UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE-CAMPUS CUITÉ

CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE- CES

UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA - UAFM

LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

FABÍOLA DA CRUZ MARTINS

O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA INTERVENÇÃO NO 7º ANO

CUITÉ-PB

2016

FABÍOLA DA CRUZ MARTINS

O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA INTERVENÇÃO NO 7º ANO

Monografia apresentada à Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Matemática, sob orientação da Prof.ª Msc. Aluska Dias Ramos de Macedo Silva.

Cuité

2016

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Jesiel Ferreira Gomes – CRB 15 – 256

M386e Martins, Fabíola da Cruz.

O ensino de álgebra nos anos finais do ensino fundamental via resolução de problemas: uma intervenção no 7º ano. / Fabíola da Cruz Martins. – Cuité: CES, 2016.

55 fl.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCG, 2016.

Orientadora: Aluska Dias Ramos de Macedo Silva.

1. Pensamento algébrico. 2. Metodologia de ensino. 3. Resolução de problemas. I. Título.

Biblioteca do CES - UFCG CDU 512

Monografia apresentada como requisito necessário para a obtenção do título de Licenciada em Matemática. Qualquer citação atenderá as normas da ética científica.

____

FABÍOLA DA CRUZ MARTINS

Monografia apresentada em ____/____/____

____

Prof.ª Msc. Aluska Dias Ramos de Macedo Silva (Orientadora)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

____

Prof. Dr. Aluízio Freire da Silva Júnior
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

____

Prof.ª Dr. ª Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Cuité, 22 de setembro de 2016.

Dedico este trabalho aos meus pais, por sempre acreditarem em mim e incentivarem o meu crescimento.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, meu refúgio e minha fortaleza. Nos momentos de escuridão Ele foi minha luz, nos momentos de solidão foi meu amparo, nos momentos de desespero foi minha esperança e nos momentos de ansiedade foi a minha PAZ.

Agradeço a minha Orientadora, Professora Msc. Aluska Dias, pela confiança, pelas valiosas contribuições e por, mesmo em meio as suas ocupações, ser um exemplo de dedicação e responsabilidade no desenvolvimento do trabalho.

Aos professores dos CES/UAFM, em especial aos professores participantes da banca examinadora Profa. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos, Prof. Dr. Aluízio Freire da Silva Júnior e Prof. Leonardo Lira de Brito, por terem aceitado o convite e pelas valiosas contribuições durante minha formação.

Obrigada ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por incentivar através de financiamento os meus primeiros passos nas atividades de iniciação à docência enquanto bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

Agradeço aos meus pais e meus irmãos, mesmo à distância, me abrigaram com suas orações, me encorajaram e, com seus ensinamentos, baseado no respeito e humildade, conduziram o meu percurso.

A toda a minha família, em especial aos familiares de Cuité, que me acolheram e contribuíram na minha trajetória, compartilhando sorrisos e lágrimas, ansiedades e calmarias, correrias e descontrações.

Por último, mas não menos importante, agradeço aos meus amigos que compreenderam minhas ausências e sempre me apoiaram nos momentos precisos, e em especial aos amigos que fiz em Cuité, pessoas nas quais foram essenciais em minha formação e fazem parte das melhores lembranças da minha vida universitária.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo geral introduzir os conceitos iniciais de Álgebra nos anos finais via Resolução de Problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno e contribuindo para um ensino-aprendizagem significativo. O interesse pela temática surgiu a partir de questionamentos através de experiências próprias enquanto professora. Caracteriza-se como uma pesquisa de intervenção de abordagem qualitativa e está dividida em quatro partes: orientações para o ensino da Álgebra e a Resolução de Problemas no sistema curricular brasileiro; concepções de autores em relação à Álgebra e perspectivas para o trabalho via Resolução de Problemas; procedimentos metodológicos; discussão dos resultados quanto à utilização da metodologia através da Resolução de Problemas. Por fim, destaca-se a importância do modo como os conceitos inicias de Álgebra têm sido construídos, promovendo reflexões nos professores sobre essa metodologia de ensino para alcançar resultados relevantes em suas salas de aula.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Metodologia de Ensino. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The goal of this research is to introduce the initial concepts of Algebra in later years through the Problem Solving, promoting the development of algebraic thinking student and contributing to a significant teaching and learning. Interest in the subject arose from questions by own experiences as a teacher. It is characterized as an intervention research with qualitative approach and is divided into four parts: guidelines for the teaching of Algebra and Problem Solving in the Brazilian curriculum system; authors conceptions regarding Algebra and perspectives to work through the Problem Solving; methodological procedures; discussion of the results regarding the use of the methodology through the Problem Solving. Finally, it highlights the importance of how the initial concepts of algebra have been built, promoting reflections on teachers of this teaching methodology to achieve significant results in their classrooms.

Keywords: Algebraic Thinking. Teaching Methodology. Problem Solving.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEB – Câmara de Educação Básica

CNE – Conselho Nacional de Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

RCEFPB – Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba

SAEB – Relatório do Sistema de Avaliação da Educação

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Aos 10 anos de idade, no ano de 2004, cursando a 6ª série do ensino fundamental - hoje conhecida como 7º ano, tive o meu primeiro contato com a Álgebra, mais precisamente, com a manipulação algébrica. Nesta série, aprendi como manipular incógnitas para encontrar o valor desconhecido de uma equação.

As equações foram o foco de muitas aulas, a professora sempre ensinava técnicas de resolvê-las, isso sempre me causou grande curiosidade, em minha inocência eu sempre me perguntava o porquê daquele valor encontrado ser o valor de x. Em meus estudos em casa, pude perceber que o valor de x é exatamente o valor que ao substituir na incógnita forma a relação de igualdade da equação. A partir daí, comecei a utilizar o cálculo mental, para atribuir valores que satisfizesse a igualdade, e assim responder as equações. Porém, mesmo tendo facilidade com o assunto, eu ainda me perguntava "qual o momento da minha vida vou precisar utilizar uma equação? "

Durante muitos anos prossegui com esse questionamento, sempre tive certa facilidade com números, isto é, com o raciocínio lógico, porém, não conseguia expressar esse raciocínio utilizando a linguagem matemática.

Em busca de uma formação numa área que sempre tive interesse, mesmo tendo um conhecimento superficial, comecei no ano de 2013, cursar Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

Em meu terceiro período do curso, no ano de 2014 fui selecionada para o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), o qual tem como principal objetivo a formação inicial do professor reflexivo sobre sua prática pedagógica. O PIBID sempre buscou inovar o ensino da Matemática, proporcionando uma aprendizagem significativa, de forma dinamizada.

Também no terceiro período do curso, comecei a trabalhar em uma escola privada do município de Cuité/PB. Ao lecionar em turmas do 6º a 9º ano do ensino fundamental, percebia inúmeras dificuldades, que outrora já tive e sempre buscava um ensino inovador com o intuito de superar as dificuldades existentes e desmistificar a Matemática.

Com essas duas experiências, diversos questionamentos voltados ao ensino da Matemática foram levantados, sobretudo relacionados ao motivo de tantas dificuldades e aversões por parte dos alunos. Dessa forma, a partir das experiências com o PIBID e na escola privada, comecei a me aprofundar em estudos que apresentassem alternativas que mudassem o cenário existente.

Nas minhas avaliações contínuas, que aplicava em alunos de diferentes níveis de escolaridade, pude perceber as dificuldades dos alunos com a Álgebra, como também os conceitos distorcidos da mesma. Desse modo, percebi que assim como eu, quando tive o primeiro contato com a Álgebra, os alunos também realizam as manipulações, mas não percebem a essência do conteúdo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam que "as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema [...] (BRASIL, 1998, p.121-122). Nesse sentido, a Resolução de Problemas pode ser utilizada como uma alternativa para minimizar as dificuldades no ensino da Álgebra, podendo dar sentido a mesma. Nesta perspectiva, decidimos desenvolver esse trabalho de conclusão de curso (TCC) com o objetivo de introduzir os conceitos iniciais de Álgebra nos anos finais via Resolução de Problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno e contribuindo para um ensino-aprendizagem significativo.

Para tanto, apresentamos no primeiro capítulo deste trabalho uma análise dos PCN com relação à Álgebra nos anos finais do ensino fundamental e a Resolução de Problemas. Compreendendo que quando essas orientações são interpretadas localmente elas são adequadas ao contexto local. Assim, apresentamos também uma análise dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba (RCEFPB), com o intuito de refletir a nível nacional e estadual, e assim, construir um embasamento em relação aos documentos oficiais.

Ao conhecer as orientações contidas nos documentos oficiais, apresentamos no segundo capítulo deste trabalho, concepções importantes sobre a Álgebra e perspectivas para o trabalho com a Resolução de Problemas, uma vez que esta pode ser compreendida como uma alternativa capaz de minimizar os desafios do ensino da Álgebra a partir de uma perspectiva ampla que contemple concepções e definições a respeito do tema.

No terceiro capítulo, são discutidos os aspectos metodológicos, o tipo de pesquisa, a caracterização dos sujeitos, a coleta e análise dos dados.

Por fim, apresentamos no quarto capítulo a discussão dos resultados, na qual apresenta inicialmente uma análise da utilização da metodologia "através da Resolução de Problemas" sob as perspectivas de Walle (2009), Allevato e Onuchic (2009) e, sobre a intervenção.

1 O ENSINO DA ÁLGEBRA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO SISTEMA CURRICULAR BRASILEIRO

Para compreender a Resolução de Problemas como uma estratégia alternativa no ensino da Álgebra, faz-se necessário uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais e dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba para construir um embasamento em relação aos documentos oficiais.

1.1 ENSINO DA ÁLGEBRA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ACORDO COM OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Os PCN consistem em um referencial de qualidade para a educação no ensino fundamental, seu processo de elaboração deu-se início a partir da análise de propostas curriculares de estados e municípios brasileiros, dos currículos oficiais, do contato com informações relativas a experiências de outros países, de pesquisas nacionais e internacionais, dados estatísticos sobre desempenho de alunos do ensino fundamental, experiências de sala de aula apresentadas em encontros, seminários e publicações. Os Parâmetros destacam: “O nosso objetivo é contribuir, de forma relevante, para que profundas e imprescindíveis transformações, há muito desejadas, se façam no panorama educacional brasileiro, e posicionar você, professor, como o principal agente nessa grande empreitada” (BRASIL, 1997, p.7).

Os documentos oficiais são compostos por uma coleção de 10 volumes: sendo o primeiro uma introdução, os seis próximos referentes às áreas de conhecimento e os três últimos referentes aos temas transversais. Para o embasamento desse estudo tratamos apenas do volume 3 – PCN de Matemática, no qual é considerando um instrumento que busca solucionar os problemas enfrentados no ensino da Matemática.

Existem dois PCN de Matemática do ensino fundamental, sendo que um trata do primeiro e segundo ciclo e o outro, do terceiro e quarto ciclo. Contudo, para contribuir com o objetivo geral do trabalho, consideraremos as discussões expostas no documento referente ao terceiro e quarto ciclo, no que diz respeito ao ensino da Álgebra e a Resolução de Problemas.

Vale salientar que a nomenclatura “ciclos”, como utilizam os Parâmetros ao se referir às series do ensino fundamental não é mais utilizada. De acordo com a Resolução CNE/CEB nº 3, de 03/08/2005, em seu Art. 2º o ensino fundamental se organiza em Anos Iniciais, do 1º ao 5º ano, e em Anos Finais, do 6º ao 9º ano. Essa nova nomenclatura passa a ser utilizada a partir do cumprimento da Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, que institui o ensino fundamental de nove anos de duração.

Os PCN dividem os conteúdos matemáticos em quatro blocos, sendo: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. A Álgebra não constitui um bloco independente, ela é destacada no bloco de conteúdos "Números e Operações".

Brasil (1998), destaca que alguns aspectos de Álgebra – pré-Álgebra são possíveis desenvolver desde as séries iniciais, entretanto o estudo da Álgebra é ampliado nas séries finais do ensino fundamental.

