



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE-CAMPUS CUITÉ
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE- CES
UNIDADE ACADÊMICA DE EDUCAÇÃO- UAE**

EMILY DE VASCONCELOS SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS E DIDÁTICAS PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

**CUITÉ-PB
2016**

EMILY DE VASCONCELOS SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS E DIDÁTICAS PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande, sob orientação da Prof.^a Dr.^a Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos.

**CUITÉ-PB
2016**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Jesiel Ferreira Gomes – CRB 15 – 256

S237c Santos, Emily de Vasconcelos.

Contribuições teóricas e didáticas para o ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental. / Emily de Vasconcelos Santos. – Cuité: CES, 2016.

81 fl.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCG, 2016.

Orientadora: Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos.

1. Probabilidade. 2. Combinatória. 3. Ensino e aprendizagem. I. Título.

Biblioteca do CES

CDU 519.2

EMILY DE VASCONCELOS SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS E DIDÁTICAS PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande.

Aprovada em : ___/___/___

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (Orientadora)

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Prof.^a Ms. Aluska Dias Ramos de Macedo

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Prof. Ms. Jussê Ubaldino da Silva

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Dedico este trabalho especialmente á Deus, por ter me amparado em todas as horas em que mais precisei.

Dedico aos meus pais, José Orli e Maria Valdenilza, por sempre me apoiarem em minhas decisões.

Dedico também ao meu esposo José de Arimatéia, por ser tão compreensivo comigo durante toda a minha graduação. Muito obrigada, por fazer parte da minha vida!

AGRADECIMENTOS

À minha querida orientadora Profa. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos, por ter sido tão atenciosa e dedicada durante a realização deste trabalho, bem como, por está sempre presente nos momentos em que mais precisei me apoiado, ajudando e aconselhado.

Aos docentes participantes da banca examinadora Aluska Dias Ramos, Jussê Ubaldo da Silva e Leonardo Lira de Brito por terem aceitado o convite e pelas valiosas colaborações e sugestões.

Ao professor Jadilson Almeida, por ter me apresentada o campo da Educação Matemática.

Aos demais professores do curso de Licenciatura em Matemática, assim como, os da Educação Básica, por partilharem seus conhecimentos.

Ao Programa de Iniciação á docência (PIBID), por ter me proporcionado experiências enriquecedoras para minha formação acadêmica.

Aos alunos que participaram deste trabalho.

À professora da turma e à direção da Escola onde realizei a pesquisa, pela confiança.

Aos colegas e amigos que contribuíram (in) diretamente nesta etapa da minha vida.

Ao meu esposo, pela a paciência, compreensão e apoio.

Aos meus pais, por sempre acreditarem em meu potencial.

Aos meus familiares.

À Deus, por ter me permitido vivenciar esse momento.

RESUMO

A presente pesquisa tem como problema de investigação: Quais as contribuições dos documentos oficiais para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental? Tem como objetivos: (1) identificar as orientações e direcionamentos dos documentos oficiais ao ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental; (2) organizar uma situação de ensino de acordo com as orientações dos documentos oficiais, e (3) compreender como as orientações oficiais podem ser desenvolvidas no contexto de sala de aula. A mesma possui cunho qualitativo que foi desenvolvida em três partes: a primeira delas envolve uma pesquisa bibliográfica na qual analisamos os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais; a Base Nacional Comum Curricular, os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa; para identificar quais as suas contribuições ao ensino da combinatória. A partir desta análise, realizamos a segunda parte da pesquisa, na qual organizamos uma situação de ensino pautada nas orientações dos referidos documentos. A terceira parte envolve uma pesquisa com prática colaborativa, na qual a situação de ensino foi realizada com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Cuité - PB. Os dados coletados foram produzidos por meio de registro dos alunos, transcrições de áudio, fotografia e diários de campo das pesquisadoras. A partir das análises constatamos que em uma perspectiva de ensino problematizador e dialógico permite uma aprendizagem significativa de conceitos combinatórios dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, observamos que a dinâmica de ensino adotada possibilitou que os alunos desenvolvessem a capacidade de argumentação e comunicação em aulas de matemática.

Palavras-chaves: Combinatória. Probabilidade. Ensino e Aprendizagem. Anos Iniciais.

ABSTRACT

This research has the investigation problem: What are the contributions of official documents for the process of teaching and learning combinatorics in the initial years of elementary school? It aims to: (1) identify the orientations and directions of official documents to the teaching and learning of combinatorics in the early years of elementary school; (2) organize a situation of teaching in accordance with the orientations of official documents, and (3) understand how the official orientations can be developed in the classroom context. The same it has nature qualitative and was developed in three parts: the first involves a literature search in which we analyze the National Curriculum Parameters of Elementary Education - Initial Years; Basis National Common Curricular, the Referential Curricular of the Paraíba State of Elementary Education and the National Pact for Literacy in Certain Age; to identify their contributions to the teaching of combinatorics. From this analysis, we conducted the second part of the research, which organized a teaching situation guided by the orientations of the documents. The third part involves a research of collaborative practice, in which the teaching situation was carried out with students from the 4th grade of elementary school in a public school in the city of Cuité - PB. The collected data were via registration registration of students, audio transcripts, photography and field diaries of the researchers. From the analysis we found that on a problematical and dialogical teaching perspective enables significant learning combinatorial concepts of students in the early years of elementary school. Moreover, we observed that the adopted teaching dynamics made it possible for students to develop the argument capacity and communication in math classes.

Keywords: Combinatorial. Probability. Teaching and Learning. Early Years. Mathematics Education.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CNE - Conselho Nacional de Educação

EJA - Educação de Jovens e Adultos

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MEC – Ministério da Educação e Cultura

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PNAIC - Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

PNLD - Plano Nacional do Livro Didático

PPP - Projeto Político Pedagógico

RCEFEP - Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba

SIMEC - Sistema Integrado de Monitoramento do Ministério de Educação

SAEB - Relatório do Sistema de Avaliação da Educação

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
1.1. Trajetória Acadêmica.....	11
2. A COMBINATÓRIA: PERSPECTIVAS E POSSIBILIDADES SEGUNDO AS PESQUISAS	14
2.1. Considerações sobre combinatória	14
2.2. Perspectivas para o ensino e aprendizagem da combinatória	15
2.3. O ensino e a aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental	18
3. ASPECTOS METODOLÓGICOS	23
3.1. Procedimentos metodológicos para a pesquisa bibliográfica	24
3.2. Procedimentos metodológicos da situação de ensino	25
3.3. Procedimentos Metodológicos para a pesquisa colaborativa.....	27
4. ORIENTAÇÕES E PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO ALGUNS DOCUMENTOS OFICIAIS	29
4.1. Orientações: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais.....	29
4.2. Orientações da Base Nacional Comum Curricular	36
4.2.1. O ensino e aprendizagem da Matemática	37
4.3. Orientações dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba.....	40
4.4. Orientações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.....	46
5. AS CONTRIBUIÇÕES DOS DOCUMENTOS OFICIAIS AO ENSINO DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS	51
5.1. Contribuições dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos Iniciais - para o ensino e aprendizagem da combinatória.....	51
5.2. Contribuições da Base Nacional Comum Curricular para o ensino e aprendizagem da combinatória	54
5.3. Contribuições dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba para o ensino e aprendizagem da combinatória	55
5.4. Contribuições do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, para o ensino e aprendizagem da combinatória	57
5.5. Considerações sobre o capítulo.....	59
6. O DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS DE COMBINATÓRIAS EM CONTEXTO PROBLEMATIZADOR.....	60

6.1. Dinâmica de aula de Van de Walle (2009): uma perspectiva problematizadora motivada pelo o jogo.....	61
6.2. As contribuições do jogo “Corrida de Cavalos” ao ensino e aprendizagem da combinatória no 4º ano do Ensino Fundamental.	65
6.2.1. Resultados da situação de ensino proposta.....	66
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO	77

1. INTRODUÇÃO

Atualmente a combinatória tem se tornado uma temática importante em pesquisas da área da Educação Matemática (SILVA, 2005), visto que seus conceitos estão presentes desde cedo na vida das pessoas. Neste sentido, documentos oficiais vêm sugerindo que o trabalho com a combinatória comece desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; PARAÍBA, 2010; BRASIL, 2014; BRASIL, 2016).

As orientações apresentadas pelos documentos oficiais norteiam a prática docente, bem como os planos curriculares das escolas. Assim, é importante que os professores compreendam a sua relevância na Educação Matemática.

Diversas pesquisas (BORBA, 2016; PESSOA e BORBA, 2009) asseguram que desde cedo as crianças utilizam conceitos combinatórios em situações cotidianas. Deste modo, faz-se necessário que o ensino da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilize como ponto de partida os conhecimentos adquiridos pelos alunos em suas vivências, visto que “os alunos possuem conceitos sobre combinatória e probabilidade, mesmo que espontâneos” (SANTOS, 2015, p. 162).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN) – Anos iniciais, os assuntos referentes á combinatória, assim como para a probabilidade e estatística devem ser trabalhados nos anos iniciais “de modo que estimulem os alunos a fazer perguntas, a estabelecer relações, a construir justificativas e a desenvolver o espírito de investigação” (BRASIL, 1997, p. 49).

Diante do exposto, consideramos que as orientações apresentadas nos documentos que norteiam o processo de ensino, são de suma importância para o processo de aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Visto também que, seus apontamentos direcionam diversas pesquisas, assim como práticas pedagógicas e planos curriculares.

Neste sentido, também compreendendo a relevância de tais orientações na Educação Matemática, Esse contexto nos conduziu ao seguinte problema de pesquisa: quais as contribuições dos documentos oficiais para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental?

Deste modo, temos como objetivo geral:

- Identificar e selecionar as orientações e direcionamentos dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais, da Base Nacional Comum Curricular, dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e do Pacto

Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

E como objetivos específicos:

- Compreender como as orientações oficiais podem ser desenvolvidas no contexto de sala de aula.
- Organizar uma situação de ensino¹ de acordo com as orientações dos documentos oficiais.

A nossa pesquisa possui cunho qualitativo e foi desenvolvida em três partes: a primeira envolve uma pesquisa bibliográfica na qual analisamos os documentos oficiais para identificar quais as suas contribuições ao ensino da combinatória. A partir desta análise, realizamos a segunda parte da pesquisa, na qual organizamos uma situação de ensino que contemplasse as orientações documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais, Base Nacional Comum Curricular, Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. E a terceira parte envolve uma pesquisa com prática colaborativa, na qual a situação de ensino foi realizada visando observar como acontece no contexto de sala de aula.

Dessa forma, na primeira parte da pesquisa realizamos uma pesquisa bibliográfica, analisando as orientações sugeridas pelos documentos oficiais: Base Nacional Comum Curricular, Parâmetros Curriculares Nacionais, Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba.

Na segunda parte apresentamos a organização da situação de ensino pautada nas orientações oficiais, utilizou-se como ferramenta metodológica o jogo “Corrida de Cavalos”, elaborado pelo pesquisador Skovsmose (2008), e alterado por Santos(2010; 2015). Foi desenvolvida na dinâmica de aula de Van de Walle (2009), na qual organiza o desenvolvimento da atividade em três fases: antes, durante e depois.

O autor defende a ideia de que uma aula bem estruturada e planejada facilita e proporciona uma aprendizagem eficaz e de qualidade. Ao que se refere a utilização de resolução de problemas, o autor acredita o recurso pode ser utilizado em uma perspectiva investigativa no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A terceira parte da pesquisa se consistiu na análise da prática colaborativa, a qual foi realizada na escola estadual da rede pública do estado Paraíba, Maria das Neves de Carvalho, localizada na cidade de Cuité. E foi desenvolvida em parceria com as duas professoras

¹ Segundo Marchive (2006, apud, AZEVEDO, 2008) situação de ensino se define quando o aluno vai à escola, tendo consciência que o professor está lá para ensinar e que ele está lá para aprender. Segundo o autor, mesmo que o professor não possa pressupor os anseios de seus alunos, ele pode criar condições para que o aluno se comprometa em uma situação de ensino a qual seja efetivada a sua aprendizagem.

envolvida no contexto analisado, a professora Jaqueline Lixandrão Santos e a professora titular da turma na qual a situação foi aplicada.

Para tanto, organizamos o nosso trabalho em cinco capítulos. No primeiro, apresentamos a introdução do trabalho, onde destacamos concepções sobre o conceito combinatório, as perspectivas para o ensino e aprendizagem da combinatória e como o processo de ensino e a aprendizagem da combinatória vem sendo orientado e desenvolvido nos anos iniciais do ensino fundamental.

Descreveremos no segundo capítulo, os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa.

No terceiro capítulo apresentamos a análise realizada acerca das orientações apresentadas pelos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais; Base Nacional Comum Curricular, Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.

No quarto capítulo, apresentamos as contribuições dos documentos oficiais observados na análise da pesquisa, indicando pontos relevantes para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória apresentados nos referidos documentos.

A situação de ensino desenvolvida a partir das orientações dos documentos oficiais, bem como das pesquisas realizadas, estarão descritas no quinto capítulo. Nele, apresentamos informações sobre a sua aplicação e observações realizadas durante a pesquisa.

Nas considerações finais apresentamos uma síntese do trabalho desenvolvido, expondo questões que foram respondidas durante a sua realização, bem como, novas perspectivas de pesquisas a serem desenvolvidas futuramente.

Na sequência deste texto apresentamos a minha² experiência acadêmica, uma vez que acreditamos que a aptidão profissional das pessoas é resultando as experiências vivencias.

1.1. Trajetória Acadêmica

Assim que conclui o Ensino Médio iniciei o curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2012 na Universidade Federal de Campina Grande – Campus Cuité/PB. Como estudei em várias escolas, na Educação Básica, acabei deixando a desejar em alguns conteúdos matemáticos. Com isso, nos dois primeiros períodos do curso tive um pouco de dificuldade

² Em alguns trechos, apresentamos o texto na primeira pessoa, por se tratar de considerações apenas da autora desta pesquisa.

em acompanhar as disciplinas. Mesmo com essas divergências sempre fui uma pessoa persistente e determinada em meus objetivos, lembro-me que para conseguir ser aprovada nas matérias, passava a maior parte do meu tempo livre, na biblioteca da universidade estudando, quando não, buscava auxílio dos professores nos seus horários de atendimento.

Tenho como recordação que em épocas de término de período, ia para a universidade às 7 horas da manhã e apenas retornava para casa às 22 horas da noite. Por sorte, assim que entrei no curso conseguir uma bolsa de manutenção equivalente a 250,00 reais, era com a qual custeava meus gastos na universidade como xerox, passagens e alimentação.

No terceiro período foi orientada pela a professora Célia Maria Franco como monitora de um curso preparatório para a disciplina de Cálculo I, o mesmo intitulado como Pré-Cálculo, que tinha como objetivo ensinar conceitos matemáticos utilizados na referida disciplina mencionada. Mesmo participando deste projeto como voluntária, fiquei muito feliz com oportunidade que a vida estava me dando. Permaneci no projeto por mais dois períodos, neles pude realmente comprovar que estava no curso certo, pois tive a possibilidade de lecionar dentro de uma sala de aula.

Objetivando ter uma formação acadêmica de qualidade, fiz a seleção do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), o qual da oportunidade ao estudante de graduação em licenciatura vivenciar prática pedagógica, e estabelecer vínculo com os professores em seu meio de trabalho. Felizmente conseguir ser classificada e aprovada na seleção, passando a partir daí, ser bolsista do programa.

Durante minha participação no PIBID, aprendi a lidar com diversas situações apresentadas na sala de aula. O convívio escolar me deu a oportunidade de vivenciar os desafios enfrentados pelos professores em seu meio de trabalho, além de que, me proporcionou maior embasamento teórico acerca de assuntos educacionais, e tive a chance de elaborar e publicar diversos trabalhos acadêmicos.

Com o desenvolvimento do curso, comecei a ter mais facilidade em relação aos estudos, minhas notas e a forma de escrever artigos melhoram bastante, a postura como profissional da educação mudou totalmente daquela tida no início do curso, pois com a participação em projetos, mudei meu olhar em relação ao campo da Educação Matemática.

Sendo assim, me interessei mais por assuntos pertinentes a este campo de estudo, desta forma, decidi aprofundar meus estudos em relação aos assuntos relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática. Ao conhecer minha orientadora, a professora Jaqueline Lixandrão Santos, tive a oportunidade de dialogar temas nunca debatidos antes com outros professores, como por exemplo, a maneira com a qual o aluno desenvolve seu raciocínio

combinatório. Desta forma, objetivando saber como o processo de ensino e aprendizagem da combinatória, nas turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é orientado pelos documentos oficiais, me envolvi nessa pesquisa, a qual apresento na sequência.

2. A COMBINATÓRIA: PERSPECTIVAS E POSSIBILIDADES SEGUNDO AS PESQUISAS

Iniciamos o nosso trabalho, apresentando concepções quanto ao conceito de combinatória formulado por diversos pesquisadores na área, bem como, as perspectivas e possibilidades quanto ao ensino e aprendizagem da combinatória aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, apresentamos inicialmente algumas considerações acerca do conceito de combinatória elaboradas.

2.1. Considerações sobre combinatória

A combinatória, assim como aponta Roa e Navarro-Pelayo (2001) é um dos principais estudos da Matemática Discreta. Segundo os referidos autores:

Os problemas combinatórios e as técnicas para sua resolução tiveram e têm profundas implicações no desenvolvimento de outras áreas da matemática como a probabilidade, a teoria dos números, a teoria dos autômatos e inteligência artificial, investigação operativa, geometria e topologia combinatórias (ROA; NAVARRO-PELAYO, 2001, p. 255).

Roa e Navarro-Pelayo (2001) destacam que, devido às inúmeras aplicações em diferentes áreas, a combinatória possibilita que diversas situações problemas sejam desenvolvidas na escola a partir da realidade dos alunos. Eles afirmam que, por se tratar de um assunto vasto em aplicações, os conceitos combinatórios influenciam em conceitos oriundos de outras ciências, por exemplo: quando um médico faz o levantamento dos sintomas apresentados pelo paciente e os resultados de exames realizados, de certo modo, ele organiza um espaço amostral para avaliar, a partir das possibilidades, quais as probabilidades do paciente estar com determinada doença, ou não.

