- Crie uma estratégia para continuar o padrão;
- Determine as cores dos círculos em diferentes posições;
- Determine as cores dos círculos em uma posição qualquer.

Quadro 1. Tarefa 1. Fonte: Autoria própria.

Tarefa 1

Continue o padrão: cole 1 círculo azul e, em seguida, 1 vermelho, ao lado 1 azul, depois 1 vermelho, assim sucessivamente. Parar quando tiver colocado 13 círculos.

a) Como poderíamos continuar o padrão? Explique como você pensou.
b) Qual será a cor do 20º círculo? Explique como você sabe disso.
c) Qual será a cor do 37º círculo? Explique como você sabe disso.
d) Como você faria para descobrir a cor dos círculos em uma posição qualquer?

A segunda tarefa também contempla a construção de um padrão de repetição. De forma semelhante a tarefa 1, a 2 possibilita que o aluno:

- Construa uma sequência de círculos de acordo com o padrão apresentado;
- Crie uma estratégia para continuar o padrão;
- Determine as cores dos círculos em diferentes posições;
- Determine as cores dos círculos em uma posição qualquer.

[12] Segundo Vale *et al* (2006) um padrão de repetição "é um padrão no qual há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente".

Quadro 2. Tarefa 2. Fonte: Autoria própria.

Tarefa 2

Continue o padrão: cole 1 círculo azul e, em seguida, ao lado 2 vermelhos, depois 1 azul, 2 vermelhos, assim sucessivamente. Parar quando tiver colocado 14 círculos.

a) Como poderíamos continuar o padrão?
b) Qual será a cor do 20º círculo? Explique como você sabe disso.
c) Qual será a cor do 36º círculo? Explique como você sabe disso.
d) Qual será a cor do 61º círculo? Explique como você sabe disso.
e) Como você faria para descobrir a cor do círculo em uma posição qualquer?

As *tarefas 1 e 2* possuem proposta semelhante, no entanto, o padrão apresentado em cada tarefa possibilita que diferentes regularidades sejam observadas, assim como diferentes generalizações sejam desenvolvidas.

Para descobrir a cor do círculo em uma posição qualquer na *tarefa 1* é possível associar a sua posição ao par ou ao ímpar. Desse modo, os números ímpares são azuis e pares vermelhos. Na *tarefa 2*, para descobrir a cor do círculo pode ser estabelecidas relações entre múltiplos, divisores/divisão e resto. Por exemplo, se a posição solicitada for múltiplo de 3 será vermelha, caso contrário, é possível fazer uma divisão para descobrir quantos motivos completos há na sequência e, a partir do resto dessa divisão é possível determinar a cor.

A terceira tarefa contempla a observação de um padrão de crescimento[13]. Consideramos que essa tarefa apresenta um nível intermediário de dificuldade para os alunos envolvidos na pesquisa. A tarefa *3* possibilita que o aluno:

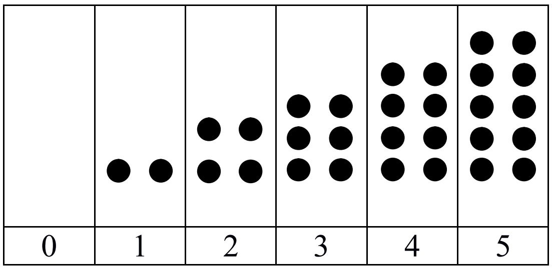
- Estabeleça uma correspondência entre as quantidades de bolinhas (figuras) e os números;
- Crie estratégias para resolver as situações propostas;
- Determine quantidades de bolinhas em determinadas posições numéricas;
- Desenvolva a percepção de variável;
- Identifique se o termo geral modela o padrão figurativo.

[13] Segundo Vale *et al* (2006) para ser um padrão de crescimento “cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior”. (p.24)

Quadro 3. Tarefa 3. Fonte: Autoria própria.

Tarefa 3

Observe a seguinte tabela, ela representa uma sequência relacionada a círculos pretos.



a) Quando aparecer na tabela o número 10, quantos pontos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?
b) Se houver 48 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?
c) Marina disse aos colegas que descobriu uma fórmula para representar a quantidade de pontos pretos desenhados: R = 2n. Você acha que essa fórmula representa essa sequência? Justifique sua resposta.

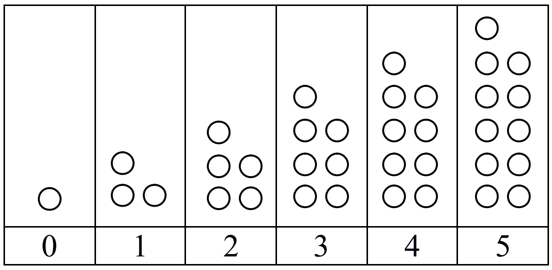
A quarta tarefa contempla a observação de um padrão de crescimento, assim como a terceira, e também apresenta um nível intermediário de dificuldade para os alunos envolvidos na pesquisa. A tarefa *4* possibilita que o aluno:

- Estabeleça uma correspondência entre as quantidades de bolinhas (figuras) e os números;
- Crie estratégias para resolver as situações propostas;
- Determine quantidades de bolinhas em determinadas posições numéricas;
- Desenvolva a percepção de variável;
- Represente o modelo descrito pelo padrão por meio de uma expressão algébrica.

Quadro 4. Tarefa 4. Fonte: Autoria própria.

Tarefa 4

Observe a seguinte tabela, ela representa uma sequência relacionada a círculos brancos.



a) Quando aparecer na tabela o número 8, quantos pontos brancos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?
b) Se houver 37 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?
c) Nessa sequência, é possível que um número esteja relacionado a 48 pontos brancos? Justifique sua resposta.
d) Crie uma fórmula para representar os pontos brancos.

A quinta e última tarefa contempla um padrão de crescimento. Consideramos que essa tarefa apresenta um nível de dificuldade mais elevado do que as anteriores, pois o crescimento não relaciona apenas uma razão que determina a sequência ou a relação entre figuras e números, mas a relação figura, números, razão e posições. Assim, a tarefa *5* possibilita que o aluno:

- Estabeleça uma correspondência entre as quantidades de palitos e figuras;
- Estabeleça uma correspondência entre as quantidades de palitos e retângulos construídos;
- Crie estratégias para resolver as situações propostas;
- Desenvolva a percepção de variável;
- Descreva uma sequência decrescente;
- Descubra a lei de formação que modela o padrão;

Quadro 5. Tarefa 5. Fonte: Autoria própria.

Tarefa 5

Utilizamos palitos para construir a seguinte sequência de figuras:

Figura 1:

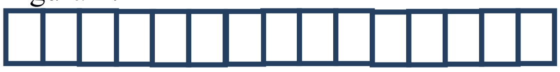
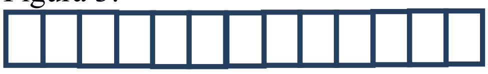


Figura 2:

Figura 3:



a) Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte?
b) Quantos palitos são necessários para construir a 10ª figura? Explique como você pensou.
c) Quantos palitos são necessários para construir a 16ª figura? Explique como você pensou.
d) Existe alguma relação entre a quantidade de retângulos de cada figura e a quantidade de palitos utilizados para formar a figura? Explique sua ideia.
e) Crie uma regra para descobrir a quantidade de palitos necessários para construir uma figura com *n* retângulos.

As tarefas, quanto ao processo pedagógico, tinham por objetivos o desenvolvimento do pensamento, e quanto à pesquisa que os alunos apresentassem suas ideias a respeito da temática. Esses dados foram obtidos por meio dos registros escritos dos alunos, do diário de campo da professora-pesquisadora e de transcrições de áudio.

Na sequência apresentamos a metodologia a qual desenvolvemos nossa pesquisa.

3.3 Metodologia: contextualizando a pesquisa de campo

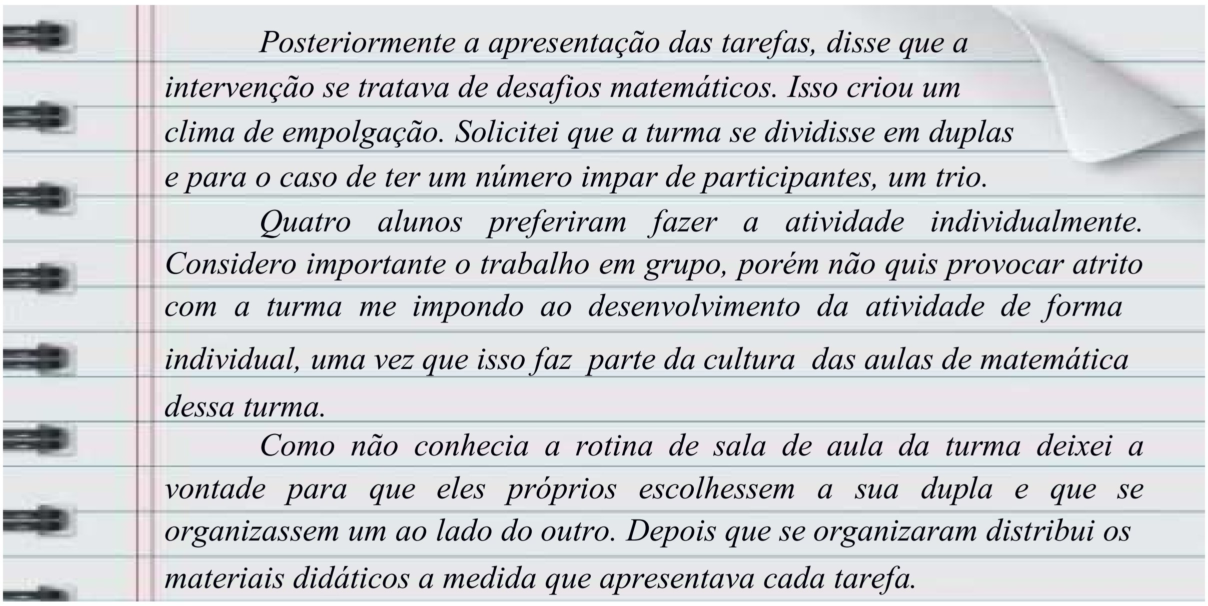
Esta proposta de estudo surgiu após revisões bibliográficas a respeito do trabalho com padrões em sala de aula, no entanto, ao apresentar a proposta ao professor da turma investigada, ele nos informou sobre as dificuldades dos seus alunos com a aprendizagem da álgebra.

A princípio apresentamos a sequência de ensino ao professor de matemática da turma, pretendendo obter informações como: se os níveis das tarefas eram adequados à turma e quais as considerações do professor quanto a esse trabalho? O professor considerou que a sequência era adequada para a turma.

Antes de desenvolver a pesquisa de campo, a professora-pesquisadora participou como observadora de duas aulas desenvolvidas pelo professor de matemática da turma investigada. O tema das aulas era expressões algébricas. O professor explicou alguns conceitos para os alunos e passou alguns exercícios. Eles pareciam não compreender muito o que foi explicado e vários alunos não conseguiram resolver os exercícios.

Conforme mencionada, a sequência de ensino foi desenvolvida pela autora deste trabalho, em três aulas, por um período de duas semanas. O professor da turma não participou da aula.

A sequência foi ministrada a partir da proposta de ensino de Van de Walle, desse modo a professora-pesquisadora iniciou a primeira fase do trabalho, a "fase do antes", tal como relatou em seu diário de campo:



Posteriormente a apresentação das tarefas, disse que a intervenção se tratava de desafios matemáticos. Isso criou um clima de empolgação. Solicitei que a turma se dividisse em duplas e para o caso de ter um número impar de participantes, um trio.

Quatro alunos preferiram fazer a atividade individualmente. Considero importante o trabalho em grupo, porém não quis provocar atrito com a turma me impondo ao desenvolvimento da atividade de forma individual, uma vez que isso faz parte da cultura das aulas de matemática dessa turma.

Como não conhecia a rotina de sala de aula da turma deixei a vontade para que eles próprios escolhessem a sua dupla e que se organizassem um ao lado do outro. Depois que se organizaram distribui os materiais didáticos a medida que apresentava cada tarefa.

FIGURA 1. Diário de campo da professora-pesquisadora: 01 de abril de 2016. Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Depois dessa fase, iniciou-se a do "durante". Os alunos realizaram as tarefas em duplas ou individualmente. A parte que envolvia a colagem de círculos não foi problema para eles, na verdade gostaram bastante, pois não estão acostumados com tarefas desse tipo. No entanto, ao responder os questionamentos das tarefas tiveram dúvidas de como continuar a sequência, já que não dispunham de círculos além do solicitado na tarefa. Neste momento, a professora-pesquisadora, fez um questionamento: "será que só é possível descobrir isso colocando círculos?". Um dos alunos respondeu: "deve ter alguma continha, é aula de matemática". Esse e outros questionamentos ocorreram durante a fase do "durante", os que forem pertinentes, serão apresentados na análise das respectivas tarefas.

Nesta fase os alunos se envolveram bastante, buscando estratégias para resolver os problemas de forma rápida e eficaz. Alguns questionavam próprias conclusões e buscavam outros métodos para confirmar o resultado.

A fase do "depois" foi desenvolvida com todos os alunos da turma após o desenvolvimento de cada tarefa. De maneira geral, a professora-pesquisadora retomava a tarefa proposta e levantava com a turma as estratégias e as respostas e de cada dupla, na tentativa, ou não, de chegar a uma conclusão geral da classe.

No início, na socialização das primeiras tarefas a maioria dos alunos, por timidez ou insegurança, não falaram muito durante as discussões. À medida que as tarefas foram sendo desenvolvidas e socializadas alguns foram se soltando. Os alunos que se envolviam nas discussões apresentavam dificuldades em expressar seu raciocínio, porém não deixavam de se envolver na discussão.

O fato de alguns alunos não se envolverem na discussão, não significa que não esteja desenvolvendo conceitos, pois ao observar as diferentes estratégias e ouvir as justificativas o aluno pode desenvolver conceitos e generalizações, mesmo que não as expresse verbalmente.

Quando elaboramos as tarefas consideramos que algumas tarefas, como as primeiras seriam simples para os alunos do 1º ano do ensino médio resolver. No entanto, no decorrer da pesquisa observamos que todas as tarefas se tornaram problemas, pois não tinham a princípio não tinham ideia de como resolvê-las, mas desejam fazer isso. Esse fato nos indica que a sequência de ensino, composta por cinco tarefas, apresentou a perspectiva de resolução de problemas.

Na sequência, apresentamos a análise que realizamos.