Nos anos finais, os conceitos e procedimentos algébricos ainda são de natureza complexa, dessa forma, os PCN ressalvam que nesse nível, é suficiente que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variável e duas grandezas, não sendo necessário um aprofundamento das operações com expressões algébricas.

Corroborando dessa orientação, Usiskin (1995) ressalta que nesse nível de ensino as ações importantes para o estudante da escola básica são as de traduzir e generalizar, e completa conceituando o termo "variável" como generalizador de modelos. O autor ressalta que em outros momentos, quando tratar da Álgebra voltada para representação de relações entre duas ou mais grandezas variáveis, as variáveis representam os valores do domínio de uma função, ou um parâmetro, isto é, um número do qual dependem outros números.

O critério de avaliação, sugerido no documento, para os anos finais é voltado para a apropriação da linguagem algébrica na representação de generalizações. Acredita-se que por meio deste critério, o professor tem subsídios suficientes para verificar se o aluno consegue expressar generalizações por meio de representações algébricas e construir procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas.

Assim, os PCN orientam que o ensino da Álgebra deve, de início, considerar o espaço significativo que ela abarca, sendo capaz de proporcionar ao aluno um espaço para que ele desenvolva e exercite sua capacidade de abstração, generalização e Resolução de Problemas.

Entretanto, vale salientar que o sucesso do aluno não é uma garantia. Os Parâmetros chamam a atenção para os resultados do Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação

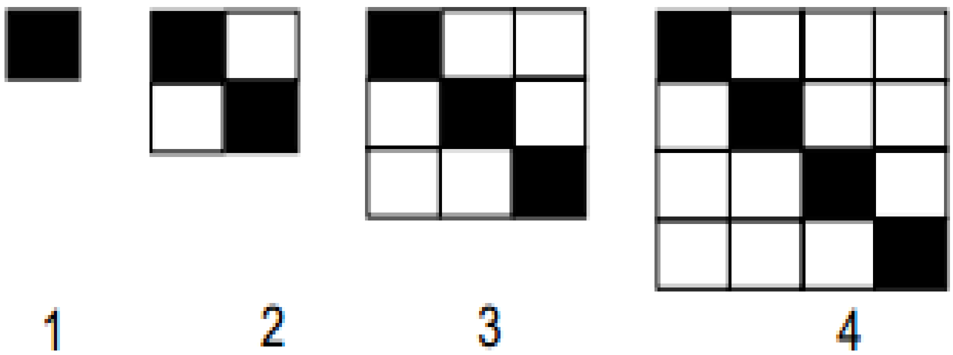
Básica (SAEB) em que nos itens referentes à Álgebra, os alunos raramente atingem o índice de 40 % em muitas regiões do país. Os PCN alegam que é comum encontrar professores, que baseados nesta problemática, reforçam em suas metodologias a utilização da repetição mecânica de exercícios na tentativa de sanar as dificuldades no ensino. Como, também, professores que deslocam para o ensino fundamental conceitos que deveriam ser abordados somente no ensino médio na tentativa de tornar mais significativo processo de ensino-aprendizagem da Álgebra.

Ao consolidar o ensino da Álgebra, é necessário que haja clareza do seu papel no currículo, como também, uma reflexão voltada para a construção do conhecimento matemático pela criança e pelo adolescente. Nesse contexto, os PCN acreditam que no ensino da Álgebra é mais proveitoso propor ao aluno situações que motivem a construção de noções algébricas, ao invés de focar somente nas manipulações com expressões e equações de forma mecânica. Ainda nessa perspectiva, completam:

> É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades (BRASIL, 1998, p.117).

A figura 1 é um exemplo proposto pelos PCN no intuito de motivar o aluno a investigar padrões.

Figura 1: Situação de Investigação de Padrão



Fonte: (BRASIL, 1998, p.117)

> Nessa situação, o professor pode encaminhar uma atividade para que os alunos encontrem a expressão $n^2 - n$ que determina o número de quadradinhos brancos da n-ésima figura (ao retirar-se n quadradinhos pretos do total n^2 de quadradinhos). Eles também verificam que os quadradinhos brancos de cada

> figura, a partir da segunda, podem formar um retângulo de x (n - 1) quadradinhos brancos. Assim os alunos podem constatar a equivalência entre as expressões: $n^2 - n$ e $n \times (n - 1)$ (BRASIL,1998, p.117).

É importante conscientizar os alunos sobre a relevância da Álgebra como ferramenta na Resolução de Problemas complexos do ponto de vista aritmético. Os PCN recomendam que o estudo de técnicas para a resolução de equações seja desenvolvido somente no quarto ciclo. Entretanto, no terceiro ciclo, existe a possibilidade dos os alunos traduzirem algumas situações problemas em equações, caso isso ocorra, é aconselhável que eles desenvolvam suas próprias estratégias para resolvê-las.

É imprescindível que as atividades algébricas possibilitem ao aluno a construção do seu conhecimento a partir de situações-problemas que confiram significados a linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema. Os Parâmetros também atentam para que os contextos dos problemas sejam diversificados, dessa forma, o aluno tem a oportunidade de construir a sintaxe das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações e construir as regras para resolução de equações.

Um meio de ampliar os trabalhos algébricos destacados pelos PCN são as situações-problema, pois a partir delas, o aluno conterá meios para reconhecer as diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), elementos para representar problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis, incógnitas tomando contato com fórmulas) e compreenderá a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação.

As discussões expostas nos PCN referente ao ensino da Álgebra no terceiro ciclo, direcionam este ensino por meio da Resolução de Problemas. Dessa forma, ao tratar do ensino da Matemática via Resolução de Problemas, Brasil (1998) destaca uma proposta resumida nos seguintes princípios:

- A atividade matemática deve utilizar a situação-problema como o ponto de partida, não como definição;

- Um problema não pode ser incorporado em sala de aula de forma mecânica, ele deve instigar o aluno a interpretar o enunciado do problema que lhe é posto e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema, que em um outro momento o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas;

- Ao resolver um problema o aluno não constrói um único conceito, ele constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas;

- A Resolução de Problemas não é uma atividade independente, ela é uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas;

Os PCN atentam que provavelmente o aluno irá deparar-se com equações no ato da exploração de situações-problemas, e recomendam que nessas situações os alunos sejam estimulados a construir procedimentos diversos para resolvê-las, de modo que não se prendam as técnicas convencionais.

1.2 O ENSINO DA ÁLGEBRA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ACORDO COM OS REFERENCIAIS CURRICULARES DO ENSINO FUNDAMENTAL DO ESTADO DA PARAÍBA

Os PCN detalham os conteúdos por ciclos, contudo, isso não implica sua imediata transposição para a prática da sala de aula. Ao serem reinterpretados regionalmente (nos Estados e Municípios) e localmente (nas unidades escolares), os conteúdos, além de incorporarem elementos específicos de cada realidade, são organizados de forma articulada e integrada ao projeto educacional de cada escola. Por isso, apresentaremos a seguir a Álgebra e a Resolução de Problemas de acordo com os RCEFPB.

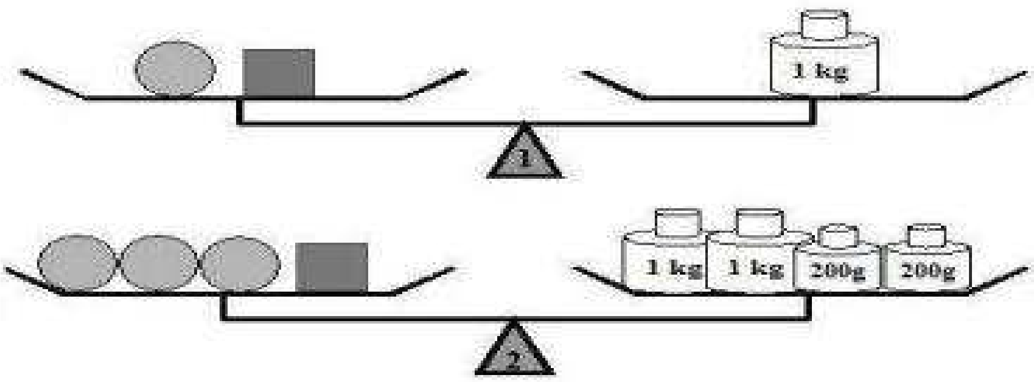
Os Referenciais, são dispostos em 3 volumes, que constituem um material bastante sugestivo para as atividades pedagógicas, entretanto, trataremos nesta análise, somente do volume 2, excepcionalmente da parte referente a Matemática. Em sua apresentação, os RCEFPB destacam visar à adequação ao sistema normativo que vem sendo implantado no sistema educacional do país, desde a Constituição Federal de 1988, com um vasto conjunto de dispositivos legais, a darem um perfil inovador à Educação brasileira, equacionando-a para os tempos presente e futuro.

Ao tratar dos eixos de Matemática para o Ensino Fundamental nos anos finais, os RCEFPB destacam que a Álgebra é trabalhada no eixo Número e Operações e destacam que ela deve ser explorada como Aritmética Generalizada, como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas e como relações entre grandezas, somando-se, ainda, o estudo introdutório formal de funções.

Essa interpretação de Álgebra como Aritmética Generalizada, encontra-se nos PCN (1998) como uma dimensão da Álgebra, em que as letras são usadas para generalização de modelo aritmético. Usiskin (1995 *apud* PARAIBA, 2010) compreende que para o estudante entender a Álgebra como Aritmética Generalizada, a Álgebra deve partir de modelos de análise de padrões numéricos. Nesse contexto, Paraíba (2010) destaca que nesta etapa, o aluno deve ser levado a identificar as relações e a linguagem simbólica da Álgebra, expressando relações matemáticas por meio de igualdades e desigualdades.

Nessa perspectiva, é sugerido os problemas usando balanças de dois pratos como uma possibilidade para este estudo (Figura 2).

Figura 2: Problema para abordar Álgebra nos anos finais



Fonte: Rêgo (2009, *apud* PARAÍBA 2010)

A atividade acima trata de uma balança em equilíbrio, em que o aluno precisa descobrir qual a massa de cada "círculo" e qual a massa de cada "quadrado", levando em consideração que os "círculos" têm a mesma massa, assim como todos os "quadrados".

De acordo com Rêgo (2009 *apud* PARAÍBA, 2010, p.147) esse tipo de atividade permite ao aluno observar as possibilidades e, por meio das balanças, discutir a manipulação de termos em equações e inequações, de maneira contextualizada, minimizando os efeitos da passagem da linguagem usual para a linguagem algébrica.

Outras situações destacadas pelos RCEFPB são as que envolvem a reta numérica, o reconhecimento de diferentes representações numéricas, cálculos numéricos e algébricos, o cálculo mental e a estimativa, para os referenciais, a partir dessas situações, é possível explorar problematizações, e afirmam: “as atividades direcionadas para esse eixo devem remeter à Resolução de Problemas” (PARAIBA, 2010, p.134).

Ao discutir sobre Resolução de Problemas, os RCEFPB ressaltam que sua inserção em sala de aula deve estar voltada a apresentação de situações abertas que exijam dos alunos uma atitude ativa e esforço para buscar respostas para elas, promovendo novos conhecimentos. O que é diferente da perspectiva tradicional de trabalho com problemas matemáticos em sala de aula, em que os problemas são vistos como exercícios, e sua resolução é simplesmente utilizado mecanismos que levam a uma única solução.

De acordo com os RCEFPB:

> O estudante que desenvolve a capacidade de resolver problemas matemáticos, aumenta a sua autoconfiança, aprende a raciocinar passo a passo e a efetuar a análise de situações. Constrói conceitos de maneira significativa e, o que é mais importante, estará melhor preparado para aplicar o conhecimento matemático em outros contextos (PARAIBA, 2010, p.74).

