UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# TÉCNICAS DE SINTONIA DE CONTROLADORES INDUSTRIAIS

Alberto Willian Mascarenhas

Campina Grande - PB

## TÉCNICA DE SINTONIA DE CONTROLADORES INDUSTRIAIS

### Alberto Willian Mascarenhas

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em Cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre.

#### Antônio Marcus Nogueira Lima, Dr. Orientador

Péricles Rezende Barros, Ph.D. Orientador

> Campina Grande - PB Dezembro de 1993



M395t Mascarenhas, Alberto Willian Tecnica de sintonia de controladores industriais / Alberto Willian Mascarenhas. - Campina Grande, 1993. 149 f. Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia. 1. Controladores P, PI e PID 2. Sintonizador de Controladores Industriais - 3. Controladores Industriais 4. Dissertacao I. Lima, Antonio Marcus Nogueira, Dr. II. Barros, Pericles Rezende, Dr. III. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB)

# TÉCNICA DE SINTONIA DE CONTROLADORES INDUSTRIAIS

Alberto Willian Mascarenhas

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 21.12.93

ANTÔNIO MARCUS NOGUÉIRA LIMA, Dr., UFPB

Orientador

encles Kerende

PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFPB Orientador

JOSÉ MANDEL FERNANDÉS, Ph.D., UFU

Componente da Banca

2 Mit WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFPB

Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB DEZEMBRO - 1993

Aos meus pais Roberto e Lourdes, por seu amor e dedicação a mim e aos meus irmãos Paulo e Maninho;

iv

### AGRADECIMENTOS

Ao encerrar os trabalhos desta dissertação, devem ser registrados alguns agradecimentos especiais a todos os que de forma direta ou indireta, auxiliaram em sua execução.

Ao CNPq, por ter me concedido uma bolsa de estudo, sem a qual eu não teria condições de realizar este trabalho.

Aos professores Péricles Rezende Barros e Antônio Marcus Nogueira Lima, pela orientação, estimulo, apoio e confiança dedicada ao longo do mestrado.

Aos colegas do Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle, pelas contribuições e sugestões para melhorar este trabalho.

Aos Amigos Fábio e Fernando, por terem sido a minha família em Campina Grande.

#### **RESUMO**

Controladores industriais são em sua maioria dos tipos P, PI, PID e suas variações. Nas últimas décadas diversos métodos de sintonia apareceram na literatura. Como consequência diversos sistemas de sintonia baseados em computadores apareceram no mercado.

Neste trabalho, é desenvolvido um Sintonizador de Controladores Industriais -SiSCI - auxiliado por computador. O sistema é composto de rotinas que fazem: *i*) Simulação em malha aberta e fechada com o controlador; *ii*) Discretização e Identificação de plantas. A identificação é feita utilizando métodos gráficos e paramétricos; *iii*) Desenho em tela gráfica dos sinais resultantes de simulação; *iv*) Sintonia de controladores P, PI, PID. A sintonia é feita utilizando os seguintes métodos; Ziegler-Nichols no tempo e na frequência; Cancelamento de Pólos; Alocação de Pólos e Pólo Dominante.

Todas as rotinas implementadas são testadas e os resultados são mostrados através de gráficos e tabelas.

### ABSTRACT

The majority of industrial controllers around the world are of the types P, PI, PID and its variations. In this work are have developed a Computer Aided Industrial Controller Tuner. This system can used to perform the following function:

- Open and Closed loop simulation;
- System Identification using graphic and parametric methods;
- Plotting of al signals;

• Tuning of P, PI, PID controllers based on identification results using most commonly used methods.

Simulations results illustrate the capabilities of the system

# SUMÁRIO

	Pg.
RESUMO.	vi
ABSTRACT.	vii
SUMÁRIO.	viii
LISTA DE FIGURAS E TABELAS.	xii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - CONTROLADOR PID	6
1.1. Introdução	6
1.2. Algoritmos básicos do Controlador PID	6
1.2.1. Ação de controle proporcional	7
1.2.2. Ação de controle integral	8
1.2.3. Ação de controle proporcional-integral	9
1.2.4. Ação de controle proporcional-derivativo.	10
1.2.5. Ação de controle proporcional-integral-derivativo	11
1.2.5.1. Implementação na forma Paralela.	12
1.2.5.1. Implementação na forma Serial.	12
1.3. Forma modificada do algoritmo básico do controlador PID	14
1.4. "Windup" do termo Integral.	15
1.5. Forma discretizada do algoritmo básico do controlador PID.	17
1.5.1. Ação Proporcional.	17
1.5.2. Ação Integral.	18
1.5.3. Ação Derivativa.	18
1.6. Conclusão.	19

.

CAPÍTULO 2.0 - MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR NO DOMÍNIO DO	
TEMPO	20
2.1. Introdução	20
2.2. Determinação do modelo através de métodos gráficos	22
2.2.1. Sistemas com resposta monótona	22
2.2.1.1. Método da Reta 2.2.1.2. Método das Área	23
2.2.7.2. Miciouo das Area	.2.5
2.2.2. Sistemas com resposta oscilatoria	20
2.3. Determinação do modelo anaves de metodos parametricos	34 56
2.3.1. Metodo dos Minimos Quadrados.	33
2.3.2. Identificação de Sistemas	3.1
2.4. Determinação dos parametros do controlador para processos	20
modelados no dominio do tempo.	39
2.4.1. Metodo de Ziegler-Nichols ( no tempo )	39
2.4.2. Método de projeto por Cancelamento de Pólos	41
2.4.2.2. Cancelamento de dois Pólos.	41
2.4.3. Método de projeto por Alocação de Pólos	45
2.4.3.1. Controle PI para sistemas de primeira ordem	45
2.4.3.2. Controle PID para sistemas de segunda ordem	47
2.4.4. Método de projeto por Polo Dominante	50
2.4.4.1. Determinação dos parâmetros do controlador PI	
utilizando o método do Polo Dominante	52
2.4.4.2. Determinação dos parâmetros do controlador PD	
utilizando o método do Polo Dominante	55
2.4.4.3. Determinação dos parâmetros do controlador PID	
utilizando o método do Polo Dominante	55
2.4.4.3.1. Projeto do controlador PID a partir das	
especificações de três pólos	56
2.4.4.3.2. Projeto do controlador PID a partir dos	
parâmetros do controlador PI	57
2.5. Conclusão	59