De forma semelhante, Borba (2010) expõe que o raciocínio combinatório envolve:

[...] um modo de pensar presente na análise de situações nas quais, dados determinados conjuntos, deve-se agrupar os elementos dos mesmos, de modo a atender critérios específicos (de escolha e/ou ordenação dos elementos) e determinar-se – direta ou indiretamente – o número total de agrupamentos possíveis. Este modo de pensar é útil no cotidiano – por estar presente em situações variadas como organizações de equipes, de campeonatos esportivos, de cardápios etc. – bem como é aplicado em variadas áreas do conhecimento – tais como Biologia, Química, Estatística, Ciências da Computação dentre outras – em situações classificatórias, por exemplo. O desenvolvimento do raciocínio combinatório, portanto, é de

extrema relevância e deve ser alvo do ensino formal na Educação Básica. (BORBA, 2010, p. 3)

Consideramos que o conceito de combinatória vem sendo apresentado de diferentes formas, não fugindo de sua principal vertente, a qual se consiste na seleção de dados, seja por escolha e/ou agrupamento, de um determinado conjunto com particularidades próprias. Diante dos exemplos apresentados, percebe-se a importância do referido conceito não apenas em problemas escolares, mas também na nossa vida cotidiana.

Deste modo, os estudos sobre combinatória no contexto escolar podem contribuir com a formação de conceitos matemáticos, com nossas ações cotidianas e até mesmo, profissionais. Quanto ao ensino da combinatória, Pessoa e Borba (2009) esclarecem que:

Combinatória nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação (PESSOA; BORBA, 2009, *apud* PESSOA; BORBA, 2012, p. 4).

Em estudo anterior, Borba (2010) afirma que a combinatória é conhecida como *a arte de contar*, pois envolve as diversas maneiras de combinar determinados objetos - seja em agrupamentos ou não - e enumerá-los. Dessa forma, a combinatória se constitui num ramo da Matemática que estuda técnicas de contagem de possíveis agrupamentos, a partir de determinados elementos postulados, que satisfaçam a determinadas condições.

Diante do exposto, percebe-se a importância do ensino da combinatória no currículo da Educação Básica, pois o seu estudo auxilia o aluno na resolução de problemas escolares, e em situações do seu cotidiano, possibilitando-o analisar e propor soluções para problemas de forma prática e rápida, respondendo as demandas da sociedade atual e futura.

Dessa forma, a combinatória vem sendo estudado por pesquisadores que objetivam relacionar essa demanda social à escolar no processo de ensino e aprendizagem. Tal como apresentamos na sequência.

2.2. Perspectivas para o ensino e aprendizagem da combinatória

Por ser tratar de um conceito amplo em aplicabilidades, a combinatória possibilita ao professor elaborar situações problemas de diversos contextos como educacionais e cotidianos, que estimulam o aluno à desenvolver estratégias cognitivas e dialógicas. Almeida (2010)

ressaltam que a combinatória “permite a elaboração de situações-problema que podem ser discutidas através da construção de conjecturas e discussão de ideias, promovendo o desenvolvimento da capacidade de argumentação em diferentes níveis de ensino” (ALMEIDA, 2010, p. 20).

No entanto, a realidade do ensino e da aprendizagem desse conteúdo, tem apresentado inúmeros empecilhos. Souza e Marasca (2010) afirmam que a aprendizagem da combinatória, na maioria das vezes, tem se tornado um grande obstáculo para os alunos e professores e acreditam que a principal justificativa para esse quadro, seja a maneira como o ensino de combinatória está sendo apresentado.

Segundo as autoras, os conceitos combinatórios vêm sendo abordados de uma maneira mecanizada, por meio da apresentação de definições e fórmulas, prejudicando assim o processo investigativo que o conteúdo possibilita para a aprendizagem do aluno, tendo em vista que o aluno não terá a oportunidade nesta didática de elaborar e justificar suas hipóteses para solucionar as situações proposta pelo docente. Souza e Marasca (2010, p. 3) afirmam que é preciso ao professor:

Adotar outra metodologia, que permite a participação do aluno na construção desses conceitos, pode contribuir para a aquisição de uma compreensão mais significativa, que procura dar sentido à matemática construída, considerando o cotidiano do aluno e o trabalho com problemas contextualizados (SOUZA; MARASCA, 2010, p. 3).

Nesta perspectiva, o trabalho com resolução de problemas, na qual os alunos tem a oportunidade de construir suas próprias conjecturas por meio de análise e discussão dos dados, é uma alternativa para o ensino da combinatória. Sendo assim, é importante que o professor utilize neste processo os conhecimentos que os alunos já possuem sobre a combinatória como ponto de partida para o seu ensino, uma vez que, com um aprendizado oriundo de suas vivencias, o aluno desenvolverá alguns conceitos mais amplos.

De acordo com Santos (2015), os conceitos espontâneos - estabelecidos na vida cotidiana -, influenciam na resolução de situações problemas de combinatória e probabilidade. Suas pesquisas apontam que uma dinâmica de ensino adequada possibilita que conceitos científicos - estabelecidos no contexto escolar - sejam desenvolvidos.

Os alunos possuem conceitos sobre combinatória e probabilidade, mesmo que espontâneos, mas ao se depararem com uma proposta de ensino problematizadora, articulada à linguagem e a uma cultura de aula de Matemática adequada, são capazes de se envolver em um processo de

elaboração conceitual, (re) significando conceitos, chegando a outros mais elaborados (SANTOS, 2015, p. 162).

Acompanhando esta concepção, alguns autores (ALMEIDA; FERREIRA, 2009a; SOUSA; MASCARA, 2010; SANTOS, 2015), sugerem que o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de combinatória seja desenvolvido numa perspectiva problematizadora, de maneira investigativa e dialógica. Para tanto, é primordial que durante este processo o aluno tenha momentos de investigação, os quais consiga validar suas hipóteses por meio da socialização das ideias com o professor e com os colegas de classe, pois, na medida em que suas ideias são discutidas, conhecimentos são compartilhados, construídos e consolidados, conseguindo desta forma produzir (re)significações aos seus estudos.

Conforme o exposto, várias pesquisas (ALMEIDA e FERREIRA, 2009a; ROA e NAVARRO-PELAYO, 2001; BORBA, 2016, SANTOS; 2015) indicam que a combinatória permite uma perspectiva de ensino investigativo e problematizador, sendo que o processo de ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido a partir das conjecturas levantadas pelas crianças, por meio de situações e problematizações apresentadas e/ou mediadas pelo docente. Neste sentido, é necessário que nas situações de ensino o docente proponha estratégias nas quais conceitos combinatórios, presentes no ideário dos alunos, sejam confrontados com os conceitos escolares. Almeida e Ferreira (2009a) afirmam que:

A utilização de situações problema pode contribuir para a aprendizagem de diversos conteúdos, inclusive, da Análise Combinatória. Mas, somente aprender a resolver os problemas construindo suas próprias estratégias não é o suficiente para tornar esta aprendizagem eficaz. Através da discussão em pequenos grupos e da troca de experiências entre o professor e seus alunos ou entre os próprios alunos, a aprendizagem é potencializada pela oportunidade de aprender consigo mesmo e com o outro (ALMEIDA; FERREIRA, 2009a, p. 20).

Neste sentido, entendemos que o ensino da combinatória precisa acontecer em um ambiente aberto a diálogos e discussões argumentativas, visto que, as situações de problemas, por si só, não são suficientes para o desenvolvimento do pensamento combinatório das crianças, bem como, uma aprendizagem significativa.

Durante o processo de ensino também é importante, que professor organize o tempo, de modo que os alunos possam desenvolver e discutir suas ideias em pequenos grupos, bem como, socializar essas ideias com os demais colegas de classe. Assim, os alunos terão a oportunidade, em um primeiro momento, de desenvolver conceitos combinatórios durante a

resolução de problemas e, no segundo momento, apresentar e argumentar sobre os conceitos elaborados nos grupos, com o coletivo da classe.

Compreendemos que essa dinâmica pode ser desenvolvida em todos os níveis de ensino, inclusive nos anos iniciais, cujo conteúdo da combinatória também se faz presente nos currículos escolares.

2.3. O ensino e a aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental

Com a evolução da sociedade, às crianças passaram a vivenciar situações rotineiras que envolvem conceitos matemáticos mais complexos, tais como os relacionados à Estatística, à Probabilidade e à Combinatória. Borba *et al* (2009) acreditam que os problemas de combinatória:

[...]podem ser explorados desde cedo, pois expectativas de um acontecimento, regras de um jogo, escolha de vestimentas, combinações de sucos e sanduíches em uma lanchonete ou de sabores de um sorvete, são ricas situações sobre combinatória e probabilidade que podem ser trabalhadas nos primeiros ciclos de escolaridade (BORBA *et al* 2009, p. 1).

Neste sentido, compreende-se que desde pequenas, as crianças empregam conhecimentos combinatórios em suas ações cotidianas. Assim, podemos dizer que estes conhecimentos são construídos e estão presentes no ideário delas, uma vez que estão envolvidos em situações de combinatória.

Pessoa e Borba (2009) observaram em suas pesquisas a capacidade das crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental em resolver problemas envolvendo conceitos combinatórios, antes mesmo, de terem iniciado a aprendizagem escolar. Borba (2016) ressalta que:

As crianças, desde novas, podem ser estimuladas a pensarem em questões interessantes de investigação e como informações podem ser levantadas, organizadas, classificadas e interpretadas, bem como podem ser incentivadas a refletirem sobre como eventos ocorrem – de modo aleatório, previsível ou determinístico. Também, desde cedo, podem ser incentivadas a levantarem possibilidades de eventos ocorrerem e enumerarem modos de elementos constituintes de uma situação serem combinados entre si (BORBA, 2016, p. 2).

Segundo a autora os conceitos mais elaborados de combinatória são formalmente

trabalhados em níveis mais elevados do ensino da Educação Básica. Ela sugere que essa temática esteja presente no processo de ensino desde o início da escolarização, inclusive na Educação Infantil.

Borba (2016) indica que a partir de situações práticas e lúdicas, presentes, no seu cotidiano dos alunos, é possível abordar noções básicas de combinatória de forma que os conceitos desenvolvidos sejam significativos.

A pesquisadora afirma que as experiências vivenciadas pelos alunos sejam utilizadas a favor do desenvolvimento do raciocínio combinatório, visto que, os conceitos combinatórios que emergem nas situações extraescolares, colaboram na formalização e consolidação dos conceitos escolares. Nesta perspectiva, Borba (2016) destaca algumas observações realizadas em estudos anteriores por Pessoa e Borba (2009):

As autoras sugerem que os raciocínios combinatórios evidenciados podem ser fruto de experiências extraescolares – de escolha e combinação de objetos no cotidiano – e também argumentam que vivências escolares, não necessariamente relacionadas à Combinatória, podem ter influência no modo como as crianças pensam e como desenvolvem seus pensamentos combinatórios. (BORBA, 2016, p. 4)

De maneira semelhante, Almeida e Ferreira (2009b) e Borba (2016) orientam que o trabalho com combinatória no Ensino Fundamental comece pela construção de diversos tipos de agrupamentos, sem necessariamente sistematizar e/ou formalizar o conteúdo de estudo. Segundo os mesmos, se essa perspectiva de trabalho for adotada desde os anos iniciais, os alunos poderão compreender com maior facilidade os conceitos combinatórios em nível mais elevados de ensino. Almeida e Ferreira (2009b) asseguram que este método de ensino auxilia na aprendizagem do aluno, uma vez que:

Para que o aluno não apenas memorize o conteúdo e depois de algum tempo esqueça-o, se faz necessário que o aprendizado aconteça de forma gradativa, com a compreensão do aluno. Para que ele chegue ao conhecimento por si só, vendo sentido no que está aprendendo aconselha-se aplicar soluções problemas para que o aluno resolva sem ter um conhecimento prévio do conteúdo. Ele deve refletir a respeito do problema e analisar uma estratégia para resolvê-lo (ALMEIDA; FERREIRA, 2009b, p. 4).

Deste modo, é preciso que o trabalho do professor respeite e priorize durante o processo de ensino, o desenvolvimento cognitivo de seus alunos, visto que “se o estágio cognitivo em que a criança se encontra não for respeitado ela não terá condições de responder aos objetivos que o professor deseja atingir” (EBERHARDT; COUTINHO, 2011, p. 64).

De acordo com os referidos autores, cada criança desenvolve um processo de aquisição dos conhecimentos de forma e ritmos diferentes. Assim, “cada aluno elabora e desenvolve maneiras diferentes de operar matematicamente” (EBERHARDT; COUTINHO, 2011, p.64), uma vez que, o desenvolvimento do cognitivo das crianças - processo de aquisição dos conhecimentos - depende de diversos fatores como o pensamento, a linguagem, a percepção e raciocínio. Borba, Pessoa e Rocha (2013) afirmam que:

Defendemos também que o raciocínio combinatório leva um longo tempo para se desenvolver e que no início da escolarização situações combinatórias simples podem ser propostas, de modo a prover estudantes com noções iniciais sobre como combinar elementos e considerar combinações válidas que atendem a determinadas condições (BORBA; PESSOA; ROCHA, 2013, p.896).

Compreendemos então que o desenvolvimento do raciocínio combinatório das crianças acontece de forma lenta, sistemática, organizada e gradual. Neste sentido, quando a criança tem a oportunidade de conhecer as noções básicas de combinatória na educação infantil, a abordagem desse assunto nos anos iniciais do Ensino Fundamental torna-se mais fácil, tendo em vista que, nessa faixa etária a criança consegue desenvolver conceitos matemáticos por meio de situações lúdicas e dialógicas, e de relações estabelecidas entre conceitos escolares e cotidianos.

Para ensino e aprendizagem da combinatória, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é importante que o professor entenda que os problemas combinatórios tais como: arranjo, permutação, combinação e produto cartesiano; apresentam diferentes características que conduzem a diferentes raciocínios e resoluções. Visto que, terá a competência de elaborar metodologias de ensino dinâmicas, as quais os problemas escolares estejam relacionados com os conceitos cotidianos dos alunos. É importante também, aguçar a curiosidade dos alunos em relação ao conteúdo abordado, bem como, estimulá-los a realizar diferentes combinações a partir das diversas situações apresentadas.

Ao que se refere á aprendizagem dos alunos neste nível de ensino, vale salientar por meio de estudos realizados por Borba, Pessoa e Rocha (2013), que:

[...] as crianças em início de escolarização podem não ter a capacidade de enumerar todos os casos de situações combinatórias, mas são capazes de compreenderem relações combinatórias de escolha e de ordenação de elementos, já que listaram casos corretos para os problemas propostos (BORBA; PESSOA; ROCHA, 2013, p. 901).

As autoras evidenciaram em sua pesquisa que, mesmo não tendo conseguido obter corretamente, o número total de possibilidades, na resolução dos problemas combinatórios, algumas crianças compreenderam a estrutura combinatória dos problemas.

Este fato preocupa a maioria dos professores dos anos iniciais, visto que, a grande maioria sente dificuldade em elaborar atividades que contemple tais características, alegando que em sua formação inicial as ferramentas apresentadas para o ensino da combinatória não foram suficientes. Além disso, vale ressaltar que, uma das ferramentas de trabalho que o professor possui é o livro didático, no entanto, orientações de ensino mais amplas não são apresentadas neste material.

Visando analisar situações de ensino sobre a combinatória presentes em livros didáticos dos anos iniciais, Barreto e Borba (2010) realizaram uma pesquisa a qual se consistiu em um levantamento bibliográfico sobre os livros didáticos aprovados no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2007, de 1ª a 4ª série, atuais 2º a 5º anos do Ensino Fundamental. Na referida pesquisa, as autoras observaram, em cinco coleções (20 volumes) analisadas, que havia problemas de combinatória de tipos, como: combinação; produto cartesiano; permutação e arranjo.

Conforme mencionamos, os livros didáticos servem como apoio ao trabalho docente, visto que os professores podem utilizar e/ou modificar os problemas apresentados, bem como, adequar à ordem do desenvolvimento de acordo com a turma que leciona. Além disso, podem elaborar atividades inspiradas nas orientações apresentadas no manual do professor. Dante aborda que o livro didático:

[...] como orientador do trabalho do professor em sala de aula no que diz respeito aos objetivos a serem alcançados, conteúdos principais a serem desenvolvidos, metodologias e estratégias a serem utilizadas para alcançar tais objetivos. Para ele trata-se de um recurso importante e norteador do preparo docente para o direcionamento das suas aulas (DANTE, 1996, *apud*, SILVA, 2015, p. 7).

Neste contexto, consideramos o livro didático como uma ferramenta importante para o trabalho em sala de aula, no entanto, ressaltamos que a compreensão de como se dá a aprendizagem dos diferentes conteúdos da matemática também é importante para o professor.

Neste sentido, é necessário que no processo de ensino e aprendizagem de conceitos combinatórios, o educador realize atividades em uma perspectiva sistematizada e organizada, objetivando organizar o pensamento combinatório dos alunos.

Diante o exposto, compreendemos que os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, possuem conceitos sobre combinatória, emergentes das interações escolares e cotidianas. Possuem habilidades para resolver problemas combinatórios, bem como elaborar argumentos que validam suas ideias fundamentadas em conceitos desenvolvidos durante a resolução dos problemas.

Tendo em vista a relevância dos conceitos combinatórios na trajetória escolar e cotidiana dos alunos, realizamos uma análise teórica acerca das orientações apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais; pela Base Nacional Comum Curricular, pelos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e pelo Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, os quais norteiam a elaboração de material didático e pedagógico, as pesquisas e o processo de ensino e aprendizagem da combinatória, assim como, as avaliações internas e externas. Entendemos que a análise desses documentos nos possibilitará pensar em trabalhos que podem ser desenvolvidos em contexto escolar.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos o percurso metodológico de nossa pesquisa. Para tal, descreveremos os procedimentos utilizados, bem como o contexto e as ações desenvolvidas durante a sua realização, visando responder à questão da pesquisa e atingir os objetivos propostos.

Como mencionado anteriormente, esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa. Assim, segundo Godoy (1995) ela:

Envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo (GODOY, 1995, p. 58).

A pesquisa foi desenvolvida em três partes que se complementam. A primeira envolve uma pesquisa bibliográfica na qual analisamos os documentos oficiais para identificar quais as suas contribuições ao ensino da combinatória. A partir desta análise, realizamos a segunda parte da pesquisa, nesta, organizamos uma situação de ensino que contemplasse as orientações dos documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba (RCEFEP) e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). A terceira parte envolve uma pesquisa com prática colaborativa, na qual a situação de ensino foi realizada visando observar como acontece no contexto de sala de aula.