Assim como os PCN, os RCEFPB destacam a importância de ensinar, sobretudo os conteúdos do eixo Números e Operações, a partir da Resolução de Problemas. Nesse contexto, Brasil (1998 *apud* PARAIBA, 2010 p. 134) ressalta que apesar do eixo Números e Operações se destacar nos currículos do Ensino Fundamental, é comum encontrar alunos nas séries finais do Ensino Fundamental com um conhecimento insuficiente de seus elementos, com dificuldade em utilizá-los e sem ter desenvolvido uma ampla compreensão dos diferentes significados das operações ou o domínio de procedimentos algorítmicos formais. E asseguram que isso provavelmente acontece em função de uma abordagem de conteúdos inadequada.

Nesse sentido, os RCEFPB apresentam o quadro 1, com a distribuição de conteúdos e capacidades específicas de Matemática para o 7º ano referente ao bloco Números e Operações.

Quadro 1: Conteúdos e capacidades específicas de Matemática para o 7º ano

7º ANO	
NÚMEROS E OPERAÇÕES	
Conteúdos	**Capacidades Específicas**
Números Inteiros: Conceitos; Operações; Representações: fracionarias e decimal; Sequências. **Números Racionais**: Operação com decimais, frações e porcentagem. **Álgebra**: Relações e regularidades dos números; Uso de letras para representar um valor desconhecido; Expressões algébricas; Propriedades; Equação de 1º grau com uma incógnita; Inequação de 1º grau com uma incógnita.	-Identificar a localização de números inteiros na reta numérica; -Efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação e potenciação); -Resolver problemas com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação e potenciação); -Identificar padrões numéricos, observando suas regularidades; -Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões); -Identificar uma equação ou uma inequação do primeiro grau que expressa um problema; -Identificar frações como representação que pode estar associada a diferentes significados; -Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica; -Utilizar representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências numéricas; -Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples; -Resolver situações matemáticas com mais de uma resposta; -Desenvolver estratégias de cálculos; -Desenvolver o cálculo mental.

Fonte: PARAIBA (2010, p.144)

Considerando a Figura 3, algumas capacidades específicas ao ensino da Álgebra podem ser destacadas e sintetizadas como: observar regularidades e identificar padrões numéricos e a expressão algébrica que a representa; identificar equação ou inequação de primeiro grau que expressa um problema; construir procedimentos e calcular valor numérico de expressão algébrica; expressar generalizações e regularidades específicas por meio de representações algébricas.

2 A ÁLGEBRA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas pode ser compreendida como uma alternativa para minimizar os desafios do ensino da Álgebra a partir de uma perspectiva que contemple concepções e definições a respeito do tema. Desse modo, neste capítulo serão abordadas algumas considerações importantes voltadas ao ensino da Álgebra nos anos finais do ensino fundamental e perspectivas para o trabalho com a Resolução de Problemas.

2.1 O ENSINO DA ÁLGEBRA

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), o interesse legal em introduzir a Álgebra no ensino brasileiro ocorre com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799. Segundo a Carta, A Álgebra seria introduzida de forma independente, assim como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria, disciplinas que já faziam parte do ensino.

No início do século XIX a Álgebra foi introduzida pela primeira vez no ensino secundário brasileiro e, até meados do século XX a Álgebra ocupava grande espaço nos programas do ensino básico e secundário. Muitos educadores se movimentaram para recuperar o ensino da Geometria nessa época, o que contribuiu para que o espaço da Álgebra no currículo fosse se perdendo, fazendo-a retornar ao papel exercido anteriormente, conforme a citação abaixo:

> Mas se, por um lado, na proposta da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) a Geometria passa a dar sustentação à metodologia do ensino da Aritmética e da Álgebra, por outro lado, o próprio ensino de Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar – sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do algebrismo - o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório – descontextualizado e estático – necessário a resolução de problemas e equações (MIGUEL, FIORENTINI E MIRIOM, 1992, p.51).

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), nos últimos anos, começaram as articulações sobre a importância da Álgebra, e juntamente da Geometria e da Análise Infinitesimal, ela passar a constituir um dos grandes ramos da Matemática.

O especialista no desenvolvimento da Álgebra nas séries curriculares James Kaput (1999), descreve a Álgebra como algo que “envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais” (p.134).

A Álgebra é dividida em dois grupos: Álgebra antiga (elementar) – estuda as equações e métodos de resolvê-la; Álgebra moderna (abstrata) – estuda as estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos (BAUMGART, 1994). No entanto, como o foco de pesquisa do presente trabalho são os anos finais, apenas serão discutidos os desafios do ensino da Álgebra elementar.

Estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) buscam explicar a especificidade da Álgebra e o papel por ela desempenhado na história do pensamento humano. Nessa perspectiva, a partir de estudos referente ao desenvolvimento histórico da Álgebra, os autores destacam as seguintes concepções de Educação Algébrica que se manifestaram e repercutiram a partir de três momentos: antes, durante e depois do Movimento da Matemática Moderna e, que historicamente, vem exercendo maior influência no ensino de Matemática elementar:

a. Uma primeira concepção de Educação Algébrica é denominada linguístico-pragmática, que predominou durante o século XIX se estendendo até a metade do século XX. Nessa concepção, acredita-se que as técnicas adquiridas pelo transformismo algébrico[1] são necessárias e suficientes para que o aluno adquira a capacidade de resolver problemas.

b. A segunda concepção, que iria contrapor a concepção anterior, é denominada concepção fundamentalista-estrutural. Nela, a Álgebra tem como papel pedagógico fornecer fundamentos referentes aos vários campos da Matemática escolar. Além disso, nessa concepção acredita-se que introduzir propriedades estruturais das operações, que justifiquem cada passagem do transformismo algébrico, capacita o estudante a identificar e aplicar essas estruturas em diferentes contextos.

c. A concepção fundamentalista-analógica tenta sintetizar as duas concepções anteriores, por um lado, procura recuperar o valor instrumental da Álgebra e, por outro, preservar o caráter fundamentalista, isto é, utilizando modelos analógicos geométricos (blocos de madeira ou mesmo figuras geométricas) ou físicos (como a balança) que facilitam a visualização e justificação das passagens utilizadas no transformismo algébrico.

Em resumo, para a concepção linguístico-pragmática o foco do ensino da Álgebra é o domínio das técnicas de manipulação algébrica, mesmo que de forma mecânica, isto é, nem sempre há um significado na aprendizagem algébrica. Já a concepção fundamentalista-estrutural busca justificar e fundamentar os procedimentos algébricos por meio de propriedades estruturais. A terceira concepção, fundamentalista-analógica une as duas anteriores, porém ao

[1] "Processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes mediante o emprego de regras e propriedades válidas" (Fiorentini, Miorim e Miguel, 1993, p.83).

buscar justificar os procedimentos algébricos, ela opta pela utilização de elementos visuais que facilitam, de maneira concreta, a visualização.

Ao sintetizar as três concepções de Educação Algébrica, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) deixam claro que, em resumo, elas reduzem o pensamento algébrico à linguagem algébrica, isto é, se reduzem ao transformismo algébrico considerado pelos autores como um ponto negativo.

Como citado anteriormente, as concepções supracitadas manifestaram-se antes, durante e depois do Movimento da Matemática Moderna, porém desde a década de 1980 tem vindo a emergir uma outra visão de Álgebra. De acordo com Gomes (2013), essa visão é “direcionada à ultrapassagem da ideia de que a aprendizagem da álgebra se reduz à aprendizagem e à manipulação correta das regras de sua linguagem” (p. 39). Em outras palavras, essa concepção atribui destaque ao pensamento algébrico, sem a necessidade da existência do domínio das regras da linguagem algébrica.

Desse modo, diante de muitas discussões realizadas na perspectiva de uma nova visão, surge o interesse pela caracterização do pensamento algébrico.

2.2 O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Em seus estudos, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) ressaltam que o pensamento algébrico pode se manifestar não somente nos diferentes campos da Matemática, como também em outras áreas de conhecimento. Dessa forma, também existem diferentes formas de expressar o pensamento algébrico, seja pela linguagem natural, linguagem aritmética, linguagem geométrica ou por meio da criação de uma linguagem específica, isto é, por meio de uma linguagem algébrica de natureza estritamente simbólica.

Completando os estudos Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e comtemplando as orientações dos PCN e do RCEFPB, discutidas no capítulo anterior, o trabalho seguirá, especialmente, sob a luz de Ponte, Branco e Matos (2009); Van de Walle (2009); Kaput (1999); que consideram como o objetivo do ensino da Álgebra nos anos finais do ensino fundamental o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, que vai além da manipulação de símbolos.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009) o pensamento algébrico é algo amplo, que abrange muitas competências, tais como: lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações, funções, estruturas matemáticas, que podem ser usadas na interpretação e Resolução de Problemas matemáticos ou de outras áreas. Nessa perspectiva, os autores enfatizam que o trabalho com a Álgebra não se reduz ao simbolismo formal, pelo contrário, aprender Álgebra implica ter a habilidade de pensar algebricamente em diversas situações.

Sob o mesmo ponto de vista, Walle (2009) afirma que “o pensamento algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função” (p. 287). Segundo as definições do autor, o pensamento algébrico está presente em toda a Matemática e é fundamental para torná-la útil na vida cotidiana.

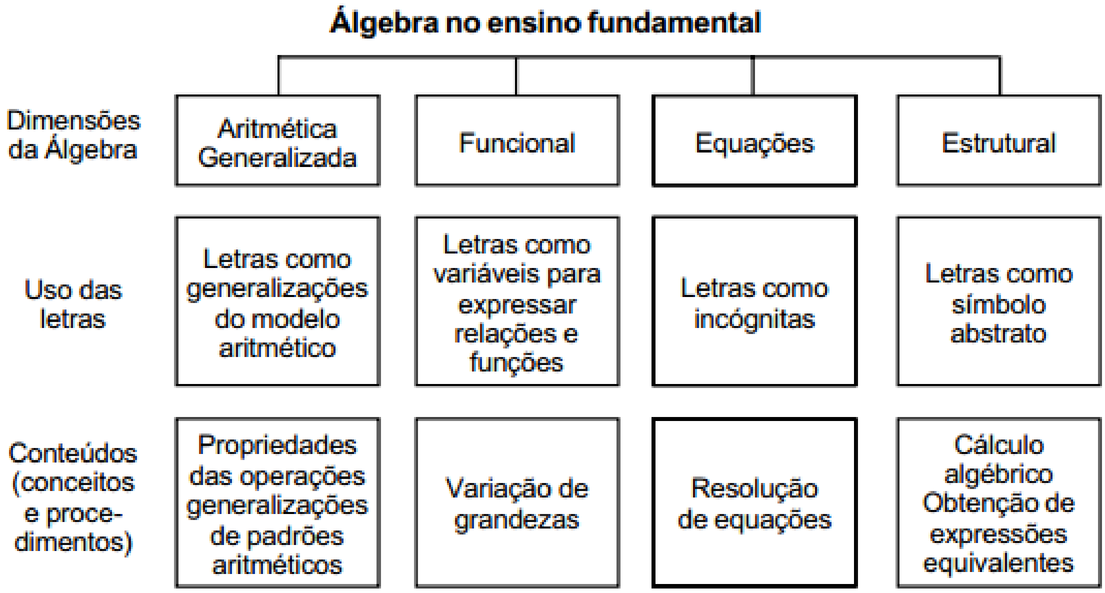
Para Kaput (1999), o pensamento algébrico é definido como algo que se revela quando, por meio de hipóteses e argumentos, são estabelecidas generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressados por meio de linguagens cada vez mais formais. Embora muitos pesquisadores tenham contribuído com as descrições do pensamento algébrico, Kaput (1999) o descreve de maneira mais completa, nas seguintes formas: “generalização da aritmética e de padrões em toda a Matemática; uso significativo de simbolismo; estudo da estrutura no sistema de numeração; estudo de padrões e funções; processo de modelagem Matemática, que integra as quatro anteriores” (p.135).

Walle (2009, p. 288) corrobora da descrição de Kaput assegurando que o pensamento algébrico é composto de diferentes formas de pensamento e compreensão do simbolismo.