T

a		
11111	177	170
DUIII	u	10

4

CAPÍTULO 3 - MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DOS	
PARAMETROS NA FREQUENCIA	60
3.1. Introdução	60
3.2. Resposta em Frequência	61
3.3. Determinação do Ponto Crítico através do método de Ziegler-	
Nichols	63
3.4. Determinação do Ponto Crítico através do método do Relé	65
3.4.1 Método das Harmônicas equilibradas ou método da função	
descritiva.	66
3.5. Determinação dos parâmetros do controlador usando o método de	
Ziegler-Nichols para processos modelados na frequência.	68
3.6. Conclusão.	70
CAPÍTULO 4 - DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE SINTONIA DE	
CONTROLADORES INDUSTRIAIS	71
4.1. Introdução	71
4.2. Implementação	71
4.3. Descrição Funcional	72
4.4. Interface com o Usuário	73
4.4.1. Arquivo.	74
4.4.2. Planta	75
4.4.3. Estimador	79
4.4.4. Controle	87
4.4.5. Excitação	91
4.4.6. Gráficos	93
4.4.7. Simulação	94
4.5. Conclusão	97
CADÍTULO 5 - TESTES E RESULTADOS	98
5.1. Introducão	98
5.2. Definição das Plantas	99
5.2. Discretização	100
5.4. Identificação	106
5.4.1 Método da Reta	106
5.4.2. Método das Áreas	107
5.4.2. Método do Sobro Sinol	109
5.4.5. Metodo do Sobre-Siliar	107

x

5.4.4. Método do Relé	109
5.4.5. Método dos Mínimos Quadrados	111
5.5. Cálculo dos parâmetros do controlador	121
5.5.1. Cálculo dos parâmetros do controlador através do Método	
de Ziegler-Nichols no tempo	121
5.5.2. Cálculo dos parâmetros do controlador através do Método	
de Ziegler-Nichols na frequência.	126
5.5.3. Cálculo dos parâmetros do controlador através do Método	
de Alocação de Pólos	133
5.5.4. Cálculo dos parâmetros do controlador através do Método	
de Cancelamento de Pólos	138
5.5.5. Cálculo dos parâmetros do controlador através do Método	
do Polo Dominante.	140
5.6. Conclusão	142
CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS.	144
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	147

xi

# Lista de Figuras e Tabelas

# Figuras

Figura 1.1 -	Diagrama esquemático do SiSCI.	4
Figura 1.1 -	Diagrama de blocos de um sistema com controlador e	
	realimentação simples.	7
Figura 1.2 -	Diagrama de blocos de um controlador integral.	9
Figura 1.3 -	Diagrama de blocos de um controlador proporcional-mais-	
	integral.	10
Figura 1.4 -	Diagrama de blocos de um controlador proporcional-mais-	*
	derivativo.	11
Figura 1.5 -	Diagrama de blocos de um controlador proporcional-mais-	
	integral-mais derivativo.	11
Figura 1.6 -	Diagrama de blocos de um controlador com esquema anti	
	windup.	16
Figura 1.7 -	Diagrama de blocos de um controlador com esquema anti	
	windup para casos onde não se tem acesso a saída do	
	atuador.	16
Figura 2.1 -	Resposta Monótona.	23
Figura 2.2 -	Determinação da constante de tempo e do atraso de um	
	sistema com resposta monótona	25
Figura 2.3 -	Determinação da constante de tempo e do atraso utilizando	
	o Método das Áreas	27
Figura 2.4 -	Determinação do período de oscilação e da amplitude do	
	primeiro undershoot.	28
Figura 2.5 -	Lugar das raizes de uma planta de segunda ordem, quando $\xi$	
	varia de zero até o infinito.	29
Figura 2.6 -	Comportamento da resposta transitória de uma sistema de	
	segunda ordem em função do fator de amortecimento.	30
Figura 2.7 -	Pontos de máximos e mínimos de uma resposta oscilatória.	31
Figura 2.8 -	Esquema de um processo com perturbação externa.	37
Figura 2.1.1 -	Determinação gráfica de a e L.	39
Figura 2.3.2 -	Diagrama de blocos de um processo em malha fechada com	
	realimentação unitária	51

i Sat

Figura 2.3.3 -	Configuração de pólos e zeros de grande parte dos sistemas	
	com realimentação simples.	52
Figura 3.1 1	Resposta de um sistema linear e estável a uma entrada	
	senoidal.	61
Figura 3.1.2 -	Curva de Nyquist	62
Figura 3.3.1a -	Resposta de um sistema estável - a curva de Nyquist não	
	envolve o ponto (-1,0)	63
Figura 3.3.1b -	Resposta de um sistema criticamente estável - a curva de	
	Nyquist passa sobre o ponto (-1,0)	64
Figura 3.3.1c -	Resposta de um sistema instável - a curva de Nyquist	
	envolve o ponto (-1,0).	64
Figura 3.4.1 -	Sintonia do controlador PID utilizando um relé.	65
Figura 3.4.2 -	Diagrama de blocos da malha Relé-Processo.	66
Figura 3.4.4 -	Saída do relé (onda quadrada) e saída do sistema	67
Figura 4.1 -	Fluxograma de acesso as principais funções SiSCI.	73
Figura 4.2 -	Tela mostrando como acesas as funções de Arquivo	74
Figura 4.3 -	Tela informando como definir uma planta discretizada.	76
Figura 4.4 -	Tela mostrando como definir uma planta discretizada a	
	partir de pólos contínuos	77
Figura 4.5 -	Tela mostrando como definir uma planta de segunda ordem	
	a partir da frequência	77
Figura 4.6 -	Tela mostrando como carregar e gravar plantas em arquivo.	78
Figura 4.7 -	Tela mostrando como utilizar o método da Reta.	79
Figura 4.8 -	Tela com os resultados de estimação utilizando o método da	
	Reta.	81
Figura 4.9 -	Tela apresentado os resultados de Estimação utilizando o	
	método das Áreas.	81
Figura 4.10 -	Tela do SiSCI apresentando resultado de estimação	
	utilizando o método do Sobre-Sinal.	83
Figura 4.11 -	Tela do SiSCI apresentando como realizar a entrada de	
	dados para a realização do método do Relé.	83
Figura 4.12 -	Tela do SiSCI apresentando resultado de estimação	
	utilizando o método do Relé	83
Figura 4.13 -	Tela do SiSCI apresentando como realizar a entrada de	
	dados para a realizar estimação através do método do	
	Mínimos Quadrados	85