4 ANÁLISE

Neste capítulo apresentamos a análise de nossa pesquisa, a qual nos propomos discutir:

1) Os conceitos sobre padrões apresentados nos registros escrito dos alunos;
2) As potencialidades das tarefas para o desenvolvimento do pensamento algébrico;
3) As contribuições da socialização na formação dos conceitos sobre padrões e álgebra.

Entendemos que articulado ao conjunto de categorias, os tópicos apontados por Smole e Diniz (2010) quanto ao trabalho com padrões também podem ser observados: habilidades para identificar e expressar padrões; noções numéricas envolvendo situações-problemas, regularidades dentre padrões figurativos e representações por meio de linguagem matemática.

Na sequência apresentamos a análise da primeira categoria.

4.1 Conceitos sobre padrões apresentados nos registros escrito dos alunos

O estudo de padrões pode despertar diversos tipos de generalizações, no entanto, há necessidade de uma metodologia de ensino dinâmica, como a proposta de Van de Walle (2009) na resolução de problemas. Para que possibilite ao aluno desenvolver: hipóteses, conjecturar, testar e validar suas respostas e um ambiente em sala de aula que promova a interação, a comunicação de ideias e a discussão coletiva de conceitos desenvolvidos.

Ao valorizar e explorar competências por meio de situações de ensino contextualizadas envolvendo padrões, os estudantes são conduzidos a desenvolver seus conceitos matemáticos de forma significativa.

Os dados analisados nessa categoria foram produzidos em contexto de sala de aula, por meio dos registros escritos dos alunos, diário de campo da professora-pesquisadora e transcrições de áudio. As respostas dos alunos foram organizadas em quadros para que repostas semelhantes, ou não, pudessem ser identificadas e/ou analisadas. Nos quadros a seguir contém 16 registros, mas justificativas semelhantes foram colocadas uma única vez. Além disso, organizamos uma legenda para indicar as relações entre justificativas dadas pelos alunos e esperadas pela professora-pesquisadora.

Quadro 6. Legenda. Fonte: Autoria própria.

LEGENDA PARA JUSTIFICATIVAS	
✓	Esse marcador indica a resposta esperada para a atividade proposta;
o	Esse marcador indica as respostas que não estavam condizentes com o enunciado.
▪	Esse marcador representa as respostas confusas.

Na sequência apresentamos o quadro com as respostas e justificativas dos alunos nas alternativas da *tarefa 1*.

4.1.1 Conceitos sobre padrões apresentados na *tarefa 1*

A proposta da *tarefa 1* foi a seguinte: "Continue o padrão: cole 1 círculo azul e, em seguida, 1 vermelho, ao lado 1 azul, depois 1 vermelho, assim sucessivamente. Parar quando tiver colocado 13 círculos".

Quadro 7. Respostas/justificativas dos alunos para *tarefa 1*. Fonte: Autoria própria.

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
a) Como poderíamos continuar o padrão? Explique o que pensou.	Vermelha: 4	✓ Continuamos no padrão vermelho, azul; ✓ Começando pelo vermelho, depois azul e assim sucessivamente; ✓ Por que terminou no azul e depois do azul vem o vermelho; ✓ Porque a anterior é azul.
	Azul: 7	o Do mesmo jeito, bolas azuis, bolas vermelhas e assim, sucessivamente. Como dada na questão a sequência seguia e continua o padrão; o Contando as bolinhas azul e vermelha; o Iríamos continuando colocando as bolinhas azul, vermelha como pedido; o Por que continuando a ordem; o Continuando colando um círculo azul, outro vermelho e assim em diante.
	Respostas confusas: 5	▪ Continuo seguindo a sequência inicial; ▪ Mudando as cores; ▪ Com a sequência; ▪ Do jeito que acabou; ▪ Do jeito que começou a sequência.

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
b) Qual será a cor do 20º círculo? Explique como você sabe disso	Vermelha: 13	✓ Contando as cores; ✓ Pegamos as outras bolinhas e continuamos; ✓ Suponhamos que o vermelho é par e o azul é ímpar; ✓ Continuando a sequência; ✓ É só seguir a sequência.
	Azul: 2	o Porque é par.
	Respostas confusas: 1	▪ Seria por causa da ordem;
c) Qual será a cor do 37º círculo? Explique como você sabe disso.	Vermelha: 4	o Repondo as bolinhas; o Continuando a sequência; o Começou no azul, terminou no vermelho; o Porque começamos fazer com círculo azul e depois o vermelho.
	Azul: 12	✓ Contando as cores; ✓ Continuando a sequência; ✓ Suponhamos que vermelho é par e o azul é ímpar; Seguindo o padrão; ✓ Por causa da ordem; ✓ Por terminar no azul e mais 24.
d) Como você faria para descobrir a cor dos círculos em uma posição qualquer?	Azul é ímpar e vermelho é par: 7	-
	Divergência de soluções: 9	▪ Calculando com números matemáticos; ▪ Iniciaria com uma cor e continuaria a sequência; ▪ Dependendo do início; ▪ Se, iniciou com o azul, iria terminar com o azul até um determinado número; ▪ Através do padrão; ▪ Só era saber a ordem; ▪ Eu iria começar fazendo uma de cada; ▪ Contando e vendo se o círculo iria ser vermelho ou azul; ▪ Olhando para as cores dos círculos.

A alternativa *a* da *tarefa 1,* era uma das componentes mais simples da sequência de ensino proposta, porém apenas três grupos apresentaram resposta e justificativa adequadas para a continuação do padrão. Tal fato nos conduziram a algumas hipóteses, como: talvez não tenham interpretado corretamente o enunciado da tarefa, não estão habituados com esse tipo de trabalho em aulas de matemática, possuem dificuldades de compreensão ou, porque alguns construíram a sequência em duas partes, tiveram dificuldade de visualizar a sequência completa.

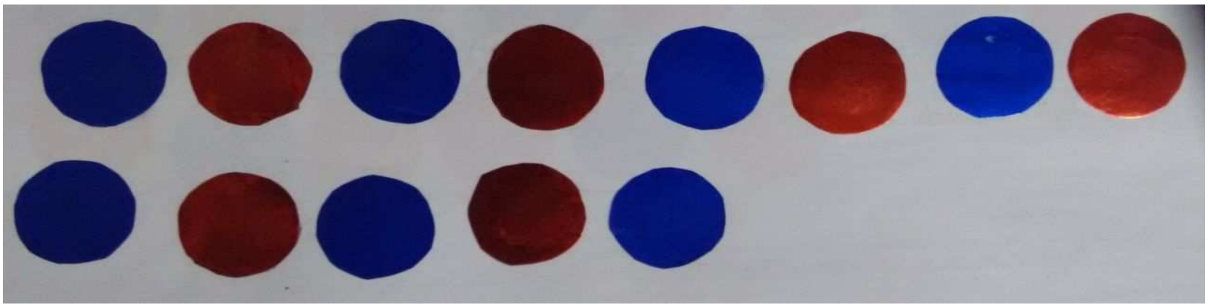


FIGURA 2. Colagem da dupla 1 para a *tarefa 1.* Fonte: Acervo da pesquisadora.

Alguns alunos conseguiram perceber que havia uma relação entre a posição ocupada pelos círculos vermelhos e azuis com os números pares e ímpares na alternativa *b*, da *tarefa 1*. Esse fato é um indicativo de que os alunos identificaram os padrões apresentados e desenvolveram generalizações.

Dentre as estratégias utilizadas pelos alunos para definir a cor dos círculos em diferentes posições, a que prevaleceu foi à utilização da contagem e a continuação da sequência apoiada na construção de esquemas e prolongamento da se da sequência, como estratégia.

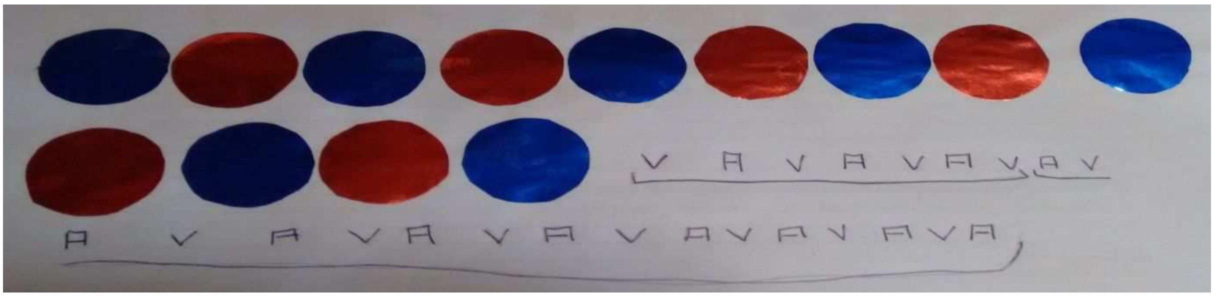
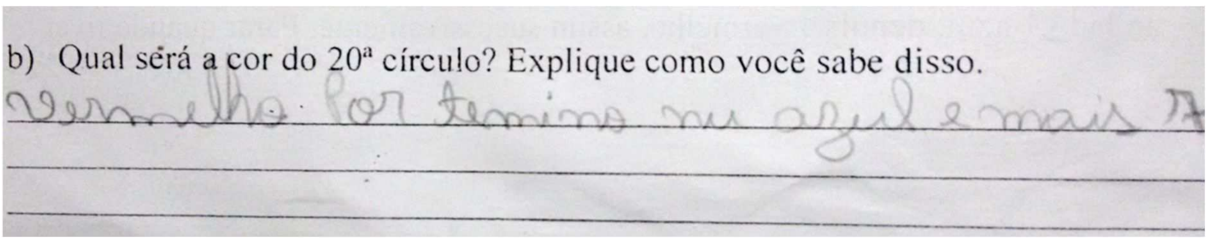


FIGURA 3. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 1* – Dupla 10. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Um dos alunos apresentou uma resposta diferenciada para o item *b* da *tarefa 1*, ele envolveu ao padrão já estabelecido relações de princípio aditivo, como mostra a figura 4.



b) Qual será a cor do 20ª círculo? Explique como você sabe disso.

vermelho. Por termina nu azul e mais 1

FIGURA 4. Resolução de um aluno – alternativa *b* da *tarefa 1.* Fonte: Acervo da pesquisadora.

Observamos em um dos registros que um aluno alterou sua resposta/justificativa, que não condizia à esperada, durante a socialização de conceitos. Pensamos que essa ação pode ter sido realizada, porque o aluno percebeu o seu “erro” e tentou corrigi-lo ou porque está habituado a substituir respostas erradas por corretas em seu caderno. Tal fato pode ser observado na figura 5.

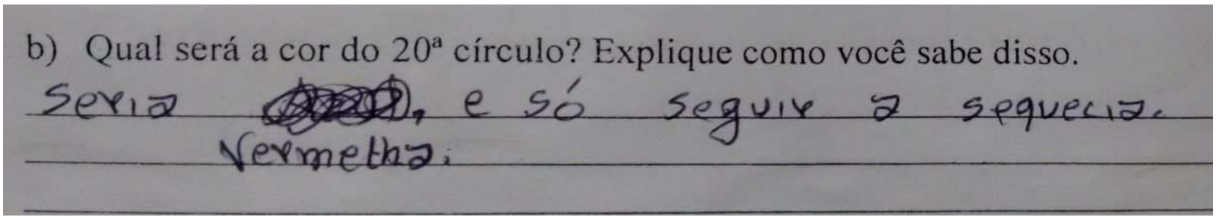


FIGURA 5. Resolução de um aluno – alternativa *b* da *tarefa 1.* Fonte: Acervo da pesquisadora.

Um aluno apresentou um raciocínio semelhante ao utilizado na figura 3 ao tentar resolver a tarefa*,* alternativa *c*.

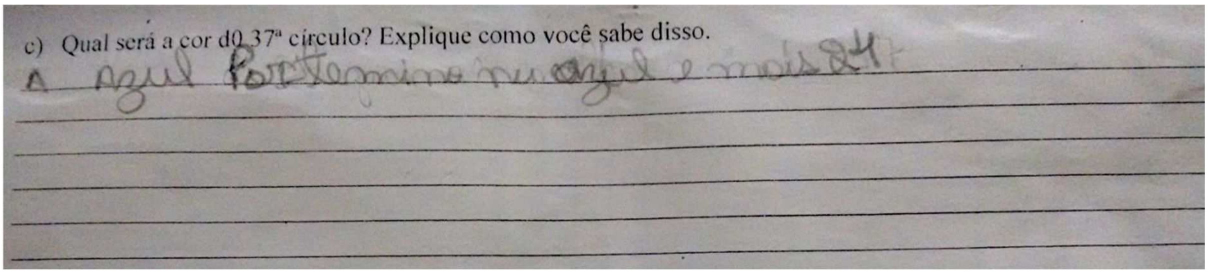


FIGURA 6. Resolução de um aluno - alternativa *c* da *tarefa 1.* Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na *tarefa 1*, alternativa *c* e *d,* vários alunos conseguiram apresentar em suas respostas e justificativas, uma relação existente entre o padrão proposto e os números ímpares e pares. Os demais apresentaram a resposta por meio da contagem e continuação da sequência por meio de letras. Percebemos neste item que muitos alunos conseguiram apresentar respostas mais elaboradas que nos itens anteriores.

Em síntese, os estudantes conseguiram construir a sequência facilmente, mas sentiram dificuldades em encontrar um pensamento que modelava a descoberta das cores dos círculos em uma posição qualquer. Esse fato indica a dificuldade dos alunos ao expressar situações algebricamente.

Consideramos que um dos momentos mais importante dessa tarefa foi o da socialização, em que os alunos perceberam e admitiram que, muitas vezes, há mais do que um modo de ver um padrão e de explicá-lo.

Na sequência apresentamos o quadro com as respostas e justificativas dos alunos nas alternativas da *tarefa 2*.

4.1.2 Conceitos sobre padrões apresentados na *tarefa 2*

Na *tarefa 2*, a construção solicitada foi: "Continue o padrão: cole 1 círculo azul e, em seguida, ao lado 2 vermelhos, depois 1 azul, 2 vermelhos, assim sucessivamente. Parar quando tiver colocado 14 círculos".

Quadro 8. Respostas/justificativas dos alunos para *tarefa 2*. Fonte: Autoria própria.