Ponte, Branco e Matos (2009) destacam que o pensamento algébrico compreende três vertentes, sendo elas: representar, raciocinar e resolver problemas. A vertente “representar” aborda sobre a capacidade de o aluno usar diferentes sistemas de representação, percebendo que o mesmo símbolo pode assumir diferentes contextos. A vertente “raciocinar” trata do relacionar (em particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos) e o generalizar (estabelecendo relações válidas para certa classe de objetos). Tal como nos outros campos da Matemática, um aspecto importante do raciocínio algébrico é o de deduzir. Por fim, a vertente “resolver problemas e modelar situações” trata de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios.

Nesta perspectiva, Brasil (1998) assegura consensual afirmar que “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra" (p. 116). E apresenta um esquema (figura 5) como forma simplificada das diferentes interpretações da Álgebra escolar e as diferentes funções das letras.

Figura 3: Interpretações da Álgebra escolar e funções das letras



Fonte: (BRASIL, 1998, p.116)

Visando ampliar o entendimento a respeito das dimensões da Álgebra, será utilizado a seguir as concepções de Usiskin (1994). Para o autor, na concepção Álgebra como Aritmética Generalizada, é natural pensar as "variáveis" como generalizadoras de modelos, isto é, as ações importantes para o estudante da escola básica são as de traduzir e generalizar.

Exemplo:

Os números ímpares positivos podem ser representados por $2.n + 1$, onde n representa qualquer número inteiro positivo.

$$1 = 2.0 + 1$$
$$3 = 2.1 + 1$$
$$5 = 2.2 + 1$$
$$7 = 2.3 + 1$$
$$9 = 2.4 + 1$$

Dentro da dimensão de Álgebra Funcional, ela se ocupa de modelos e leis funcionais que descrevem ou representam as relações entre duas ou mais grandezas variáveis. Uma variável é um argumento (representa os valores do domínio de uma função) ou um parâmetro (número do qual dependem outros números).

Exemplo:

Área do Círculo

$$A = \pi r^2$$

Na dimensão de Álgebra como Equações, as variáveis são incógnitas ou constantes. A letra não aparece como algo que varia, mas como um valor a ser encontrado, dessa forma, nessa dimensão o aluno precisa ter habilidades para manejar matematicamente as equações até obter a solução.

Exemplo:

Resolver a equação abaixo:

$$2x + 4 = x + 6$$

$$2x - x = 6 - 4$$

$$x = 2$$

Na dimensão de Álgebra Estrutural, a concepção de variável não se trata de um modelo a ser generalizado, não atua como argumento ou parâmetro, nem como uma incógnita. A variável atua como um símbolo arbitrário.

Exemplo:

Fatorar a expressão abaixo:

$$ax + ay - bx - by$$

$$a(x + y) - b(x + y)$$

$$(a - b)(x + y)$$

Segundo Brasil (1998), normalmente os professores não desenvolvem todos esses aspectos no ensino fundamental, uma vez que geralmente dão ênfase primeiramente ao estudo do cálculo algébrico e das equações, na maioria das vezes sem conexão com problemas. Esse estudo é necessário, porém não é suficiente para a aprendizagem desses conteúdos. Acredita-se que um trabalho articulado com as quatro dimensões dispostas na figura 5, ao longo dos terceiros e quarto ciclos, apresenta papel fundamental para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos.

2.3 O ENSINO DA ÁLGEBRA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As origens da Álgebra estão ligadas a formalização e sistematização de certos métodos de Resolução de Problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Nesta perspectiva, compreende-se que inspirar-se em seu surgimento, buscando inseri-la no contexto da sala de aula via Resolução de Problemas é um caminho plausível para minimizar os desafios do ensino da Álgebra.

Walle (2009) considera a Resolução de Problemas como a melhor maneira de ensinar conceitos e procedimentos matemáticos. Com efeito, no ensino da Álgebra não é diferente, uma vez que é aplicável a diversas ações do cotidiano tornando-se indispensável à inserção em diferentes contextos.

Dante (2000) destaca em seus estudos que apresentar ao aluno situações-problema que o envolvam, desafiem e motivem a resolvê-los é uma excelente oportunidade para fazer o aluno pensar produtivamente.

No capítulo anterior, apresentamos alguns princípios propostos pelos PCN de Matemática para a Resolução de Problemas. A partir desses princípios resumidos pelos PCN percebe-se a necessidade em desfazer a tradição de se utilizar problemas como exercícios ao término de conteúdo, como técnica para aumentar a assimilação e avaliar a aprendizagem e é ressaltada a importância de considerá-la como ponto de partida para construir conceitos.

Nessa mesma perspectiva, Walle (2009) corrobora com os princípios mencionando pelos PCN enfatizando que a utilização da metodologia em que o ensino tradicional da Matemática voltado para a prática de técnicas, que objetivam incentivar o aluno a aplicá-las na Resolução de Problemas raramente funciona bem.

> Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema, ou problema-processo, é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução (DANTE, 2000, p. 43).

Como se sabe, um dos objetivos do ensino da Álgebra nos anos finais do ensino fundamental é possibilitar ao aluno a compreensão dos conceitos e torna-lo capaz de utilizá-los em outras situações. Nesse contexto, fica claro a importância da Resolução de Problemas no ensino da Álgebra, que por sua vez, com suas inúmeras potencialidades possibilita a aquisição desse objetivo.

Quando o ensino se dá pela Resolução de Problemas, o aluno é preparado para diversas situações fora dos muros da escola, ou seja, ele consegue relacionar a informação recebida com algo real. Em muitas situações do cotidiano a Álgebra aparece em forma de situação-problema, se na escola o aluno aprender o conteúdo de forma contextualizada com a solução de certos problemas, na vida cotidiana ele é capaz de traduzir um problema real para a linguagem algébrica.

Dante (2000, p.15) destaca que "[...] é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária".

Antes de aprofundar-se sobre a importância de ensinar Álgebra via Resolução de Problemas, é importante trazer uma explicação a respeito das diferentes abordagens da Resolução de Problemas no ambiente escolar. Para isso, será apresentado a seguir as três formas de conceber ou abordar a Resolução de Problemas, apresentadas por Schroeder e Lester (1989 *apud* Onuchic, 1999):

> - Ensinar sobre Resolução de Problemas: o professor que ensina sobre a resolução de problema procura ressaltar o modelo de Pólya ou alguma variação dele.
> - Ensinar a resolver problemas: concentra-se na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na solução de problemas rotineiros e não rotineiros. Embora a aquisição de conhecimento matemático seja importante, a proposta essencial para aprender Matemática é ser capaz de usá-la.
> - Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas: Tem-se a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar Matemática. O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. O ensino está centrado no aluno, que constrói os conceitos matemáticos durante a resolução de um problema, sendo depois formalizados pelo professor (p. 206-207).

As três formas de abordar a Resolução de problemas são de extrema importância. Entretanto, este trabalho assume a terceira concepção, em que a Resolução de Problemas é utilizada como um ponto de partida para a construção do conhecimento matemático. Essa concepção foi adotada por corroborarmos das ideias de Allevato e Onuchic (2009), que acreditam que essa terceira concepção abrange as duas outras. Nessa perspectiva, Allevato (2014) destaca "quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre Resolução de Problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da Resolução de Problemas" (p.215).

Nesse sentido, serão apresentadas as concepções de Walle (2009) e Allevato & Onuchic (2014) que apresentam em seus trabalhos, estruturas de aula para o trabalho via Resolução de Problemas. Também será apresentado o esquema de Pólya (1987), considerado o pai da Resolução de Problemas, que apresenta uma estrutura de como resolver determinado problema.

2.3.1 O ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ACORDO COM WALLE (2009)

O ensino via Resolução de Problemas não é uma tarefa fácil, nesse sentido, Walle (2009) destaca que é necessário haver um planejamento diário das atividades, sempre levando em consideração o contexto no qual o aluno está inserido, a compreensão atual dos alunos e as necessidades curriculares. O autor completa afirmando que uma tarefa é significativa quando ajuda os alunos a aprender as ideias que o professor quer que eles aprendam.

Walle (2009) propõe uma estrutura simples de três fases: antes, durante e depois, para o ensino via Resolução de Problemas (quadro 2).

Quadro 2: Fases de uma lição

Fase antes	Preparando os alunos
	- Verifique se o problema foi compreendido. - Ative os conhecimentos prévios úteis. - Estabeleça expectativas claras para os produtos.
Fase durante	Alunos trabalhando
	- Deixe os alunos construírem seu conhecimento. Evite antecipações desnecessárias. - Escute cuidadosamente. - Forneça sugestões adequadas. - Observe e avalie.

Fase depois	Alunos debatendo	
	- Encoraje a formação de uma Comunidade de Estudantes. - Escute/ Aceite soluções dos estudantes sem julgá-los. - Sintetize as principais ideias e identifique futuros problemas.	

Fonte: (WALLE, 2009, p. 62)

Em outras palavras, a fase "antes", destaca a importância de realizar uma revisão dos conhecimentos prévios necessários para a tarefa, como também, a importância de esclarecer sobre o problema e como acontecerá o proceder da tarefa, desde a organização dos indivíduos aos objetivos esperados. É necessário que esses pontos sejam considerados antes de passar para a próxima fase.

A fase "durante", destaca que quando os alunos estiverem trabalhando é importante que eles tenham espaço em sala de aula, que sejam ouvidos e que suas ideias sejam consideradas na resolução, de modo que se tornem sujeitos ativos na construção do conhecimento. Nessa fase, cabe ao professor mediar os estudantes, observando-os e avaliando-os, mas nunca transmitindo a informação.

Na fase "depois", os alunos ocupam o papel de uma comunidade de aprendizes, eles atuam ativamente, discutindo suas ideias, justificando os procedimentos utilizados e desafiando as várias soluções para o mesmo problema. Walle (2009) acredita que é nessa fase onde a maior parte da aprendizagem acontece, uma vez que este é o momento que eles refletem, de maneira individual e em grupo, sobre as ideias que eles criaram e investigaram.

2.3.1.1 Estratégias na Resolução de Problemas

Neste tópico, serão apresentadas as concepções de Walle (2009), no que diz respeito às estratégias utilizadas na Resolução de Problemas. Sabe-se que uma estratégia é um método utilizado para conseguir um objetivo; nesse sentido, vale salientar a existência de inúmeras estratégias na sala de aula, seja utilizada pelo professor, seja pelo aluno.

Walle (2009) caracteriza as estratégias para resolver problemas como métodos identificáveis de abordar uma tarefa na qual não dependem de um assunto específico. Nesse contexto, o autor apresenta objetivos de estratégias e seus processos e, ressalta que as estratégias desempenham uma parte em todas as fases – antes, durante e depois.

Em síntese, tais objetivos e processos descritos por Walle (2009), são apresentados a seguir:

A estratégia com o objetivo de "desenvolver habilidades de análise de problema" contribui para aperfeiçoar a habilidade do aluno em analisar um problema desconhecido, identificar a utilidade das informações do problema e expressar claramente seu objetivo.

A estratégia com o objetivo de "desenvolver e selecionar estratégia" auxilia o aluno na construção de estratégias para resolver problemas em diversos contextos e usá-las adequadamente.

A estratégia com o objetivo de "justificar as soluções" assume o papel de aprimorar a habilidade dos alunos em avaliar a validade das respostas.

A estratégia com o objetivo de "estender ou generalizar problemas" auxilia o aluno a ir além, isto é, utilizar os resultados de determinado problema em outras situações.

Como mencionado acima, o autor apresenta o processo adquirido a partir da utilização de estratégia com determinado objetivo, sem nomear a estratégia. Ao ressaltar a importância em desenvolver estratégias de resolução, o autor destaca que quando essas estratégias são desenvolvidas, é importante que elas sejam identificadas, destacadas e discutidas.