Conforme citamos na introdução, nossa pesquisa tem como problema de investigação: quais as contribuições dos documentos oficiais para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental?

Tem como objetivo geral:

- Identificar as orientações e direcionamentos dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais, da Base Nacional Comum Curricular, dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, ao ensino e aprendizagem da combinatória.

E como objetivos específicos:

- Compreender como as orientações oficiais podem ser desenvolvidas no contexto de sala de aula.

- Organizar uma situação de ensino de acordo com as orientações dos documentos oficiais.

Deste modo, apresentamos na primeira parte de nossa pesquisa, informações sobre o processo de ensino e aprendizagens da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentadas pelos PCN, pela BNCC, pelos RCEFEP e pelo PNAIC.

3.1. Procedimentos metodológicos para a pesquisa bibliográfica

Ao analisarmos as orientações oficiais que norteiam o trabalho docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, buscamos observar os objetivos, metodologias e orientações para o ensino e aprendizagem da combinatória indicados pelos referidos documentos. Apresentamos no início de nossa análise, de forma sucinta, a organização da estrutura dos documentos.

Na pesquisa bibliográfica focamos nos PCN o bloco tratamento de informações, na BNCC o eixo números e operações; estatística e probabilidade, nos RCEFEP o eixo tratamento da Informação e no PNAIC o caderno de número sete intitulado como Educação Estatística.

Neste sentido, estudamos os direcionamentos indicados pelos PCN e depois os RCEFEP, visto que os apontamentos citados pelos PCN norteiam os demais documentos analisados nesta investigação. Considerando que, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, lançado em 2014, tem como objetivo alfabetizar plenamente todas as crianças brasileiras até o final do 3º ano do Ensino Fundamental, decidimos analisá-lo, pois de certo modo, suas orientações influenciam no processo de ensino e aprendizagem dos alunos no anos subsequentes do Ensino Fundamental.

Optamos por analisar as orientações indicadas pela BNCC, que ainda estão em elaboração e futuramente será implantada na Educação Básica, pois assim como os demais documentos, também tem por objetivo orientar o trabalho docente.

Compreendendo que as orientações dos diversos documentos oficiais são pautadas pelas orientações apresentadas nos PCN, analisamos inicialmente suas considerações. Na sequência, estudamos a BNCC, uma vez que procuramos seguir o padrão nacional colocado nos PCN. Sequentemente, analisamos os RCEFEP, priorizando em nossas observações as orientações pertinentes às necessidades e realidade atual do Estado da Paraíba. Por fim, analisamos o caderno de número sete do PNAIC, intitulado “Educação Estatística”.

Os resultados dessa análise nos foram referência para a segunda parte da pesquisa, o qual objetivou organizar uma situação de ensino pautada nas orientações oficiais, relevante para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3.2. Procedimentos metodológicos da situação de ensino

Na segunda parte da nossa pesquisa nos pautamos nos resultados da análise dos documentos norteadores de ensino, os quais nos apontaram perspectivas para selecionar e organizar uma situação de ensino para a combinatória.

O jogo “corrida de Cavalos” foi a situação de ensino selecionada para a pesquisa. O jogo é uma proposta de ensino apresentada por Skovsmose (2008), a qual sofreu adaptações em Santos (2010; 2015). Segundo Santos e Santos (2016a) o jogo “Corrida de Cavalos”:

[...] possibilita o desenvolvimento de conceitos sobre combinatória, probabilidade e estatística, uma vez que o jogo é possível analisar quantas e quais são as possibilidades de somas, registrar e analisar a frequência de somas do jogo; verificar quais somas é mais ou menos prováveis, etc. (SANTOS; SANTOS, 2016a, p. 6).

Diante do exposto, selecionamos o jogo “Corrida de Cavalos”, tendo em vista sua potencialidade quanto a formação de conceitos sobre combinatória, a probabilidade e a estatística, permitindo que os referidos conteúdos sejam trabalhados de forma contextualizada e problematizadora, em dinâmica de aula integrada a um processo dialógico entre as professoras e alunos, assim como indica os documentos oficiais.

Na sequência apresentamos as instruções do jogo.

Quadro 1 - Jogo “corrida de cavalos”

Instruções:

- Os números do tabuleiro correspondem aos cavalos.
- Cada jogador pode apostar em três cavalos.
- A aposta pode ser em um único cavalo, em dois ou em três.
- A aposta deve ser registrada sob o(s) número(s) do(s) cavalo(s) escolhido(s).
- O cavalo avança quando a soma dos números extraídos do lançamento de dois dados for igual ao número do cavalo. O avanço é marcado com um x no diagrama em frente ao número obtido.
- Vence o cavalo que primeiro se colocar na linha da chegada.

Tabela 1: Tabuleiro do jogo “corrida de cavalos”

CHEGADA													
LARGADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
REGISTRO DAS APOSTAS													

Fonte: Santos (2015, p. 187)

Tendo como finalidade analisar se a situação de ensino, pautada nas orientações oficiais, permite que os conceitos sobre combinatória sejam elaborados a partir de um contexto de ensino problematizar, por meio das interações e negociações entre alunos e pesquisadoras, adotamos um ambiente de aprendizagem fundamentado na dinâmica de aula apresentado por Van de Walle (2009), uma vez que o autor sugere que, o desenvolvimento de uma atividade em cenário problematizador seja organizado em três fases: *antes, durante e depois*.

A *fase do antes* é momento em que o professor apresenta a tarefa que será desenvolvida, tendo como responsabilidade garantir que os alunos compreendam o caráter desafiador proposto na atividade. A *fase do durante* é momento em que os alunos desenvolvem a situação proposta em pequenos grupos. O professor nessa fase adota uma postura de mediador do processo de aprendizagem, cabendo-lhe desenvolver articulação entre os conceitos apresentados pelos alunos àqueles que ele pretende que os desenvolvam. A última fase, a *do depois*, é o momento da socialização em que os alunos apresentam as ideias desenvolvidas pelos grupos na tentativa, de que a classe chegue a uma conclusão coletiva.

Diante de tais considerações, entendemos que a dinâmica de aprendizagem proposta por Van de Walle (2009) aponta subsídios que favorecem o desenvolvimento de conceitos sobre combinatória e probabilidade, uma vez que interações e negociações de ideias são desenvolvidas a partir de situações problemas problematizadoras.

Para a análise da terceira parte da pesquisa, os dados foram organizados em dois eixos. No primeiro, analisamos quais os indícios de conceitos e significações sobre combinatória e probabilidade os alunos apresentam a partir dos dados produzidos nos registros escritos no tabuleiro do jogo, realizados na fase *durante*. Já no segundo eixo, analisamos os conceitos apresentados a partir da comunicação de ideias na fase reflexiva *depois*. Tal análise, apresentamos na sequência.

3.3. Procedimentos Metodológicos para a pesquisa colaborativa

Esta parte da presente pesquisa tem uma perspectiva colaborativa, uma vez que, foi desenvolvida a partir da colaboração de outras professoras, a professora titular da sala e a professora-pesquisadora Jaqueline Lixandrão Santos que ministrou a aula.

Compreendemos, a partir das considerações de Cabral (2012), que essa perspectiva de pesquisa possibilita ao professor refletir sua prática docente, visto que o pesquisador colaborativo ao interagir com a realidade de trabalho vivenciada pelo o professor irá contribuir “de forma coerente e significativa, tal realidade, já que se instaura um processo produtivo de reflexão, de indagação e teorização das práticas profissionais dos educadores e das teorias que guiam suas práticas” (CABRAL, 2012, p. 1). Deste modo, na ação colaborativa, todos os envolvidos têm vez e voz e estão envolvidos em decisões tomadas durante a intervenção didática.

Desgagné (1998, p. 2) destaca que a pesquisa colaborativa “se articula em volta de projetos onde o interesse de investigação se baseia na compreensão que os práticos, em interação com o pesquisador, constroem a partir da exploração, em contexto real, de um aspecto que se refere a suas práticas profissionais”. O autor faz uma síntese do conceito de pesquisa colaborativa caracterizando-a:

- 1 – A pesquisa colaborativa supõe a construção de um objeto do conhecimento entre pesquisador e práticos [...].
- 2 – A pesquisa colaborativa associa ao mesmo tempo atividades de produção do conhecimento e de desenvolvimento profissional [...].
- 3 – A pesquisa colaborativa visa uma mediação entre comunidade de pesquisa e comunidade de prática [...] (DESGAGNÉ, 1998, p. 7-8).

Deste modo, assim como Cabral (2012) e Desgagné (1998) acreditamos que a pesquisa colaborativa permite que o professor da Educação Básica reflita sobre a teorização de sua prática, contribuindo qualitativamente na realidade de trabalho, pois, a partir do

momento que o pesquisador colaborativo apresentar a realidade estudada como objeto de investigação, possibilita que aproximação da universidade com a escola e a teoria da prática seja realizada.

A pesquisa foi realizada na escola estadual da rede pública do estado da Paraíba, Maria das Neves Lira de Carvalho, localizada na cidade de Cuité. A referida escola atende especificamente os anos iniciais do Ensino Fundamental, na modalidade regular e Educação de Jovens e Adultos (EJA). Possui 142 alunos, distribuídos em oito salas, sendo seis do ensino regular e duas da EJA.

A turma investigada foi a do 4º ano do Ensino Fundamental, composta por 25 alunos, com idades entre 09 e 10 anos. Os dados coletados foram produzidos por meio de registro de experiência escrito pelas pesquisadoras, transcrições de áudio dos diálogos realizados, fotografias, tabuleiros de registro dos jogos realizados pelos alunos, diários de campo das pesquisadoras.

A situação de ensino foi realizada no final do semestre de 2015, tendo como duração duas horas. Ao planejarmos o desenvolvimento da aula ficou acertado que a professora Jaqueline conduziria a aula, tendo em vista a experiência que possui como problematizadora, a professora titular e a graduanda seriam auxiliares, fazendo as distribuições dos tabuleiros, desenvolvendo questionamentos com o objetivo de mobilizar o desenvolvimento do raciocínio combinatório e probabilístico dos alunos por meio de indagações problematizadoras levantadas a partir do registro e jogadas dos alunos na *fase do durante*.

Para o desenvolvimento do jogo, os alunos foram organizados em duplas pela professora titular da classe, tendo como critério níveis de facilidades/dificuldades semelhantes na disciplina de matemática. Essa orientação partiu da professora Jaqueline que considera que dessa forma a disputa, seria mais justa, uma vez que os adversários com conhecimento diferenciados pode vencer o jogo facilmente, não possibilitando assim que o seu rival desenvolva reflexões e elaboração de conjecturas e/ou estratégias.

A professora da turma nos relatou que uso de jogos no ensino da Matemática já havia sido empregado por ela em suas aulas, porém em dinâmica diferenciada, a qual o processo de comunicação e discussão das ideias sobre os conceitos desenvolvidos a partir do jogo não foram realizadas. A professora ressaltou também que os conceitos de combinatória e estatística foram trabalhados anteriormente, por meio de problemas combinatório, do tipo produto cartesiano, e situações problemas de interpretação e a construção de gráficos, para os conceitos de estatística. Formalmente a probabilidade não foi estudada nas aulas.

4. ORIENTAÇÕES E PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO ALGUNS DOCUMENTOS OFICIAIS

Neste capítulo, apresentamos a análise realizada acerca das orientações postuladas nos seguintes documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais; Base Nacional Comum Curricular, Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.

Assim sendo, as concepções que cercam o referido tema, as propostas curriculares de ensino aprendizagem, assim como, dificuldades enfrentadas no processo de ensino de aprendizagem e as metodologias de ensino sugeridas.

4.1. Orientações: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram elaborados pelo Ministério da Educação e do Desporto, também representado pela sigla “MEC”, e tem como propósito apresentar propostas para o processo de ensino e aprendizagem que ajudem o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo e autônomo, que conheça seus direitos e deveres e que lute por eles. Além disso, tem como objetivo auxiliar o trabalho do professor em suas aulas, ao apresentar os objetivos de aprendizagem dos diferentes ciclos de ensino. O MEC “assegura que os Parâmetros serão instrumento útil no apoio às discussões pedagógicas em sua escola, na elaboração de projetos educativos, no planejamento das aulas, na reflexão sobre a prática educativa e na análise do material didático” (BRASIL, 1997, p.4).

Diante do nível de ensino que nos propomos a investigar anos iniciais do Ensino Fundamental, nossa análise nos PCN, na matemática do primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental (1ª a 4ª séries). Atualmente este ciclo compreende do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

A estrutura documental dos PCN está organizada em duas partes, que são divididas em diversas temáticas. A primeira parte inicia com a apresentação dos objetivos gerais para o Ensino Fundamental, a qual apresenta temas como etnias, saúde, meio-ambiente, orientação sexual e pluralidade cultural. Nesta parte é indicada a relevância dos alunos em compreender a cidadania, assim como, a sua participação social e política na sociedade atual, posicionando-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações socioculturais.

Conhecer também as características fundamentais do Brasil pleiteando a construção progressiva da noção de identidade nacional bem como, a pertinência do País em um cenário mundial.

Dentre os diversos objetivos citados, destacamos aqueles que consideramos relevantes para o ensino da Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, os quais proporcionam aos alunos a capacidade de:

- Utilizar as diferentes linguagens — verbais, Matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação (BRASIL, 1997, p. 6);
- Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos (BRASIL, 1997, p. 6);
- Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1997, p. 6).

Dentre as suas orientações, os PCN tratam sobre as principais características da área de Matemática, preocupando-se com a relevância da disciplina no currículo escolar, sobre o papel da Matemática no Ensino Fundamental, bem como, sua contribuição na construção da cidadania, nos temas transversais e na formação da sociedade.

Objetivando direcionar o trabalho docente no processo ensino e aprendizagem, na seção “Aprender e ensinar Matemática no Ensino Fundamental”, os PCN destacam alguns conhecimentos necessários ao professor no ensino da Matemática, como:

- Identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações (BRASIL, 1997, p. 29);
- Conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais (BRASIL, 1997, p. 29);
- Ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (BRASIL, 1997, p. 29).

O documento sugere alguns caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula, como o recurso da resolução de problemas, da história da matemática, das tecnologias da informação e dos jogos. Dentre eles, destacamos o recurso da resolução de problemas e dos jogos, uma vez que concordamos com os PCN, que consideram que a proposta de ensino

pautada na resolução de problemas tem como ponto de partida o problema, que possibilita que a atividade Matemática seja desenvolvida, assim como, a compreensão de conceitos matemáticos.

No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1997, p. 32).

Diante de tais considerações, entendemos que é possível relacionar o recurso da resolução de problemas ao dos jogos, uma vez que como destaca Grandó (2000), o jogo possibilita o desenvolvimento de resolução de problemas.

Os objetivos gerais de Matemática para o Ensino Fundamental, segundo os PCN, têm como finalidade indicar quais habilidades os alunos devem adquirir com o processo de ensino. Dentre os vários apresentados, destacamos:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas (BRASIL, 1997, p. 37);
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente (BRASIL, 1997, p. 37);
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (BRASIL, 1997, p. 37);
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações Matemáticas (BRASIL, 1997, p. 37);
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 1997, p. 37).

Em sua estrutura os Parâmetros Curriculares Nacionais, apresentam os conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental organizado em blocos de conteúdos – Números e

operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação-, a serem trabalhados por especificações próprias:

Números e operações:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1997, p. 39).

Espaço e forma:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Grandezas e medidas:

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. [...] As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica (BRASIL, 1997, p. 39 - 40).

Tratamento da informação:

Integrarão este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos. Com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e,

especialmente, o princípio multiplicativo da contagem. Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1997, p. 40).

Na segunda parte, os PCN apresentam os objetivos de cada bloco de conteúdos dividido em dois ciclos - primeiro ciclo e segundo ciclo. Nossa análise na segunda parte do documento centrou-se nas orientações voltadas para o ensino da combinatória no segundo ciclo, no bloco tratamento de informações e na resolução de problemas, uma vez que nossa pesquisa foi desenvolvida com alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental em um contexto problematizador.

No segundo ciclo os PCN destacam a importância de se utilizar os conhecimentos prévios dos alunos como ponto de partida para a sua aprendizagem. De acordo com os tais Parâmetros, no segundo ciclo os alunos “passam a descobrir regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Também aumenta a possibilidade de compreensão de alguns significados das operações e das relações entre elas” (BRASIL, 1997, p. 55). Levando em consideração o desenvolvimento cognitivo dos alunos, o documento afirma que neste ciclo as crianças começam à buscar justificativas que possam explicar a finalidade e os “porquês” indagados no processo de ensino e aprendizagem.

O segundo ciclo tem como característica geral o trabalho com atividades que permitem ao aluno progredir na construção de conceitos e procedimentos matemáticos. No entanto, esse ciclo não constitui um marco de terminalidade da aprendizagem desses conteúdos, o que significa que o trabalho com números naturais e racionais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação deverá ter continuidade, para que o aluno alcance novos patamares de conhecimento (BRASIL, 1997, p. 58).

Os assuntos referentes ao bloco de conteúdo Tratamento da Informação sugerem estudos relativos a noções de estatísticas, de probabilidade e de combinatória. Trazem como proposta de trabalho estimular os alunos a estabelecer relações, construir justificativas e hipóteses que consigam, em alguns casos, fazer previsões baseadas nos dados apresentados nas tabelas e nos gráficos. Segundo os PCN, a finalidade é que o aluno, além de ler e interpretar representações gráficas, seja capaz de produzir “textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas, e a construção de gráficos e tabelas, com base em informações contidas em textos jornalísticos e científicos” (BRASIL, 1997, p. 58).

Questões relacionadas à combinatória também são abordadas no bloco de conteúdos Números e Operações, em situações do princípio multiplicativo que envolve o conceito de produto cartesiano.

Além de objetivos gerais dos conteúdos para o ensino da Matemática nos anos iniciais, objetivos específicos quanto ao bloco Tratamento de Informação também são apresentados, sendo divididos em dois tópicos:

Conteúdos conceituais e procedimentais

- Coleta, organização e descrição de dados (BRASIL, 1997, p. 61);
- Leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construção dessas representações (BRASIL, 1997, p. 61);
- Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos (BRASIL, 1997, p. 61);
- Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas, construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros (BRASIL, 1997, p. 61);
- Obtenção e interpretação de média aritmética (BRASIL, 1997, p. 61);
- Exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte” (BRASIL, 1997, p. 61);
- Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades (BRASIL, 1997, p. 61);
- Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais (BRASIL, 1997, p. 62).