10

xiii

Figura 4.14 -	Tela do SiSCI apresentando resultado de estimação	ur Natur aus
<b></b>	utilizando o metodo do dos Minimos Quadrados.	86
Figura 4.15 -	Tela do SiSCI apresentando como determinar os	
	parametros do controlador PID utilizando o método de	
	Ziegler-Nichols.	86
<b>Figura 4</b> .16 -	Tela do SiSCI apresentando como realizar a entrada de	
	dados no método de Alocação de Pólos.	88
Figura 4.17 -	Tela do SiSCI apresentando como determinar os	
	parâmetros do controlador PID utilizando o método de	
	Alocação de Pólos.	89
Figura 4.18 -	Tela do SiSCI apresentando como determinar os	
	paràmetros do controlador PID utilizando o método do	
	Cancelamento de Pólos.	90
Figura 4.19 -	Tela do SiSCI apresentando como definir o sinal de	
-	excitação.	92
Figura 4.20 -	Tela do SiSCI apresentando como fazer as definições dos	
÷	gráficos.	
Figura 4.21 -	Tela do SiSCI mostrando opções para apresentação dos	
U	sinais.	94
Figura 4.22 -	Tela do SiSCI apresentando como realizar Simulação em	
	malha aberta	95
Figura 4 23 -	Tela do SiSCI apresentando como definir a amplitude de	
119414 1.20	saturação do atuador no controlador simples	96
Figura 4 24 - 1	Tela do SiSCI apresentando como definir o controlador PID	
1 iguia 4.24 -	modificado	96
Figure 5 1	Sinal de caída planta 1 discretizada com período de	70
rigula 5.1 -	smail de salda planta 1, discretizada com periodo de	101
<b>F</b> igure <b>5</b> 0	Sinch de seide alerte 2 discretierde som noriede de	101
Figura 5.2 -	Sinal de saída planta 2, discretizada com periodo de	100
	amostragem 0.05, a uma excitação degrau.	102
Figura 5.3 -	Sinal de saida planta 3, discretizada com periodo de	
	amostragem 0.05, a uma excitação degrau.	103
Figura 5.4 -	Sinal de saída planta 4, discretizada com periodo de	
	amostragem 0.05, a uma excitação degrau.	104
Figura 55 -	Sinal de saida planta 5, discretizada com período de	
	amostragem 0.05, a uma excitação degrau.	105
Figura 5.6 -	Sinal de excitação Soma de senos.	111

xiv

Figura 5.7 -	Sinal de saída da planta 1 real e sinal de saída da planta 1	
	estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura	115
Elauro 5 9	5.0). Sincl do saída do planta 2 socia o sinci do paído do planta 2	112
rigula 5.8 -	Sinai de saída da planta 2 real e sinai de saída da planta 2	
	estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura	110
<b>F</b> : <b>f</b> 0	0.0). Similar acida da alemán 2 mailar di statu e (1. d. starte 2.	113
Figura 5.9 -	Sinai de saída da pianta 5 real e sinai de saída da pianta 5	
	estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura	
	5.0).	114
Figura 5.10 -	Sinal de saida da planta 4 real e sinal de saida da planta 4	
	estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura	
	5.6).	115
Figura 5.11 -	Sinal de saida da planta 5 real e sinal de saida da planta 2	
	estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura	
	5.6).	116
Figura 5.12 -	Sinal de excitação com frequência seis vezes maior que o	
	sinal da figura 5.6.	116
Figura 5.13 -	Sinal de saída da planta 5 real e sinal de saída da planta 5	
	estimada, utilizando como excitação 5.12 (estimada como	
	planta de terceira ordem).	117
Figura 5.14 -	Sinal de excitação quadrado, gerado pelo SiSCI.	118
Figura 5.15 -	Sinal de saída da planta 5 real e sinal de saída da planta 5	
	estimada, utilizado o mesma excitação (excitação da figura	
	5.14).	119
Figura 5.16 -	Sinal de saída da planta 5 real, sinal de saída da planta 5	
	estimada utilizando excitação soma de senos e sinal de saída	
	da planta 5 estimada com sinal de excitação quadrado.	120
Figura 5.17 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 1 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.	122
Figura 5.18 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.	123
Figura 5.19 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols	
	no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.	123

.

XV

Lista de figuras e tabelas

Figura 5.20 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.	124
Figura 5.21 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols	
	no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.	125
Figura 5.22 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 1 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	126
Figura 5.23 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	127
Figura 5.24 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	128
Figura 5.25 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 3 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	128
Figura 5.26 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
-	(Planta 3 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	129
Figura 5.27 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 4 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	130
Figura 5.28 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 4 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	130
Figura 5.29 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	131
Figura 5.30 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols	
	na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.	132
Figura 5.31 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 1 com controlador PI - Método de Alocação de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	133

xvi

Figura 5.32 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PI - Método de Alocação de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	134
Figura 5.33 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PID - Método de Alocação de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	135
Figura 5.34 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PI - Método de Alocação de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	136
Figura 5.35 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PID- Método de Alocação de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	137
Figura 5.36 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 2 com controlador PI - Método de Cancelamento de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	138
Figura 5.37 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PI - Método de Cancelamento de	
	Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.	139
Figura 5.38 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PI - Método do Polo	
	Dominante). Gráfico inferior: sinal de controle.	140
Figura 5.39 -	Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema	
	(Planta 5 com controlador PID - Método do Polo	
	Dominante - $\omega_0 = 1.0$ , 2.0 e 3.0). Gráfico inferior: sinal de	
	controle.	141

\_\_\_\_\_

xvii

L

# Tabelas

Tabela 3.1.1 -	Determinação do parâmetros do controlador PID em função	
	de a e L.	40
Tabela 3.5.1 -	Parâmetros do controlador PID dados em função ganho	
	limite e periodo de oscilação	68
Tabela 5.1 -	Parâmetros da planta 1 quando discretizada com periodos	
	de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos	100.
Tabela 5.2 -	Parâmetros da planta 2 quando discretizada com períodos	
	de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.	101
Tabela 5.3 -	Parâmetros da planta 3 quando discretizada com períodos	
	de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.	102
Tabela 5.4 -	Parâmetros da planta 4 quando discretizada com períodos	
	de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.	103
Tabela 5.5 -	Parâmetros da planta 5 quando discretizada com períodos	
	de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.	104
Tabela 5.6 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso .	
	da planta 1 quando utilizado o método da Reta.	106
Tabela 5.7 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 2 quando utilizado o método da Reta.	106
Tabela 5.8 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 4 quando utilizado o método da Reta.	107
Tabela 5.9 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 5 quando utilizado o método da Reta.	107
Tabela 5.10 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 1 quando utilizado o método das Áreas.	107
Tabela 5.11 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 2 quando utilizado o método das Áreas.	108
Tabela 5.12 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 4 quando utilizado o método das Areas.	108
Tabela 5.13 -	Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso	
	da planta 5 quando utilizado o método das Áreas.	108
Tabela 5.14 -	Resultados da estimação do Período limite e do Ganho	
	limite da planta 1, utilizando o método do Relé.	109
Tabela 5.15 -	Resultados da estimação do Período limite e do Ganho	
	limite da planta 2, utilizando o método do Relé.	110