Nesse sentido, o autor categoriza seis estratégias como sendo as mais prováveis de ocorrer em tarefas de matemática e, as nomeia como: desenho/simulação/modelo, procurar padrão, construir tabela, experimentar forma simplificada do problema, experimentar e verificar, e lista organizada.

Quadro 3: Categorização de estratégias

Desenho/simulação/modelo	Consiste em possibilitar a visualização do problema e/ou estender o modelo para uma real interpretação.
Procurar padrão	Presente nas tarefas de resolução, sobretudo quando tratam do raciocínio algébrico e auxiliam o aluno na aprendizagem e domínio de fatos básicos.
Construir tabela	Consiste na organização de quadro para combinar a busca de padrões, sendo este um modo de resolver problemas ou construir novas ideias.

Experimentar forma simplificada do problema	Significa simplificar o problema, de forma que a ideia do problema mais simples facilite na resolução do problema original
Experimentar e verificar	Baseia-se na tentativa e descoberta, isto é, verificar se a tentativa fornece resposta correta ou errada.
Lista organizada	Essa estratégia envolve organizar sistematicamente os possíveis resultados.

Fonte: (WALLE, 2009)

O autor as nomeia e caracteriza dessa forma por acreditar na importância, tanto para o professor quanto para o aluno, de referenciá-las em na sala de aula. Para o aluno, é importante, pois fornece um meio útil para falar sobre seus métodos e, para o professor facilita no ato de fornecer dicas e sugestões.

2.3.2 O ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ACORDO COM ALLEVATO E ONUCHIC (2009)

Nessa mesma perspectiva, Allevato e Onuchic (2009) adotam em seus trabalhos a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática utilizando o termo “através da Resolução de Problemas”. Esta trata do problema como ponto de partida para a aprendizagem e considera que o conhecimento é construído através da Resolução de problemas. Isto é, a aprendizagem é realizada de modo colaborativo entre professor e aluno. Allevato e Onuchic (2009) esclarecem que esse termo “ensino-aprendizagem-avaliação” é utilizado de maneira composta, objetivando “expressar uma concepção em que ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento” (p. 11). As autoras completam que essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação, pois, a avaliação é feita de forma contínua no decorrer da Resolução do Problema.

Mesmo que não haja formas fixas para que essa metodologia seja colocada em prática, Allevato e Onuchic (2009) elaboram um roteiro contendo uma sequência de atividades para organizar o trabalho através da Resolução de Problemas.

> 1. Proposição do problema – Seleciona ou elabora um problema e denomina-se de problema gerador.
> 2. Leitura individual – Distribuir uma cópia impressa do problema para cada aluno e solicitar a leitura do mesmo.

> 3. Leitura em conjunto – Distribuir a turma em pequenos grupos e, solicitar uma nova leitura do problema.
> 4. Resolução do problema - A partir do momento em que o aluno entendeu o problema tenta a resolver, em grupo, permitindo assim a construção de conhecimento sobre o conteúdo que o professor planejou para aquela aula.
> 5. Observar e incentivar – Nesse momento, o professor muda de comunicador do conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador, incentivador da aprendizagem.
> 6. Registro das resoluções na lousa - Anotar os resultados obtidos pelos grupos quer sejam certo ou errado e aqueles feitos por diferentes caminhos.
> 7. Plenária – Assembleia com todos os alunos. Como todos trabalham sobre o problema dado, estão ansiosos quanto a seus resultados, dessa forma, participam.
> 8. Busca do consenso – Após discussões, e sanadas as dúvidas, o professor juntamente com os alunos tentam chegar a um consenso.
> 9. Formalização do conteúdo – Faz-se uma síntese daquilo que se objetivava "aprender" a partir do problema gerador. São colocadas as devidas definições, identificando propriedades, fazendo demonstrações, etc.
> 10. Proposição e resolução de novos problemas – Nesta etapa, após a formalização do conteúdo, propõem-se novos problemas para fixação de aprendizagem (p. 44-46).

Vale ressaltar que o roteiro de Allevato e Onuchic (2014), como também as fases de Walle (2009), não são um caminho único para se trabalhar com a Resolução de Problemas, contudo, são de extrema importância no ensino da Matemática, uma vez que a tarefa de desenvolver o ensino-aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas não é tão simples. Nesse sentido, a perspectiva dos autores pode servir aos professores de Matemática como orientações para trabalhar os conteúdos matemáticos via Resolução de Problemas de maneira adequada e, consequentemente, proporcionar um novo olhar para o trabalho com a referida metodologia.

2.3.3 COMO RESOLVER UM PROBLEMA?

Até agora, foram apresentadas a dinâmica de Walle (2009) e o roteiro de Allevato e Onuchic (2014) sobre como estruturar uma aula via Resolução de Problemas. No entanto, para complementar esse trabalho, serão apresentadas as fases descritas por Pólya (1887) em seu livro "A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático", sobre como resolver um problema.

Apesar do modelo de Pólya ser ressaltado na abordagem "Ensinar sobre Resolução de Problemas", apresentada por Schroeder e Lester (1989), citado anteriormente, pode-se mencionar que, a perspectiva de Pólya vai de encontro às perspectivas de Walle (2009) e, Allevato e Onuchic (2014). Uma vez que, o autor destaca "há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema" (PÓLYA, 1887, p. v) e complementa destacando que se o problema, mesmo que modesto, desafiar a curiosidade, quem o resolver, provará a tensão e em seguida, deleitará da glória da descoberta. Desse modo, tais concepções de problema conduzem a percepção de que a abordagem “Ensinar através da Resolução de Problema” também pode contemplar o modelo do autor.

As fases de Pólya (1887) são apresentadas como uma estratégia capaz de tracejar um caminho para a resolução de qualquer problema, elas são divididas em quatro fases: compreensão do problema; estabelecimento do plano; execução do plano; retrospecto; as quais serão descritas a seguir.

A primeira fase trata da compreensão do problema, ela é fundamental, pois para responder um problema é necessário compreender o que se pede. Muitos erros são cometidos pela falta de interpretação do problema tornando quase impossível responder com coerência uma pergunta mal compreendida. Nesta fase, o autor chama a atenção para três pontos a serem identificados considerados por ele as partes principais do problema: a incógnita, os dados e a condicionante. O aluno precisa considerar esses três pontos, atento e repetidamente e sob várias óticas.

Após ter compreendido o problema, o aluno tem a capacidade de passar para a segunda fase que é o estabelecimento de um plano. Para estabelecer um plano é necessário que o aluno tenha conhecimento prévio acerca dos conteúdos fundamentais para solucionar o problema. Havendo este conhecimento, é importante que ele busque assemelhar o problema a outros resolvidos anteriormente para que as ideias de como solucioná-lo possam surgir.

A terceira fase, a execução do plano, é a parte mais tranquila e também a parte essencial, pois é o momento da resolução. Se o plano foi feito corretamente, essa será a fase mais simples para o aluno e também para o professor. É importante que todos os passos sejam feitos com atenção para que o aluno esteja sempre se corrigindo, pois, os erros nos passos anteriores refletem nos passos seguintes. Tratando do cuidado em cada passo e sobre a percepção do erro, Pólya (1987, p. 09) complementa fazendo os seguintes questionamentos: “[...] pode o professor realçar a diferença entre “perceber” e “demonstrar”: É possível perceber claramente que o passo está certo? Mas pode também demonstrar que o passo está certo? ”. A partir destas indagações o aluno pode retomar e perceber se está seguindo o roteiro corretamente e se necessário, fazer as correções.

Por fim, tem-se o retrospecto, que é uma fase em que o aprendizado é consolidado. Muitas vezes o aluno por pressa ou desinteresse, ao resolver um problema acaba não dando mais atenção, perdendo assim a beleza do mesmo. Como afirma Pólya (1987 p. 10): “Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e examinando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas”.

Assim como citado anteriormente, ao referir-se as fases de Walle (2009) e Allevato e Onuchic (2014), as fases de Pólya também não é um caminho único para resolver um problema. Assim como afirma Dante (2000) ao tratar do esquema de Pólya, essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis, pois a resolução de um problema é algo mais complexa, que não se limita a solução como se fosse um algoritmo, porém essas etapas orientam o solucionador durante o processo.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos os procedimentos metodológicos de nosso trabalho caracterizado como uma pesquisa de intervenção de abordagem qualitativa.

Optou-se pela pesquisa de intervenção, uma vez que ela “faz a mediação entre a teoria e a prática, a partir do momento em que problematiza a realidade e propõe alternativas de ação que, pautadas no conhecimento teórico, possam transformar a realidade” (MIRANDA; RUFINO, 2007, p. 7).

Desse modo, adotou-se uma abordagem qualitativa. Esse tipo de abordagem tem forma descritiva, a fonte direta dos dados é o ambiente natural, tem como interesse maior o processo do que simplesmente o resultado, analisa os fatos de forma indutiva e o significado é de importância vital (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Discorreremos a seguir, todo o desenvolvimento da pesquisa, desde a caracterização dos sujeitos ao levantamento teórico e análise de dados.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA

A Escola Estadual de Ensino Fundamental X da presente pesquisa está situada na cidade de Cuité – PB. Foi criada no ano de 1942 e, desde então, oferecia o ensino primário, passando a se chamar primeira fase do 1º grau. Atualmente, a escola oferece os anos finais do ensino fundamental, sendo ela, a única escola estadual da cidade que oferece esse nível de escolaridade.

A escola conta com a participação de alguns especialistas de diversas áreas que realizam palestras no decorrer do ano letivo, tratando de assuntos relevantes para as famílias e para toda a comunidade escolar, principalmente com temas voltados para ética e cidadania, meio ambiente e saúde, tendo como também parceria com a UFCG/CES/CUITÉ a partir de projetos de extensão e vínculo para estágio.

A referida escola e a professora da turma, são respectivamente, o campo de estágio da graduação e supervisão da pesquisadora, o que facilitou na aquisição do consentimento para realização da intervenção.

Desse modo, foi selecionada uma turma de 7º ano, do turno vespertino, da referida escola, por esse ser o público alvo de nossa pesquisa. A turma é bem diversificada, composta por 28 alunos, sendo que 1 não estava presente no dia da pesquisa e, dos presentes, 4 alunos foram reprovados em anos anteriores e 2 alunas possuem necessidades educativas especiais, na qual também fazem acompanhamento com profissional especializado oferecido pela escola na sala de recursos. Ao tratar dos alunos nos resultados, adotaremos um código para preservar identidade dos mesmos.

3.2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

A pesquisa iniciou-se em janeiro de 2016 e dividiu-se em duas partes, sendo a primeira parte o levantamento teórico e a segunda parte, a aplicação da tarefa (Apêndice A) e análise dos dados. Para o levantamento teórico, inicialmente, foram analisados os PCN e os RECEF/PB com o intuito de analisar os objetivos destacados por esses documentos para o ensino da Álgebra nos anos finais e quais as orientações para o trabalho com a Resolução de Problemas.

A partir das orientações destes documentos, foram analisados diversos estudos realizados por alguns teóricos importantes para o trabalho com o pensamento algébrico e Resolução de Problemas, tais como Fiorentini; Miorim; Miguel (1993), Ponte, Branco e Matos (2009), Kaput (1999), Walle (2009), Onuchic (1999), Allevato e Onuchic (2009, 2014) dentre outros, objetivando juntar concepções que evidenciem a importância do ensino da Álgebra nos anos finais do ensino fundamental via Resolução de Problemas no alcance dos objetivos destacados nos documentos.

Em agosto de 2016, demos início a preparação do campo de realização da intervenção. No primeiro momento, foi realizada uma visita à escola com o objetivo de adquirir o consentimento para a realização de uma intervenção. Na ocasião, foram levantados dados relevantes sobre a escola e, assim, caracterizamos o local da pesquisa. Em seguida, houve o encaminhamento à professora de Matemática do 7.º ano de escolaridade, a qual foi receptiva e cedeu a turma para a realização da intervenção.