Conteúdos Atitudinais

- Confiança em suas possibilidades para propor e resolver problemas (BRASIL, 1997, p. 62);
- Perseverança, esforço e disciplina na busca de resultados (BRASIL, 1997, p. 62);
- Segurança na defesa de seus argumentos e flexibilidade para modifica-los (BRASIL, 1997, p. 62);
- Respeito pelo pensamento do outro, valorização do trabalho cooperativo e do intercâmbio de idéias, como fonte de aprendizagem (BRASIL, 1997, p. 62);
- Confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais de cálculo, interesse em conhecer e utilizar diferentes estratégias para calcular e os procedimentos de cálculo que permitem generalizações e precisão (BRASIL, 1997, p. 62);
- Interesse na leitura de tabelas e gráficos como forma de obter informações (BRASIL, 1997, p. 62);
- Hábito em analisar todos os elementos significativos presentes em uma representação gráfica, evitando interpretações parciais e precipitadas (BRASIL, 1997, p. 62).

Quanto aos critérios de avaliação de Matemática para o segundo ciclo, destacamos alguns aspectos que o documento espera encontrar no processo de avaliação:

Espera-se que aluno resolva problemas utilizando conhecimentos relacionados aos números naturais e racionais (na forma fracionária e decimal), às medidas e aos significados das operações, produzindo estratégias pessoais de solução, selecionando procedimentos de cálculo, justificando tanto os processos de solução quanto os procedimentos de cálculo em função da situação proposta (BRASIL, 1997, p. 64).

Espera-se que o aluno saiba calcular com agilidade, utilizando-se de estratégias pessoais e convencionais, distinguindo as situações que requerem resultados exatos ou aproximados. É importante também avaliar a utilização de estratégias de verificação de resultados, inclusive as que fazem uso de calculadoras (BRASIL, 1997, p. 64).

Espera-se que o aluno saiba coletar, organizar e registrar informações por meio de tabelas e gráficos, interpretando essas formas de registro para fazer previsões (BRASIL, 1997, p. 64).

As orientações didáticas recomendadas no documento têm como objetivo contribuir para a reflexão quanto ao ensino da Matemática e às condições nas quais se constituem os conhecimentos matemáticos. Dentre as orientações didáticas apresentadas para o bloco de Tratamento da Informação, o documento orienta que seja utilizado no processo de ensino, situações que envolvam o cotidiano dos alunos, por exemplo, propor aos alunos que organizem uma lista das datas dos aniversários de seus colegas de classe, podendo posteriormente propor a construção do gráfico de barras. Salienta que ao final do segundo ciclo é preciso que o aluno saiba ler e interpretar dados de maneira organizada, podendo construir representações para formular, resolver e analisar problemas e informações ocasionadas pelos dados exibidos. De acordo com os PCN “essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais” (BRASIL, 1997, p. 84).

Compreendemos que dentre os conceitos estatísticos estejam imbricados os combinatórios e probabilísticos, uma vez que para a apresentação de dados estatísticos, procedimentos relacionados à combinatória estejam envolvidos, assim como os de probabilidade ao se realizar interpretações.

Dentre seus direcionamentos, os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que nos dois primeiros ciclos, “as atividades podem estar relacionadas a assuntos de interesse das

crianças” (BRASIL, 1997, p. 84). Desta forma, devemos buscar e elaborar estratégias de ensino as quais sejam contextualizadas no cotidiano de nossos alunos, objetivando incentivá-los a resolver e interpretar de uma maneira prazerosa a atividade proposta, auxiliando em sua aprendizagem.

Diante do exposto, observamos a relevância que os PCN têm no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Assim como, nas atividades desenvolvidas em nossa pesquisa, uma vez que o documento aborda questões sobre o ensino da combinatória e sugerem modos de “fazer matemática”, por meio do recurso da resolução de problemas e jogos.

Além disso, suas orientações referentes ao bloco tratamento de informações norteiam objetivos de aprendizagem para os conteúdos de combinatória, estatística e probabilidade. Sugerindo também orientações sobre o processo de avaliação da aprendizagem, de formação de conceitos de forma contextualizada.

A importância de o professor elaborar e trabalhar com problemas de forma que estimulem os alunos a desenvolver atitudes de organização, investigação e perseverança, são destacados nos PCN. O documento também assegura que é fundamental aos alunos adquirir uma postura que o leve a justificar e validar suas respostas, observando que no processo investigativo a discussão de ideias com os colegas de classe também lhes permitem aprender.

Todas as orientações apontadas nos PCN visam que o processo de ensino e aprendizagem auxilie o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo e autônomo conhecedor de seus direitos e deveres na sociedade.

Assim como os PCN, a Base Nacional Comum Curricular também aponta questões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Na sequência apresentamos algumas considerações sobre o referido documento.

4.2. Orientações da Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) está sendo elaborada pela Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação, com a participação de especialistas em diferentes áreas de conhecimento, gestores, professores da educação básica, estudantes e público em geral, na sua elaboração. Tem como objetivo indicar quais conhecimentos os estudantes brasileiros têm o direito de ter acesso ao longo de sua trajetória na Educação Básica.

Com o documento, o MEC espera que os pais participem e acompanhem a vida escolar de seus filhos, pois terão disponíveis os elementos fundamentais que precisam ser ensinados a eles nas áreas de Conhecimento da Matemática, das Linguagens e das Ciências da Natureza e Humanas.

Além de ser um instrumento de gestão pedagógica para os sistemas educacionais, as escolas e os professores, a BNCC pode ser uma ferramenta importante para nortear a construção do currículo das escolas brasileiras, sejam elas públicas ou particulares.

Dentre as áreas de conhecimento abordadas na BNCC, apresentamos algumas considerações das principais orientações articuladas pela Base quanto à Matemática. Para tanto, analisamos os textos introdutórios e os objetivos de aprendizagem da área de Matemática.

4.2.1. O ensino e aprendizagem da Matemática

Como sabemos a Matemática está presente em diversas áreas dos conhecimentos. Sendo assim, podemos dizer que seus conceitos são indispensáveis para diversas ações humanas, tais como a análise combinatória, a medida de chance, a compreensão de gráficos e tabelas, as realizações de estimativas e até mesmo, a percepção do espaço que nos rodeia. Segundo o BNCC:

[...] a Matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos que nos cercam. Esses modelos compreendem não somente os conceitos, mais as relações entre eles, procedimentos e representações de diversas ordens (BRASIL, 2016, p. 116).

Compreendemos diante de tais considerações, que os conceitos matemáticos desenvolvidos no cotidiano e no contexto escolar devam ser desenvolvidos de forma articulada, pois à medida que os conceitos matemáticos são desenvolvidos, eles não são utilizados de forma isolados ou em situações restritas, mas sim incorporados a uma prática.

Visando contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da área de Matemática na educação básica, alguns de seus objetivos gerais dos BNCC são:

- Estabelecer conexões entre os eixos da Matemática e outras áreas do saber (BRASIL, 2016, p. 118);
- Resolver problemas, criando estratégias próprias para a sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade (BRASIL, 2016, p. 118);
- Raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar (BRASIL, 2016, p. 118);

- Comunicar-se, utilizando as diversas formas de linguagens empregadas em Matemática (BRASIL, 2016, p. 118);
- Utilizar a argumentação Matemática apoiada em vários tipos de raciocínio (BRASIL, 2016, p. 118).

Referindo-se a área de Matemática no Ensino Fundamental de nove anos, a Base afirma que este nível de ensino pode ser dividido em duas fases - anos iniciais e anos finais -, “respeitando-se o pensar e o fazer matemáticos típicos de cada fase, sempre visando à ampliação e ao aprofundamento de forma paulatina e persistente.” (BRASIL, 2016, p. 119).

Os objetivos para aprendizagem da Matemática estes são organizados em cinco eixos: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções. Cada eixo apresenta ênfase diferente aos respectivos eixos, de acordo com o ano de escolarização.

A combinatória é abordada na BNCC especificamente no eixo Números e Operações, no entanto, compreendemos que ao se referir à estatística e a probabilidade, conceitos combinatórios possam estar relacionados, mesmo que implicitamente.

Dentre os objetivos dos eixos números e operações e estatística e probabilidade do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, relacionados ao nosso foco de investigação, a BNCC aponta que o aluno deverá ser capaz de:

Para o 1º ano do Ensino Fundamental:

- Classificar eventos familiares envolvendo o acaso (exemplo: “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça”, ou “é impossível acontecer”) (BRASIL, 2016, p. 122);
- Coletar dados em uma pesquisa envolvendo apenas uma variável (exemplo: “Qual o time?”, “Qual o número do sapato?”, “Qual a cor preferida?”) descrever os seus resultados e construir representações próprias para comunicar esses dados (BRASIL, 2016, p. 122).

Para o 2º ano do Ensino Fundamental:

- Descrever resultados de eventos cotidianos, envolvendo o acaso, indicando-os como “prováveis”, “pouco prováveis”, “improváveis” (BRASIL, 2016, p. 122);
- Indicar uma informação (exemplo: “quantos?” ou “quem?”) e comparar duas informações (exemplo: “quem tem menos?” ou “qual o maior?”) apresentados em tabela simples ou gráfico de colunas (BRASIL, 2016, p. 122);
- Coletar dados de duas variáveis (exemplo: número de irmãos e bairro onde mora) e apresentar os resultados por meio de tabelas e gráficos pictóricos ou de colunas (BRASIL, 2016, p. 124).

Para o 3º ano do Ensino Fundamental:

- Identificar, em eventos familiares, envolvendo o acaso, a variação dos resultados possíveis (exemplo: reconhecer que há diferentes respostas para uma pergunta, que há diferentes resultados em sorteio) (BRASIL, 2016, p. 126);
- Interpretar e comparar dados apresentados em uma tabela simples, gráficos de barras ou de colunas (BRASIL, 2016, p. 126);
- Coletar dados de duas variáveis, organizando-os em categorias, e selecionar meios para comunicar os resultados como listas, tabelas, gráficos de colunas simples, com ou sem uso de tecnologias digitais (BRASIL, 2016, p. 126).

Para o 4º ano do Ensino Fundamental:

- Identificar dentre eventos cotidianos aqueles que têm maior chance de ocorrência (BRASIL, 2016, p. 128);
- Ler e interpretar tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas e de barras (BRASIL, 2016, p. 128);
- Coletar e comunicar dados de uma pesquisa (variáveis categóricas ou numéricas), usando tabelas, inclusive as de dupla entrada, com ou sem uso de tecnologias digitais (BRASIL, 2016, p. 128);
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação, com os números naturais, envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade e a ideia de combinatória (BRASIL, 2016, p. 128).

Para o 5º ano do Ensino Fundamental:

- Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório (exemplo: sortear uma menina de um grupo de alunos), indicando se esses resultados são igualmente prováveis ou não (se a quantidade de meninas e meninos for igual, a chance de sortear uma menina será a mesma do que a de sortear um menino, mas se as quantidades forem diferentes, as chances não serão iguais) (BRASIL, 2016, p. 130);
- Identificar a probabilidade de sucesso de um evento simples, por meio de uma razão, quando os resultados do experimento são equiprováveis, ou seja, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (BRASIL, 2016, p. 130);
- Comparar e interpretar dados apresentados em gráficos de colunas, barras e de linhas (BRASIL, 2016, p. 130);
- Coletar dados e comunicar os resultados de pesquisa selecionando as representações mais adequadas entre as já estudadas (tabelas, gráficos de colunas, de barras ou de linhas), com e sem uso de tecnologias digitais (BRASIL, 2016, p. 130).

Percebe-se pelo exposto, que ideias relacionadas à estatística e a probabilidade são apontadas no documento desde o 1º ano do Ensino Fundamental e que de combinatória a

partir do 4º ano. Compreendemos que dentre os objetivos apontados para a probabilidade e a estatística, o raciocínio combinatório se faz presente, por exemplo, ao descrever resultados de eventos cotidianos é preciso fazer uma análise das possibilidades, isso não necessariamente precisa envolver números.

Dentre os pontos discutidos no documento, entendemos que a Base Nacional Comum Curricular servirá como instrumento de gestão pedagógica para os sistemas educacionais, norteando na formulação curricular das escolas brasileiras que possibilitará aos estudantes brasileiros “chances” igualitárias nas escolhas que realizarem após a conclusão da Educação Básica, uma vez que o currículo escolar desenvolvidos nas escolas públicas será semelhante ao das particulares.

Tendo em vista que nossa pesquisa foi desenvolvida com alunos de uma escola do estado da Paraíba, realizamos um estudo nos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental, uma vez que norteiam o trabalho pedagógico das escolas do referido estado.

4.3. Orientações dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba

As escolas do Ensino Fundamental do estado da Paraíba tem sua proposta de trabalho pedagógico desenvolvido a partir dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba (RCEFEP). A disciplina de Matemática é apresentada nos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática (volume 2). Neste documento são apresentadas orientações quanto aos conteúdos específicos a serem desenvolvidos nos diferentes anos do Ensino Fundamental, sendo distribuídos em eixos da Matemática: espaço e forma, números e operações, grandezas e medidas e tratamento da informação. Segundo os RCEFEP:

Discutir o ensino de Matemática na rede pública de nosso Estado significa apontar possibilidades para a melhoria da aprendizagem de milhares de crianças e jovens que têm na escola o espaço preponderante de socialização e ampliação formativa e cultural (PARAÍBA, 2010, p. 44).

Para tanto, o objetivo dos Referenciais é acarretar discussões sobre as pesquisas realizadas, tendo como cenário a realidade atual das escolas paraibanas, assim como discutir como o ensino de Matemática vem sendo desenvolvido em diferentes regiões do estado da Paraíba, a partir das vivências dos professores do Ensino Fundamental.

O documento apresenta um estudo referente ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Matemática nos últimos anos no Estado da Paraíba. Tal pesquisa utiliza os dados e resultados apresentados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e estatística (IBGE), o Sistema Integrado de Monitoramento do Ministério de Educação (SIMEC), o Relatório do Sistema de Avaliação da Educação (SAEB) de 2003 e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Os Referenciais apontam o perfil de formação dos professores de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, bem como, o nível de conhecimento dos estudantes em determinadas fases da educação básica. Além disso, o documento ressalta três movimentos que contribuíram no desenvolvimento da Educação Matemática: o Movimento da Matemática Clássica, o Movimento da Matemática Moderna e o Movimento da Educação Matemática.

Concluimos com o exposto, que as orientações sugeridas pelos as Referências Curriculares do Estado da Paraíba são fundamentadas em diversos documentos e acontecimentos históricos, que contribuíram para o atual cenário que se encontra a Educação Matemática, inclusive a do Estado da Paraíba.

Assim como nos PCN, os RCEFEP dividem os conteúdos em: Conceituais - que se voltam para ao que o aluno se deve saber e compreender -; Procedimentais - que envolvem as capacidades relacionadas ao saber fazer -; Atitudinais - que buscam desenvolver no aluno a capacidade de relacionar-se consigo mesmo e com o outro - e ainda, os Factuais - que se resumem as informações ou fatos que não são construídos e que estão de algum modo presentes nos demais tipos de conteúdos. Mesmo sendo esses conteúdos separados por características, os RCEFEP asseguram que:

Aprender fatos, construir conceitos, apreender procedimentos e desenvolver atitudes, exige a ativação de diferentes mecanismos, não se efetivando todos os conteúdos da mesma forma. Por outro lado, embora os separemos para fins didáticos, há uma profunda inter-relação entre eles (PARAÍBA, 2010, p. 56).

Os Referenciais apontam capacidades que devem ser exploradas no ensino de Matemática do Ensino Fundamental, para que os alunos consigam alcançar os objetivos traçados, na perspectiva da construção da cidadania e da autonomia. Dentre as capacidades citadas consideramos pertinente apresentar:

- **Capacidade de Construção e Compreensão:** a construção de significados sobre os diferentes campos matemáticos inicia-se com a experimentação, a

vivência, a observação e o levantamento de hipóteses acerca da utilização de conceitos em diferentes situações escolares propostas e na vida cotidiana. É a partir desse processo que a criança vai compreendendo a Matemática em seu contexto (PARAÍBA, 2010, p. 65).

- **Capacidade de Comunicação:** a compreensão da Matemática como um jogo meramente intelectual, no qual o silêncio e a concentração são essenciais para sua aprendizagem, precisa ser desconstruída, uma vez que aprender Matemática implica, sobretudo, estabelecer hipóteses e relações e isso deve ser potencializado pela comunicação oral e escrita dessas ideias no coletivo da sala ou em pequenos grupos de trabalho. Assim, falar de Matemática, comunicar hipóteses, procedimentos e resultados, explorar o diálogo, produzir e interpretar textos, são ações que também devem acontecer nas aulas de Matemática (PARAÍBA, 2010, p. 65 - 66).
- **Capacidade de Representação:** embora a representação seja uma forma de comunicação, ressaltamos que precisamos dar uma maior importância à representação das ideias matemáticas, inclusive àquelas alternativas que indicam o início da construção dessa linguagem, como bolinhas e tracinhos. A prática mais corrente em sala de aula é a do ensino das representações formais - algoritmos e fórmulas - antes e a criança ou o adolescente atribuir significados aos conceitos que os envolvem. Por isso, deve-se incentivar a produção de representações pessoais que poderão evoluir para representações formais, posteriormente, inclusive analisando-se até que ponto pode contribuir ou limitar a resolução das atividades propostas (PARAÍBA, 2010, p. 66).
- **Capacidade de Argumentação:** embora envolva a área da comunicação, a capacidade argumentativa exige do aluno um ordenamento lógico maior do que o simples ato de comunicar uma informação ou resposta. A argumentação exige uma capacidade mental que é a reversibilidade de pensamento e seu ordenamento lógico, alcançando-se conclusões advindas de relações causa-efeito. Esta capacidade é fundamental para o processo metacognitivo de avaliação da aprendizagem, no qual o estudante reflete sobre seu próprio pensamento, sobre sua própria aprendizagem (PARAÍBA, 2010, p. 66).
- **Capacidade de Resolução de problemas:** a capacidade de resolver problemas precisa ser estimulada/ensinada desde os primeiros anos de escolarização e, embora seja substancialmente procedimental, envolve conteúdos de outras ordens. É procedimental porque demanda uma sequência de passos a serem seguidos, desde a compreensão do problema até a revisão da solução encontrada. Envolve aspectos conceituais, seja para a efetivação do procedimento de solução ou como resultado deste, dependendo da forma como o trabalho é proposto, e também demanda atitudes, porque é necessário que o aluno queira e se sinta capaz de resolvê-lo. A capacidade de resolver problemas, caso seja explorada em sala de aula como uma abordagem metodológica, conforme detalhamento posterior, pode envolver todas as outras capacidades aqui apresentadas (PARAÍBA, 2010, p. 66).