# Lista de figuras e tabelas

Tabela 5.16 -	Resultados da estimação do Período limite e do Ganho	
	limite da planta 3, utilizando o método do Relé.	110
Tabela 5.17 -	Resultados da estimação do Período limite e do Ganho	
	limite da planta 4, utilizando o método do Relé.	110
Tabela 5.18 -	Resultados da estimação do Período limite e do Ganho	
	limite da planta 5, utilizando o método do Relé.	110
Tabela 5.19 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 1,	
	utilizando o método dos Mínimos Quadrados.	112
Tabela 5.20 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 1,	
	utilizando o método dos Mínimos Quadrados.(excitação	
	com período duas vezes maior - período = 600)	112
Tabela 5.21 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 2,	
	utilizando o método dos Mínimos Quadrados.	113
Tabela 5.22 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 3,	
	utilizando o método dos Mínimos Quadrados.	113
Tabela 5.23 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 4,	
	utilizando o método dos Mínimos Quadrados.	114
Tabela 5.24 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 5,	
	utilizando o método dos Mínimos Quadrados (estimada	
	como planta de segunda ordem).	115
Tabela 5.25 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 5	
	(estimada como planta de terceira ordem), utilizando o	
	método dos Mínimos Quadrados.	117
Tabela 5.26 -	Resultados da estimação dos parâmetros da planta 5	
	(estimada como planta de terceira ordem), utilizando o	
	método dos Mínimos Quadrados e excitação com onda	
	quadrada.	118
Tabela 5.27 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta I,	100
	utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.	122
Tabela 5.28 -	Parametros do controlador PI, projetados para planta 2,	100
	utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.	122
Tabela 5.29 -	Parametros do controlador PID, projetados para planta 2,	102
T 1 1 7 9 9	utilizando o metodo de Ziegier-Nichols no tempo.	123
Tabela 5.30 -	Parametros do controlador PI, projetados para planta 5,	104
	utilizando o metodo de Ziegler-Nichols no tempo.	124

xix

Lista de	figuras e tabelas	i

Tabela 5.31 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 5,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.	124
Tabela 5.32 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 1,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	126
Tabela 5.33 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	127
Tabela 5.34 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 2,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	127
Tabela 5.35 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 3,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	128
Tabela 5.36 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 3,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	129
Tabela 5.37 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 4,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	129
Tabela 5.38 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 4,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	130
Tabela 5.39 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	131
Tabela 5.40 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 5,	
	utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.	131
Tabela 5.41 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 1,	
	utilizando o método de Alocação de Pólos.	133
Tabela 5.42 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2,	
	utilizando o método de Alocação de Pólos.	134
Tabela 5.43 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 2,	
	utilizando o método de Alocação de Pólos.	134
Tabela 5.44 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5,	
	utilizando o método de Alocação de Pólos.	135
Tabela 5.45 -	Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 5,	
	utilizando o método de Alocação de Pólos.	136
Tabela 5.46 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2,	
	utilizando o método de Cancelamento de Pólos.	138
Tabela 5.47 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5,	
ಾಂಧಿಕಾಂಗ ಕನಗೊನ್ನೇನೆ ನಿ.ನಿ.	utilizando o método de Cancelamento de Pólos.	139
Tabela 5.48 -	Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5,	
	utilizando o método do Pólo Dominante.	140

.

XX

# INTRODUÇÃO

O controle automático tornou-se parte integrante e importante dos processos industriais e fabricas modernas. Os avanços na teoria e na prática de controle automático propiciam meios para conseguir melhoria na qualidade e diminuição do custo de produção (Ogata (1970)).

A idéia de usar computadores digitais no controle de processos nasceu nos anos cinqüenta. Com o desenvolvimento de computadores com maior capacidade de processamento, a aplicação de computadores no controle de processos cresceu consideravelmente. Nos últimos vinte anos o uso de computadores no controle de processos cresceu de centenas para milhões (Åström & Wittenmark (1990)). Hoje, os computadores são componentes essenciais na automação e controle de processos (Isermann (1981)).

Os controladores P, PI e PID são, de modo geral, os mais utilizados no controle de processos. Estes controladores se apresentam sob vários padrões e milhares são fabricados anualmente. A maioria dos instrumentistas e engenheiros de processo são familiarizados com a operação dos controladores PID. Os procedimentos práticos de instalação e utilização de controladores PID são bem estabelecidos. Por outro lado, constata-se que, mesmo tendo seu emprego bem difundido no ambiente industrial, os controladores PID são, de modo geral, sintonizados de maneira errônea. Algumas evidências deste problema no emprego de controladores industriais podem ser encontrados em (Åström & Wittenmark (1990)).

O emprego de microprocessadores na realização de controladores abre possibilidades para concepção de controladores sintonizáveis de forma automática. A sintonização é definida neste contexto como o procedimento de ajuste automático dos parâmetros do controlador que se realiza sem a intervenção do operador do processo. (Åström (1987))

Um método para sintonizar um controlador consiste em, primeiro, determinar o modelo de dinâmica do processo e, após isso, calcular os parâmetros do controlador usando algum método de projeto. Atualmente existem várias técnicas para se determinar as características do processo, muitos métodos para projetar controladores PID, e muitas formas de combinar tais técnicas para se obter sistemas de sintonia automática. (Åström & Hägglund (1988))

Embora a obtenção de um modelo simplificado para o processo possa diminuir o número de cálculos, os resultados obtidos da análise são válidos somente na faixa na da qual o modelo representa razoavelmente o sistema físico. Portanto, na obtenção do modelo busca-se estabelecer um compromisso entre a simplicidade do modelo e a precisão dos resultados da análise. Existem, na literatura métodos para obter modelos simples e métodos para obter modelos mais completos. Dentre os métodos simples citam-se: *i*) Domínio do tempo: Método da Tangente, Método das Áreas e Método do sobre Sinal para sistemas com respostas oscilatória (Åstrom (1987)); *ii*) Domínio da frequência: Método do Relé (Tsypkin (1958))(Åstrom et al. (1992)). Existem, ainda, os métodos paramétricos que, embora sejam mais complexos, não estão limitados um único sinal de excitação Ljung (1987), Åstrom (1990), Isermann (1981).

A sintonia do controlador é feita a partir do modelo do processo. Na literatura podem-se encontrar vários métodos para se determinar os parâmetros do controlador PID a partir de um modelo do processo. Em alguns métodos, como os métodos de Ziegler-Nichols no tempo e na frequência (Ziegler & Nichols (1942)), os parâmetros do controlador são calculados a partir de dois parâmetros, o atraso e a constante de tempo dominante para modelos no tempo e ganho máximo e frequência limite para modelos na frequência. Estes métodos oferecem a vantagem de serem métodos que exigem modelos simples, porém, não dão liberdade ao projetista de especificar a dinâmica de malha fechada para o sistema.

A escolha do método de projeto do controlador depende da descrição que se tem do processo. Quando se tem uma descrição mais completa do processo, que pode ter sido obtida através do Método dos Mínimos Quadrados, pode se optar por métodos como: Método de Cancelamento de Pólos, Método de Alocação de Pólos ou Método do Polo Dominante.

O Método de Cancelamento de Pólos consiste em cancelar os pólos indesejáveis do sistema a partir do produto da função de transferência do processo pela função de transferência do controlador. Neste método o projetista, não pode especificar completamente a dinâmica do processo em malha fechada pois a dinâmica do processo em malha fechada será determinada pelos pólos restantes, não modelados e não cancelados.

Para tentar especificar completamente a dinâmica de malha fechada, uma alternativa é o Método de Alocação de Pólos onde o projetista especifica a localização dos pólos do sistema em malha fechada. O número de pólos que se pode alocar depende da ordem do controlador, por exemplo, quando um controlador PID é utilizado pode-se alocar no máximo dois pólos.