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
a) Como poderíamos continuar o padrão?	Vermelho, azul, vermelho, vermelho: 6	✓ 1 vermelho, 1 azul e 2 vermelhos; ✓ Uma bolinha vermelha e uma azul, duas vermelhas e uma azul. Assim, sucessivamente.
	Azul: 7	o Azul, vermelho; o Seguindo a sequência: 1 azul e 2 vermelhos.
	Respostas confusas: 3	▪ Continuando o padrão; ▪ Usando o mesmo padrão.
b) Qual será a cor do 20º círculo? Explique como você sabe disso	Vermelho: 15	✓ Calculando de 3 em 3 cores; ✓ Continuando a sequência; ✓ Porque continuara par; ✓ Porque a posição da bolinha seria em um conjunto par.
	Azul: 1	o Contando a sequência.
c) Qual será a cor do 36º círculo? Explique como você sabe disso.	Vermelha: 12	✓ Pois se 20 terminou vermelho, colocando mais alguns números e continuou vermelho; ✓ A fazer a relação com a tarefa primeira; ✓ Continuar a sequência; ✓ Porque 3x12 = 36, e a última bolinha é de cada 3 é vermelha; ✓ Porque é um número par, e fazendo a sequência, será vermelho; ✓ Seguindo a sequência de ímpar e par, conseguimos perceber que a bolinha seria vermelha;
	Azul: 4	o Continuando a sequência;

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
d) Qual será a cor do 61º círculo? Explique como você sabe disso	Vermelho: 3	o Seguindo a ordem das cores; o Porque o padrão para na 36ª, e foi azul. Assim, continuei até 61.
	Azul: 13	✓ 61 é ímpar; ✓ Continuando a sequência; ✓ Por que é um azul, e um azul e ímpar; ✓ Multiplicando por 3 e dependendo da quantidade que falta ou sobra sabe-se se á azul ou vermelho; ✓ Por que ele parei na 36 e foi azul e continuei ate 61.
e) Como você faria para descobrir a cor dos círculos em uma posição qual quer?	Múltiplos: 4	✓ Na ordem de como ela vai perseguindo ou então olhar se é múltiplo de três; ✓ Multiplicando por 3; ✓ Multiplicaria por três, se desses dois números a menos ou um número a mais da multiplicação, seria azul e se desse um a menos, ou um número correspondente a essa multiplicação seria vermelho; ✓ Multiplicando por 3, se sobrar 1 ou faltar 2, sabe-se que é azul, caso contrário será vermelha.
	Continuando: 5	✓ Contando cor por cor; ✓ Seguia a sequência.
	Par e ímpar: 4	o Se é ímpar ou par e a cor.
	Respostas confusas: 3	▪ Somaria o vermelho por dois e um como 1 e tentaria encontrar o resultado; ▪ Iniciou com o azul iria terminar com vermelho; ▪ É Por que o azul é de 4 em 4.

Na *tarefa 2*, de forma semelhante a *tarefa 1*, contempla a construção de um padrão de repetição, porém possibilita observar uma outra forma de regularidade, pois o motivo do padrão se altera a cada três círculos.

Quanto ao desenvolvimento da sequência, percebemos que os alunos não sentiram dificuldades em construir o novo padrão de círculos, alguns grupos conseguem identificar o motivo do padrão proposto.

Um dos grupos no momento da contagem desenvolveu uma identificação para o motivo da sequência, como mostra a figura 7, provavelmente para facilitar a contagem ou para compreender como o padrão está organizado.

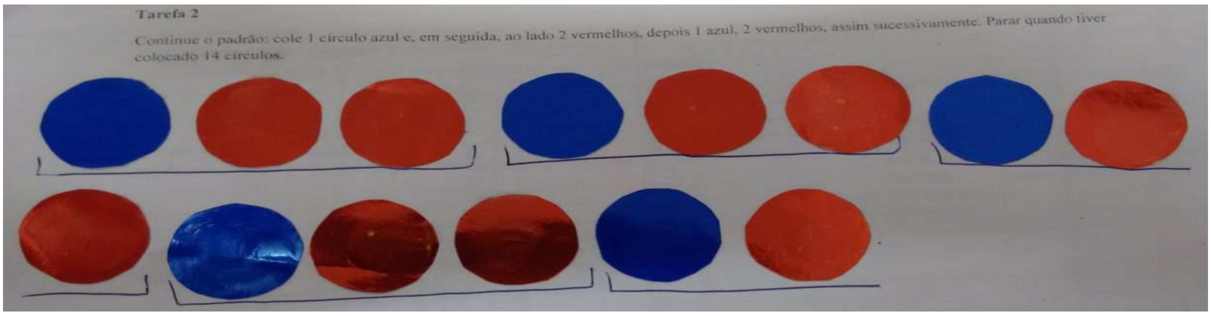


FIGURA 7. Observação do motivo por um aluno no início da *tarefa 2.* Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na alternativa *a* da *tarefa 2,* a maior parte dos alunos apresentaram a solução de forma adequada para a continuação do padrão, porém alguns alunos ainda permaneciam tendenciados a repetir o motivo do padrão, sem estabelecer relações com os círculos que já estavam na sequência do motivo.

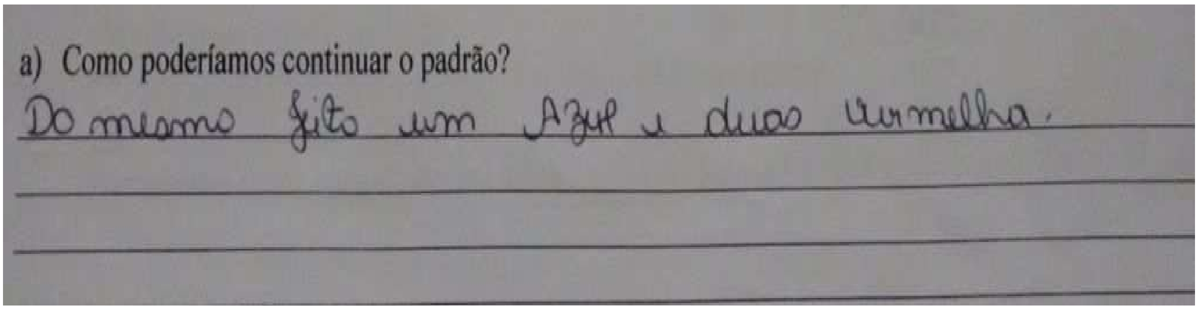


FIGURA 8. Resolução da alternativa a da tarefa 2 – Dupla 14. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Uma discussão surgiu a partir da alternativa *a*, a qual pautou-se no seguinte registro:

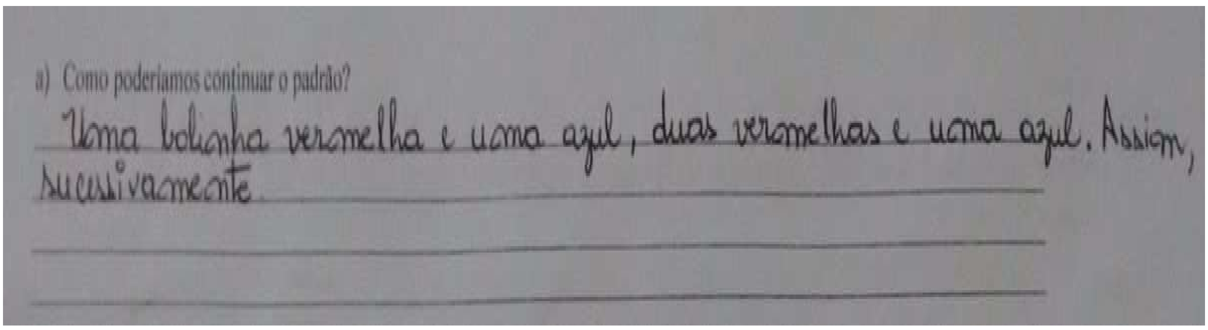


FIGURA 9. Resolução da alternativa *a* da *tarefa 2* – Dupla 13. Fonte: Acervo da pesquisadora.

E desencadeou o seguinte diálogo com a dupla 13, formada por "G" e "D":

Professora-pesquisadora: – *Por que sucessivamente*?

"G": – *Porque vai se repetindo várias vezes a mesma coisa*.

Professora-pesquisadora: – *E quando vai parar de se repetir? Será que tem um fim*?

Eles: – *Acho que não tem parada não*.

Professora-pesquisadora: – *Então, o que acontece quando uma sequência não tem parada*?

"D": – *Acontece que ele é grande de mais*...

Professora-pesquisadora: – *Será*! *Tente completar a frase: A sequência está se repetindo ________________*.

"G": - *Infinitamente*.

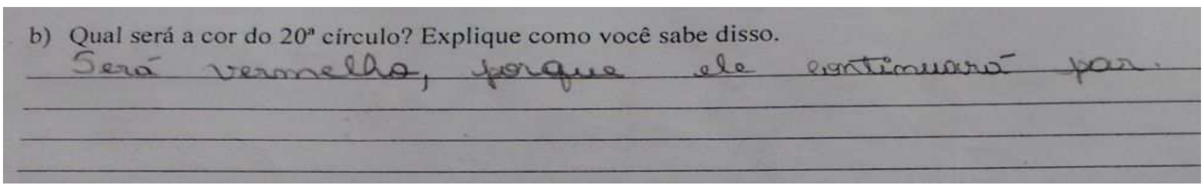
"D": - *O o o o... Professora era isso que eu queria falar só que não disse a palavra certa... mas é a mesma coisa também acertei...* "*a ordem dos tratores não altera o viaduto*".

FIGURA 10. Diário de campo da professora-pesquisadora: 01 de abril de 2016. Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Percebemos no diálogo, que alunos possuem certa dificuldade quanto à explicação de uma ideia, no entanto, quando levados a refletir sobre ela, conseguem formular sua justificativa com coerência matemática.

No momento da socialização dessa alternativa o mesmo grupo fez a colocação para os demais colegas, fazendo uma observação, não só para a tarefa em questão, mas também para a *tarefa 1*, dizendo que "as sequências que construíram eram infinitas". Observa-se, com este fato, que os alunos conseguiram justificar uma situação e transferir a ideia à outra mesmo havendo distinções entre os padrões.

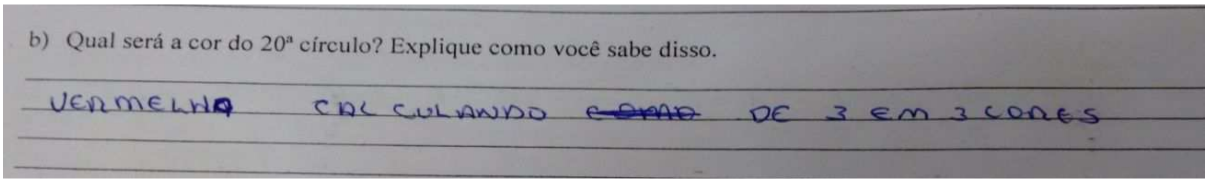
Três grupos de alunos, na alternativa *b* da *tarefa 2*, apresentaram a resposta de forma adequada quanto a cor do círculo, porém em suas justificativas utilizaram o raciocínio da tarefa anterior, cuja a cor do círculo podia ser determinada a partir da relação par e ímpar quanto a posição que ocupava na sequência. Como mostra o registro da Dupla 11:


b) Qual será a cor do 20ª círculo? Explique como você sabe disso.

Será vermelho, porque ele continuará par.

FIGURA 11. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 2* – Dupla 11. Fonte: Acervo da pesquisadora.

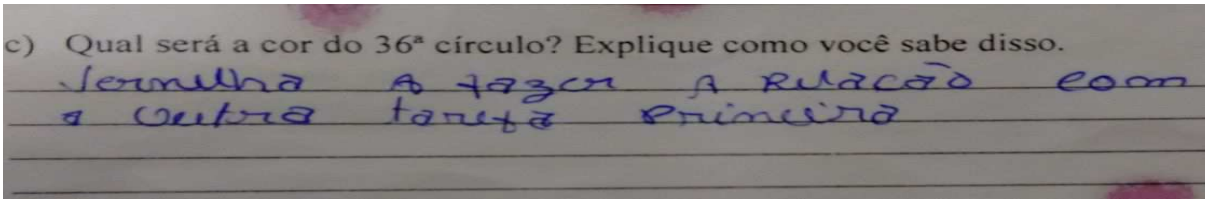
Para descobrir a cor do círculo na *tarefa 2*, os alunos poderiam desenvolver estratégias que contemplassem as relações entre múltiplos, divisores ou divisão e resto. Alguns alunos utilizaram o motivo da sequência e identificaram a regularidade dentre o padrão figurativo. Tal como fez a Dupla 2:


b) Qual será a cor do 20ª círculo? Explique como você sabe disso.

VERMELHO CALCULANDO ~~E~~ DE 3 EM 3 CORES

FIGURA 12. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 2* – Dupla 2. Fonte: Acervo da pesquisadora.

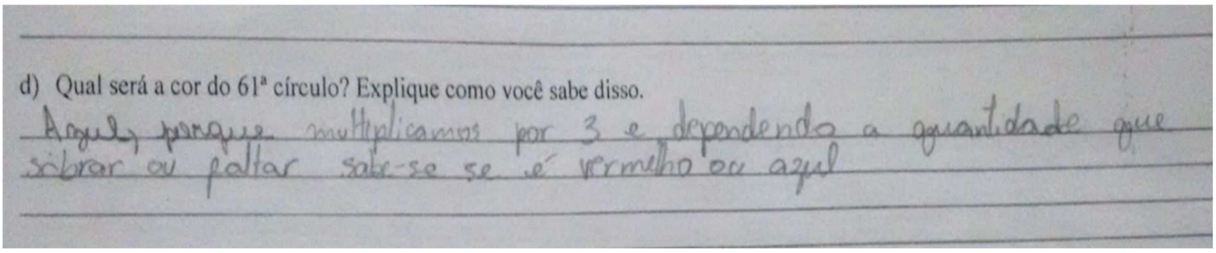
Assim como mencionado anteriormente, os alunos transferem o raciocínio desenvolvido na *tarefa 1*, para a *2*. Esse fato foi observado novamente na alternativa *c* da *tarefa 2,* quando a Dupla 2 apresenta a seguinte justificativa:


c) Qual será a cor do 36ª círculo? Explique como você sabe disso.

Vermelha a fazer a relação com a outra tarefa primeira

FIGURA 13. Resolução da alternativa *c* da *tarefa 2* – Dupla 6. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na alternativa *d* da *tarefa 2,* alguns alunos apresentaram raciocínio multiplicativo para determinar a cor do 61º círculo.


d) Qual será a cor do 61ª círculo? Explique como você sabe disso.

Azul, porque multiplicamos por 3 e dependendo a quantidade que sobrar ou faltar sabe-se se é vermelho ou azul

FIGURA 14. Resolução da alternativa *d* da *tarefa 2* – Dupla 11. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Constatamos que, 5 grupos na alternativa *d*, ainda permaneceu na estratégia da contagem, mesmo para posições mais avançadas da sequência, como a 61ª. Esses alunos talvez tenham a convicção de que somente a contagem é segura para essa descoberta ou não conseguem desenvolver algebricamente uma ideia para situações mais amplas.