No segundo momento, foi realizada a intervenção, a qual teve a duração de duas horas/aula o equivalente à 1h30min. A intervenção foi desenvolvida a partir das orientações de Walle (2009) e, Allevato e Onuchic (2009) para o trabalho via Resolução de Problemas. De acordo com tais orientações, o problema deve ser o ponto de partida da aula. Desse modo, a aplicação da Tarefa Máquinas Programadas (Apêndice 1) teve como objetivo geral introduzir a

Álgebra via Resolução de Problemas. O critério utilizado na escolha desta tarefa foi o fato de oferecer a possibilidade de explorar diversos aspectos fundamentais para o ensino da Álgebra nos anos finais, tais como instigar a observação e generalização de padrões e, de modo geral, proporcionar ao aluno o primeiro contato, mesmo que de modo informal, com a Álgebra.

Para melhor visualização, sintetizamos as orientações dos autores, citadas no capítulo anterior, dividindo-as em três momentos, como mostra o quadro 4:

Quadro 4: Ações do professor para trabalhar com a Resolução de Problemas

	AÇÕES DO PROFESSOR	
Momentos	**Allevato e Onuchic (2009)**	**Walle (2009)**
1º	Propor problema Incentivar leitura individual Incentivar em conjunto	Explicar problema Ativar conhecimento prévio Estabelecer expectativas
2º	Propor resolução Observar e incentivar	Escutar os alunos Fornecer sugestões Observar e avaliar
3º	Registrar resoluções na lousa Formar plenária Buscar consenso Formalizar conteúdo Propor novos problemas	Ouvir e aceitar as soluções Sintetizar ideias Identificar futuros problemas Encorajar criação de comunidade de estudantes

Fonte: autoria própria

No 1º momento, propomos a tarefa distribuindo-a aos alunos. Os problemas desta tarefa são denominados por Allevato e Onuchic (2009) como “problema gerador”. As autoras definem que é atribuição deste visar à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento e complementam afirmando que “o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula” (p. 8).

Em seguida, mediamos a leitura individual da tarefa e depois propomos que os alunos se organizassem em duplas e realizassem uma nova leitura, só que em conjunto. No decorrer da leitura em conjunto, explicamos a tarefa, estabelecemos as expectativas e ativamos os conhecimentos prévios necessários para cada problema, tais como: expressões numéricas e operações com números inteiros e racionais.

No 2º momento, propomos a resolução dos problemas. Acompanhamos todas as duplas, buscando ouvir, observar, incentivar e avaliá-los continuamente. Nesse momento, buscamos questionar os alunos como uma forma de responder às suas questões, fazendo-os raciocinar e construir seus conhecimentos.

No 3º momento, após os alunos resolverem os problemas, iniciamos a discussão sobre os problemas trabalhados com todos os alunos participando. Foram levantados questionamentos a cada dupla sobre a estratégia utilizada na resolução do problema e registrando na lousa os possíveis resultados. Ao fim de cada problema, sintetizamos todas as ideias e entramos num consenso. A partir dos problemas resolvidos, formalizamos o conteúdo e propomos oralmente novos problemas.

Tendo finalizado a atividade, partimos para a análise dos dados. Como afirma Godoy (1995, p.58) “a pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ ou medir os eventos estudados, nem emprega instrumental estatístico na análise dos dados”. Nesse sentido, a análise será realizada a partir da observação dos rascunhos dos alunos, observando, sob a luz de Walle (2009) as estratégias utilizadas na resolução da tarefa.

4 TAREFA MÁQUINAS PROGRAMADAS: METODOLOGIA DE APLICAÇÃO E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO

Durante todo o percurso do presente trabalho, buscamos apresentar concepções de diversos teóricos que evidenciem a importância de abordar a Álgebra via Resolução de Problemas. Neste capítulo, confirmaremos as concepções apresentadas, analisando a utilização da metodologia "através da Resolução de Problemas" na aplicação da tarefa "Máquinas Programadas" (DANTE, 2002) e, de modo particular, analisaremos sob a luz de Walle (2009) as estratégias utilizadas pelos alunos do 7º ano da EEEF André Vidal de Negreiros em sua resolução.

4.1 A UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Como destacado no quadro 3 do capítulo anterior, a aplicação da tarefa seguiu sob as perspectivas de Walle (2009) e Allevato e Onuchic (2009). Nosso intuito nesse capítulo é trazer reflexões quanto as mesmas, a fim de analisar quais as contribuições da metodologia de ensino "através da Resolução de Problemas". Para tanto, analisaremos de forma separada, os três momentos da atividade, como divididos no quadro 3.

No primeiro momento da atividade, pudemos verificar a importância de conhecer o público alvo para selecionar o problema gerador. Consideramos que a tarefa Máquinas Programadas atraiu, de cara, a atenção dos alunos. Uma vez que, na atualidade, as pessoas, sobretudo os jovens, estão cada vez mais apegados a tecnologia, essa tarefa, que envolve tal aspecto, pôde despertar nos alunos o espírito investigativo.

Se pôde verificar o valor as duas leituras iniciais, sendo uma leitura individual e em seguida, incentivar a leitura em conjunto. Uma vez que, com somente uma leitura, muitos alunos, por ainda estarem dispersos não compreenderem os objetivos da atividade. No entanto, quando se é realizada uma leitura em conjunto, há uma ampliação do envolvimento do aluno com a tarefa.

O segundo momento, em que os alunos estavam trabalhando em grupo, um ponto importante que foi observado e que deve ser considerado, pois é de suma importância para o processo de ensino-aprendizagem é voltado aos questionamentos do aluno. Como afirmam Allevato e Onuchic (2009):

> Durante a resolução do problema há sempre oportunidade de se avaliar a compreensão dos alunos e saber se eles se apossaram dos conceitos importantes envolvidos no problema e, por meio de questionamentos levantados, o professor pode perceber seu crescimento matemático (ALLEVATO; OUNUCHIC, 2009, p.10).

Mais adiante, no tópico diferentes estratégias para resolver problemas, apresentamos um diálogo no qual confirma a afirmação das autoras. Com efeito, o professor ao assumir papel de mediador conduz essa construção. Consideramos muito gratificante presenciar o aluno construindo seu conhecimento por meio dos seus próprios questionamentos.

Por outro lado, esse ponto também pode ser considerado um momento delicado, em que o professor deve ter uma cuidadosa atenção sobre quanto dizer e quanto não dizer. Ao tratar desse cuidado, Walle (2009) sugere três tipos de informação que os professores devem fornecer, quando questionados.

i) Convenções matemáticas – uma definição ou nomenclatura. Um exemplo de uma convenção é representar "dois mais três dar cinco" da forma: 2 + 3 = 5, o autor justifica o fornecimento das convenções por acreditar que elas nunca serão desenvolvidas por pensamento reflexivo.

ii) Métodos alternativos – outro meio de se resolver o problema. Porém, há que se haver cautela, para que seja despertado no aluno uma reflexão quanto a sugestão dada, e não o faça sentir que sua ideia foi inferior, nem obrigado a adotar o método sugerido pelo professor.

iii) Esclarecimento dos métodos dos alunos – intervir de modo que o aluno interprete suas ideias de modo que, possam relacionar com outras. Ao mediar o esclarecimento das ideias dos alunos, o professor mantém o foco sobre o que ele pretende ensinar.

O terceiro momento, em que as ideias foram expostas e se entrou em um consenso, a interação que outrora era em duplas passou a ser em um conjunto maior. Conceituamos ricas contribuições, tanto para o professor, quanto para o aluno, extraídas neste momento. Uma vez que a partir da opinião de cada aluno, os demais podem aprender, pois muitas vezes a linguagem do colega, consegue ser mais clara para o aluno que a do professor e, ela penetra com mais facilidade em seu ideário.

Dado o exposto, fica evidente que cada fase tem sua determinada importância para o momento e, em sua totalidade, se completam proporcionando grandiosas contribuições no ensino da matemática.

4.2 DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE RESOLVER PROBLEMAS

Seguindo a perspectiva Walle (2009), analisaremos a seguir, as estratégias utilizadas por alunos do 7º ano na resolução da tarefa Máquinas Programadas.

Para começar essa reflexão, vamos observar inicialmente o problema 1 da tarefa:

Figura 4: Problema 1 da tarefa Máquinas Programadas

1. Carlos amanheceu com jeito de cientista e está muito ansioso para mostrar aos colegas o que inventou. Qual sua invenção? Uma máquina programada para dobrar números! Veja o desenho esquemático da máquina de Carlos:

Entra o 1, sai o 2
Entra o 2, sai o 4
Entra o 3, sai o 6
Entra o 3,5, sai o 7
Entra o 5, sai o 10

Participe da brincadeira de Carlos e responda:

a) Como expressar a ideia de Carlos de forma geral, ou seja, a saída de qualquer número da máquina?
b) E se entrasse o número 50, que número sairia?
c) E se entrasse o número -10, que número sairia?
d) Que número deve entrar para sair o 52?

Fonte: (Dante, 2002)

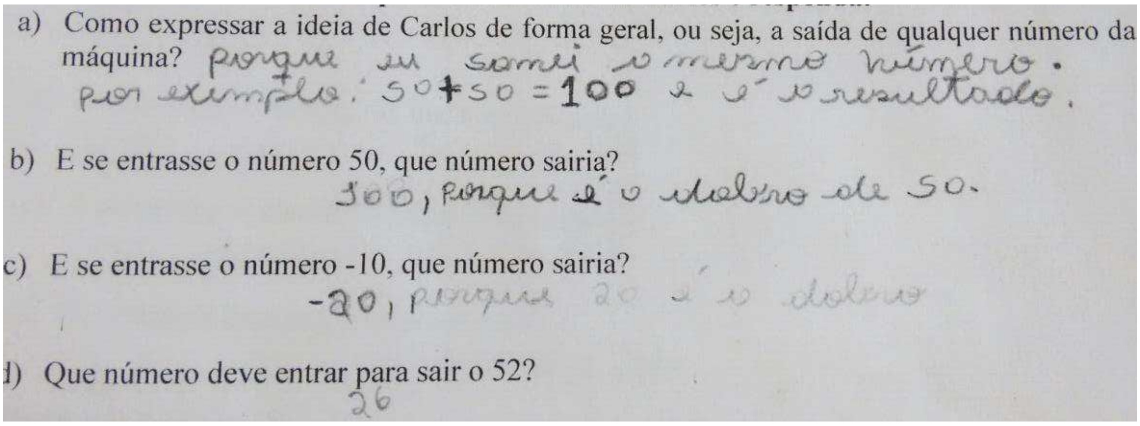
Provavelmente, se a tarefa tivesse sido aplicada num nível de escolaridade em que os alunos já dominassem o conteúdo de Álgebra, sobretudo, o conteúdo de funções, eles responderiam a letra (a) expressando a ideia de Carlos como uma função linear[2] $f(x) = 2x$, e rapidamente responderiam as letras seguintes.

Entretanto, como o intuito da intervenção foi abordar a Álgebra via Resolução de Problemas, as perspectivas inspiradoras da aplicação dessa metodologia têm como exigência o público alvo não ter o conhecimento do assunto, para que a partir da intervenção eles próprios construam os conceitos.

[2] Caso particular da função de primeiro grau $y= ax + b$, em que $b=0$.

Nesse sentido, vamos analisar as estratégias utilizadas nas respostas do problema 1, observando, os diferentes modos que eles utilizaram para expressar a ideia de Carlos e para responder as outras questões.

Figura 5: Resposta do problema 1 da aluna 1 (KLM)



a) Como expressar a ideia de Carlos de forma geral, ou seja, a saída de qualquer número da máquina? porque eu somei o mesmo número. por exemplo: 50+50=100 e é o resultado.