Quando se tem um controlador de ordem inferior ao número de pólos do processo, o projeto é feito alocando somente os pólos que ditam as características do processo. O método de projeto que utiliza esta abordagem na determinação dos parâmetros do controlador é chamado Método do Polo Dominante. O desempenho de malha fechada obtido com este método depende do grau de dominância dos pólos.

#### Escopo do Trabalho.

Os processos e controladores apresentados neste trabalho são todos discretos. Todavia a teoria apresentada é baseada na abordagem contínua para sintonizar controladores. Isto é conseguido porque só o resultado da sintonia, os parâmetros do controlador, serão discretizados.

O Sistema para Sintonia de Controladores Industriais (SiSCI), desenvolvido neste trabalho, é composto de programas para modelagem de processos e sintonia de controladores PID, para aplicações em laboratórios de ensino de controle e na indústria. É, ainda, desenvolvida, neste trabalho, uma interface homem-máquina, através da qual o usuário poderá usufruir de todos os recursos disponíveis. Na figura 1.1 apresenta-se como será a interação projetista e o SiSCI

#### Introdução

A escolha, neste trabalho, dos métodos de modelagem de processo e sintonia dos controladores, foi feita levando-se em consideração eficiência e simplicidade.



Figura 1.1 - Diagrama esquemático do SiSCI.

#### Organização do Trabalho

No capítulo 1, apresenta-se o algoritmo do controlador PID e uma descrição das suas propriedades básicas. O fenômeno de "windup" é discutido e são apresentadas sugestões para resolve-lo. A discretização do controlador PID também é tratada neste capítulo.

No capítulo 2 são apresentados métodos para modelar a planta e técnicas para determinar os parâmetros do controlador no domínio do tempo.

A parte de modelagem é subdividida em métodos gráficos onde os parâmetros do sistema são obtidos a partir da resposta transitória a uma entrada degrau, e métodos paramétricos onde os parâmetros são obtidos através de um procedimento de estimação de parâmetros.

A determinação dos parâmetros do controlador é feita utilizando quatro métodos já citados neste trabalho: Ziegler-Nichols; Alocação de pólos, Cancelamento de pólos e Polo dominante.

No capítulo 3 apresenta-se a modelagem e determinação dos parâmetros do controlador na frequência.

Nesta abordagem a modelagem é feita apenas determinando-se o ponto onde a curva de Nyquist intercepta o eixo real negativo. Neste trabalho, para determinação deste ponto, é colocado um relé na malha fechada do processo e medindo a frequência de oscilação e amplitude da saída. A determinação dos parâmetros do controlador é feita utilizando uma tabela que fornece estes parâmetros em função do ponto da curva de Nyquist obtida na parte de modelagem

No capítulo 4 é feita uma descrição completa do Sistema para Sintonia de Controladores Industriais - SiSCI. É fornecido, ainda, uma manual de utilização do sistema, junto com explicações de como foram implementadas as suas rotinas.

No capítulo 5 são apresentados e discutidos resultados obtidos de testes feitos com SiSCI. Os testes são feitos nas rotinas de Discretização e Identificação de plantas; Excitação; Determinação dos parâmetros do controlador e Simulação em malha aberta e em malha fechada com o controlador. Sempre que necessário os resultados são acompanhados de gráficos para melhor interpretação dos resultados.

# CAPITULO 1

# CONTROLADOR PID

### 1.1. Introdução

Os controladores P, PI e PID são, de modo geral, utilizados numa grande variedade de sistemas de controle industriais. Estes controladores se apresentam sob vários padrões, e milhares são fabricados anualmente (Åström (1988)). Na fase inicial estes controladores eram pneumáticos e mais recentemente evoluiram para versões a válvulas, transistores, circuitos integrados e à base de microprocessadores.

Estes controladores tem funções importantes: Fornecem realimentação, tem a capacidade de eliminar o erro de regime permanente através da ação integral, podem ser antecipativos, através da ação derivativa, e podem, ainda, lidar com saturação no atuador.

Neste capítulo apresenta-se o algoritmo básico do controlador PID com uma descrição das suas propriedades, também é apresentado um algoritmo com algumas modificações na sua estrutura básica. Ainda sobre os controladores PID, é analisado o fenômeno "windup" e uma maneira de evitá-lo. Analisa-se também a técnica de discretização e obtém-se um algoritmo para implementação do controlador PID na forma discretizada.

#### 1.2Algoritmos básicos do Controlador PID

A seguir são mostrados as ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D), bem como, possíveis combinações como proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) e proporcional-integral-derivativo (PID).

### 1.2.1. Ação de controle proporcional

Considere o sistema de controle com realimentação unitária da figura 1.2. Para um controlador com ação de controle proporcional, a relação entre a saída do controlador u(t) e o sinal de erro atuante e(t) é:

$$u(t) = Ke(t) \quad . \tag{1.1}$$

ou em transformada de Laplace

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K$$
(1.2)

onde, K é denominado sensibilidade ou ganho proporcional.

No controlador proporcional a presença do erro é necessária, isto pode ser observado na equação 1.1. Se o erro for igual a zero a saída do controlador também o será. O diagrama de um sistema de controle que utiliza este tipo de controlador é mostrado na figura 1.2





onde: x é a saída do processo;

r é a referência;

l é o distúrbio;

n é o ruído de medição;

 $G_c$  é a função de transferência do controlador;

 $G_p$  é a função de transferência do processo.

Admitindo  $G_c = K$ , as seguintes equações são obtidas do diagrama de blocos.

$$y = x + n$$

$$x = K_p(u+l)$$

$$u = K(r-l)$$
(1.3)

Eliminando as variáveis intermediárias pode-se obter a seguinte relação entre a saída do processo x, a referência r, o distúrbio l e o ruído de medição n

$$x = \frac{KK_{p}}{1 + KK_{p}}(r - n) + \frac{K_{p}}{1 + KK_{p}}l$$
(1.4)

O produto  $KK_p$  é chamado ganho de malha. Pode-se observar que: O ganho de malha deve ser maior que um ( $KK_p >> 1$ ) para que a saída do sistema se aproxime da referência; A sensibilidade do sistema ao distúrbio l é inversamente proporcional ao ganho de malha; Observa-se, ainda, na equação 1.4 que altos ganhos de malha fazem o sistema ficar mais sensível ao ruído de medição. Deve-se chamar a atenção para o fato de que o sistema pode ficar instável para altos ganhos de malha.

#### 1.2.2. Ação de controle integral

Em um controlador com ação de controle integral, o valor da taxa de variação da saída do controlador u(t) é proporcional ao sinal erro atuante e(t). Isto é

$$\frac{du(t)}{dt} = K_{i} \mathbf{e}(t) \tag{1.5}$$

ou

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \tag{1.6}$$

9

onde Ki é uma constante ajustável. A função de transferência do controlador integral é

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$
(1.7)

Se o valor de e(t) é dobrado então u(t) varia duas vezes mais rápido. Para erro atuante nulo, o valor de u(t) permanece estacionário. É mostrado na figura (1.3) um diagrama de blocos deste tipo de controlador.