Nenhum aluno reduziu o problema a uma divisão e na observação do resto, optaram por analisar a sequência por meio da multiplicação. No desenvolvimento dessa tarefa, constatamos que os alunos começaram a entender os padrões. Alunos não têm a prática de registrar a ideia utilizada para resolver o problema no que dificultou a escrita deles, assim a dinâmica de registrar não é cultura da escola, porém mostram esforços para descrever suas conjecturas e raciocínios.

Na alternativa *e* da *tarefa 2,* alguns alunos apresentaram raciocínio multiplicativo e surge o pensamento de múltiplos. Tal como fez a Dupla 3:

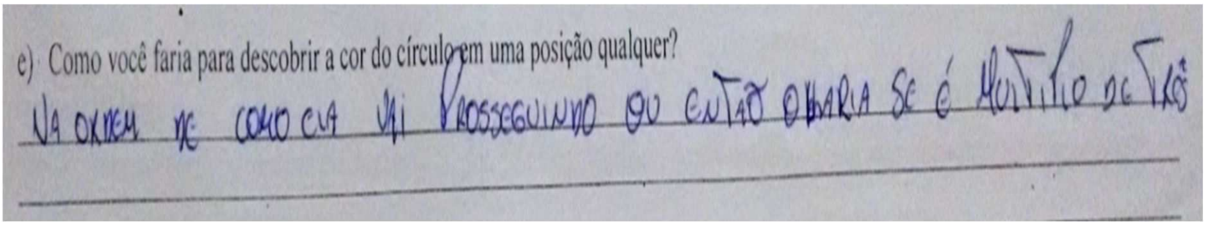


FIGURA 15. Resolução da alternativa *e* da *tarefa 2 – Dupla 3.* Fonte: Acervo da pesquisadora.

No desenvolvimento da segunda tarefa, constatamos que os alunos começaram a entender as tarefas propostas e elaborar conceitos sobre padrões. Ressaltamos que os alunos dessa sala não têm a prática de registrar a ideia utilizada para resolver o problema o que dificulta a escrita deles. A escrita não faz parte da cultura das aulas de matemática, porém ela auxilia no desenvolvimento de conjecturas e raciocínios.

No início da socialização da *tarefa 2,* a professora-pesquisadora iniciou com a seguinte pergunta: - *Como vocês verificam se o resultado é válido?*

Nesse momento todos os alunos responderam que verificavam a solução por meio de contagem e continuação das sequências, definido por eles como método de conferência. Mesmo solicitando aos alunos que fizessem suas anotações de contagem na folha da tarefa, eles optaram por não rabiscá-la e sim, fazer os registros de validação em uma folha à parte. Esse fato evidencia uma cultura escolar tida por eles, de não rabiscar as atividades que será entregues ao professor.

Na socialização da alternativa *e* da *tarefa 2,* alguns alunos afirmaram que "como o padrão se repetia de 3 em 3, uma bolinha azul e duas vermelhas, poderia ir efetuando sucessivamente 3+3+3+3...", ou "ir pensando qual o número que multiplicado por 3 dá o número que eu quero?". Outros, nesse momento de socialização, reduziram a um problema de divisão e na observação do resto.

No momento da socialização um aluno levantou uma afirmação no que diz respeito à probabilidade, apresentado no seguinte diálogo, extraído de gravação de áudio:

Episódio 1 - Socialização da *tarefa 2*

Professora-pesquisadora: – *Alguém tem alguma observação para acrescentar*?

Dupla: – *Professora, observamos que a probabilidade de um círculo ser vermelho, nesse padrão, é maior que ser azul*.

Professora-pesquisadora: – *Porque você pensou assim*?

Dupla: – *Porque o padrão apresenta um número maior de círculos vermelhos, acho. Está certo*?

Professora-pesquisadora: – *O que as demais duplas acham*?

As demais duplas: – *Acho que esta certa a resposta*.

Outra dupla: – *É isso mesmo. Se observarmos a alternativa anterior, percebemos que à probabilidade é igual.*

Esse episódio indica que alunos conseguem desenvolver e relacionar outro conteúdo da matemática quando são indagados.

Os alunos corresponderam bem à dinâmica de aula proposta. Eles aceitam as ideias apresentadas, mesmo sendo diferente das que possuem.

Na sequência apresentamos a *tarefa 3.*

4.1.3 Conceitos sobre padrões apresentados na *tarefa 3*

Durante cada alternativa, no momento de socialização das tarefas, os estudantes mostraram-se pouco comunicativos e participativos, apesar do incentivo para se comunicarem mais. As tarefas que descritas neste item, foram desenvolvidas em outro dia.

Na *tarefa 3*, foi solicitado a observação de uma tabela, a qual era representada em uma sequência numérica relacionada a quantidade de pontos pretos.

Quadro 9. Respostas/justificativas dos alunos para *tarefa 3*. Fonte: Autoria própria.

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
a) Quando aparecer na tabela o número 10, quantos pontos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?	Vinte: 14	✓ Porque 5 na tabela é igual a 10; ✓ Multiplicamos pela quantidade de bolas por 2; ✓ + 10 pontos acima dele, porque sempre será o dobro. Então na posição 10 serão 20 bolinhas; ✓ Sempre 12 colando bolinhas quando chegar a 20 teria 10 pontos; ✓ Pela sequência e depois multiplicamos por 2;

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
a) Quando aparecer na tabela o número 10, quantos pontos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?	Vinte: 14	✓ Multiplicando a 5 tabela por 2. 10x2=20. ✓ Contando de 10 em 10 até chegar à tabela 10. 20 bolinhas;
	Quatro: 1	o Só pra colocar 4 bolinhas em cima;
	Respostas confusas: 1	▪ Mais 2, pois é o dobro.
b) Se houver 48 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?	Vinte e quatro: 13	✓ 48 dividido para 2, é 24 ✓ Porque somei 2 números e deu 48; ✓ Pela sequência ✓ Porque eu fiz a metade... 24. 48 por 2 que é 24; ✓ Pois multiplicando 24x2 resulta em 48. Pode-se dividir 48/2=24; ✓ **~~12~~**[14] 24. Fiz o cálculo 4/2 que deu a soma **~~48~~** 24; ✓ E só dividir o número de pontos desenhados por 2. 48/2=24;
	Vinte e oito: 1	o Por que dividindo a quantidade de bolas por dois dará 20.
	Quarenta e sete: 1	o Contando as bolas.
	Quarenta e oito: 1	o Só é diminuir a sequência seguinte.
c) Marina disse aos colegas que descobriu uma fórmula para representar a quantidade de pontos vermelhos desenhados: R = 2n. Você acha que essa fórmula representa essa sequência? Justifique sua resposta.	Sim: 16	✓ Porque ta crescendo o dois, substituindo tem os valores também daria a resposta; ✓ Yes, porque as contas podem fazer de cara, ou seja, pode ter calculo mental; ✓ Porque substituindo esses valores da à resposta; ✓ Yes, porque quando fosse pra fazer de conta de cara descobriria; ✓ Porque 2 é o número fixo e *n* e um número variável; ✓ Pois qualquer número desses está na sequência correta; ✓ Porque qualquer número multiplicado por 2 vai está correto;

[14] Quando apresentamos uma resposta sobreposta por uma linha, significa que o aluno colocou aquela resposta, mas a riscou e colocou outra.

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
c) Marina disse aos colegas que descobriu uma fórmula para representar a quantidade de pontos vermelhos desenhados: R = 2n. Você acha que essa fórmula representa essa sequência? Justifique sua resposta.	Sim: 16	✓ Aumentando mais 2 substituindo o n; ✓ R=2.5=>R=10; onde n é o número registrado abaixo da tabela; ✓ Porque sempre e o dobro de círculos; ▪ Porque sempre que multiplico por 2 da o número certo de bolinhas no quadrado; ▪ ~~não~~ sim por que se cara não descobriria; ▪ ~~não~~ sim pois nos acreditamos que nos cálculos dela ela tenha sido muito cautelosa; ✓ ~~não, por que a fórmula dela é incorreta~~. Sim, multiplicando;

Nesta sequência, a quantidade de pontos é definido pela razão 2 e o número correspondente apresentado na linha inferior da tabela. Desse modo, para definir os pontos da tabela é utilizado o raciocínio multiplicativo.

Os alunos não apresentaram dificuldades em identificar a quantidade de pontos correspondente ao número 20. Eles não utilizaram pontos para representar a sequência, apenas números. Tal como se pode observar na figura 16.

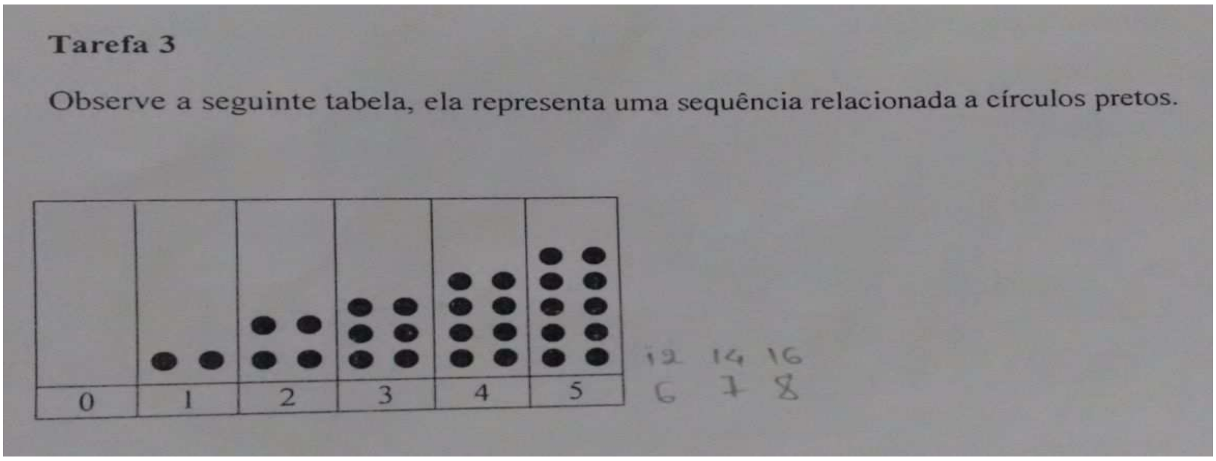
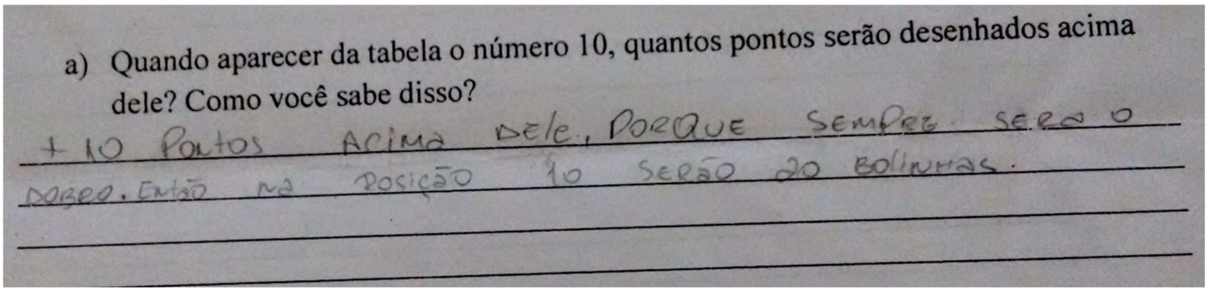


FIGURA 16. Construção de esquemas da *tarefa 3* – Dupla 13. Fonte: Acervo da pesquisadora.

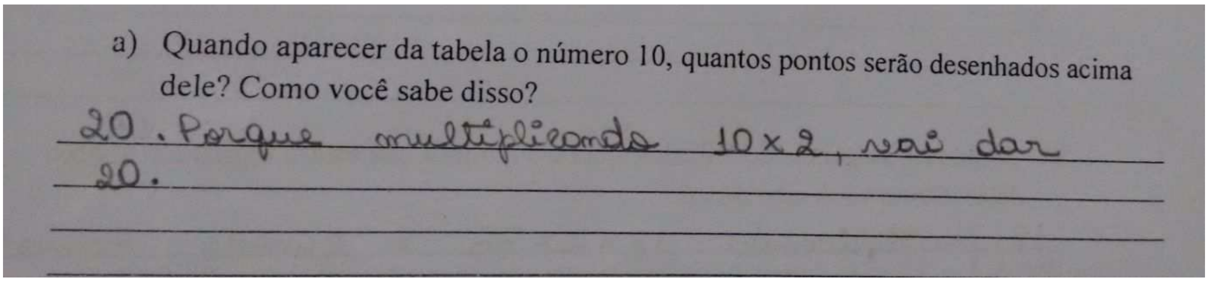
Na observação da relação existente no padrão, a Dupla 13 utilizou como estratégia de resolução de todas as alternativas da *tarefa 3* a contagem por meio da relação entre o número sequencial com quantidade de pontos.

Na alternativa *a* da *tarefa 3*, alguns alunos expressaram raciocínios aditivos relacionado a ideia de proporcionalidade, como observado na figura 17. Outros desenvolveram um raciocínio multiplicativo para resolver a tarefa, como se pode observar na figura 18.


a) Quando aparecer da tabela o número 10, quantos pontos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?

+ 10 Pontos acima dele, porque sempre será o dobro. Então na posição 10 serão 20 bolinhas.

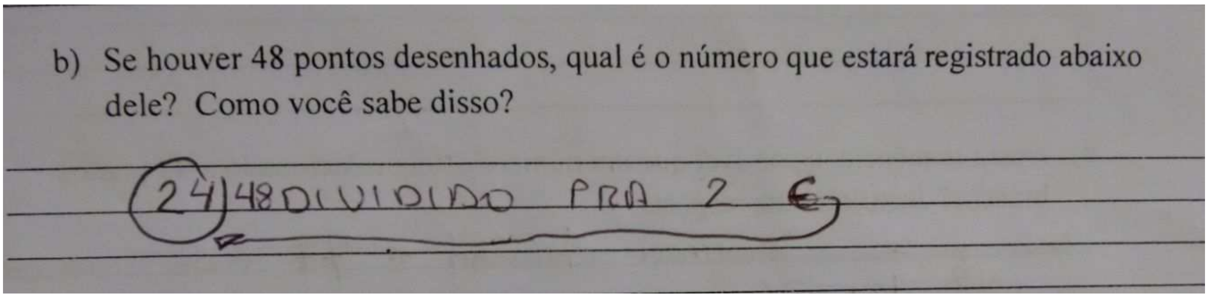
FIGURA 17. Resolução da alternativa *a* da *tarefa 3* – Dupla 4. Fonte: Acervo da pesquisadora.


a) Quando aparecer da tabela o número 10, quantos pontos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?