Além das capacidades indicadas, os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba sugerem algumas metodologias de ensino de matemática, afirmando que é recomendável trabalhar em sala de aula com a maior diversidade de situações desafiadoras. Dentre as sugeridas, enfatizamos as que utilizamos em nossa pesquisa:

Resolução de Problemas: O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos a construção de conteúdos conceituais, atitudinais e procedimentais, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar respostas a situações variadas e diferentes daquelas que lhe deram origem. [...] O estudante que desenvolve a capacidade de resolver problemas matemáticos, aumenta a sua autoconfiança, aprende a raciocinar passo a passo e a efetuar a análise de situações. Constrói conceitos de maneira significativa e, o que é mais importante, estará melhor preparado para aplicar o conhecimento matemático em outros contextos (PARAÍBA, 2010, p. 72 – 73 -74).

Jogos Matemáticos: A inserção de jogos matemáticos em sala de aula, se bem planejada e com objetivos claros, envolve diversos aspectos positivos. Inicialmente, destacamos o fato de o jogo ser útil para ajudar na identificação de dificuldades conceituais, procedimentais ou atitudinais do estudante. Dependendo do conteúdo ou das regras nele envolvidas, o fato de os elementos conceituais serem apresentados em um contexto diferente do habitual permite identificar se o estudante é capaz de aplicar conhecimentos em situações que não são padrão. Por promover um ambiente de descontração, é possível perceber se todos participam com respeito aos colegas e ética (PARAÍBA, 2010, p. 75).

Investigação Matemática: A Investigação Matemática, como proposta de ensino e aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, pois o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação dos resultados e na discussão dos argumentos com os seus colegas e o professor (PARAÍBA, 2010, p. 76).

Quanto à avaliação do processo de aprendizagem dos alunos no Ensino Fundamental, evidenciamos algumas orientações postuladas pelos Referenciais, que consideramos que esteja em consonância com o trabalho que realizamos:

Observação e registro: a observação permite que o professor obtenha informações contínuas sobre as habilidades cognitivas, as atitudes e os procedimentos dos alunos em situações de aprendizagem. Os registros dos alunos também podem constituir uma poderosa ferramenta avaliativa ao indicarem uma gama de possibilidades (numérica, algébrica e/ou geométrica) e suas representações (notação simbólica, tabelas, gráficos, diagramas, pictogramas etc.), que evidenciam dados relevantes sobre sua compreensão. As duas ações não são previamente programadas, mas demandam objetividade e clareza em sua execução (PARAÍBA, 2010, p. 92 - 93).

Entrevistas e conversas informais: a comunicação entre aluno e professor deve ser incentivada sempre, funcionando como um canal de avaliação. Ao ouvir seus alunos, o professor pode perceber o que e como os estudantes estão vivenciando o processo de ensino aprendizagem, podendo esta ação ocorrer individualmente, em pequenos grupos ou em conversas coletivas (PARAÍBA, 2010, p. 93).

Diário: Este instrumento possibilita, em ordem cronológica, o registro diário dos avanços, dúvidas ou dificuldades dos estudantes. Existem várias versões que podem ser utilizadas em sala de aula, podendo-se fazer adaptações, quando necessário, considerando-se a realidade de cada turma. Por exemplo, o professor pode elaborar um diário onde são registradas todas as ideias centrais, na medida em que elas vão sendo apresentadas pelos alunos. Outra sugestão seria reservar um tempo do período escolar no quais os alunos pudessem discutir suas ideias e, ao final, o professor faria as anotações pertinentes no diário (PARAÍBA, 2010, p. 94).

Nas orientações, o eixo que envolve a estatística, a probabilidade e a combinatória é o de Tratamento da Informação. Neste eixo, as orientações dos Referenciais Curriculares do Estado da Paraíba apresentam os conteúdos matemáticos e capacidades específicas para serem desenvolvidos com os alunos de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, que são:

1º ano do Ensino Fundamental

Classificação:

- Organizar objetos, figuras a partir de diversos critérios (forma, tipo de material, cor, quantidade, etc) (PARAÍBA, 2010, p. 100);
- Identificar critérios de classificação realizadas por outras pessoas (PARAÍBA, 2010, p. 100).

2º ano do Ensino Fundamental

Noções de Estatística (classificação e contagem; leitura de tabelas e gráficos):

- Explorar a função do número como código (telefone, placas de carro e motos, roupas, calçados, entre outros) (PARAÍBA, 2010, p.105);
- Realizar classificação com diversos critérios (PARAÍBA, 2010, p.105);
- Ler informações organizadas em tabelas e gráficos (PARAÍBA, 2010, p.105).

3º ano do Ensino Fundamental

Noções de Estatística (leitura de informações matemáticas; organização de dados em tabelas e gráficos):

- Ler tabelas e gráficos simples, identificando as informações matemáticas (PARAÍBA, 2010, p.111);
- Coletar dados e organizá-los em tabelas e gráficos de coluna (PARAÍBA, 2010, p.111);
- Produzir textos a partir de tabelas e gráficos simples (PARAÍBA, 2010, p.111).

No 4º ano do Ensino Fundamental

Noções de Estatística (coleta e organização de informações matemáticas; gráficos; tabelas e média aritmética). Combinatória e Probabilidade:

- Ler e interpretar informações contidas em tabelas e gráficos (PARAÍBA, 2010, p.118);
- Construir tabelas e gráficos a partir de informações matemáticas diversas (PARAÍBA, 2010, p.118);
- Produzir textos a partir de tabelas e gráficos simples (PARAÍBA, 2010, p.118);
- Identificar possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e realizando contagens (PARAÍBA, 2010, p.118);
- Compreender o conceito de média aritmética por meio de resolução de problemas (PARAÍBA, 2010, p.118);
- Compreender a noção de probabilidade como medida da chance de um fato ocorrer (PARAÍBA, 2010, p.118).

No 5º ano do Ensino Fundamental

Estatística (coleta e organização de informações matemáticas; gráficos; tabelas e média aritmética). Combinatória e Probabilidade (introdução ao conceito de possibilidades/chances):

- Ler e interpretar informações contidas em tabelas e gráficos (PARAÍBA, 2010, p. 127);
- Resolver problemas com dados apresentados por meio de tabelas simples e de dupla entrada; gráficos de colunas e de barras (PARAÍBA, 2010, p. 127);
- Coletar dados e organizá-los em tabelas e/ou gráficos (PARAÍBA, 2010, p. 127);
- Compreender o conceito de média aritmética por meio de resolução de problemas (PARAÍBA, 2010, p. 127);
- Produzir textos a partir de informações matemáticas contidas em tabelas e gráficos (PARAÍBA, 2010, p. 127);
- Identificar possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e contabilizá-los por meio de variadas estratégias (PARAÍBA, 2010, p. 127);
- Compreender a noção de probabilidade como medida da chance de um fato ocorrer (PARAÍBA, 2010, p. 127).

Os Referencias indicam orientações didático-metodológicas pertinentes a cada ano de ensino respectivamente, sugerindo diversas atividades que segundo o documento podem

auxiliar o professor a alcançar diversos objetivos. O documento ressalta ainda, a importância de trabalhar de forma articulada o eixo Tratamento da Informação e aos demais eixos de conhecimentos, tanto em contexto semelhantes, quanto associado às novas ideias introduzidas nos diferentes anos de ensino.

As orientações apresentadas pelos Referenciais permitem que as coordenações pedagógicas e administrativas das instituições de Ensino Fundamental do Estado da Paraíba conheçam os objetivos que a Secretária de Educação e Cultura do Estado anseia que sejam planejado e alcançados nos currículos escolares. Desta forma, acreditamos que seja relevante para as escolas paraibanas, desenvolverem o Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola voltado para as orientações dos Referenciais, uma vez que o documento trata os objetivos escolares de acordo com realidade atual do Estado, buscando articular o ensino da Matemática, as experiências dos professores do Ensino Fundamental e as perspectivas de ensino.

Assim como nos PCN, nas BNCC e nos RCEFEP, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) apresenta orientações quanto ao ensino da Matemática. Na sequência trazemos alguns apontamos de tal documento.

4.4. Orientações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) surgiu de um compromisso assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos Estados e Municípios para assegurar que todas as crianças brasileiras estejam plenamente alfabetizadas até os oito anos de idade, ou seja, até o final do 3º ano do Ensino Fundamental.

Compreendemos que a análise desse documento é importante, mesmo tendo como foco na segunda parte da pesquisa o 4º ano do Ensino Fundamental, pois permeou o processo de ensino desenvolvido nos anos anteriores. Além disso, compreendemos que suas orientações, mesmo que específicas a determinados anos, sejam pertinentes aos seguintes.

O PNAIC é um documento composto por oito cadernos de alfabetização matemática, com diferentes temas de estudo em cada um deles: no caderno de número um é discutida a organização do trabalho pedagógico; no dois a quantificação, registros e agrupamentos; no três a construção do sistema de numeração decimal; no quatro operações na resolução de problemas; no cinco geometria; no seis grandezas e medidas; no sete educação estatística e no oito saberes matemáticos e outros campos do saber.

Em cada um dos cadernos as discussões são específicas à temática abordada. Além disso, o documento ainda traz quatro capítulos que falam sobre: a educação matemática no campo; a educação matemática inclusiva; jogos na alfabetização matemática e encartes dos jogos na alfabetização matemática.

Esse fato é importante, pois possibilita que os diferentes conteúdos da Matemática sejam mais bem compreendidos e explorados pelos professores, no entanto, essa organização pode prejudicar a articulação entre os diferentes conteúdos.

Dentre os cadernos do PNAIC analisamos o de número sete, cujo foco é a educação estatística. De maneira geral os conteúdos apresentados buscam inserir a criança em um contexto de investigação, visando o desenvolvimento de uma postura investigativa, tendo como preocupação a formulação de questões e elaboração de hipóteses para a resolução de problemas. Para tanto, a formação estatística é pleiteada a partir da articulação da combinatória, da probabilidade e da estatística.

Para o planejamento de práticas pedagógicas que promovam a educação estatística, o documento aponta ao professor alguns elementos importantes, que são:

- Ler, interpretar e fazer uso das informações expressas na forma de ícones, símbolos, signos e códigos em diversas situações e em diferentes configurações (anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas), para a compreensão de fenômenos e práticas sociais (BRASIL, 2014, p. 5);
- Formular questões que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos (BRASIL, 2014, p. 5);
- Coletar, organizar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados (com ou sem o uso de materiais manipuláveis ou de desenhos) (BRASIL, 2014, p. 5);
- ler e interpretar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráficos (BRASIL, 2014, p. 6);
- Elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras e pictóricos para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias (BRASIL, 2014, p. 6);
- Produzir textos a partir da interpretação de gráficos e tabelas (BRASIL, 2014, p. 6);
- Problematizar e resolver situações a partir das informações contidas em tabelas e gráficos (BRASIL, 2014, p. 6).
- Reconhecer e diferenciar situações determinísticas e probabilísticas.
- Identificar a maior ou menor chance de um evento ocorrer (BRASIL, 2014, p. 6).

Nossa pesquisa vem de encontro com o eixo estruturador à Educação Estatística do PNAIC, uma vez mudanças sociais podem interferir no desenvolvimento, ou não, de conteúdos escolares. Dentre essas mudanças, o documento destaca:

- Mudanças na sociedade, que mostram que determinados conteúdos e procedimentos tornam-se necessários (leitura de mapas e vistas) ou obsoletos (expressões numéricas enormes para serem feitas com lápis e papel) (BRASIL, 2014, p. 7);
- Estudos na área da Psicologia, que revelam que determinados conteúdos somente podem ser aprendidos em anos mais avançados (a divisão de frações que fazia parte do currículo da antiga quarta série, em alguns currículos é recomendada somente para os ciclos finais do Ensino Fundamental) ou que poderiam ser aprendidos por alunos mais jovens (antigamente o estudo de sequências era um assunto somente para o Ensino Médio e hoje trabalhamos sequências elementares com crianças) (BRASIL, 2014, p. 7).

A partir da discussão de diversas temáticas no caderno de número sete aponta conceitos que devem ser desenvolvidos especificamente na combinatória, na probabilidade e na estatística. Além disso, apresenta exemplos e situações que podem ser realizadas e/ou exploradas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, para que os conceitos sejam desenvolvidos de forma específica e articulada:

Nesse contexto de aprendizagem está presente a necessidade de desenvolver a contagem de possibilidades, denominada combinatória. Partindo-se de estratégias das próprias crianças é possível introduzir formas variadas de organizar os dados, como, por exemplo, as tabelas de dupla entrada. Temos, ainda, o raciocínio probabilístico, que embora no ciclo de alfabetização não precise ser sistematizado, pode ser iniciado a partir de situações lúdicas desenvolvendo conceitos simples, auxiliando a criança a identificar eventos com maior ou menor chance de ocorrer (BRASIL, 2014, p. 5).

Quanto aos conceitos de combinatória, o PNAIC apresenta as seguintes considerações:

Uma das primeiras aprendizagens matemáticas da criança consiste em contar os elementos de diferentes conjuntos e enumerá-los para determinar quantos são. Conhecida como a arte de contar, a Combinatória, como um tipo de contagem, exige que seja superada a ideia de enumeração de elementos isolados para se passar à contagem de grupos de objetos, tendo como base o raciocínio multiplicativo (BRASIL, 2014, p. 37).

O PNAIC, em suas orientações sobre a combinatória, ressalta a necessidade do pensamento hipotético-dedutivo no processo de ensino. Para tanto, os alunos precisam ser estimulados a levantar hipóteses e construir estratégias para resolver situações problemas propostas pelo professor. Essa possibilidade pode ser desenvolvida quando a atividade de resolução de problema envolve diversas representações, [...] “tais como listagem, árvore de possibilidades, tabelas, quadros, diagramas, etc.” (BRASIL, 2014, p.39).

De acordo com PNAIC os problemas combinatórios desenvolvidos na educação básica possuem características distintivas, que os classificam em quatro tipos: arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano. Essa classificação está relacionada com a semelhança e as diferenças na forma de escolher e ordenar os elementos (BRASIL, 2014).

Em relação ao ensino de combinatória dos anos iniciais, o PNAIC destaca que crianças a partir dos cinco anos de idade são capazes de interpretar problemas combinatórios e que os livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental (desde o primeiro ano) trazem problemas combinatórios dos diversos tipos. As pesquisas alertam para o empasse percebido pelos estudiosos quanto à formação dos professores dos anos iniciais, uma vez que muitos não foram preparados para desenvolver conceitos matemáticos mais complexos. Diante desse contexto, ressaltam que é necessário que na “formação inicial e continuada, os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental discutam acerca desse conteúdo e do trabalho pedagógico que pode ser realizado.” (BRASIL, 2014, p. 41).

Objetivando auxiliar o docente no processo de ensino da combinatória, o PNAIC orienta a utilização de materiais manipuláveis, em situações que envolvam o contexto das vivências das crianças, que envolvam “diversas estratégias de resolução, tais como desenhos, listagens ou árvores de possibilidades podem ser caminhos para o trabalho com a Combinatória desde cedo nas salas de aula” (BRASIL, 2014, p. 42). Aliado as diferentes estratégias de resolução e registros, é importante que os alunos compartilhem suas conjecturas referentes a problemas de combinatória com os colegas, pois novas significações podem ser desenvolvidas. De acordo com o PNAIC, o desenvolvimento do raciocínio combinatório das crianças é um processo longo. Sendo necessário que:

[...] durante a escolarização os diferentes tipos de problemas sejam trabalhados com um aprofundamento contínuo para que estratégias próprias das crianças, mais informais, sejam gradativamente transformadas em procedimentos sistematizados (BRASIL, 2014, p. 50).

Consideramos que as orientações apresentadas no PNAIC podem auxiliar o trabalho do professor com os conteúdos de combinatória, uma vez que o documento preocupa-se com aspectos importantes para o desenvolvimento progressivo do raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico das crianças.

Diante de tais considerações, é visível a relevância tanto das orientações citadas pelos documentos oficiais, quanto dos estudos apresentados por diversos pesquisadores na área, para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos combinatórios. As informações

apresentadas direcionaram nas ações realizadas nossa pesquisa, visto que, temos como intuito descobrir quais as contribuições que as orientações apresentadas pelos documentos oficiais acarretam para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Neste sentido, apresentamos na sequência a análise das contribuições aqui explanadas evidenciando também, quais os conceitos combinatórios que devem ser desenvolvidos com os alunos, bem como as expectativas esperadas para o seu ensino.

5. AS CONTRIBUIÇÕES DOS DOCUMENTOS OFICIAIS AO ENSINO DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS

Nos últimos anos a combinatória tem se tornado uma temática importante em pesquisas na área da Educação Matemática, de um modo geral, os estudos realizados apontam que o seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental é necessário, importante e possível, visto que os alunos neste nível de escolaridade compreendem conceitos básicos de combinatória (PESSOA e BORBA, 2009; BORBA, 2016). Neste sentido, alguns documentos oficiais vêm sugerindo o trabalho com a combinatória desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; PARAÍBA, 2010; BRASIL, 2014; BRASIL, 2016).

Apresentamos na sequência a análise dos documentos oficiais, – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental/Anos iniciais; Base Nacional Comum Curricular, Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – bem como suas contribuições para a organização de uma situação de ensino de combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a qual compreende a segunda parte de nossa pesquisa.

5.1. Contribuições dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos Iniciais - para o ensino e aprendizagem da combinatória

As orientações apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) na área de Matemática do Ensino Fundamental estão pautadas em resultados de pesquisas teóricas e/ou empíricas, assim como práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos. O referido documento considera a Matemática como um importante componente escolar, visto que, suas contribuições para o desenvolvimento da sociedade é aparente.