Figura 1.3 - Diagrama de blocos de um controlador integral.

### 1.2.3. Ação de controle proporcional-integral

A ação de controle de um controlador proporcional-integral é definida pela seguinte equação

$$u(t) = K \ e(t) + \frac{K}{T_{i}} \int_{0}^{t} e(t) dt$$
(1.8)

ou a função de transferência do controlador é

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$$
(1.9)

onde K e  $T_i$  são ajustáveis. É mostrado na figura 1.4 um diagrama de blocos de um controlador proporcional-integral.



Figura 1.4 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional-integral.

### 1.2.4. Ação de controle proporcional-derivativo.

A ação de controle de um controlador proporcional-derivativo é definida pela seguinte equação:

$$u(t) = Ke(t) + KT_d \frac{de(t)}{dt}$$
(1.10)

a função de transferência é

$$G_{c}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K(1 + T_{d} \ s)$$
(1.11)

tanto K como  $T_d$  são ajustáveis. É mostrado na figura 1.5 um diagrama de blocos de um controlador proporcional-derivativo.



Figura 1.5 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional-derivativo.

A ação de controle derivativa possui a vantagem de ser antecipativa, e a desvantagem de amplificar o sinal de ruído e causar o efeito de saturação do atuador.

### 1.2.5 Ação de controle proporcional-integral-derivativa

Neste caso a saída do controlador é a soma de três termos: o termo P (que é proporcional ao erro), o termo I (que é proporcional a integral do erro) e o termo D (que é proporcional a derivada do erro). A figura 1.6 mostra um diagrama de blocos de um controlador PID contínuo atuando num sinal de erro E(s)



Figura 1.6 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional-integral derivativo.

O controlador PID pode ser implementado de duas formas: forma paralela (figura 1.5) e forma serial.

#### 1.2.5.1 Implementação na forma paralela

O controlador mostrado na figura 1.6 está implementado na forma paralela onde a saída é igual à soma de três contribuições (proporcional, integral e derivativa).

A equação 1.8a fornece a equação do controlador PID na forma paralela.

$$u(t) = K[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(s)ds + T_d \frac{de(t)}{dt}]$$
(1.8a)

$$G_{c}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \left( 1 + \frac{1}{sT_{i}} + T_{d} \quad s \right)$$
(1.8b)

onde u é a variável de controle e e é o erro entre o valor da entrada r e o valor medido na saída y (e = r - y).

#### 1.2.5.2 Implementação na forma serial

O algoritmo do controlador PID pode, em alguns casos, ser substituído por um controlador na forma serial, como é mostrado na equação 1.9.

$$G_{c}(s) = K' \left( 1 + \frac{1}{S.T'_{i}} \right) \left( 1 + S.T'_{d} \right)$$
(1.9)

A relação entre os parâmetros do controlador PID na forma serial (eq. 1.9) e os parâmetros do controlador na forma paralela (eq. 1.8b) é obtida comparando estas duas equações.

$$K'\left(1+\frac{1}{S.T_{i}'}\right)\left(1+S.T_{d}'\right) = K\left(1+\frac{1}{S.T_{i}}+T_{d}.S\right)$$

Igualando os termos em s de ambos os lados da igualdade obtém-se.

$$T'.K.T_{i} = K'.T_{i}.(T_{i}' + T_{d}')$$
  
 $K = K' \frac{T_{i}' + T_{d}'}{T_{i}'}$ 
(1.10a)

Logo

Usando o mesmo procedimento de comparação no termo independente e no termo em  $s^2$ , chega-se as equações 1.11b e 1.11c

$$T_i = T_i + T_d \tag{1.10b}$$

$$T_d = K' \frac{T_d' \cdot T_i'}{T_i' + T_d'}$$
 (1.10c)

Não existe nenhuma restrição nas equações acima. A obtenção dos parâmetros do controlador na forma paralela a partir dos parâmetros do controlador na forma serial é sempre possível.

Isolando os parâmetros do controlador na forma serial obtém-se as equações 1.11a, 1.11b e 1.11c (Åström & Hügglund (1988)).

$$K' = \frac{K}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - 4.T_d/T_i} \right]$$
(1.11a)

$$T_{i}' = \frac{T_{i}}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - 4.T_{d}/T_{i}} \right]$$
(1.11b)

$$T'_{d} = \frac{T_{i}}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - 4 \cdot T_{d} / T_{i}} \right]$$
(1.11c)

Logo, a obtenção dos parâmetros do controlador na forma serial a partir dos parâmetros do controlador na forma paralela, só é possível se

$$T_i > 4. T_d,$$

Note, também, que  $T_i$  é igual a  $T_d$ , o que torna a forma serial mais fácil de ser sintonizada manualmente. No entanto, neste trabalho, será utilizada a forma paralela por ser uma forma mais geral.

#### 1.3 Forma modificada do algoritmo básico do controlador PID

Várias estruturas diferentes foram propostas, para o controlador PID (Persson (1992)). Algumas são meras reparametrização da estrutura da equação 1.8b. Todavia, algumas resultam de necessidades práticas. Para se obter uma ação mais eficiente, duas modificações são propostas (figura 1.7):

 i) A primeira modificação é feita aplicando a ação derivativa somente na saída do processo, evitando-se com isso que o termo derivativo varie muito com as variações bruscas da entrada;

ii)Se a frequência do ruído for muito elevada, o termo derivativo pode ser muito grande. Para evitar este inconveniente, é introduzida a segunda modificação, a saída D é passada por um filtro de primeira ordem, onde o ganho é limitado por um fator N. A lei de controle básica modificada é mostrado na equação 1.12a.

Capitulo 1 - Controlador PID



Figura 1.7 - Diagrama de blocos de um controlador PID modificado.

$$u = K[(\beta y_r - y) + \frac{1}{T_i} \int e dt - T_d \frac{dy_f}{dt}]$$
(1.12a)  
$$e = y_r - y$$
  
$$\frac{dy_f}{dt} = \frac{N}{Td}(y - y_f)$$
(1.12b)

Onde u,  $y \in y_r$  são a saída do controlador, saída do processo e a entrada. O fator  $\beta$  é introduzido para diminuir o overshoot sem afetar a resposta ao distúrbio. Este fator, quando menor que um, pode reduzir o overshoot no ponto onde temos uma sintonia ótima para a resposta ao distúrbio (Åström (1988)).

### 1.4 "Windup" do termo Integral.

Este fenômeno ocorre, de modo geral, quando o sinal de erro é muito elevado e o atuador para limita a faixa de operação. Nestes casos o atuador saturará limitando à saída do controlador. Quando isto acontece, a malha de realimentação fica sem efeito, porque nesta situação a saída do atuador, fica independente da saída do processo. Com esta limitação o sistema levará um tempo maior para zerar o erro entre a referência e a saída. Se um controlador com ação integral é utilizado, o erro será integrado durante o tempo em que a variável erro for diferente de zero. Isto fará com que o termo integral assuma valores elevados. Quando o erro troca de sinal, a saída do controlador será mantida com o
#### Capitulo 1 - Controlador PID

mesmo sinal e saturada até que, o termo integral somado as outras contribuições (proporcional ou proporcional mais derivativo) troque de sinal. Como consequência, a saída do sistema passará por um período transitório maior. Este fenômeno é denominado integral de "Windup".