20. Porque multiplicando 10 x 2, vai dar 20.

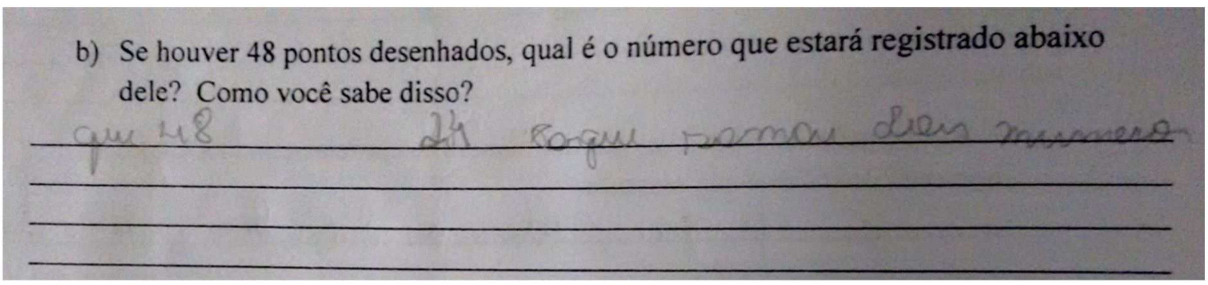
FIGURA 18. Resolução da alternativa *a* da *tarefa 3* – Dupla 11. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na alternativa *b* da *tarefa 3*, os alunos chegaram a pensamentos e justificativas bem heterogêneos como por exemplo os apresentados pelas Duplas 2, 7 e 11.


b) Se houver 48 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?

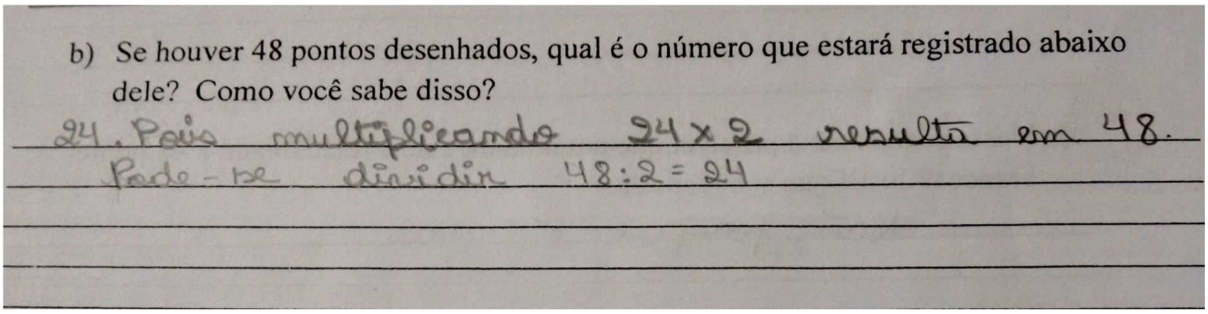
24 48 DIVIDIDO PRA 2 É

FIGURA 19. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 3* – Dupla 2. Fonte: Acervo da pesquisadora.


b) Se houver 48 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?

que 48 24 porque formou dois numero

FIGURA 20. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 3* – Dupla 7. Fonte: Acervo da pesquisadora.



b) Se houver 48 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?

24. Pois multiplicando 24 x 2 resulta em 48.
Pode-se dividir 48:2 = 24

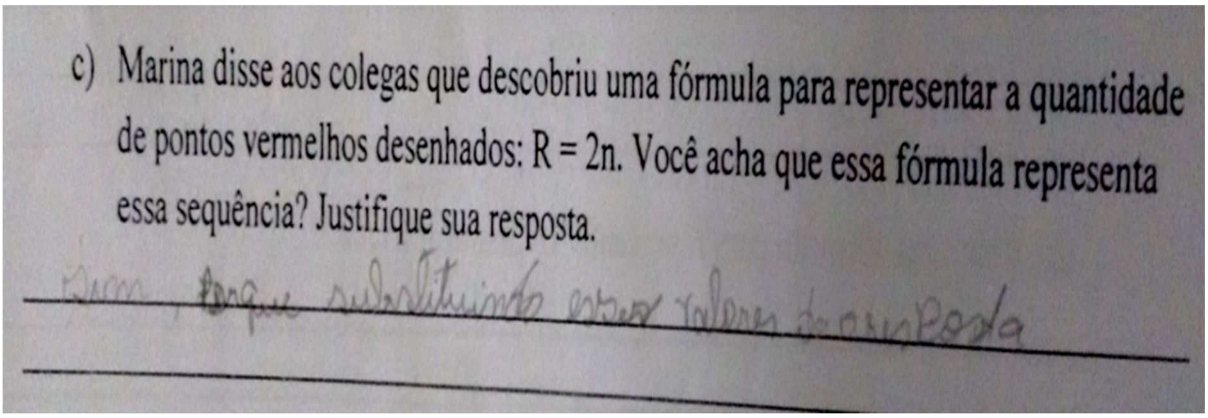
FIGURA 21. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 3* – Dupla 11. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Os alunos da Dupla 2 identificam o padrão numérico por meio de um pensamento de divisibilidade. Eles estabelecem correspondência entre as quantidades e por meio da operação da divisão.

A Dupla 7 apresenta um pensamento aditivo quando justificam que a soma de duas parcelas iguais para chegar ao resultado.

Os argumentos utilizados pela Dupla 11 revelam que estes dois alunos reconhecem propriedades da estrutura multiplicativa e de divisibilidade para justificar como chegar ao resultado esperado. Os alunos desenvolvem o pensamento inverso das operações envolvidas.

Na alternativa *c* da *tarefa 3*, os alunos deveriam validar a fórmula apresentada da por um personagem fictício chamado Marina para determinar a quantidade de pontos em uma posição qualquer. A Dupla 7 apresentou a seguinte justificativa:



c) Marina disse aos colegas que descobriu uma fórmula para representar a quantidade de pontos vermelhos desenhados: R = 2n. Você acha que essa fórmula representa essa sequência? Justifique sua resposta.

Sim, porque substituindo esses valores da resposta

FIGURA 22. Resolução da alternativa *c* da *tarefa 3* – Dupla 7. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Os alunos da Dupla 7, resolvem sentenças com diferentes números e chegaram a conclusão de que a sentença era verdadeira. Os cálculos foram feitos no caderno de um dos alunos, ao término de suas verificações, me chamou para mostrar o que tinha feito.

Na alternativa *c* da *tarefa 3,* a aluna "L" buscou explicar a lei de formação identificando os valores fixos e variáveis. Esse contexto indica que o aluno possui compreensão formal de álgebra, talvez desenvolvido no estudo de funções afins.

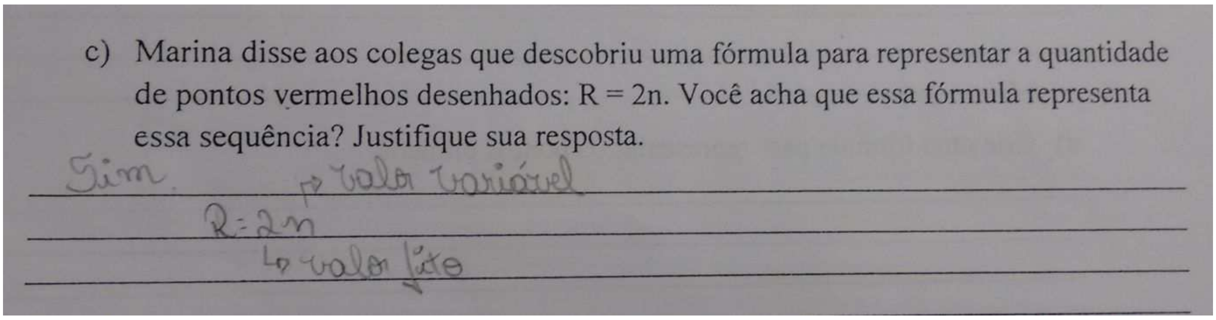


FIGURA 23. Resolução da alternativa *c* da *tarefa 3* – Aluna “L”. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Os alunos não tiveram dificuldades em resolver as sentenças com números desconhecidos em suas tentativas para a validação da resposta apresentada por “Marina”.

Outro momento importante da socialização da *tarefa* 3 foi registrado no diário de campo da professora-pesquisadora, quando o seguinte questionamento foi feito aos alunos: “E se eu pedisse a vocês para que desenvolvessem um padrão que descrevesse a seguinte expressão algébrica: R = ***3n***, como vocês construiriam o padrão? A pesquisadora tinha por objetivo obter mais informações sobre os tipos de pensamentos algébrico que os alunos estavam a mobilizar.

Professora-pesquisadora: - E se eu pedisse a vocês para que desenvolvessem um padrão que descrevesse a seguinte expressão algébrica: R = ***3n*** *(Expus no quadro a expressão), como vocês construiriam o padrão?*

FIGURA 24. Diário de campo da professora-pesquisadora: 05 de abril de 2016. Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Os alunos se sentiram desafiados e para resolver à problemática e como o tempo que tínhamos era reduzido, a turma foi divida em dois grupos. Os grupos produziram os seguintes registros:

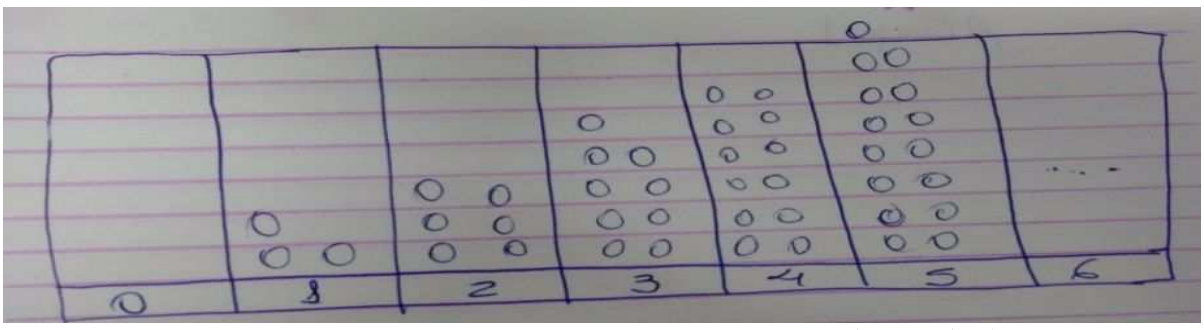


FIGURA 25. Resolução da *Tarefa Desafio* – Grupo 1. Fonte: Acervo da pesquisadora.

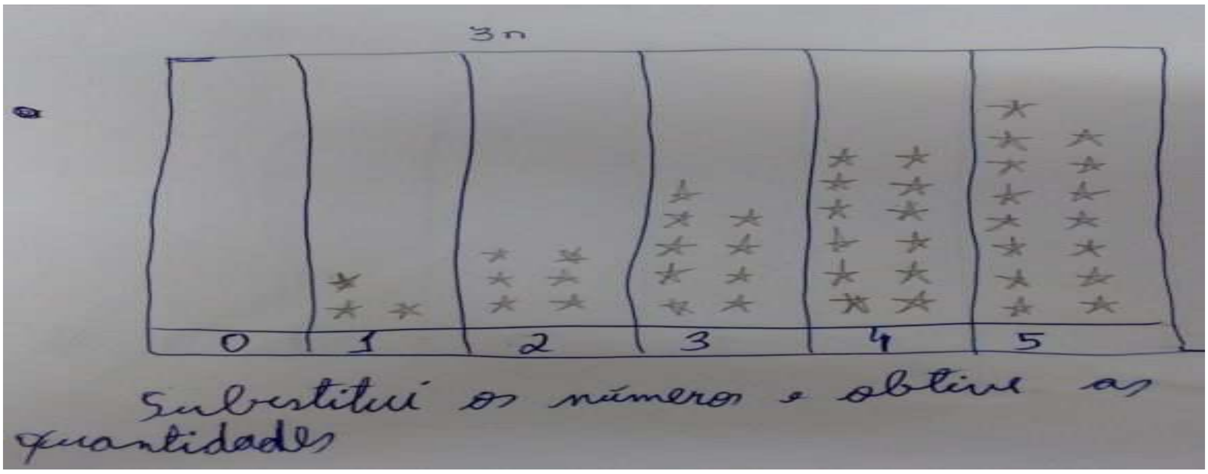


FIGURA 26. Resolução da *Tarefa Desafio* – Grupo 2. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Os registros produzidos pelos grupos indicam que compreenderam a expressão algébrica apresentada pela professora, e a partir do modelo que possuíam, conseguiram desenvolver uma representação de padrões com contextos figurativos diferentes adequados a situação proposta. O Grupo 1, na figura 25, colocou reticências indicando que a sequência continuaria da mesma forma, sugerindo que o padrão seria infinito.

O Grupo 2 informou no momento de socialização que para construir o padrão da figura 26 realizaram tentativas com diversos números até que o resultado contemplasse a expressão algébrica apresentada pela professora-pesquisadora. Só então, construíram o padrão figurativo com estrelas.

Os estudantes conseguiram facilmente construir a sequência, mas sentiram dificuldades iniciais, que foram superadas por meio de discussões entre os colegas de grupo. Percebemos que construir o padrão a partir de uma expressão algébrica foi fácil para os alunos do 1º ano do Ensino Médio. Entendemos que as tarefas desenvolvidas anteriormente foram significativas para que os estudantes desenvolvessem relações recursivas, ou seja, a que implica a descoberta de um padrão a partir de uma lei de formação. .

Os PCN indicam que o trabalho com padrões favorece construção de uma ideia sobre álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. Desse modo, defendem que é importante propor situações em que os estudantes investiguem padrões em meio a sucessões numéricas, em representações geométricas e na identificação de suas estruturas, a fim de construir uma linguagem algébrica para representá-los simbolicamente. Mediante estas indicações, consideramos que a *tarefa 3* contemplaram as competências indicadas nos PCN.

Outros conceitos sobre padrões foram apresentados na *tarefa 4*.