Em relação ao ensino da Matemática, os PCN destacam dois aspectos básicos que devem ser compreendidos pelos os alunos do Ensino Fundamental: um consiste em relacionar e representar observações do mundo real em forma de esquemas, tabelas e figuras; outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Prioriza-se neste processo, a comunicação Matemática, levando o aluno a desenvolver diferentes tipos linguagens - verbal, Matemática, gráfica, plástica e corporal; favorecendo a capacidade de expressar e comunicar suas ideias matematicamente, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação presentes em seu cotidiano (BRASIL, 1997).

Compreendemos, a partir das indicações acima e dos apontamentos das pesquisas que a linguagem combinatória, probabilística e estatística, precisa ser incluída no processo de ensino para responder as demandas da sociedade, como ler e interpretar dados de maneira organizada, construir representações, formular, resolver e analisar problemas e informações do contexto social.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que nos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental, “as atividades podem estar relacionadas a assuntos de interesse das crianças” (BRASIL, 1997, p.84). Assim, se faz necessário que o professor elabore suas atividades de modo que leve o aluno a buscar e elaborar estratégias para a resolução dos problemas propostos de maneira prazerosa, desenvolvendo com isso sua aprendizagem.

Um fato relevante apontado nos PCN é a importância do professor elaborar e trabalhar com problemas de forma que estimulem os alunos a desenvolver atitudes de organização, investigação e perseverança, tendo como objetivo, além da aprendizagem escolar, contribuir com a sua formação global. Desse modo, consideramos que o jogo possa ser um recurso significativo para que tais objetivos sejam atingidos.

As orientações apresentadas para o primeiro e segundo ciclo do Ensino Fundamental, pertinentes ao ensino da combinatória, recomendam que o aluno seja levado a lidar com “situações-problema que envolvam combinações, arranjos e permutações e, principalmente, o princípio fundamental da contagem” (BRASIL, 1997, p. 57). Esse fato nos gera questionamentos: o professor dos anos iniciais tem conhecimento dos diferentes tipos de problemas de combinatória? Ele sabe que os diferentes tipos de problemas ocasionam diferentes caminhos para as soluções?

Entendemos que as orientações sugeridas pelos PCN, valorizam que situações-problema sejam empregadas no processo de ensino da Matemática dos alunos dos anos iniciais, no entanto, ressaltam que os alunos do segundo ciclo, “têm possibilidades de maior concentração e capacidade verbal para expressar com mais clareza suas idéias e pontos de vista” (BRASIL, 1997, p. 55) do que os alunos do primeiro.

Diante do exposto, acreditamos que os alunos dos anos iniciais conseguem organizar, argumentar e socializar suas conjecturas com certa facilidade, visto que possuem capacidades para desenvolver o raciocínio combinatório. Além disso, a interação entre os colegas, quando acontece de forma apropriada, possibilita que ideias sejam desenvolvidas. Quanto a isso, os PCN ressaltam que:

Outro ponto importante a destacar é o de que, por meio de trocas que estabelecem entre si, os alunos passam a deixar de ver seus próprios pontos de vista como verdades absolutas e a enxergar os pontos de vista dos outros, comparando-os aos seus. Isso lhes permite comparar e analisar diferentes estratégias de solução (BRASIL, 1997, p. 55).

Compreendemos, a partir das orientações aludidas, que o trabalho com resolução de problemas é uma alternativa para o ensino da combinatória, uma vez que pode envolver as “possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais” (BRASIL, 1997, p. 62).

Neste sentido, os PCN orientam que, para uma aprendizagem satisfatória e significativa para alunos, é preciso que o professor objetive em suas atividades o “fazer Matemática”, sugerindo ainda o recurso da resolução de problemas e dos jogos. Destacando “que o ponto de partida da atividade Matemática não é a definição, mas o problema” (BRASIL, 1997, p. 32).

Deste modo, entendemos que é possível relacionar o recurso da resolução de problemas e os jogos no ensino da combinatória dos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que, “por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas” (BRASIL, 1997, p. 35).

Assim, ao construírem analogias, as crianças passam a atribuir significados a sua aprendizagem, bem como, desenvolvem o raciocínio combinatório, uma vez que, durante o desenvolvimento do jogo estarão conjecturando, estabelecendo relações entre conhecimentos cotidianos e escolares, testando hipóteses, validando-as etc.

A análise dos PCN nos possibilitou observar que não há indicações explícitas de como desenvolver o trabalho com combinatória nos anos iniciais, mas compreendemos que as orientações gerais quanto ao “fazer Matemática” possam ser aplicadas em tal ensino. O documento valoriza o uso de estratégias pessoais ao determinar as possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e contabilizá-las.

Entendemos que as orientações apresentadas nos documentos não trazem orientações específicas que possam auxiliar o professor que não possuem muitos conhecimentos sobre o trabalho com combinatória. Acreditamos que aqueles que se norteiam basicamente deste documento para desenvolver trabalho pedagógico em sala de aula, possam desenvolver o ensino da combinatória de forma superficial.

Mesmo diante de tais considerações, nos pautamos em algumas orientações dos PCN para elaborar a segunda parte de nossa pesquisa, como o uso do jogo e da resolução de problemas no “fazer Matemática”. Apresentaremos essa parte nos próximos capítulos.

Assim como os PCN, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi foco de nossa investigação, sobre o ensino da combinatória. Na sequência apresentamos algumas considerações sobre o referido documento.

5.2. Contribuições da Base Nacional Comum Curricular para o ensino e aprendizagem da combinatória

Observamos que as orientações apresentadas na BNCC têm como finalidade principal indicar conceitos matemáticos que devem ser desenvolvidos com alunos no contexto escolar. O documento destaca que no processo de ensino da Matemática o professor precisar propor situações problema que envolva diversos contextos, como sociais e científicos, fazendo a articulação entre as condições postuladas na situação proposta, com os conhecimentos prévios dos alunos.

Assim como os PCN, a BNCC orienta que a resolução de problemas seja implementada no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, sugerindo que durante este processo o aluno seja levado a “resolver problemas, criando estratégias próprias para a sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade” (BRASIL, 2016, p. 118), pois, essa atitude possibilitará que atribua significações os conceitos matemáticos estudados.

Quanto às orientações pertinentes ao ensino da combinatória, são apresentadas juntamente com a probabilidade e a estatística. Segundo o documento, as capacidades a serem desenvolvidas dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, devem levar o aluno a “resolver e elaborar problemas de multiplicação, com os números naturais, envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade e a ideia de combinatória” (BRASIL, 2016, p. 118).

Essa citação indica que o trabalho com combinatória nos anos iniciais tenha como foco problemas que envolvam o princípio fundamental de contagem. Esse fato contrapõe os PCN que sugerem que sejam trabalhados com diferentes tipos de problemas, como: combinações, arranjos e permutações e, principalmente, o princípio fundamental da contagem.

O apontamento das orientações da Base Nacional Comum Curricular que nos serviram de aporte para desenvolver a segunda parte de nossa pesquisa, que não havia sido indicado

nos PCN, foi o do trabalho articulado entre combinatória, probabilidade e estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa orientação vem de encontro com as pesquisas atuais, como as de Lopes (2003), que sugere que o ensino da combinatória comece desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, de forma articulada com a probabilidade e a estatística, tendo em vista que esses conteúdos se entrelaçam.

Assim como os PCN e a BNCC, os RCEFEP apontou em suas orientações questões que foram incorporadas na segunda parte de nossa pesquisa.

5.3. Contribuições dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba para o ensino e aprendizagem da combinatória

Tendo em vista que, um dos nossos objetivos foi realizar uma situação de ensino em uma escola pública do estado da Paraíba, consideramos relevante estudar os RCEFEP, visto que suas orientações norteiam o trabalho educacional. O documento tem como principal preocupação incluir no ensino da Matemática a realidade escolar do estado. Um ponto importante observado no RCEFEP foi à forma como o documento foi elaborado, ele se fundamenta no PCN - documento que fundamenta os currículos dos diversos estados brasileiros - e em relatos de experiências dos professores da rede estadual do Ensino Fundamental do estado, e em questões históricas e sociais do Estado da Paraíba. Percebemos com o exposto, uma preocupação em construir uma referência curricular que contribua para uma formação ampla e significativa dos alunos das escolas paraibanas no campo escolar, social e cultural.

O estudo teórico apresentado pelo documento acerca do desenvolvimento do ensino e da aprendizagem da Matemática nas escolas do Estado da Paraíba nos trouxe informações sobre os conceitos matemáticos que são trabalhados nas escolas do estado. Os RCEFEP também apresenta o perfil de formação dos professores de Matemática, bem como, o nível de conhecimento dos estudantes em determinadas fases da Educação Básica.

Como nos demais documentos analisados, observamos que os RCEFEP preocupam-se em desenvolver uma aprendizagem Matemática significativa, indicando que a partir da resolução de problemas novas ideias podem ser construídas pelos alunos. Nessa perspectiva, as orientações apresentadas pelo documento indicam que a elaboração de problemas pode ser promovida ao longo do Ensino Fundamental atrelada a diversos conceitos matemáticos, visto que, atividades com tais características “potencializam as capacidades de reflexão,

antecipação, leitura e interpretação, argumentação, reversibilidade, entre outras” (PARAÍBA, 2010, p. 75).

Desta maneira, acreditamos que situações problematizadoras de ensino devem ser trabalhadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental objetivando proporcionar aos alunos momentos de reflexões acerca dos conceitos matemáticos estudados, atribuindo a partir de suas interpretações um olhar diferenciado para a Matemática, o qual possa construir os “[...] conceitos de maneira significativa e, o que é mais importante, estará melhor preparado para aplicar o conhecimento matemático em outros contextos” (PARAÍBA, 2010, p. 74).

Diante o exposto, acreditamos que por se tratar de um conceito matemático amplo em aplicabilidades, os conceitos sobre combinatória podem ser ensinados em um contexto de ensino problematizador. Uma vez que, durante a resolução de problemas combinatórios, os alunos refletem e elaboram diversos tipos de combinações que possam resolver o problema proposto, atribuindo assim, a sua aprendizagem, novas ideias pertinentes aos conceitos combinatórios.

Consideramos que, neste processo de ensino e aprendizagem, cabe ao educador dos anos iniciais do Ensino Fundamental elaborar e organizar criteriosamente problemas relacionados à combinatória, de forma a contribuir com o desenvolvimento do pensamento combinatório das crianças.

Entendemos que o jogo, como uma maneira de “fazer matemática”, assim como a resolução de problemas, proporciona aspectos relevantes ao ensino e aprendizagem da combinatória, visto que, durante a realização do jogo, os alunos constroem e expõem suas conjecturas juntamente com seus colegas, elaboram diversas combinações de estratégias e analisam diferentes possibilidades visando vencer o jogo.

Os Referenciais afirmam que “a inserção de jogos matemáticos em sala de aula, se bem planejada e com objetivos claros, envolve diversos aspectos positivos” (PARAÍBA, 2010, p.75), pois dependendo do conteúdo ou das regras nele envolvidas, permite ao professor “identificar se o estudante é capaz de aplicar conhecimentos em situações que não são padrão” (PARAÍBA, 2010, p.75).

Assim compreendemos que, para que a utilização de jogos possa contribuir de forma significativa na aprendizagem dos alunos é necessário que o professor planeje suas aulas, de modo que o permita explorar todo o potencial do jogo, processos de solução, registros e discussões sobre possíveis caminhos que poderão surgir durante a sua realização. Desta forma, é de suma importância que ao planificar sua aula o educado evidencie quais os

principais objetivos de aprendizagem que deseja alcançar e como a metodologia adotada será desenvolvida.

Dentre as contribuições apresentadas pelos RCEFEP ao ensino da combinatória, compreendemos que a indicação das interações sociais e culturais em contexto escolar, seja significativa para o nosso trabalho. O documento também destaca a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de construção e compreensão, argumentação, comunicação, representação e resolução de problemas.

Assim, consideramos que uma perspectiva de ensino problematizadora que prioriza a comunicação matemática explorada por meio de diálogos, argumentação de conjecturas, produções e interpretações de conceitos elaborados pelos alunos, possibilita uma aprendizagem significativa aos mesmos.

Acreditamos que, durante o processo de ensino é de suma importância que o professor incentive a “[...] produção de representações pessoais que poderão evoluir para representações formais, posteriormente, inclusive analisando-se até que ponto pode contribuir ou limitar a resolução das atividades propostas” (PARAÍBA, 2010, p. 66), especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visto que neste nível de ensino os alunos apresentam suas ideias matemáticas por meio de representações pessoais, com simbologia diversa da formal, como bolinhas e tracinhos, por exemplo.

Assim, como tais apontamentos, as orientações pertinentes ao processo de avaliação apresentadas pelo RCEFEP são relevantes para a nossa pesquisa, visto que as análises realizadas da terceira parte da pesquisa se fundamentam na observação do registro do tabuleiro do jogo elaborado pelos alunos, em nosso diário de campo e nas interações entre professora(s) e aluno (s) por meio das conversas durante a realização do jogo.

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa também apresentou informações pertinentes ao nosso foco de investigação, visto que aborda o ensino de combinatória nos anos iniciais. Desta forma, apresentamos na sequência suas contribuições para o ensino da combinatória, assim como de nossa pesquisa.

5.4. Contribuições do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, para o ensino e aprendizagem da combinatória

As orientações apresentadas no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa têm como objetivo específico orientar o professor no trabalho em sala de aula em diferentes

temáticas. Dessa forma, apresenta orientações específicas e didáticas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Avaliamos que as orientações apresentadas do caderno de “Educação Estatística” do PNAIC podem auxiliar no trabalho específico do professor com os conteúdos relacionados com a Matemática, assim como especificamente com os conceitos de combinatória, uma vez que preocupa-se com aspectos importantes para o desenvolvimento contínuo do raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico dos alunos dos anos iniciais.

O referido caderno aponta quais os conceitos sobre combinatória, probabilidade e estatística devem ser desenvolvidos nos alunos dos anos iniciais Ensino Fundamental. Além disso, apresenta exemplos e situações que podem ser realizadas e/ou exploradas para que os conceitos sejam desenvolvidas de forma específica e articulada:

Nesse contexto de aprendizagem está presente a necessidade de desenvolver a contagem de possibilidades, denominada combinatória. Partindo-se de estratégias das próprias crianças é possível introduzir formas variadas de organizar os dados, como, por exemplo, as tabelas de dupla entrada. Temos, ainda, o raciocínio probabilístico, que embora no ciclo de alfabetização não precise ser sistematizado, pode ser iniciado a partir de situações lúdicas desenvolvendo conceitos simples, auxiliando a criança a identificar eventos com maior ou menor chance de ocorrer (BRASIL, 2014, p. 5).

Compreendemos que tais afirmações vão ao encontro com as considerações de Almeida e Ferreira (2009) e Borba (2016), que indicam que o ensino da combinatória inicie pelas concepções dos alunos sobre a temática, sem necessariamente sistematizar e/ou formalizar o conteúdo por meio de fórmulas ou algoritmos de resolução.

As orientações do PNAIC, assim como das autoras, indicam a importância do ensino da combinatória ocorrer de forma criteriosa, em relação as metodologias a serem empregadas em seu ensino, e cautelosa, quanto a linguagem apropriada a ser com o educando, tendo em vista que conceitos combinatórios emergem a partir de situações problematizadoras.

De maneira geral os direcionamentos apontados pelo no caderno, buscam inserir a criança em um contexto de investigação, objetivando proporcionar ao aluno o desenvolvimento da capacidade de formulação de questões e elaboração de hipóteses para a resolução de problemas.

O PNAIC também orienta especificamente no ensino da combinatória, o uso de materiais manipulativos e situações com contextos próximos ao cotidiano das crianças, bem como “o estímulo às diversas estratégias de resolução, tais como desenhos, listagens ou árvores de possibilidades e o trabalho com problemas que tenham número total de

possibilidades pequeno podem ser caminhos para o trabalho com a Combinatória desde cedo nas salas de aula” (BRASIL, 2014, p. 42).

Dentre as contribuições apresentadas no caderno de número sete, de Educação Estatística do PNAIC, consideramos como relevante a nossa pesquisa, a utilização das estratégias das próprias crianças como ponto de partida para o ensino, situações lúdicas e problematizadoras, matérias manipulativos e o estímulo a diversas estratégias de resolução.

5.5. Considerações sobre o capítulo

Diante do exposto neste capítulo, compreendemos que os PCN, BNCC, RCEFEP e PNAIC, ora apresentam orientações específicas quanto ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória, ora gerais, mas que podem ser utilizadas neste processo.

Percebe-se a partir das análises, que os referidos documentos orientam o recurso da resolução de problema, assim como o jogo, para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória, uma vez que as orientações dão ênfase á uma metodologia de ensino problematizadora e dialógica.

Assim, diante de tais contribuições selecionamos uma situação de ensino fundamentada nas orientações apresentadas nos documentos que consideramos pertinentes ao processo de ensino e aprendizagem de combinatória. Ressaltamos que a probabilidade e a estatística estão presentes na situação de ensino, uma vez que entendemos que seus conceitos podem ser articulados.

6. O DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS DE COMBINATÓRIAS EM CONTEXTO PROBLEMATIZADOR

Neste capítulo apresentamos uma situação de ensino sobre combinatória que selecionamos a partir da análise de documentos oficiais, a qual indicamos inicialmente que como segunda parte de nossa pesquisa.

As orientações apontadas nos PCN, na BNCC, nos RCEFEP e no PNAIC, nos conduziram a organizar um trabalho com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Dentre os tópicos levantados nos diferentes documentos, incluímos em nossa pesquisa os seguintes:

- A resolução de problemas;
- O uso de jogos no processo de ensino;
- A articulação da combinatória, probabilidade e estatística;
- Situações problematizadoras de ensino;
- Diferentes formas de comunicação matemática (registro, verbal, simbólica);
- Interações sociais e culturais no contexto escolar;
- Valorização das diversas representações pessoais dos alunos;
- Utilização das estratégias das próprias crianças como ponto de partida para o ensino;
- Métodos de avaliação como observação do registro, diário e diálogos;
- Estímulo a diversas estratégias de resolução;
- Materiais manipulativos;
- Situações lúdicas.

Os estudos que realizamos nos indicaram que o professor precisa elaborar atividades que envolvam contextos problematizadores, os quais estimulem o aluno a desenvolver estratégias cognitivas e dialógicas. Esse fato pode ser explorado no ensino da combinatória, como sugere Almeida (2010), que defende o ensino da combinatória seja desenvolvido em um processo dialógico, em que ideias desenvolvidas sejam explicitadas e argumentadas, visando o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos.