Em ((Åström (1988) e Åström & Wittenmark (1990)) é dado uma caminho para se evitar o fenômeno de "Windup". A figura 1.8 mostra um esquema através do qual este fenômeno pode ser evitado.



Figura 1.8 - Diagrama de blocos de um controlador com esquema anti windup.

Ainda em ((Åström (1988) e Åström & Wittenmark (1990)) é mostrado uma variação do esquema da figura 1.9. Neste caso o atuador é substituído por um modelo matemático. Isto se fará necessário quando não se tem acesso à saída do atuador.



Figura 1.9 - Diagrama de blocos de um controlador com esquema anti windup para casos onde não se tem acesso a saída do atuador..

# 1.5 Forma discretizada do algoritmo básico do controlador PID.

Quando o controlador é implementado usando um microprocessador, a lei de controle na forma contínua tem que ser aproximada por um algoritmo discretizado. Em geral um algoritmo de controle linear pode ser descrito por diferentes equações. Alguns caminhos diferentes são apresentados a seguir.

### 1.5.1 Ação Proporcional.

O termo proporcional na forma contínua é:

$$P = K(b.r - y) \tag{1.13}$$

Este termo é implementado simplesmente substituindo as variáveis contínuas por suas versões amostradas. No caso da equação 1.13, a versão discretizada fica:

$$P(t_{k}) = K[b.r(t_{k}) - y(t_{k})]$$
(1.14)

Onde  $\{t_k\}$  indica os instantes amostrados isto é o instante onde o computador lê a entrada analógica

# 1.5.2. Ação Integral

O termo integral é dado por:

$$I(t) = \frac{K}{T_i} \int_0^t e(s) ds \tag{1.15}$$

Derivando os dois lados em relação a t, obtém-se:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{K}{T_i}e$$

Aproximando a derivada por uma diferença, obtém-se:

$$\frac{I(t_{k+1}) - I(t_k)}{h} = \frac{K}{T_i} e(t_k)$$
(1.16)

onde:

$$n = t_{k+1} - t_k$$

A equação 1.16 leva a seguinte equação recursiva para o temo integral.

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{K.h}{T_i} e(t_k)$$
(1.17)

### 1.5.3 Ação Derivativa.

A ação derivativa pode ser interpretada como um preditor da saída do processo, onde a predição é feita através da extrapolação do erro usando a tangente da curva do erro

Fazendo  $D = K.T_d.s.y_f$  e substituindo na equação 1.12b, obtém-se:

$$\frac{T_d}{N}\frac{dD}{dt} + D = K \cdot T_d \frac{dy}{dt}$$
(2.18)

Existem vários caminhos para se obter a versão discretizada da derivada. Neste trabalho é utilizada a aproximação **Tustin's** (Åström (1988)) (Isermann (1981)). A aproximação Tustin's é dada por:

$$D(t_k) = a_i \cdot D(t_{k-1}) + b_i \cdot [y(t_k) - y(t_{k-1})]$$
(1.19)

onde:

$$a_{i} = \frac{2.T_{d} - h.N}{2.T_{d} + h.N}$$
(1.20)

$$b_i = \frac{2.K.N.T_d}{2.T_d + h.N}$$
(1.21)

A discretização pode, ainda, ser feita, utilizando outros métodos como por exemplo: Forward, Backward (Franklin (1980)) (Kuo (1980))

#### 1.6. Conclusão

Foi apresentado neste capítulo uma introdução aos controladores PID. Iniciou-se fazendo um estudo das ações de controle proporcional, proporcional-integral e proporcional-derivativa. Após isto, foram mostrado os algoritmos básicos do controlador PID (serial e paralelo), estudando algumas variações destes algoritmos. Um algoritmo modificado foi obtido. Basicamente as modificações, na estrutura, foram feitas no sentido de melhorar a resposta a mudanças repentinas na referência e diminuir o efeito da integral de "Windup", efeito , também, explicado neste capítulo. Finalmente, foi mostrado como discretizar os parâmetros do controlador, fornecendo um algoritmo para implementação do controlador PID na forma discretizada.

# **CAPÍTULO 2**

# MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR NO DOMÍNIO DO TEMPO

### 2.1. Introdução

O modelo do sistema pode ter alguma descrição abstrata que contenha informações úteis e importantes para a caracterização do processo. Os modelos podem assumir formas muito diferentes. Dependendo do sistema particular, uma representação matemática pode ser mais conveniente do que outras representações. Por exemplo, em problemas de controle ótimo é quase sempre vantajoso usar um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem. Por outro lado, para análise da resposta transitória ou análise de resposta em frequência de sistemas de uma-entrada-uma-saída, representação através de função de transferência poderá ser mais conveniente do que qualquer outra (Ogata (1970)).

A descrição matemática das características dinâmicas de um sistema é denominado *modelo matemático*. O primeiro passo na análise de um sistema dinâmico é obter seu modelo. Deve-se sempre levar em conta que a obtenção de um modelo matemático razoável é parte mais importante de toda a análise.

Na obtenção de um modelo, deve-se estabelecer um compromisso entre a simplicidade do modelo e a precisão dos resultados da análise. Note que os resultados obtidos são válidos somente na extensão ao qual o modelo se aproxima de um dado sistema físico.

Neste capítulo serão apresentados dois tipos de abordagens para obtenção de um modelo: A primeira baseada na resposta transitória (obtenção de modelos simples); A segunda baseada na estimação de parâmetros do modelo. As representações são feitas através de função de transferência de sistemas com uma-entrada-uma-saída. A seguir é definido o conceito de função de transferência.

#### Função de Transferência

A função de transferência de um sistema linear invariante no tempo é definida como sendo a relação da transformada de Laplace da entrada (função excitação), considerando-se nulas todas as condições iniciais.

Considere o sistema linear invariante no tempo definido pela seguinte equação diferencial.

$$a_{0}^{(n)} y + a_{1}^{(n-1)} y + \dots + a_{n-1}^{(n-1)} y + a_{n}^{(m)} y = b_{0}^{(m)} x + b_{1}^{(m-1)} x + \dots + b_{m-1}^{(m-1)} x + b_{m}^{(m)} x$$
(2.1.1)

 $\operatorname{com}(n \ge m)$ 

onde y é a saída do sistema, x é a entrada, y é a derivada de ordem n de y e x é a derivada de ordem n de x. A função de transferência (G) deste sistema é obtida considerando-se as transformadas de Laplace de ambos os membros da equação 2.1.1, considerando-se que todas as condições iniciais são nulas, ou seja,

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

ou

$$G(s) = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i s^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i}$$
(2.1.2)

A função de transferência é uma expressão relacionando a saída e a entrada de um sistema linear invariável no tempo em termos dos parâmetros do sistema e é uma propriedade do próprio sistema, independente da entrada ou funções de excitação. A função de transferência, entretanto, não fornece qualquer informação relativa à estrutura física do sistema. (As funções de transferência de muitos sistemas físicos diferentes podem ser idênticas)(Ogata (1970)).