4.1.4 Conceitos sobre padrões apresentados na *tarefa 4*

As *tarefas 4 e 5* foram desenvolvidas no último dia da pesquisa. A observação de padrões, a identificação de diferentes motivos, a construção de relações entre expressões algébricas e padrões foram trabalhados nas tarefas anteriores.

A tarefa tem como objetivo que os alunos a partir da observação tabela indiquem a quantidade de pontos relacionados aos diferentes números da tabela e também faça o inverso, indique o número correspondente à quantidade de pontos desenhados. Além disso, a tarefa propõe que seja construída uma fórmula para representar o padrão. As respostas apresentadas pelos alunos foram as seguintes:

Quadro 10. Respostas/justificativas dos alunos para *tarefa 4*. Fonte: Autoria própria.

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
a) Quando aparecer na tabela o número 8, quantos pontos brancos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?	Nenhum ponto: 1	o Sem justificativa.
	9 pontos: 2	o Porque sempre tem um a mais; o Porque colocaria uma a mais.
	13 pontos: 1	o Fui seguindo a sequência dos números e fui olhando para as bolinhas somando com mais 1 bolinha.
	17 pontos: 11	✓ Calculamos +2 pra cada número a mais; ✓ R= 2n + 1; ✓ Fórmula de Marina mais 1; ✓ Pois, a função que determina o valor final é: 2n + 1; ✓ Porque 8 + 8 = 16 e somando 16 + 1 = 17; ✓ Usando a fórmula R = 2.n + 1; onde *n* é o número escrito abaixo da tabela; ✓ Pois é o dobro mais 1.
	Respostas confusas: 1	o +11 pontos
b) Se houver 37 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?	Será 36: 3	o Contando; o Sempre tem mais uma.
	Será 18: 11	✓ Fazendo a sequência de dois em dois; ✓ Porque 37 e fiz 1 = 36: 2 = 18 e 37 – 1 = 36 : 2 = 18; ✓ Pois 37 – 1 = 36, e 36 : 2 = 18;

QUESTÕES	RESPOSTAS/ QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
b) Se houver 37 pontos desenhados, qual é o número que estará registrado abaixo dele? Como você sabe disso?	Será 18: 11	✓ Porque todas as bolinhas dos retângulos são ímpares; ✓ Multiplicando 18 x 2 = 36 e quando somar 36 + 1 = 37; ✓ 37 = 2. n + 1 => 2n + 1 = 37 => 2n = 37 - 1 => 2n = 36 => n=36/2 = 18. O número 18. Soube através de uma fórmula criada observada o padrão.
	Será 19: 1	o Porque, por que dividimos o número par e no resultado colocamos mais uma bola do início;
	Será 22: 1	o Sem justificativa.
c) Nessa sequência, é possível que um número esteja relacionado a 48 pontos brancos? Justifique sua resposta.	Sim: 6	o Por que sei que nada sei; o Sem justificativa; o Porque é só fazer com brancos.
	Não: 8	✓ Porque sempre vai dar um número ímpar; ✓ Porque todos são ímpares; ✓ Porque é par; ✓ 48 = 2n + 1 => 2n + 1 = 48 => 2n = 48 - 1 => 2n = 47 => n = 47/2 = 23,5. Não. Por que o número achando, não é um número inteiro. E a quantidade das bolinhas é ímpar; ✓ Sem justificativa.
	Não respondeu: 2	-
d) Crie uma fórmula para representar os pontos brancos.	Conseguiu: 5	✓ R = 2n + 1; ✓ 2n + 1; ✓ R (número de bolinhas) = 2n + 1 (número escrito abaixo das bolinhas).
	Não conseguiu: 8	o F (x) = 1 o A fórmula de marina + 1. R = 2 + 1n o N + 1 o R = 1n o R = 2n o R = 3n
	Não respondeu: 3	-

Observamos com as repostas e justificativas apresentadas que a maioria dos alunos construiu no item *a* uma regra para determinar a quantidade de pontos relacionados ao número 8.

No item *b*, a maioria também conseguiu determinar o número correspondente a 37 pontos. Para chegar ao resultado esperado alguns alunos usaram a regra elaborada no item *a*, como indica a figura 27, outros realizaram diversos algoritmos condizente a expressão algébrica.

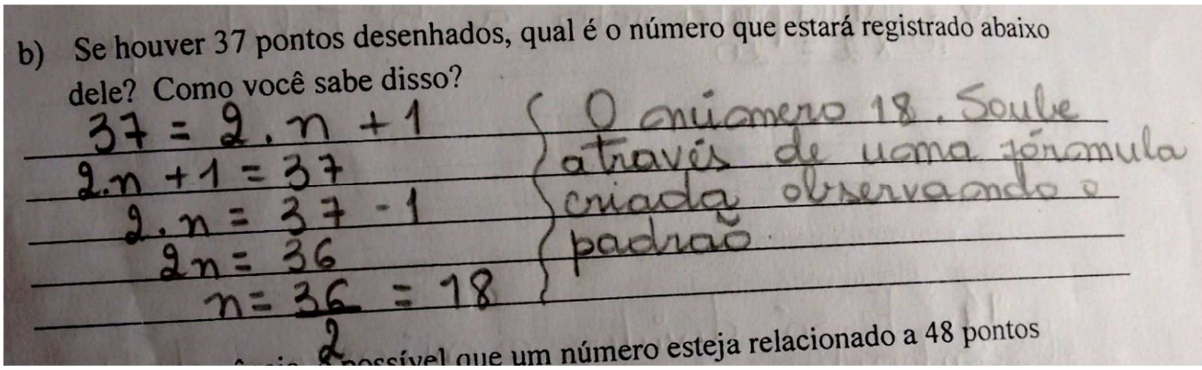


FIGURA 27. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 4* – Dupla 13. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Metade dos alunos percebeu no item *c* que uma figura com 48 pontos não faria parte do padrão. Alguns perceberam que a sequência de pontos era formada apenas por quantidades ímpares, outros substituíram o número na fórmula que desenvolveram anteriormente e outros reconheceram que a fórmula elaborada para descobrir a quantidade de pontos sempre geraria um número ímpar.

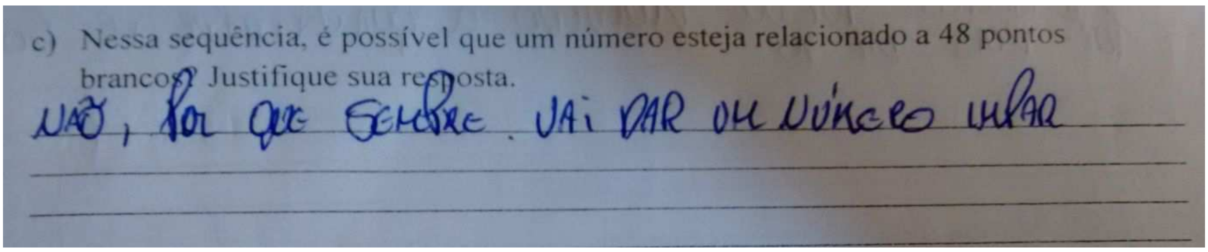


FIGURA 28. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 4* – Dupla 3. Fonte: Acervo da pesquisadora.

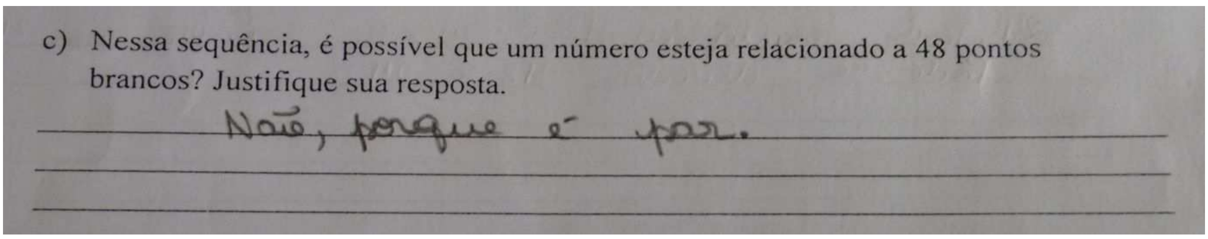
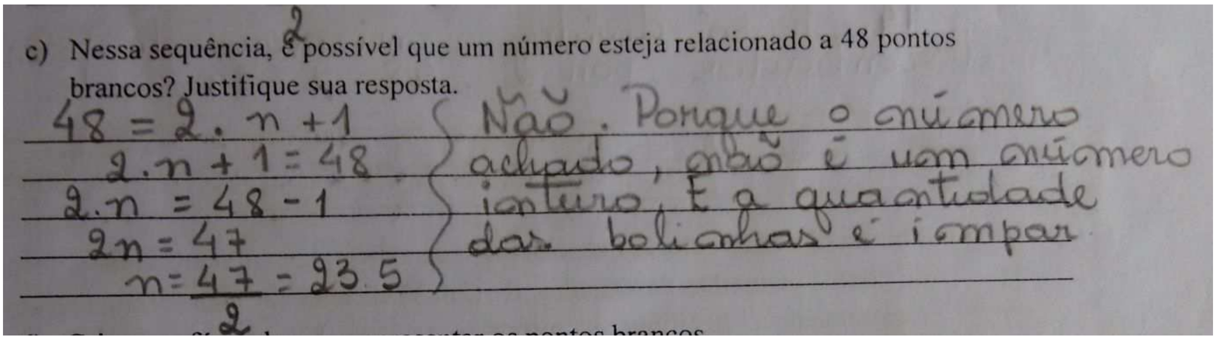


FIGURA 29. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 4* – Dupla 11. Fonte: Acervo da pesquisadora.


c) Nessa sequência, é possível que um número esteja relacionado a 48 pontos brancos? Justifique sua resposta.

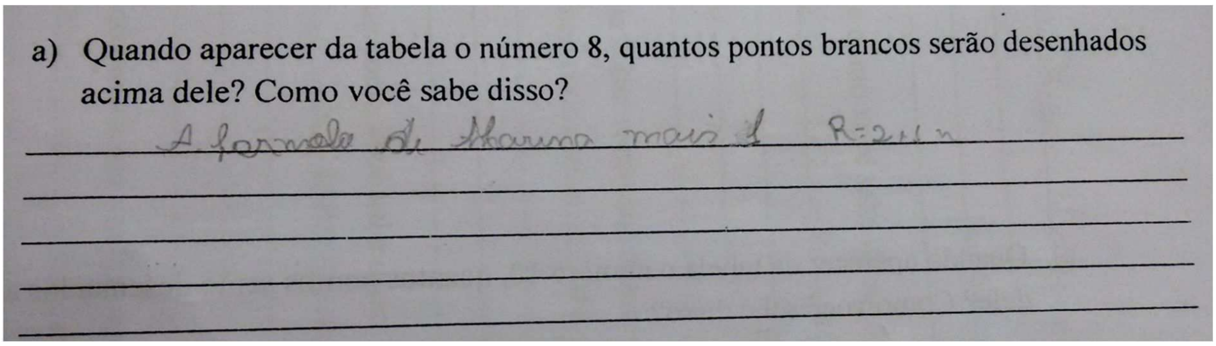
$48 = 2 . n + 1$
$2 . n + 1 = 48$
$2 . n = 48 - 1$
$2n = 47$
$n = \frac{47}{2} = 23.5$

Não. Porque o número achado, não é um número inteiro, E a quantidade das bolinhas é impar

FIGURA 30. Resolução da alternativa *b* da *tarefa 4* – Dupla 13. Fonte: Acervo da pesquisadora.

As respostas e justificativas apresentadas pelos alunos no item *d* nos causou estranhamento, pois poucos alunos apresentaram uma fórmula para representar os pontos brancos da tabela. No item a, a maioria dos alunos já haviam determinado a fórmula, então, por que não a representaram novamente? Talvez porque não concebem a regra que criaram como uma fórmula matemática. Esse fato, de certo modo, é justificado quando pensamos na cultura das aulas de matemáticas em que as fórmulas estão prontas e cabe ao aluno apenas calcularem.

Na alternativa *a* da *tarefa 4*, uma dupla fez uma relação de composição de expressões algébricas, em que ele recorre a observação da regularidade da tarefa anterior (*2n*) e o que difere na ocorrência do novo padrão proposto, prevendo então, condições desconhecidas a partir de dados conhecidos. Desse modo, o aluno consegue identificar e generalizar relações de forma descritiva, porém quando recorem a representação simbólica de seu pensamento ele comete equívocos.


a) Quando aparecer da tabela o número 8, quantos pontos brancos serão desenhados acima dele? Como você sabe disso?

A formula de Marina mais 1 R=2+1 n

FIGURA 31. Resolução da alternativa *a* da *tarefa 4* – Dupla 8. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Tal fato indica o quanto é difícil para o aluno representar seu pensamento por meio de expressões algébricas. As considerações da dupla também trazem indícios da importância de uma sequência de ensino planejada visando o desenvolvimento sistemático e organizado de conceitos matemáticos.

Em um momento da socialização da *tarefa 4* surgiu a seguinte discussão:

Episódio 2: Socialização da *tarefa 4*

Professora-pesquisadora: – *A quantidade descrita abaixo representa que conjunto de números*?

Alunos: – *Números naturais professora*.

Professora-pesquisadora: – *Então os números descritos abaixo do retângulo, pertencem ao conjunto dos números naturais*?

Turma: – *Sim*

Professora-pesquisadora: – *Agora pergunto a vocês, o valor das quantidades das bolinhas representam o que*?

Alunos: – *Um padrão.*

Aluna: – *Uma função.*

Alunos: – *Uma sequência.*

Professora-pesquisadora: – *Quais destas justificativas vocês acham mais adequada*?

A turma se dividiu em opiniões neste momento.

Professora-pesquisadora: – *Será que podemos considerar as três*?

A turma em consenso disse que sim, porém deveria ter alguns aspectos que os diferenciassem e que o padrão estava presente tanto nas funções, quanto na sequência.

Professora-pesquisadora – *Então, vamos construir na lousa o que os diferencia*!

Nesse momento os alunos construíram as seguintes expressões que foram registradas na lousa e concordadas entre todos da turma:

- $f(x) = 3x + 1$
- (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,...)

Professora-pesquisadora: – *Será que teria outra forma a não ser função e sequência*?

Passaram um tempinho para surgir e um aluno respondeu perguntando:

Aluno: – *Acho professora que uma expressão*?

Professora-pesquisadora: – *Hum. E aí turma, o que vocês acham*?

Turma: – *Acho que sim.*

Aluna: – *Acho que é uma fórmula*.

Uma dupla fez uma observação:

Dupla: – *É uma coisa tão simples, que envolve tanta coisa, às vezes dá um nó na nossa cabeça quando não conseguimos entender*.