Tais indicações vêm de encontro com as afirmações de Souza e Marasca (2010) ao afirmarem que para uma compreensão significativa dos conceitos matemáticos, os alunos precisam construir seus conhecimentos a partir de problemas contextualizados.

Entendemos que o processo de ensino e aprendizagem da combinatória pode ser desenvolvido numa perspectiva problematizadora, de maneira investigativa e dialógica, desse

modo, acreditamos que a proposta de aula elaborado por Van de Walle (2009) vem de encontro com a dinâmica de aula sugerida pelos documentos oficiais. Nessa proposta o aluno é conduzido a um processo de investigação e discursão de ideias, de desenvolvimento de conceitos em esfera individual e coletiva. Ele tem um papel atuante em sua aprendizagem.

6.1. Dinâmica de aula de Van de Walle (2009): uma perspectiva problematizadora motivada pelo o jogo

A dinâmica de aula proposta por Van de Walle (2009) é fundamentado no recurso da resolução de problemas. O autor considera que a aula deve ser desenvolvida em diferentes momentos, os quais possuem objetivos específicos, que de certo modo, se complementam. A proposta do autor é instituída em três fases: antes, durante e depois.

A primeira fase é a do *antes*, que consiste em o professor apresentar a situação de ensino a ser trabalhada. Van de Walle (2009) indica neste momento três objetivos, os quais, segundo ele, não a ordem a seguir, podem ou não serem alcançados, dependendo da atividade proposta:

(1) Verificar se os alunos compreenderam o problema de modo que você não precise esclarecer ou explicar depois individualmente a lição. (2) Esclarecer aos estudantes quais são as suas expectativas antes de eles começarem a trabalhar no problema. Isso inclui tanto como eles irão trabalhar (individualmente, em duplas ou em pequenos grupos) quanto o que você espera que eles produzam além de uma resposta. (3) Preparar os estudantes mentalmente para trabalhar no problema e pensar sobre os conhecimentos prévios que eles possuem e que serão mais úteis (Van de Walle, 2009, p.62 - 63).

A segunda fase, a do *durante*, requer do professor uma postura de mediador do processo de ensino e aprendizagem. Van de Walle (2009) apresenta ações que o professor deve realizar nesta fase:

- Deixar os alunos caminharem por si mesmos;
- Escutar ativamente;
- Propor dicas e sugestões cuidadosamente;
- Encorajar a verificação e o teste das ideias;
- Fornecer atividades aos alunos que terminam depressa.

Nesta fase o professor terá a oportunidade de descobrir o que seus alunos sabem, pensam e como estão abordando a tarefa proposta. Ele precisa demonstrar confiança e respeito pelas habilidades de seus alunos. Neste momento, ele será mediador do

conhecimento, indagando perguntas às quais levem o aluno a refletir sobre suas conjecturas, objetivando validá-las. As tarefas devem ser desafiadoras, possibilitando que sejam ampliadas de acordo com o desenvolvimento apresentado pelo aluno.

A última fase, a do *depois*, é o momento do debate, da socialização de ideias. O professor precisa criar um cenário investigativo e problematizador que permita que o aluno, confortavelmente, exiba suas ideias à classe, chegando, ou não, a uma resolução coletiva. Nessa etapa, as discussões, as justificativas e os desafios expostos pelos alunos são de fundamental importância para a construção do conhecimento tanto individual, como coletivo.

Devido às necessidades e habilidades de cada criança, Van de Walle (2009) destaca que este momento precisa ser desenvolvido com cautela, pois o professor precisa conduzir as discussões de maneira que elas sejam produtivas, agradáveis, compreensíveis e estimulantes, sendo realizada com equilíbrio para que assim, possa incluir todas as crianças no debate. Os alunos precisam ser motivados a expor suas conclusões ou mesmo, questionar seus colegas e o professor sobre suas respectivas considerações. Segundo o autor, é preciso que o professor planeje um tempo adequado para esta fase, para que se tenha uma boa discussão e troca de ideias entre turma.

Dessa maneira, a fase *depois*, ajuda o aluno a desenvolver sua capacidade de comunicação, de formulações e argumentação de ideias. Vale ressaltar que “este não é o momento de conferir ou corrigir as respostas, mas para a turma realmente compartilha suas ideias” (Van de Walle, 2009, p. 66). O momento de finalizar essa etapa cabe ao docente, organizando com os alunos uma síntese das ideias principais e conclusões, as quais podem ser utilizadas em futuras investigações mediadas pelo professor.

Tendo em vista que, a dinâmica de aula é motivada pela resolução de problemas, Van de Walle (2009) apresenta as vantagens que o recurso traz para o ensino e aprendizagem da matemática:

- “A resolução de problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e em dar sentido às mesmas” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Ao resolverem problemas, os alunos refletem sobre as ideias inerentes do problema, sendo essas, posteriormente agregadas as já existentes, facilitando sua compreensão.

- “A resolução de problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Ao conseguirem construir estratégias próprias para resolução do problema, a autoestima dos alunos são ampliadas, promovendo uma melhor compreensão sobre o assunto estudado.

- “A resolução de problemas fornece dados contínuos para a avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Ao registrarem suas estratégias de resolução, os alunos fornecem ao professor informações pertinentes para o processo de avaliação, assim como para futuros planejamentos de aulas.

- “A resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Cada estudante tem sua forma de interpretar um problema, neste sentido, ao socializar suas ideias com os amigos, novas ideias serão integradas aos seus conhecimentos.

- “Uma abordagem de resolução de problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Algumas questões disciplinares ocorridas em sala de aula podem ser explicadas pelo fato do aluno estar entediado com a aula, não conseguir compreender a explicação do professor ou até mesmo não gosta de seguir regras. No entanto, quando conseguem resolver problemas que lhe façam sentido, essas questões disciplinares são solucionadas.

- “A resolução de problemas desenvolve o ‘potencial matemático’” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Ao resolverem problemas, os alunos passam a dar sentido à matemática, desta forma envolvem-se nos processos do fazer matemática.

- “É muito divertida!” (VAN DE WALLE, 2009, p. 59).

Por favorecer a comunicação matemática, a dinâmica da aula é mais contagiante, à medida que discutem sobre suas conjecturas os alunos envolvem-se mais com a atividade proposta.

Diante de tais considerações, acreditamos que o jogo, aliado a perspectiva da resolução de problemas, pode auxiliar o processo ensino e aprendizagem dos conceitos de combinatória, uma vez que possibilita um ambiente de aula dinâmico, no qual os alunos tem a oportunidade de formular e socializar suas ideias, atribuindo assim, significações aos conceitos combinatórios. Grandó (2000) acredita que:

O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo (GRANDO, 2000, p. 32).

Compreendemos que, durante o desenvolvimento de um jogo, situações problematizadoras podem ser geradas e/ou motivadas pelos professores, a partir de problematizações apresentadas pelo mesmo. Neste sentido, acreditamos que a resolução de problemas esta intimamente ligada ao recurso do jogo, visto que durante a realização das partidas, os alunos serão levados a construir hipóteses e conjecturas, para resolverem o problema gerado em situações do jogo.

Neste sentido, acreditamos que o jogo contribui no desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos, pois “ao jogar os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada, refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos” (SMOLE, 2007, apud; MALUTA, 2007 p.7), tendo em vista que durante o jogo, eles podem combinar diversas táticas, bem como desenvolver conceitos matemáticos.

Para Moura (1992), a união entre o jogo e a resolução de problemas está intimamente vinculada à intencionalidade do professor, uma vez que:

É possível combinar jogo e resolução de problemas nas séries iniciais; porém, fazer isto é muito mais que uma simples atitude, é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino. E assumi-la com vistas ao desenvolvimento de conceitos científicos exige um projeto de ensino, inserido no projeto coletivo da Escola. Fazer isto é dar um sentido humano ao jogo, à resolução de problemas e, sendo assim, à Educação Matemática (MOURA, 1992, p. 51).

Neste sentido, a utilização de jogos em sala de aula para Grandó (2000) é um suporte metodológico adequado a todos os níveis de ensino, desde que, sua utilização seja feita de forma dirigida, em que o professor de maneira planejada evidencie suas potencialidades. Desta forma, a autora afirma que:

Quando nos referimos à utilização de jogos nas aulas de Matemática como um suporte metodológico, consideramos que tenha utilidade em todos os níveis de ensino. O importante é que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo (GRANDO, 2000, p. 28).

Grando (2000) e Santos (2015) ressaltam que o jogo por si só não consegue desenvolver nos alunos os conceitos matemáticos que desejamos, para isto, é preciso que durante este processo o professor faça intervenções pedagógicas do tipo verbais e escritas, estimulando seus alunos a raciocinarem e a construir conhecimentos, a partir das situações problemas propostas.

A utilização de jogos também favorece a avaliação do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos referentes à combinatória, visto que, o professor terá a possibilidade de avaliar nos registros dos alunos, quais foram os procedimentos e combinações elaboradas durante a realização das jogadas, podendo analisar como o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos se deu e/ou esta sendo construído. Assim, “podemos dizer que os jogos pedagógicos podem ser considerados não apenas como estratégia de ensino, mas também como instrumento de avaliação. Uma vez que por meio dele o professor pode observar a aplicação de conceitos em um contexto diferenciado que os tradicionais” (SANTOS; SANTOS, 2016, p. 2-3).

Diante de tais pressupostos, selecionamos um jogo para o ensino e aprendizagem da combinatória dos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, em uma perspectiva de ensino problematizadora, desenvolvida em contexto de sala de aula na dinâmica proposta por Van de Walle (2009). A situação de ensino selecionada foi o jogo “Corrida de Cavalos”, tendo em vista sua potencialidade quanto a formação de conceitos sobre combinatória, permitindo que esse conteúdo seja trabalhado de forma contextualizada e problematizadora, em uma dinâmica de aula que integrada ao processo dialógico entre as professoras e os alunos.

Assim, apresentaremos na sequência os resultados obtidos da referida situação de ensino desenvolvida na segunda parte da atual pesquisa.

6.2. As contribuições do jogo “Corrida de Cavalos” ao ensino e aprendizagem da combinatória no 4º ano do Ensino Fundamental.

Como mencionado em capítulos anteriores, a situação de ensino proposta foi o jogo “Corrida de Cavalos”, elaborada pelo pesquisador Skovsmose (2008), a qual sofreu adaptações, conforme orientações de Santos (2010; 2015). A mesma foi mediada em parceria com a professora Jaqueline Lixandrão Santos e desenvolvida na dinâmica aula de Van de Walle (2009).

A situação de ensino foi desenvolvida com os alunos do 4º do Ensino Fundamental. As análises foram fundamentadas nos dados coletados durante a investigação, cujo os

instrumentos foram registros dos alunos, diários de campo das professoras-pesquisadoras, registro de áudio e fotográficos.

6.2.1. Resultados da situação de ensino proposta

Conforme ressaltado anteriormente por Grando (2000) e Santos (2015) para que um jogo possibilite significações e interpretações acerca dos conceitos construídos, é preciso que além das repetições das jogadas, o educador realize intervenções pedagógicas verbais ou escritas, as quais possibilitem que os alunos (re)signifiquem seus conhecimentos.

Deste modo, *durante* a fase de desenvolvimento da intervenção didática priorizamos em nossas ações, mediar à construção dos conceitos combinatórios dos alunos por meio de problematizações verbalizadas, as quais estimulassem o desenvolvimento do raciocínio combinatório, bem como a formalização das ideias. Compreendemos que tal ação, vai de acordo com as orientações apontadas no PNAIC, uma vez que o documento, afirma que situações problematizadoras auxiliam na aprendizagem dos alunos.

Assim, por meio das problematizações verbalizadas entre a professora Jaqueline e os alunos “J” e “R”, observamos que os alunos na primeira jogada basearam-se em concepções intuitivas, visto que, ainda não tinham estabelecidos relações com as particularidades do jogo. Sendo compreensível este fato, uma vez que Grando (2000) explica que nas primeiras jogadas os alunos ainda estão se habituando às regras do jogo.

Quadro 2 – Diálogo entre os alunos “J” e “R” e a Prof.^a Jaqueline

Prof. ^a : Em quais cavalos apostaram?
Aluno “J”: Nos cavalos 1, 3 e 7.
Aluno “R”: No 11, 12 e 13.
Prof. ^a : Por que apostaram nesses cavalos?
Aluno “R”: Ah, não sei.

Fonte: Acervo das Pesquisadoras

Diante da resposta do aluno “R”, a professora fez outros questionamentos.

Quadro 3 – Diálogo entre os alunos “J” e “R” e a Prof.^a Jaqueline

Prof.^a: Qual cavalo está vencendo?

Aluno “J”: O meu, o 7.

Aluno “R”: O 9 também é bom. [O cavalo 7 estava apenas uma casa a frente do 9].

Prof.^a : Quais números precisam sair nos dados para que o cavalo 7 avance?

Aluno “J”: 3 e 4, 5 e 2.

Aluno “R”: 6 e 1 também.

Prof.^a : E para o cavalo 9?

Aluno “R”: 5 e 4, 6 e 3.

Prof.^a : E para o cavalo 1?

Aluno “R”: Não tem como, precisava ser 1 e 0.

Aluno “J”: Só se jogar com um dado.

Prof.^a : A regra diz que o cavalo avança de acordo com a soma de dois dados.

Aluno “J”: Então ele não anda, só perde.

Aluno “R”: O 13 também não tem como sair. Só os cavalos de 2 a 12 andam.

Fonte: Acervo das Pesquisadoras

As problematizações realizadas pela a professora foram norteadas pelo o registro escrito das jogadas realizada pela dupla “J” e “R” na *fase do durante*. Este fato ressalta a importância do registro para a comunicação de ideias entre os alunos e professora, bem como o desenvolvimento de hipóteses e reflexões, uma vez que as informações estão ao alcance ambos, assim como destaca as orientações do PNAIC.

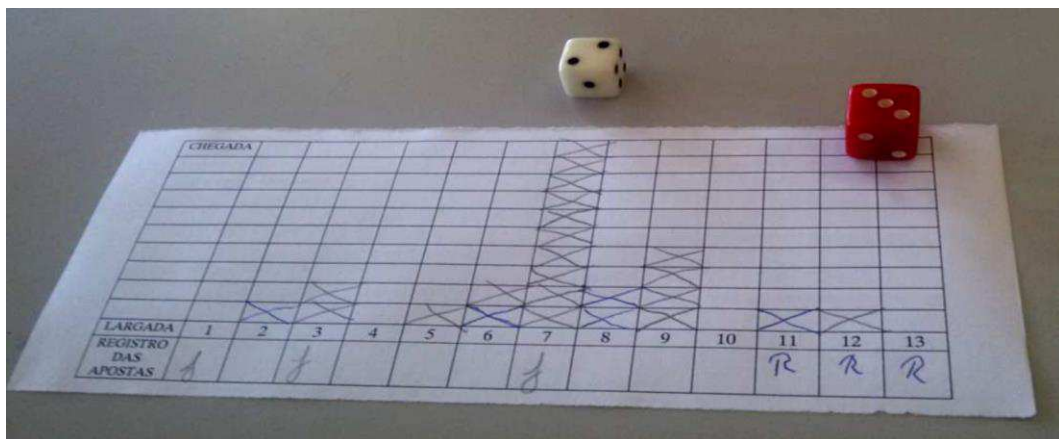


Figura 1 – Registro do jogo

Fonte: Acervo das Pesquisadoras

A partir das verbalizações apresentadas, observamos que os conceitos sobre as possibilidades de somas começaram a ser elaboradas. As problematizações realizadas pela professora Jaqueline, possibilitaram que aos alunos pensassem nas combinações de somas entre os números possíveis de serem sorteados em dois dados, chegando a conclusão que somente os cavalos de número 2 a 12 poderiam avançar no tabuleiro, excluindo as possibilidades dos cavalos de números 1 e 13 avançarem.

Este fato reitera as considerações apresentadas por Grandó (2000) e Santos (2010), uma vez que, o jogo por si só pode não desenvolver nos alunos os conceitos combinatórios e probabilísticos que desejamos, é preciso que o processo de ensino seja problematizador e dialógico para que as observações, reflexões e (re) significações sejam realizadas.

A partir das considerações apresentadas pelos alunos no diálogo, apresentado no quadro 3, novas problematizações foram realizadas pela professora Jaqueline:

Quadro 4 – Diálogo entre os alunos “R” e “B” e a Prof.^a Jaqueline

Prof.^a : *E se tivesse três dados, como seriam os resultados?*

Os alunos ficaram quietos por uns instantes.

Aluno “R”: *A soma seria até o 18.*

A aluna “B”, que fazia parte de outra dupla, ouviu a conversa da professora-pesquisadora com a dupla e se envolveu no diálogo.

Aluna “B”: *Aí, os cavalos 1 e 2 não sairiam do lugar.*

Prof.^a : *Então, como seriam as somas com três dados?*

Aluna “B”: *Seria do 3 ao 18.*

Prof.^a : *E se fossem quatro dados?*

Aluna “B”: *Começaria no 4 e iria até o 24.*

Aluno “R”: *Sempre que coloca dados vai mudando.*

Fonte: Acervo das Pesquisadoras

Objetivando instigar a construção de conceitos combinatórios durante a situação de ensino, a professora Jaqueline realizou novas problematizações. Percebe-se, a partir delas, que os alunos foram estimulados a fazer generalizações, quando foram instigados a pensar nas possibilidades de somas, com mais dados. Consideramos assim, que problematizações podem proporcionar o desenvolvimento de combinatórios em níveis mais elevados.

De acordo com o apresentado, observamos que conceitos sobre as possibilidades de somas entre as fases dos dados surgiram a partir de problematizações e, neste contexto, o

processo dialógico entre a professora e os alunos foi de suma importância para a construção de determinados conceitos combinatórios.

Observamos que depois das problematizações realizadas pela professora, os alunos passaram a regularizar suas apostas, ou seja, percebemos, por meio dos registros dos alunos, que as apostas foram mudando no decorrer das jogadas, centralizando-se principalmente nos cavalos que tinham maior probabilidade de avançar.

Compreendemos que a postura adotada pelos alunos satisfazem as orientações apresentadas pelos PCN, visto que a partir deste momento eles organizaram e regularizaram os dados registrados no tabuleiro. Tal ação vem de encontro com as orientações do documento, uma vez que o mesmo indica que os alunos ao final dos anos iniciais do Ensino Fundamental os devem saber “[...] selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente” (BRASIL, 1997, p.37).