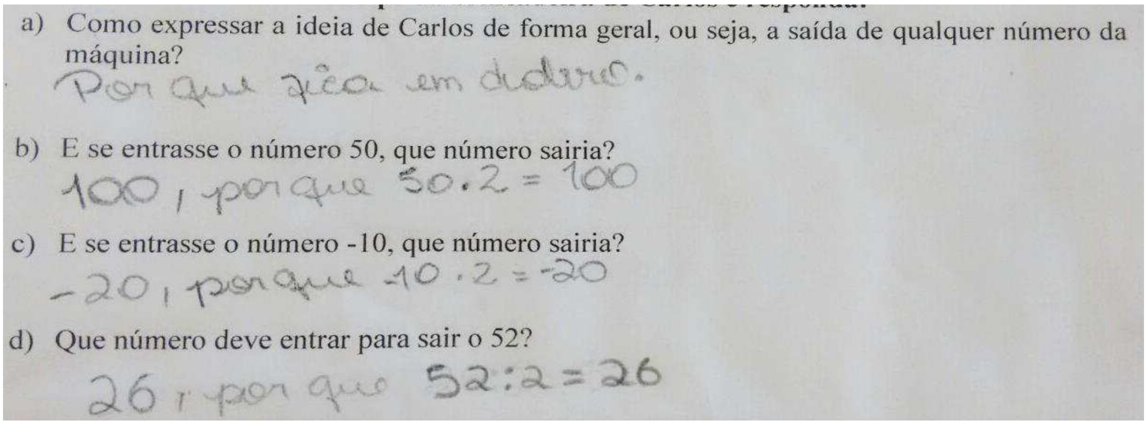
b) E se entrasse o número 50, que número sairia?
100, porque é o dobro de 50.

c) E se entrasse o número -10, que número sairia?
-20, porque 20 é o dobro

d) Que número deve entrar para sair o 52?
26

Fonte: Própria

Figura 6: Resposta do problema 1 da aluna 2 (MSP)



a) Como expressar a ideia de Carlos de forma geral, ou seja, a saída de qualquer número da máquina?
Por que fica em dobro.

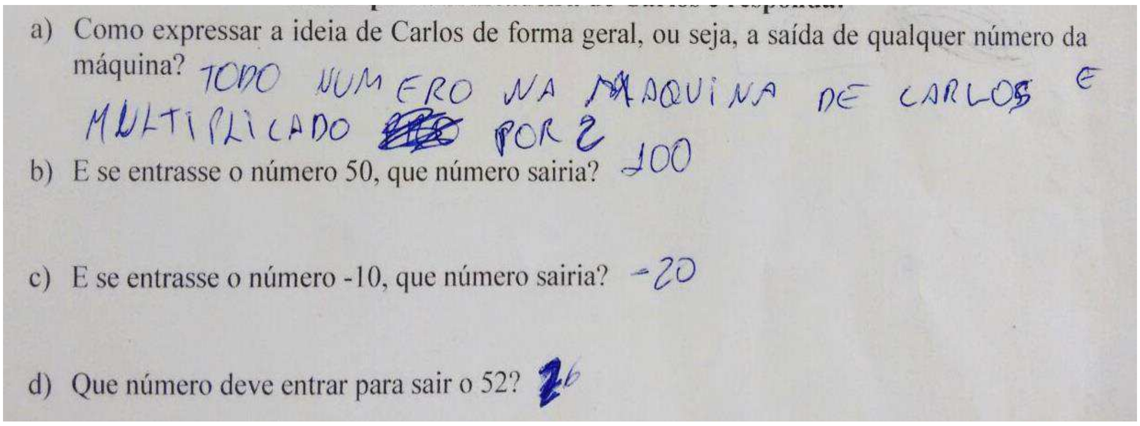
b) E se entrasse o número 50, que número sairia?
100, porque 50.2 = 100

c) E se entrasse o número -10, que número sairia?
-20, porque -10 . 2 = -20

d) Que número deve entrar para sair o 52?
26, por que 52:2 = 26

Fonte: Própria

Figura 7: Resposta do problema 1 da aluna 3 (PTR)



a) Como expressar a ideia de Carlos de forma geral, ou seja, a saída de qualquer número da máquina? TODO NUMERO NA MAQUINA DE CARLOS E MULTIPLICADO POR 2

b) E se entrasse o número 50, que número sairia? 100

c) E se entrasse o número -10, que número sairia? -20

d) Que número deve entrar para sair o 52? 26

Fonte: Própria

Observe que KLM não expressa a ideia de Carlos de forma geral, somente os casos particulares. Porém, na resolução dos casos particulares, implicitamente ela expressa a ideia de Carlos, quando utiliza a estratégia “Experimentar e Verificar” e percebe que somando o mesmo número da entrada, encontra o valor da saída. Em seguida, ela complementou essa ideia utilizando a ideia de dobro de um número.

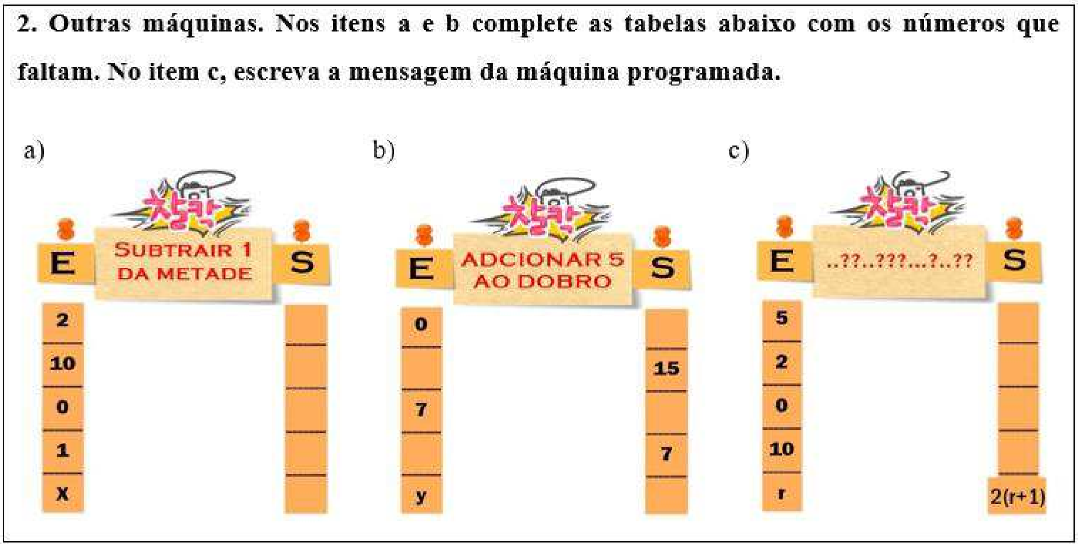
MSP por sua vez, utilizou da estratégia “lista organizada”, uma vez que ela considerou sistematicamente todos os resultados e encontrou o padrão, expressando que o número da saída é o dobro do número da entrada.

PTR, respondeu utilizando a estratégia “procurar padrão”, e expressou que todos os números da máquina de Carlos são multiplicados por 2.

Percebam que nos três casos apresentados os alunos expressaram a ideia na linguagem natural, atribuímos isso ao fato deles não terem ainda o domínio da linguagem algébrica. Nota-se que o conhecimento está sendo construído a partir do raciocínio de cada um e utilizando suas próprias estratégias.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, analisaremos agora o problema 2 da tarefa:

Figura 8: Problema 2 da tarefa Máquinas Programadas


2. Outras máquinas. Nos itens a e b complete as tabelas abaixo com os números que faltam. No item c, escreva a mensagem da máquina programada.

Fonte: (Dante, 2002)

Note que este problema parte de casos particulares e incentiva o aluno a encontrar o caso geral, isto é, o padrão. E, a letra (c) apresenta o padrão e pede os casos particulares. Porém, encontrar o padrão e generalizar não é uma tarefa fácil, sobretudo quando os alunos não têm em seu ideário o conceito formal da funcionalidade das letras. Tanto é, que de início, os alunos estranharam a presença das letras e levantaram questionamentos.

Observe abaixo o questionamento com a Dupla aluno 1 e aluno 2:

Aluno 1: **A metade de 2 é 1, 1 tira 1 fica 0** **A metade de 10 é 5; 5 tira 1 fica 4** **A metade de 0 não tem, tira 1 fica -1** **A metade de 1 é 0,5, tira 1 fica -0,5** **E aqui é o que? Significa o que isso aqui?** **X significa vezes?** Professora: **Vamos observar bem! Para você, o que significa esta letra?** Aluno 2: **O x é 10, pois representa os algarismos romanos** Professora: **Bem, neste caso estamos tratando dos algarismos numéricos, chamando de variável. Vamos observar melhor, nas outras máquinas também temos outras letras, como y e r** Aluno 1: **Então a metade do x é / (traço)?**

É importante que nesse momento haja uma atenção especial no que diz respeito a função das letras, para que eles não criem conceitos deformadas a respeito delas. Baseado nisto, a professora levanta outro questionamento:

Professora: **Imagine um número qualquer! A metade de qualquer número, é esse número dividido por quanto?** Aluno 1: **Por ele mesmo?** Professora: **Vamos imaginar o número 50, sua metade é 50 dividida por quanto?**

Aluno:

A metade é 25, então ele é dividido por 2

Professora:

E se for o número 20?

Aluno:

É 20 dividido por 2

Professora:

Pense X como um número qualquer, sua metade, é ele dividido por quanto?

Aluno:

Por 2!

Professora:

Exatamente!! Vamos agora ler a mensagem da máquina: SUBTRAIR 1 DA METADE.

Se o número da entrada é X, qual o valor que terei quando subtrair 1 da metade:

Aluno:

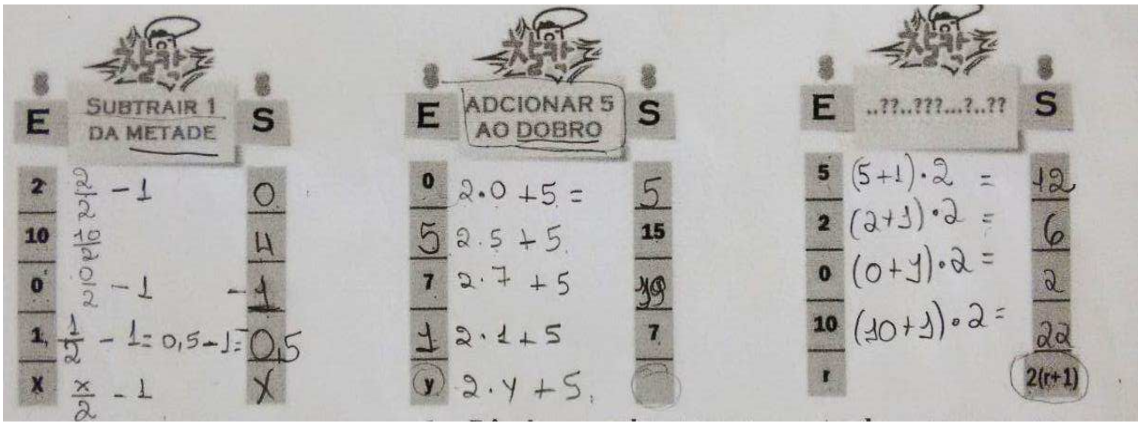
Se a metade de x é x dividido por 2, então o valor da saída vai ser a metade menos 1.

Professora:

Vamos agora representar isso matematicamente?

E o aluno representa, como podemos ver na figura abaixo:

Figura 9: Resposta do problema 1 do aluno 4 (LLGP)



Fonte: Própria

De acordo com o diálogo e observando a resolução do problema acima, note que, inicialmente o aluno utilizou inicialmente a estratégia “lista organizada”, porém, como pode observar no diálogo anterior, com essa estratégia ele não conseguiu de imediato, identificar o padrão da máquina. A professora interviu e, para tanto, utilizou das estratégias de Walle (2009) citadas no capítulo 2, ao tratar de estratégias e princípios, e objetivou “desenvolver habilidades de análise de problema e desenvolver e selecionar estratégia” para auxiliar o aluno na compreensão do problema e na construção de uma nova estratégia, foi então que o aluno compreendeu a essência e utilizou a estratégia “experimentar forma simplificada do problema”, em seguida respondeu o problema original.