Professora-pesquisadora: – *E agora o que acham*?

Por um minuto discutiram

A turma: – *Achamos que padrões representam: funções, expressões, fórmulas, sequências infinitas e finitas.*

Um dos alunos complementou:

Aluno: – *Acho que tudo isso tem uma ligação*.

Outra discussão foi estabelecida entre os alunos a partir das figuras 28, 29 e 30, com relação às diferentes estratégias de chegar à resposta "certa".

Episódio 3: Socialização da *tarefa 4*

Professora-pesquisadora: – *O que vocês observaram nas observações descritas de maneira diferentes pelas duplas?*

Aluno: – *Assim professora, um falou o inverso do outro para justificar a mesma coisa*[15].

Aluna: – *E a outra dupla usou uma* "*continha*".

Alunos das duplas 3 e 11 se dirigiu a dupla 13 dizendo:

Alunos: – *Respondemos mais rápido do que vocês*.

Alunos da Dupla 13: – *Tanta conta que fizemos e bastava apenas olhar se era par ou ímpar as quantidades de pontos.*

Professora-pesquisadora: – *As duas maneiras são rápidas! Só que vocês utilizaram diferentes estratégias...*

Aluna: – *Se fosse prova os professores só considerariam se eu tivesse feito os cálculos*.

Professora-pesquisadora: – *Como vocês garantem que vai dar sempre um número ímpar*?

Aluno da Dupla 13: – *Acho que porque* ***2n*** *da sempre um número par*.

Professora-pesquisadora: – *Então, todo número multiplicado por 2 é um número par*?

Aluno da Dupla 13: – *Sim, acho que sim, por que ele é divisível por dois*. *E voltando ao que eu estava dizendo, sempre que um número par for somado com um ou número par somado com outro ímpar, sempre dará ímpar.*

Professora-pesquisadora: – *Acho que deveríamos substituir valores para saber se está correto.*

---

[15] O aluno fez a observação da resposta da dupla 3 e 11, um justifica que sempre será quantidades ímpares e o outro usa a contraposição a este pensamento para expressar a mesma resposta, porque a quantidade é par.

Nesse momento a professora-pesquisadora testou vários números ditos pelos alunos nas expressões algébricas **R** = ***2n*** e **R** = ***2n*** + ***1***, com o propósito de que a turma percebesse se as considerações do aluno eram aceitas pela turma, ou não.

Turma: *Professora, não precisa tentar com mais números não*! *Realmente, o que o aluno falou é verdadeiro para a matemática.*

Aluna: – *Essa sequência de resultados descrevem uma sequência de números pares obtidos de números naturais, e essa outra com o mais um, descreve uma sequência dos números naturais ímpares*.

Os episódios revelam que os alunos expressam simbolicamente quantidades e operações, estabelecendo uma correspondência entre quantidades (termo geral), observações a respeito de uma expressão que modelem números pares e ímpares. A partir disto, surgem fatores pertinentes, e colocações relevantes, sobre a *tarefa 2* quando dizem que as quantidades sempre eram pares e agora o que descreve sempre números ímpares. Desse modo, percebemos o quanto os alunos são capazes de formular estratégias e tirar conclusões sobre elas e que um ambiente investigativo e dialógico estimula a autonomia e o desenvolvimento da capacidade criativa dos alunos.

A observação de padrões numéricos nesta tarefa foi muito pertinente. As investigações de sucessões numéricas permitiram que alunos desenvolvessem a articulação entre a linguagem algébrica e o padrão apresentado na tarefa.

Em síntese, consideramos que essa tarefa em conjunto com as anteriores possibilitou o um bom desenvolvimento de conceitos por meio da resolução de problemas, de raciocínios lógicos e da comunicação de ideias que permitem estabelecer relações e conexões, entre conteúdos matemáticos, por meio de uma linguagem verbal, da simbologia de expressões, das variáveis e das fórmulas, fazendo uso de desenhos, esquemas, etc.

4.1.5 Conceitos sobre padrões apresentados na *tarefa 5*

Quadro 11. Respostas/justificativas dos alunos para *tarefa 5*. Fonte: Autoria própria

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
a) Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte?	12 palitos: 2	-
	37 palitos: 13	✓ Diminuindo 3 palitos das sequências.
	42 palitos: 1	-

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
b) Quantos palitos são necessários para construir a 10ª figura? Explique como você pensou.	6 palitos: 2	o Pois na sequência vem diminuindo; o Pois vai só diminuindo 1 palito.
	16 palitos: 2	o Pois cada figura perde 1 palito; o Pois cada figura perde 1 palito.
	19 palitos: 11	✓ Fazendo a sequência retirando; ✓ Porque 46 diminuindo 3 e 3 ate chegar na figura 10º; ✓ Porque diminui de 3 em 3; ✓ Tirando 3 palitos; ✓ Nós continuamos a sequência de palitos e figuras de 3 em 3; ✓ Tentando; ✓ Vendo as possibilidades.
	200 palitos: 1	-
c) Quantos palitos são necessários para construir a 16ª figura? Explique como você pensou.	Nenhum palito: 4	o Pois, a figura 16 terá 0 palitos; o Vai haver nenhum palito; o Pois não sobra palitos, ou seja, a figura
	1 palito: 8	✓ Só diminuindo de três em três; ✓ Diminuindo de 3 em 3; ✓ Pois fizemos o primeiro e dividimos por 3; ✓ Porque eu 46 diminuindo 3 e 3 até chegar a figura 6.
	3 palitos: 1	o Tentando fazer os quadrados, e diminuindo por 3.
	4 palitos: 1	-
	134 palitos: 1	o Fazendo a sequência.
	150 palitos: 1	-
d) Existe alguma relação entre a quantidade de retângulos de cada figura e a quantidade de palitos utilizados para formar a figura? Explique sua ideia.	Sim: 11	✓ Porque já vai ter um palito e é só colocar mais três em cada quadrado; ✓ Porque são as quantidades desnecessárias e formam as figuras; ✓ Sim os palitos foram diminuídos; ✓ Por que a quantidade de palitos e a quantidade de quadrinhos.
	Não: 5	-

QUESTÕES	RESPOSTAS/QUANTIDADES	JUSTIFICATIVAS
e) Crie uma regra para descobrir a quantidade de palitos necessários para construir uma figura com n retângulos.	Conseguiu: 3	o P = 4 + 3 (R-1);

	Não conseguiu:	o R= n3;
		o N = 3n;
		o Somando mais três e subtraindo -3;
		o Multiplica-se a quantidade de espaços e soma 1 R=3n +1;
		o A regra de y R = 1n;
		o 2n + 2;
		o R = 3n +1;
		o A regra é empenhar os palitos.

	Não tentou: 2	-

Os resultados apresentados pelos alunos nos registros indicam certa habilidade para estabelecer relações entre a quantidade de palitos correspondentes às figuras, criar estratégias para resolução da situação proposta e identificarem a razão de um padrão decrescente. No entanto, a maioria dos alunos apresentou dificuldade em criar uma lei de formação para o padrão proposto.

No momento de socialização desta tarefa os alunos revelaram suas formas de contagem dos palitos, três tipos nos chamaram a atenção: a contagem de todos os palitos, um a um; a contagem de 4 palitos no primeiro retângulo e os posteriores a ele de três em três; e a contagem de 4 palitos no primeiro retângulo e nos demais dois palitos mais um, representando o palito entre os retângulos. Tais observações foram representadas respectivamente da seguinte forma:

4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40

\+ \+ \+ \+ \+ \+ \+ \+ \+ \+ \+ \+

4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

+1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1

4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

FIGURA 32. Registro dos alunos para a *tarefa 3*. Fonte: Autoria própria.

Outras formas de contagem foram adotadas pelos alunos:

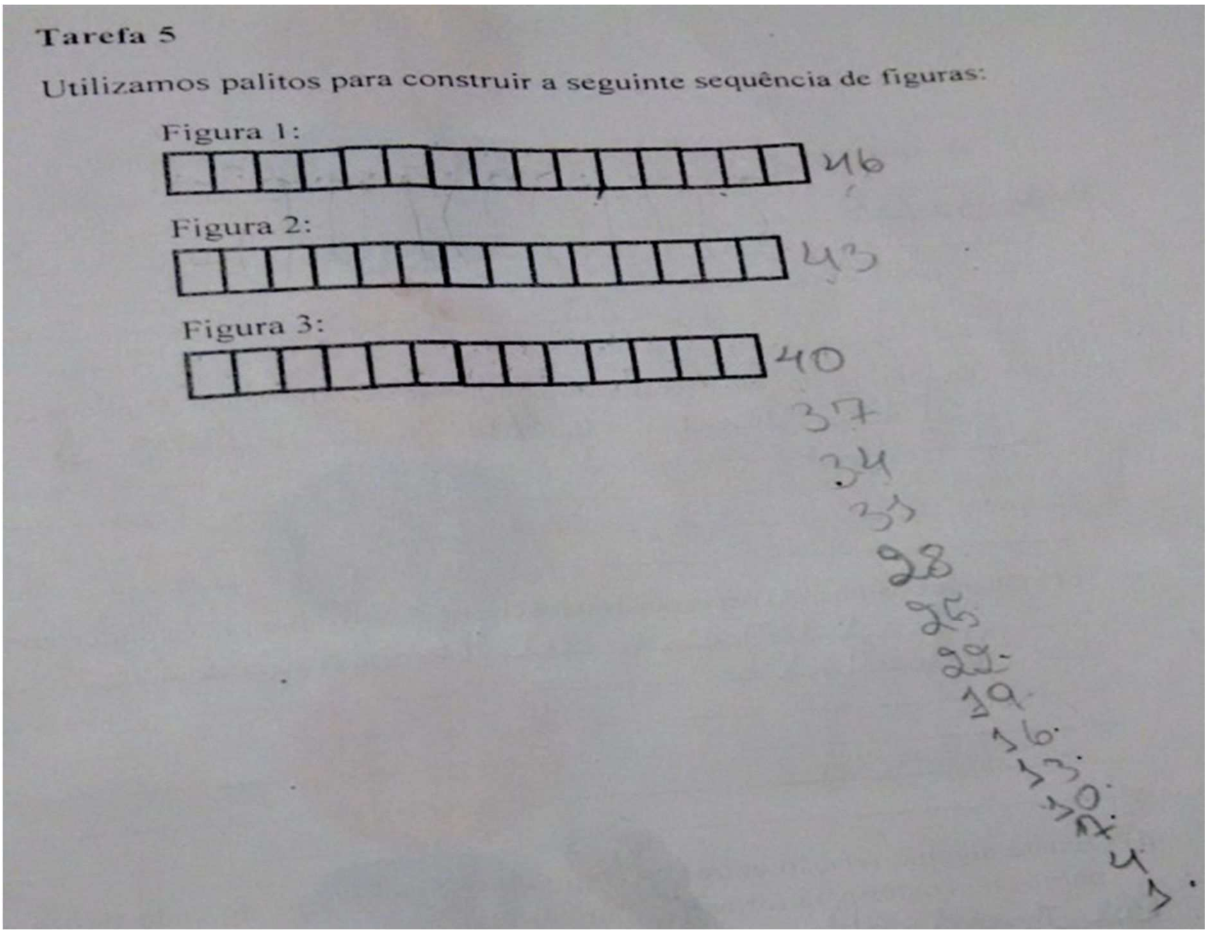


FIGURA 33. Registro dos alunos para a *tarefa 3* – Dupla 13. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Entendemos que as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos não são desenvolvidas espontaneamente elas são frutos de generalizações desenvolvidas a partir de experiências envolvendo conceitos algébricos.

Em algumas estratégias os alunos utilizam o pensamento recursivo que lhes permite descobrir cada termo subtraindo três unidades da figura (termo anterior), como indicado na próxima figura.

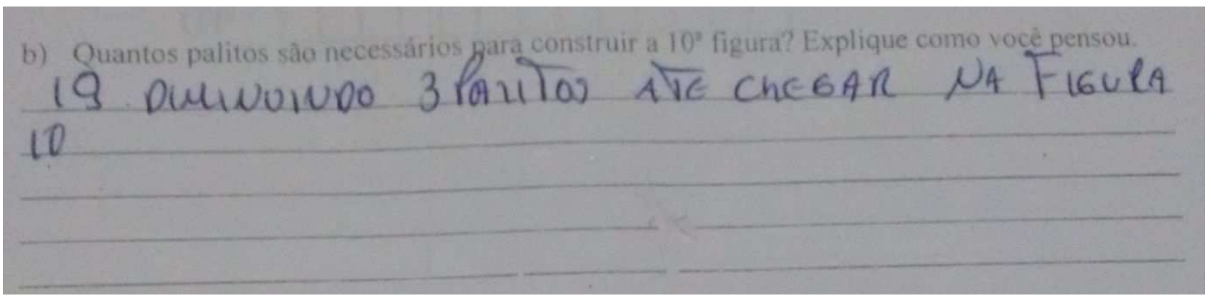


FIGURA 34. Resolução de uma aluno para a alternativa *b* da *tarefa 5*. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Observamos nas justificativas apresentadas pelos alunos, que alguns fazem uso de símbolos e números e outros da linguagem verbal, como indicamos nas próximas figuras. Acreditamos que esse fato é motivado por aulas tradicionais de matemática, nas quais não é estabelecida relações entre linguagem verbal e linguagem matemática.

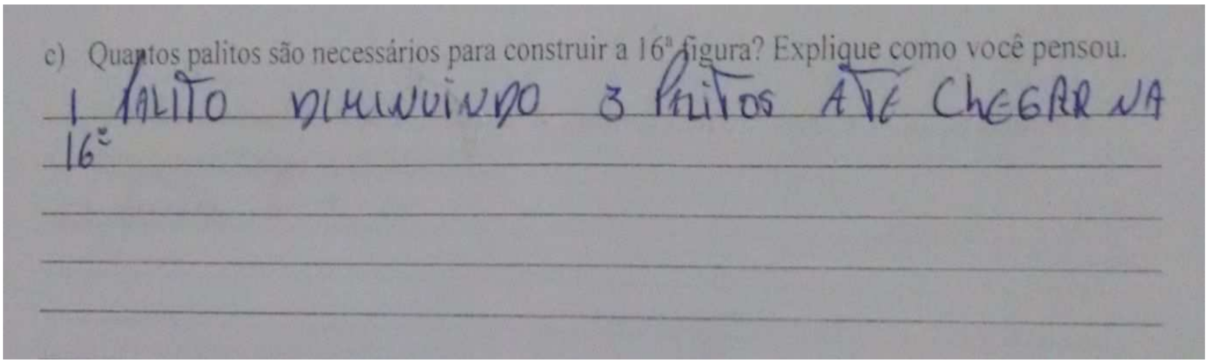


FIGURA 35. Resolução da alternativa *c* da *tarefa 5* - Dupla 3. Fonte: Acervo da pesquisadora.