Observamos também, que as decisões apresentadas pelos os alunos durante a realização do jogo evidenciam que conceitos combinatórios e probabilísticos foram desenvolvidos durante a intervenção didática, visto que analisaram e fundamentaram suas escolhas de combinações e probabilidades por meio das interações e observações realizadas durante o jogo. Este fato se fez marcante quando eles deixaram de apostar nos cavalos 1 e 13 e passaram a apostar em cavalos que observaram que avançavam mais que outros nas jogadas anteriores, como o 6, o 7 e o 8.

Tais constatações estão em consonância com as orientações indicadas pelo RCEFEP, uma vez que o documento afirma que “as atividades de investigação dão ênfase a processos matemáticos, tais como: procurar regularidades, formular hipóteses, testar ideias, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar” (PARAÍBA, 2010, p. 77).

Diante do que foi analisado, acreditamos, assim como Borba (2016), Pessoa e Borba (2009) e Santos (2015) que conceitos de combinatória e probabilidade estão presentes no ideário dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e podem ser desenvolvidos em níveis mais elevados a partir de problematizações.

As observações realizadas pelos alunos na *fase durante* sobre as possibilidades de somas e frequência das somas obtidas no decorrer das jogadas possibilitaram que probabilidades fossem estimadas pelos mesmos. Tal acontecimento comprova que o jogo “Corrida de Cavalos” permite a articulação de conceitos sobre combinatória, probabilidade e estatística. Destacamos que essa articulação entre os conceitos é recomendada pela Base Nacional Comum Curricular.

Objetivando socializar com todos os alunos as ideias desenvolvidas pelas as duplas, durante a realização do jogo e formalizar os conceitos de combinatória construídos pelas as duplas, a professora Jaqueline, na *fase do depois*, anotou na lousa o número dos cavalos que venceram as jogadas realizadas pelas duplas. Neste momento a referida professora perguntou a cada dupla quais os cavalos que venceram em suas jogadas. As respostas dadas pelos alunos foram transcritas na seguinte tabela:

Tabela 2: Frequência de cavalos vencedores

Cavalo	Quantidade de vezes que venceu
5	2
6	3
7	13
8	3
9	1
10	1

Fonte: Acervo das Pesquisadoras

Diante dos dados apresentados, a professora Jaqueline iniciou uma discussão sobre as possibilidades de somas dos resultados obtidos nas faces de dois dados, perguntando aos alunos “o cavalo 1 não venceu nenhum jogo, quais os números precisaria sair nos dados para que o cavalo 1 avançasse? E para o cavalo dois?”. As repostas dos alunos foram anotadas no quadro:

Handwritten list of sums for two dice:

- 1 → —
- 2 → 1+1
- 3 → 2+1, 1+2
- 4 → 2+2, 3+1, 1+3
- 5 → 3+2, 4+1, 1+4, 2+3
- 6 → 3+3, 5+1, 1+5, 4+2, 2+4
- 7 → 4+3, 5+2, 3+4, 2+5, 6+1, 1+6
- 8 → 4+4, 6+2, 5+3, 3+5, 2+6
- 9 → 6+3, 3+6, 5+4, 4+5
- 10 → 5+5, 4+6, 6+4
- 11 → 5+6, 6+5
- 12 → 6+6
- 13 → —

Figura 2: Análise das possibilidades de soma

Fonte: Acervo das Pesquisadoras

Uma problemática surgiu quando a professora Jaqueline perguntou sobre as possibilidades de somas para o cavalo 3 avançar. Os alunos descreveram apenas a possibilidade “ $1+2$ ”. No mesmo instante ela os questionou quanto à soma “ $2+1$ ”. Os alunos prontamente responderam “*é a mesma coisa*”.

Neste momento, a professora formou a soma 3 com os dados de duas formas diferentes. Inicialmente ela colocou o dado de cor vermelha em uma de suas mãos e o de cor branca em outra, e questionou os alunos: “*Qual a soma que tenho?*”, os alunos responderam “*três*”. Continuando, ela trocou o posicionamento dos dados em suas mãos e perguntou: “*vocês estão vendo a mesma coisa? Os dados estão iguaizinhos?*”. Os alunos disseram que não e um deles explicou: “*em uma das mãos tem o 2 branco e o 1 vermelho e na outra o 2 vermelho e um branco*”. A professora replicou: “*então, será que é a mesma possibilidade, $1+2$ e $2+1$?*”. Os alunos responderam que “*não*”. A professora registrou essas possibilidades na lousa.

O objetivo dessa ação era mostrar que a ordem das parcelas gera outra possibilidade. Esse é o motivo de se usar dados de cores diferentes no jogo, pois se eles fossem da mesma cor essa compreensão das possibilidades seria mais difícil. Depois deste evento, os alunos foram dizendo as demais possibilidades de somas.

Durante o registro da análise no quadro os alunos expressaram algumas observações como: “*o 12 quase não saia porque é só $6+6$* ”, “*o 6 também tem bastante chances por isso venceu*”. Observamos, a partir dessas verbalizações, que ideias sobre combinatória e probabilidade foram formalizadas por meio da análise registrada no quadro e na tabela de forma sistematizada. Observamos também que, a linguagem probabilística dos alunos emergiu, visto que os mesmos passaram a expor suas ideias usando termos específicos como “*o cavalo 7 venceu porque tinha mais possibilidades*”.

Após a socialização das ideias os alunos foram conduzidos a jogar novamente. Observamos neste momento, que as estratégias de jogo tornaram-se mais planejadas e elaboradas, tendo em vista que os alunos já conheciam as possibilidades de somas que poderiam ser efetuadas no atual contexto. Esse fato é um indicativo de que as apostas realizadas pelos alunos foram fundamentadas em conceitos combinatórios e probabilísticos desenvolvidos durante a *fase depois*.

Comprendemos que esse contexto é importante para o desenvolvimento de conceitos de combinatória e probabilidade, uma vez que a análise matemática, bem como a socialização de ideias é utilizada no contexto de jogo como um instrumento de significação.

Diante do exposto, concluímos que a *fase do depois* é de suma importância para que o aluno discuta e reflita sobre suas conjecturas com os demais colegas de classe, para que assim, consiga consolidar sua aprendizagem desenvolver posteriormente conceitos mais elaborados.

Além disso, a discussão ocasionada nesta situação de ensino possibilita ao aluno “comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas” (BRASIL, 1997, p.37) tal como indica as orientações dos PCN.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa propôs-se investigar quais são as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Anos iniciais; Base Nacional Comum Curricular, Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - ao ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, nossa pesquisa teve como problema de investigação: “Quais as contribuições dos documentos oficiais para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental?”.

Objetivando responder nossa indagação, estruturamos a presente pesquisa visando: (1) identificar as orientações e direcionamentos dos documentos oficiais ao ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental; (2) organizar uma situação de ensino de acordo com as orientações dos documentos oficiais, e (3) compreender como as orientações oficiais podem ser desenvolvidas no contexto de sala de aula.

A partir das análises dos referidos documentos, consideramos que no geral que as orientações oficiais pertinentes ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental apontam diversas contribuições a esse processo. No entanto, observamos que as orientações, ora norteiam especificamente o trabalho docente, como os apresentados no PNAIC, ora de forma ampla, como observado nos PCN.

Consideramos, que mesmo todos os documentos analisados tenham como aporte as orientações PCN, cada um deles possuem características, posicionamentos e objetivos próprios para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Acreditamos que essa diversidade, nos possibilitou compreender de maneira mais ampla quais subsídios potencializam o ensino e aprendizagem da matemática, e especificamente da combinatória.

Observamos que as orientações apresentadas pelos documentos oficiais indicam uma perspectiva de ensino problematizador e dialógico para a combinatória, assim como o recurso da resolução de problemas e dos jogos, destacando que este trabalho precisa e deve principiar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo em vista que conceitos combinatórios estão presentes em ações cotidianas dos alunos. Compreendemos que esse apontamento corrobora com a preocupação presente nas orientações oficiais em possibilitar aos alunos ler, interpretar e compreender conceitos matemáticos visando formar um cidadão participativo no contexto social e escolar.

Entendemos que o “fazer matemática”, citado em alguns documentos, quando bem trabalhado permite ao educador dos anos iniciais do Ensino Fundamental, elaborar uma

perspectiva de ensino para a combinatória de maneira problematizadora e investigativa, visto que nesse contexto de ensino o uso de estratégias pessoais dos alunos ao determinar as possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e contabilizá-las é valorizado, bem como socialização das ideias e significações das conjecturas elaboradas.

O recurso da resolução de problemas, dos jogos, a capacidade de argumentação, compreensão, representação e comunicação, presentes nas orientações dos documentos oficiais, também foram pontos marcantes em nossa pesquisa e serviram como aporte para a organização da situação de ensino proposta. Compreendemos que tais orientações nos possibilitou organizar uma situação de ensino a qual acreditamos ser significativa para a aprendizagem da combinatória aos alunos do 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Diante do exposto, consideramos que a situação de ensino organizada a partir das orientações oficiais apresentou resultados satisfatórios para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória aos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Observamos que durante a intervenção didática conceitos combinatórios, probabilísticos e estatísticos emergiram no ideário dos alunos a partir das problematizações realizadas pelas professoras, visto que após algumas jogadas, os alunos passaram a fundamentar suas apostas e argumentos em conceitos combinatórios.

Concluimos que a situação de ensino que organizamos possibilitou o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, uma vez que a partir da dinâmica de ensino adotada, tiveram a oportunidade de combinar diversas possibilidades de somas das duas fases com os dados e contrastar conceitos desenvolvidos na experiência vivenciada com os conceitos matemáticos escolares.

Desta forma, assim como Borba (2016), acreditamos que o trabalho com combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental pode ser realizado de forma contextualizada, sem necessariamente sistematizar e/ou formalizar o conteúdo de estudo por meio de fórmulas ou algoritmos. O ensino da combinatória neste nível de ensino torna-se mais fácil e atrativo por meio de situações lúdicas e dialógicas, e de relações estabelecidas entre conceitos escolares e cotidianos. Para tanto, a dinâmica de ensino proposta por Van de Walle (2009) se mostrou bastante adequada.

Acreditamos, assim como Borba (2016) e Pessoa e Borba (2009), que o ensino da combinatória nos anos iniciais é possível, visto que as crianças neste nível de ensino vivenciam situações combinatórias presentes em seu cotidiano, bem como são capazes de construir conceitos combinatórios no seu ideário, conseguindo resolver problemas

combinatórios por meio de situações problematizadoras de ensino, desenvolvendo por sua vez seu raciocínio combinatório.

Consideramos que a utilização das estratégias das próprias crianças como ponto de partida para o ensino da combinatória, como orientado pelos documentos oficiais, nos serviu de aporte para realizarmos situações problematizadoras durante a intervenção didática, que estimulou os alunos a elaborar diversas estratégias de resolução, bem como desenvolver seu raciocínio combinatório.

A partir das análises realizadas, concordamos com Almeida e Ferreira (2009a), Souza e Mascara (2010) e Santos (2015), que defendem que conceitos sobre combinatória podem emergir no ideário das crianças a partir de situações de ensino problematizadoras, com uma perspectiva dialógica e investigativa. Neste sentido, acreditamos que o Jogo Corrida de Cavalos por si só não conseguiria alcançar os objetivos educacionais que desejamos, as intervenções pedagógicas e problematizações realizadas na fase durante e depois da atividade, foram de suma importância para que conceitos de combinatória fossem elaborados e significados pelos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Os registros dos jogos foi de suma importância, tanto para a formação de conceitos sobre combinatória dos alunos, como instrumento de avaliação para o professor, como orientador do trabalho pedagógico. Deste modo, destacamos as orientações apresentadas pelos RCEFEP, visto que o documento orienta para o processo de avaliação do professor a utilização de observações, registros e diários de campo.

O recurso da resolução de problemas se fez presente em todos os documentos analisados, assim como os jogos. Consideramos que de forma geral, os documentos oficiais preocupam-se em desenvolver uma aprendizagem Matemática significativa dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Diante da complexidade do ensino da combinatória nos anos iniciais, acreditamos que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental necessitam de uma formação mais ampla sobre os conceitos combinatórios, tendo em vista as orientações e pesquisas relacionadas ao tema ressaltam a importância dos professores conhecerem características próprias dos diversos problemas combinatórios – produto cartesiano; combinação; permutação;

Diante o exposto da pesquisa, consideramos que este trabalho pode ser um aporte aos professores dos anos iniciais do Ensino fundamental, possibilitando um ensino da combinatória de forma mais efetiva e significativa aos seus alunos. Almejamos que as considerações apresentadas em nessa pesquisa não tenha apenas uma dimensão teórica, mas

seja acessível aos docentes da Educação Básica, e que de alguma forma possa influenciar em sua prática docente.

Esperamos que nossa investigação possa promover a compreensão do que vem a ser ensinar e aprender combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de maneira significativa e envolvente. Destacamos em nossa pesquisa a perspectiva de ensino problematizador e dialógico como relevante para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória dos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como a organização de uma situação de ensino pautada nas orientações dos documentos oficiais que norteiam o trabalho docente, os currículos e os planos pedagógicos das escolas brasileiras.

Ressaltamos ainda, que esta pesquisa é relevante para o campo da Educação Matemática, tendo em vista que pesquisas posteriores podem utilizar suas contribuições para auxiliar na elaboração de uma sequência de ensino para a combinatória com maior número e diversidade de atividades realizadas. Podendo também, ser ampliada para diferentes níveis de ensino e que possa sugerir com maior ênfase a articulação dos conceitos sobre combinatória, probabilidade e estatística.

Esta pesquisa também contribuiu com a minha formação como professora de matemática, pois me possibilitou presenciar o convívio escolar com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como, a compreensão das orientações para o ensino e aprendizagem da combinatória neste nível de ensino. Além disso, a partir dos estudos realizados nesta pesquisa, considero que um amadurecimento teórico foi desenvolvido.

REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

ALMEIDA, Adriana. **Ensinando e aprendendo Análise Combinatória com ênfase na Comunicação Matemática: um estudo com o 2º ano do Ensino Médio.** 2010. 166f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)–Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

ALMEIDA, Adriana; FERREIRA, Ana Cristina. **Ensinando e Aprendendo Análise Combinatória com Ênfase na Comunicação Matemática.** 2009a.

ALMEIDA, Adriana; FERREIRA, Ana Cristina. **Aprendendo Análise Combinatória Através da Resolução de Problemas: um estudo com classes de 9º ano do ensino fundamental e 2º ano do ensino médio.** 2009b.

BARRETO, Fernanda; BORBA, Rute. **Como o Raciocínio Combinatório tem sido Apresentado em Livros Didáticos de Anos Iniciais.** X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador – BA, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Matemática.** Secretaria de Educação Básica, Textos introdutórios para área de Matemática, 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática: ensino de primeira à quarta série.** Secretaria de Educação Fundamental, Brasília, 1997.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: educação estatística.** Secretaria de Educação Básica, Caderno 07, Brasília, 2014.

BORBA, Rute. **Antes Cedo do Que Tarde: o aprendizado da combinatória no início da escolarização.** Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais. Recife – PE, 2016.

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane; ROCHA, Cristiane. **Como Estudantes e Professores de Anos Iniciais pensam sobre problemas combinatórios.** Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v.15, Número Especial, pp.895-908, 2013.

BORBA, Rute. **O Raciocínio Combinatório na Educação Básica.** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador – BA, 2010.

BORBA, Rute; Lima, Rita; Pessoa, Cristiane; Martins, Glauce. **Uma Análise sobre o Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório entre Estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos.** Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, Recife – PE, 2009.

CABRAL, Marlúcia Barros Lopes. **Formação Docente e Pesquisa Colaborativa: orientações teóricas e reflexões práticas.** Rio Grande do Norte, 2012.

DANTE, L. **Livro didático de matemática: uso ou abuso?** Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. p.83-86, 1996.

DESGAGNÉ, Serge. **Réflexions sur le concept de collaborative. Les Journées du CIRADE.** Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage et le Développement en Éducation, Université du Québec à Montreal, octobre – 1998. pp. 31-46. Tradução-Livre: Adir Luiz Ferreira. Natal/ Novembro- 2003.

EBERHARDT, Ilva; COUTINHO, Carina. **Dificuldades de Aprendizagem em Matemática nas Séries Iniciais: diagnóstico e intervenções.** Vivências: Revista Eletrônica de Extensão da URI Vivências, Vol.7, N.13: p.62-70, 2011.

GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas Possibilidades.** Revista de Administração de Empresas São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63 Mar./Abr. 1995.

GRANDO, Regina Célia. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula.** Tese de doutorado, Campinas – SP, 2000.

LOPES, Celi E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na Educação Infantil.** 2003. 281 f. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2003.

PARAÍBA. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba. Matemática. Ciências da Natureza. Diversidade Sociocultural.** Secretária do Estado da Educação e Cultura, João Pessoa – PB, 2010.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de a 4ª série.** UNICAMP, 2009.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. **Problemas Combinatórios: estratégias e respostas de alunos da educação básica.** V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis – RJ. 2012.

ROA, Rafael; NAVARRO-PELAYO, Virginia. **Razonamiento Combinatorio e Implicaciones para la Enseñanza de la Probabilidad.** Jornadas europeas de estadística, Ilhas Baleares, 10 e 11 de outubro de 2001.

SANTOS, Emily Vasconcelos; SANTOS, Jaqueline Lixandrão. **O Jogo Corrida de Cavalos: uma proposta integrada de ensino da combinatória, probabilidade e estatística no 4º ano do ensino fundamental.** ENCEPAI, Recife – PE, 2016.

SANTOS, Jaqueline. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.** 2010. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2010.

SANTOS, Jaqueline. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora.** 2015. 191f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco: Itatiba/SP, 2015.

SILVA, Monalisa. **A Combinatória: abordagem em documentos oficiais, em pesquisas e em livros didáticos.** EBRAPEM, 2015.

SILVA, Jose Carlos Thompson. **Jogo de Combinatória: Uma proposta para a formação inicial de professores.** Vitória – ES, 2005.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Campinas: Papyrus, 2008.

SOUZA, Analucia; MARASCA, Escola Estadual Profa. Heloisa Lemenhe. **Ensino-Aprendizagem - Avaliação de Análise Combinatória através da Resolução de Problemas.** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador – BA, 2010.

VAN DE WALLE, John, A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução Paulo Henrique Colonese, ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.