Os questionamentos apresentados nos diálogos podem parecer insignificantes, mas é normal que o uso das letras cause essa repercussão, visto que eles talvez não tiveram o contato com expressões algébricas e não conhecem a funcionalidade das letras na Álgebra. Acreditamos que, se antes da tarefa eles já conhecessem as expressões algébricas, tantos questionamentos não seriam levantados. Porém, o fato de não haver questionamento sobre a função das letras, não garante que o aluno compreendeu sua funcionalidade, muitas vezes o aluno compreende, mesmo que de forma errônea e não ver a necessidade de questionar. Desse modo, o professor assume um papel importante na mediação do diálogo, pois a partir dos questionamentos dos alunos ele pode intervir na construção do conhecimento.

O problema 3, traz uma proposta desafiadora, com o objetivo de instigar a criatividade do aluno e avaliar a absorção do conhecimento nas questões anteriores.

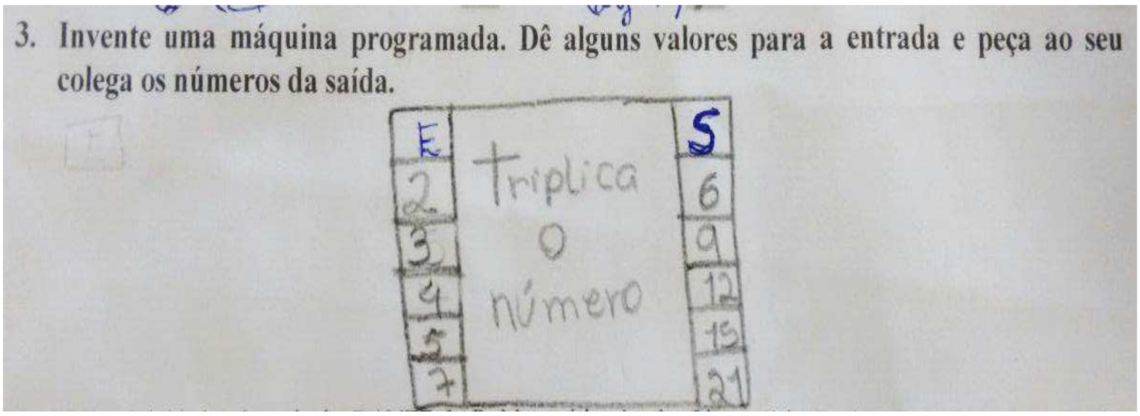
Figura 10: Problema 3 da tarefa Máquinas Programadas

3. Invente uma máquina programada. Dê alguns valores para a entrada e peça ao seu colega os números da saída.

Fonte: (Dante, 2002)

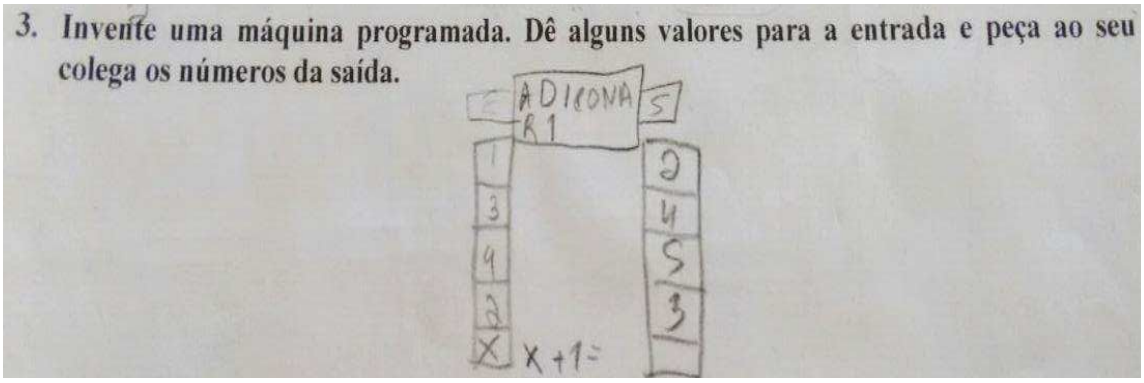
Observe a seguir as máquinas criadas pela dupla MSS e PHTB:

Figura 11: Máquina de MSS, resposta de PHTB



Fonte: Própria

Figura 12: Máquina de PHTB, resposta de MSS



Fonte: Própria

MSS cria a máquina que triplica e PHTB cria uma máquina que adiciona o número 1. Note que MSS não colocou uma variável nos valores da entrada, fato este que não estimulou PHTB a generalizar. Ao contrário da máquina de PHTB, que ele finaliza os valores da entrada utilizando a variável x, o que possibilitou a MSS generalizar a mensagem da máquina, que se apropriou da linguagem algébrica e expressou o termo geral da máquina.

Observando de maneira geral as estratégias utilizadas na resolução da tarefa, fica perceptível que, em ritmos diferentes, os alunos começaram a se apropriar dos conceitos algébricos. Dessa forma, podemos afirmar que os objetivos da tarefa foram alcançados.

Levando-se em consideração os aspectos mencionados, pôde-se exemplificar como a metodologia adotada permite ao professor mediar um ensino que valorize as competências individuais de cada aluno, tornando-o agente ativo na construção do conhecimento. E evidencia a Resolução de Problemas como abordagem didática no ensino da Álgebra em sala de aula, uma vez que, desperta o olhar do aluno para a essência do conteúdo, não somente a manipulação algébrica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa propôs-se promover reflexões acerca de como a metodologia “através da Resolução de Problemas” pode favorecer a construção dos conceitos iniciais de Álgebra nos anos finais. Pois, assim como afirmam os PCN, é por meio de situações-problemas, que o aluno conterá meios para reconhecer as diferentes funções da Álgebra, os elementos para representar problemas por meio de equações e compreenderá a sintaxe de uma equação (BRASIL, 1998).

Para tanto, é necessário que se haja uma atenção voltada para o trabalho via Resolução de Problemas, uma vez que suas potencialidades serão exploradas se houver um planejamento de sua utilização de maneira adequada.

Nesse sentido, consideramos que essa metodologia, cumpre seu papel no processo de ensino-aprendizagem, quando trabalhada segundo as orientações dos PCN, que indicam que ela deve: ser o ponto de partida; instigar a interpretação; proporcionar a resolução de outros problemas; estimular a criação de campo de conceitos; ser orientação para a aprendizagem.

Em concordância com as orientações dos PCN, consideramos que a metodologia “através da Resolução de Problemas”, proposta Schroeder e Lester (1989) adotada por Onuchic (1999), cuja qual consideram um problema gerador como o direcionador do processo de construção de conhecimento, seja a metodologia ideal para cumprir os objetivos do ensino da Álgebra nos anos finais. Uma vez que, nessa metodologia, o aluno é o centro do ensino, que durante a resolução ele constrói os conceitos e o professor por fim, formaliza. O que deve ser acontecido também no ensino da Álgebra, em que o aluno parte de casos particulares para generalizar e encontrar padrões.

Com efeito, se deve haver certa cautela na escolha do problema, considerando a ideia de que, o que é problema para um aluno, pode não ser para outro aluno. Desse modo, o problema gerador deve ser escolhido de acordo com o contexto no qual o aluno está inserido, de forma que seja um problema que estimule o aluno a tentar resolvê-lo. Além disso, o problema gerador deve ser útil ao desenvolvimento do conteúdo, isto é, ele deve conter aspectos fundamentais do conteúdo matemático que se quer trabalhar.

Desse modo, para alcançar os objetivos do ensino da Álgebra para os anos finais via da Resolução de Problemas, deve-se inicialmente, propor problema que estimule o pensamento algébrico do aluno, para que, a partir do problema gerador, o aluno possa criar campo de conceitos capaz de solucionar outros problemas.

Vale salientar que adotar a Metodologia “através da Resolução de Problemas” não significa que todos os alunos irão aprender de imediato, ou que todos os alunos irão aprender, é preciso levar em consideração que os alunos têm ritmos diferentes de aprendizado, porém, por meio de acompanhamento, essa metodologia permite ao professor observar as competências individuais de cada aluno, podendo auxiliá-lo sempre que necessário, e instigar as diferentes capacidades, de modo que possam superar suas limitações.

Assim, acreditamos que quando o ensino se dá via Resolução de Problemas, o aluno é preparado para diversas situações fora dos muros da escola, ou seja, ele consegue utilizar os conceitos construídos em outros contextos. Quando isso acontece, podemos considerar que o processo de ensino-aprendizagem foi efetivado.

A partir deste trabalho, esperamos poder contribuir com os educadores e pesquisadores, com reflexões da construção dos conceitos iniciais de Álgebra nos anos finais. Dessa forma, talvez se possibilite mais pesquisas quanto à abordagem da Álgebra via Resolução de Problemas, tanto nos anos finais, quanto nos anos subsequentes e aumente as possibilidades dessa prática. Permitindo assim, que os professores possibilitem aos alunos experiências em que eles possam aprender Álgebra enquanto resolvem problemas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. Boletim GEPEM, 55, 2009.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. et al. (Orgs.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

BAUMGART, J. K. Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra / John K. Baumgart: tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo, SP; atual, 1994.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação Qualitativa em Educação Matemática: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Ampliação do ensino fundamental para nove anos: 3º relatório do programa / Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

DANTE, L. R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. São Paulo: Ática, 2000.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. Pro-Posições, v. 4, n.1 (10), p. 78-91, 1993.

GODOY, A. S**.** Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas Possibilidades. Revista de Administração de Empresas São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63 mar. /abr. 1995.

GOMES, M. L. M. Álgebra e funções na educação básica / Maria Laura Magalhães Gomes. – Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

PARAÍBA. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática, Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural. / Governo do Estado da Paraíba. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. – João Pessoa: SEC/Graf, set, 2010.

KAPUT, J. J. Teaching and Learning a New Algebra with Understanding. Available at www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/da/da-textos/kaput_99algund.pdf., 1999.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? Pró-Posições, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MIRANDA, M. I.; RUFINO, C. S. As contribuições da pesquisa de intervenção para a prática pedagógica. Horizonte Científico, v. 1, p. 1-20, 2007.

ONUCHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 1999.

PÓLYA, G. (George), 1887 – A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático / G. Pólya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. _ 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: interciência, 1995.

PONTE, J. P.; BRANCO, N; MATOS, A. Álgebra no ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE A – INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS
EEEF ANDRÉ VIDAL DE NEGREIROS

ALUNO (a): ____

MÁQUINAS PROGRAMADAS[3]

1. Carlos amanheceu com jeito de cientista e está muito ansioso para mostrar aos colegas o que inventou. Qual sua invenção? Uma máquina programada para dobrar números! Veja o desenho esquemático da máquina de Carlos:

Entra o 1, sai o 2
Entra o 2, sai o 4
Entra o 3, sai o 6
Entra o 3,5, sai o 7
Entra o 5, sai o 10

Participe da brincadeira de Carlos e responda:

a) Como expressar a ideia de Carlos de forma geral, ou seja, a saída de qualquer número da máquina?

b) E se entrasse o número 50, que número sairia?

c) E se entrasse o número -10, que número sairia?

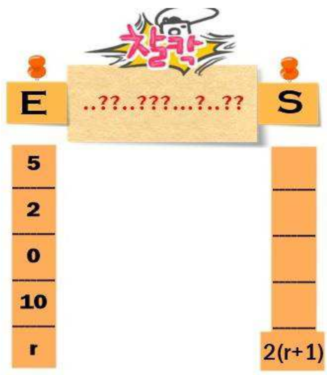
d) Que número deve entrar para sair o 52?

2. Outras máquinas. Nos itens a e b complete as tabelas abaixo com os números que faltam. No item c, escreva a mensagem da máquina programada.

a)

b)

c)



3. **Invente uma máquina programada. Dê alguns valores para a entrada e peça ao seu colega os números da saída.**

[3] Atividade adaptada de: DANTE, L. R. Matemática é tudo. Oitava série, Ensino Fundamental. São Paulo: Ática,2002, p. 158)