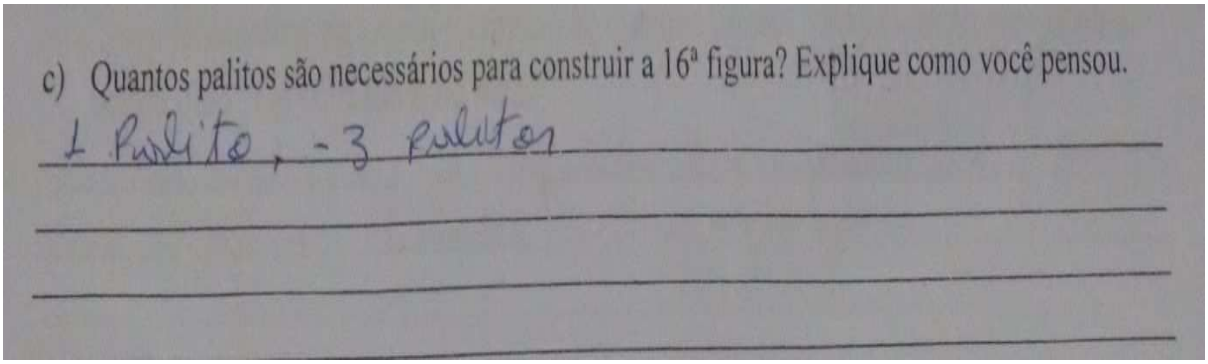


FIGURA 36. Resolução de um aluno para a alternativa *c* da *tarefa 5*. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na alternativa *e* na *tarefa 5*, os alunos que conseguiram descobrir a lei de formação do padrão utilizou um tipo de pensamento relacional, que conduz ao conceito de função que estabelece uma expressão geral a determinado evento sequencial. Este tipo de raciocínio que generalizações sejam desenvolvidas em diferentes níveis.

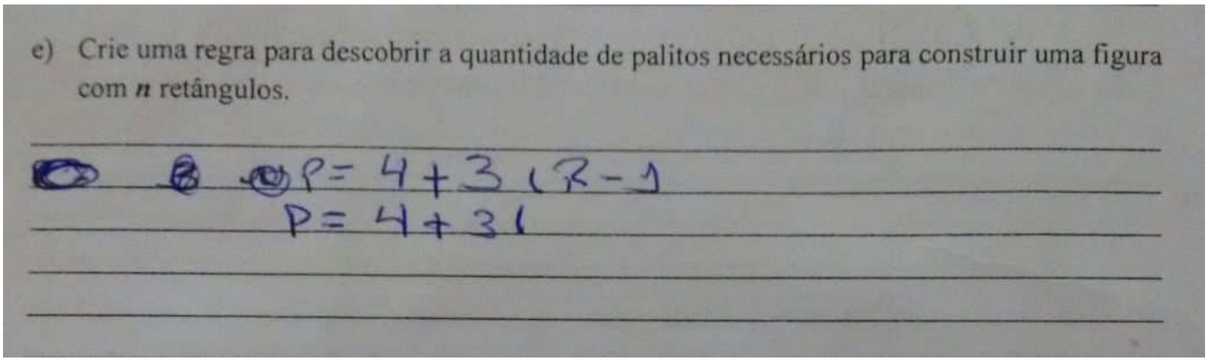


FIGURA 37. Resolução da alternativa *c* da *tarefa 5* - Dupla 2. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Um registro que nos surpreendeu foi um desenvolvido espontaneamente por uma dupla no final das tarefas.

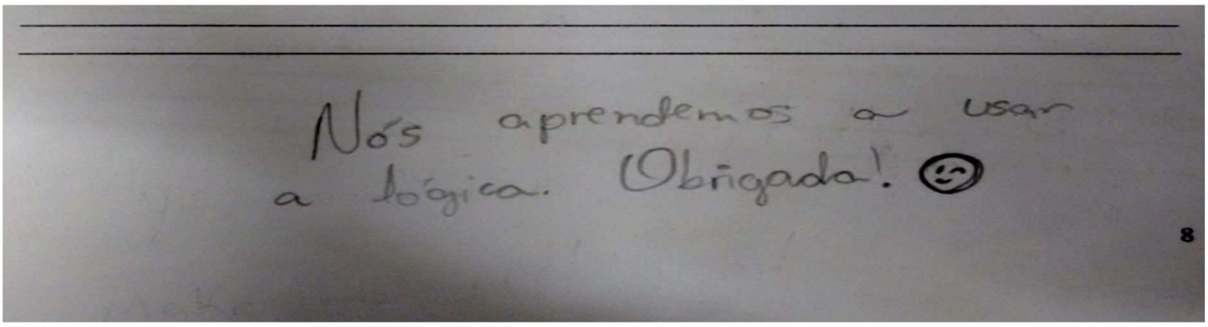


FIGURA 38. Registro de alunas. Fonte: Acervo da pesquisadora.

Entendemos com o registro da dupla, que eles gostaram da situação de ensino que desenvolvemos com eles e perceberam que ela produziu certo tipo de conhecimento matemático a eles.

As considerações apresentadas pelas autoras Vale e Pimentel (2005) indicaram conhecimentos necessários para o desenvolvimento de conceitos sobre padrões que foram observados nos registros dos alunos e em suas estratégias, ao resolverem as tarefas propostas e ao discutirem suas considerações com os colegas no momento da socialização. Alunos conseguiram reconhecer padrões concretos, pictóricos e simbólicos de uma representação para outra. O desenvolvimento de conceitos de padrões esteve presente nas diferentes fases de desenvolvimento das tarefas, principalmente na fase do durante e do depois, a socialização, pois os alunos conseguiram desenvolver generalizações algébricas a partir da regularidade dos padrões.

5 CONSIDERAÇÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo de nossa pesquisa consistiu em elaborar uma proposta de ensino problematizadora e investigativa para a exploração de conceitos sobre padrões que possibilitariam o desenvolvimento do pensamento algébrico com alunos 1º ano do ensino médio.

Para tanto, levamos em consideração algumas pesquisas e os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais e os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba, sobre o ensino e aprendizagem da álgebra por meio de padrões. Os documentos indicaram preocupação com as dificuldades na compreensão dos conceitos de padrões e álgebra por parte dos alunos e na forma como são abordados em sala de aula. Desse modo ressaltaram a necessidade de um ensino da matemática significativo, voltado à participação do aluno na construção de seus conhecimentos.

Acreditamos que a proposta investigação de nossa pesquisa atende a referidas preocupações, uma vez que estudos sobre padrões e a álgebra foram desenvolvidos em sala de aula de forma significativa.

A escolha de tarefas dinâmicas e com contexto de situações (concreto e figurativo) com padrões, a perspectiva metodológica adotada, bem como a dinâmica de ensino possibilitaram a exploração de aspectos relacionados a conteúdos da matemática e em especial da álgebra.

As respostas apresentadas pelos alunos em seus registros nem sempre representam o seu pensamento, no entanto, por meio da interação dialógica eles são apresentados e justificados de forma mais ampla.

É importante levar em consideração que todos os alunos possuem diferentes dificuldades, capacidades e interesses, e não lidam todos de igual maneira, e ao mesmo tempo quando deparados com esse tipo de tarefas, porém todos se mostraram empenhados e interessados nas tarefas que lhes foram apresentadas. Durante a socialização de cada tarefa na sala de aula, os alunos apresentaram uma postura comunicativa e participativa, dentre suas limitações de timidez.

Apesar da proposta de investigação ter aspectos de atividade diferenciada para os alunos e sua abordagem viabilizarem uma melhor compreensão dos conceitos relacionados ao estudo de álgebra, é passível de adaptações, correções e reformulações, e não como um recurso que garante a aprendizagem por si só. O processo de ensino e aprendizagem depende de muitas variáveis, a maneira como o professor coordena as tarefas, como por exemplo, é decisivo para que os objetivos da proposta/pesquisa sejam atendidos.

Após terem sido analisadas todas as tarefas da referida investigação matemática, pode-se considerar que, em relação à turma considerada com dificuldades em álgebra, desenvolveram conceitos significativos.

Durante a elaboração das tarefas, percebemos que uma simples tarefa tornar-se uma situação-problema, que pode gerar uma boa oportunidade para a introdução, desenvolvimento e revisão de conteúdos escolares, para tanto é importante que o professor crie um ambiente investigativo.

A natureza diferenciada da proposta para os alunos pode ser comprovada em cada uma das tarefas, e especialmente em relação ao modo como os saberes são desenvolvidos e vão sendo apropriados pelos alunos. As tarefas vão delineando um roteiro que leva, gradativamente, à formulação dos conceitos e definições.

Assim sendo, consideramos que diversas mudanças sugeridas e esperadas para o ensino da matemática podem partir de ideias simples, somadas ao entusiasmo do professor em adotar novos desafios, experimentar diferentes metodologias e criar novas estratégias em sala de aula para a garantia que estes promovam a aprendizagem de novos saberes.

Nossa proposta insere-se perfeitamente nesta perspectiva e para a complementação desta proposta, sugerimos que após a aplicação das tarefas o professor passe a introduzir o estudo de funções ou progressões aritméticas e geométricas. Esta recomendação deseja desenvolver um ensino voltado para a articulação dos saberes, opondo-se ao saber/conteúdos apresentados de forma fragmentada, onde os estudantes não percebem as conexões existentes entre diversos conceitos matemáticos.

Outra sugestão, que as futuras investigações considerem a disponibilidade de um tempo maior para obter uma análise pormenorizada, para a realização de tarefas/atividades, para uma melhor recolha e análise dos dados obtidos. Também, consideramos pertinente a escolha de turmas que possuem horários seguidos, pois se dividido em vários dias, inicialmente sempre terá que recapitular o que já foi desenvolvido antes para que os alunos não se desmotivem perante as futuras aplicações, aumentando assim o tempo para observação e socialização de ideias e questionamentos.

Assim, é possível considerar que as tarefas aplicadas na realização desta pesquisa, permitiram aos estudantes identificar, construir, compreender padrões, ou seja, alunos do 1º ano do ensino médio apresentam conceitos sobre padrões, por meio da comunicação de ideias, estratégias, pensamentos, conjecturas, validações entre outros. Esses padrões apresentados construíram uma oportunidade de comunicação de ideias de se utilizar e constituir relações, envolvendo diversos conceitos matemáticos. Esse fato indica que a sequência de ensino desenvolvida contribuiu com a formação de conceitos sobre padrões e álgebra dos alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Além disso, a exploração de padrões apresentados no contexto de tarefas propostas na investigação permitiram o desenvolvimento do pensamento algébrico ou, mais especificamente, o sentido do símbolo, o sentido de valores fixos e variáveis em uma expressão, visualização e utilização de diferentes representações de padrões, identificação e generalização de relações mediante sequências, como a elaboração de regras para representar padrões.

Entendemos que situações de ensino deste tipo possam ser desenvolvidas no cotidiano de sala de aula e outros, comuns ao contexto escolar, podem ser explorados a partir deste trabalho.

Concluindo, aspiramos que este trabalho possa contribuir para o ensino da matemática básica, e mais especificamente, para o ensino de álgebra. Com o desenvolvimento do nosso trabalho pretendemos oportunizar um momento de reflexão sobre sua prática pedagógica, além de oferecer aos professores uma metodologia para o ensino de padrões, bem como, a procura de novas alternativas para o aperfeiçoamento da educação através da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2), 2006.

BARBOSA, A. **Generalização de Padrões em Contextos Visuais: Um Estudo No 6.º Ano de Escolaridade**, Portugal, [20-].

BARBOSA, E. **A Exploração de Padrões Num Contexto de Tarefas de Investigação com Alunos do 8º ano de Escolaridade,** Portugal, 2007.

BARBOSA, J. G. S. **Texto Observação e Generalização de Padrões,** 2008.

BARBOSA, A. C. C. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo de ensino básico**, 2009.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. **Pensamento Algébrico e exploração de Padrões.** 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília : MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria a Prática.** 14ª ed. Campinas SP: Papirus. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática), 2007.

DEVLIN, K. **Matemática – a ciência dos padrões**. Porto: Porto editora, 2002.

DOLL Jr., W. E. **Currículo: uma perspectiva pós-moderna.** Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar.** Pro-Posições, v. 4, n. 1 (10), p. 78-91.

ENGEL, G. I. **Pesquisa-ação.** Educar, Curitiba, n. 16. Editora da UFPR, 2000.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática.** Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

MASON, J. **Expressing Generaly and roots of álgebra**. Dordrecht. The Netherlands Kluwer, 1996.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

NCTM. Principles and standards for school mathematics. Lisboa. Reston: NCT, 2000.

OLIVEIRA, A. T. C. C. **Reflexões sobre aprendizagem da álgebra**. Educação Matemática em Revista. São Paulo, ano 9, nº 12, p. 35-39, 2002.

PARAÍBA. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática , Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural**. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. João Pessoa: SEC/Grafset, 2010.

PARRILLA, A.; DANIELS, H. **Criação e desenvolvimento de grupos de apoio para professores**. São Paulo: Loyola, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2ª Reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática.** In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM), 2005.

PONTE, J. P. **Números e álgebra no currículo escolar.** In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores** – Actas do XIV EIEM (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

ROBINSON, K. ; Aronica, L. **The element: How finding your passion changes everything.** New York, NY: Penguin, 2009.

SANTOS, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano de ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação), 2010, 183 p. Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

SANTOS, Jaqueline. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora.** 2015. 191f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco: Itatiba/SP, 2015.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação.** Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

SMOLE, K. C. S., DINIZ, I. S. V. (2010). **Matemática: ensino médio.** Vol. 1ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

TRIPP, David. **Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. Educ. Pesqui. [online]**. 2005, vol.31, n.3 [cited 2014-05-27], pp. 443-466. ISSN 1678-4634. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/S1517-97022005000300009. Último acesso em 16 de marc. 2016.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões: um tema transversal no currículo.** Revista Educação e Matemática, Portugal, nº 85, p.14-20. Lisboa: APM, nov/dez, 2005.

VALE, I.; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A. **Os padrões no Ensino Aprendizagem da Álgebra**. **Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores** (pp. 193- 212). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2006.

VALE, I. **As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos**. Portugal. Interações, 20, 181-207, 2012.

VAN DE WALLE, J. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.