#### 2.1. Determinação do modelo através de métodos gráficos

As características típicas no domínio do tempo são ganho estático, constante de tempo dominante e atraso. Se o sistema é linear, causal e se não há erros, todas estas características podem ser determinadas da resposta do processo a uma entrada degrau. Contudo é difícil assegurar que o modelo obtido para o sistema seja causal e sempre haverá erros de medição, logo a utilização de métodos gráficos e da resposta no tempo é, na prática, limitada a modelos simples. Tais modelos são contudo suficiente quando se pretende utilizar um controlador PID (Åstrom (1988)).

#### 2.1.1 Sistemas com resposta monótona

Resposta monótona é aquela que tem resposta com derivada sempre de mesmo sentido. Na figura 2.1 é mostrado um exemplo de resposta monótona. Muitos processos industriais tem resposta monótona ao degrau (Åstrom (1988)). Um modelo simples para tal sistema é a função de transferência mostrada na equação 2.1.3, onde a constante de tempo T e o atraso L, dominantes, podem ser usados para obter um modelo de primeira ordem (Rake (1980)).

$$G(s) = \frac{K_p}{1+sT} e^{-sL}$$
(2.1.3)



Figura 2.1 - Resposta Monótona.

# 2.2.1.1 Método da Reta.

Se o sistema é de primeira ordem com constante de tempo T e atraso L, pode-se então mostrar que a reta que tangencia a curva de resposta ao degrau no ponto onde se tem a máxima inclinação, faz intersecção com a reta constante  $K_p$  no ponto t = L+T. Isto é mostrado a seguir.

A resposta ao degrau do sistema descrito pela eq. (2.1.3) é:

$$y(t) = K_p \left( 1 - e^{-\frac{1}{T}(t-L)} \right)$$
(2.1.4)

A derivada em relação ao tempo da equação 2.1.4 é dada pela equação 2.1.5:

$$y'(t) = \frac{K_p e^{\frac{L}{T}}}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$
(2.1.5)

Como o sistema é admitido causal, o máximo valor da derivada acima acontece no tempo t = L e tem valor igual a:

$$y'(L) = \frac{K_p}{T} \tag{2.1.6}$$

A equação da reta que passa pelo ponto (0, L) e tem a inclinação acima é:

$$y_r(t) = \frac{K_p}{T}(t - L)$$
(2.1.7)

A reta da equação 2.1.7 atingirá o valor  $K_p$  no tempo t igual T+L.

#### Determinação de L e T a partir do gráfico da resposta degrau.

A partir da resposta ao degrau, pode-se conseguir os parâmetros da equação 2.1.3, basta para isso que se trace uma reta no ponto onde se tem a máxima inclinação. Esta reta fará intersecção com a reta  $K_p$  no ponto T+L e com abcissa t no ponto L (figura 2.2).





Logo, se o sistema tiver uma resposta monótona, pode-se através do gráfico da resposta a uma entrada degrau, determinar sua constante de tempo dominante e seu atraso. Deve-se observar que o sinal de saída contém de modo geral ruído de medição e que uma pequena variação no ângulo da reta pode variar bastante a resposta obtida. Com base nisto pode-se concluir que a construção da figura 2.2 é sensível, porque a tangente da resposta ao degrau não é fácil de ser determinada com exatidão. Isto faz deste método um método aplicado apenas na obtenção de modelos simples. Um método alternativo, baseado no cálculo de áreas, é mostrado a seguir.

#### 2.2.1.2 Método das áreas

Este método pode ser utilizado na obtenção de modelos simples mais exatos, porque é baseado na determinação de áreas o que o torna menos sensível a perturbações de alta frequência. Considere que o sistema é de primeira ordem com constante de tempo T e atraso L. Pode-se então mostrar que a área  $A_0^{\cdot}$  na figura 2.3, contida entre a curva de resposta ao degrau e a reta constante K se relaciona com L e T através da equação 2.1.8.

$$A_{0} = K_{p}L + K_{p}\int_{t}^{\infty} e^{-\frac{t}{T}(t-L)}dt$$

$$A_{0} = K_{p}L + K_{p}(-T)e^{\frac{L}{T}}e^{-\frac{t}{T}}\Big|_{L}^{\infty}$$

$$A_{0} = K_{p}(L+T).$$
(2.1.8)

Isto é discutido em (Åström & Hägglund (1988)) (Nishikawa (1984)).

Pode-se mostrar também que a área  $A_1^{\cdot}$ , contida abaixo da curva de resposta ao degrau, relaciona com a constante de tempo do sistema através da equação 2.1.9.

Admitindo que a área em baixo da curva de zero até L seja igua a zero, então a área A<sub>1</sub> pode ser cálculada como segue:

$$A_{1} = K_{p} \int_{L}^{L+T} \left( 1 - e^{-\frac{1}{T}(t-L)} \right) dt$$

$$A_{1} = K_{p} T \Big|_{L}^{L+T} - K_{p} (-T) e^{\frac{L}{T}} e^{-\frac{t}{T}} \Big|_{L}^{L+T}$$

$$A_{1} = \frac{K_{p} \cdot T}{e^{1}}$$
(2.1.9)

O procedimento utilizado, na modelagem é o seguinte:

i) Determina-se  $K_p$  partir do valor de regime permanente.

ii) Cálcula-se a área  $A_0$ .

iii) Determina-se a soma da constante de tempo dominante do sistema e o atraso através da equação 2.1.8.

iv) Cálcula-se a área A<sub>1</sub>.

v) Determina-se a constante de tempo (T) através da equação 2.1.9.

vi) Determina-se o atraso (L) através da equação 2.1.8.



Figura 2.3 - Determinação da constante de tempo e do atraso utilizando o Método das Áreas

### 2.1.2 Sistemas com resposta oscilatória

Sistemas com respostas oscilatória, como a mostrada na figura 2.4, podem ser, aproximadamente, modelados usando a função de transferência da equação 2.1.13

$$G(s) = \frac{K_{p}\omega_{n}^{2}}{s^{2} + 2\omega_{n}\xi \cdot s + \omega_{n}^{2}}$$
(2.1.13)

Neste modelo existem três parâmetros: O ganho  $(K_p)$ , a frequência  $(\omega)$  e o fator de amortecimento ( $\xi$ ). Estes parâmetros podem ser determinados aproximadamente da resposta a uma entrada degrau, como é mostrado a seguir.

Primeiro determina-se o período de oscilação  $(T_p)$  e o undershoot (d). O período de oscilação é determinado calculando a distância entre dois máximos (ou a distância entre dois mínimos). O undershoot é dado pela diferença entre o valor de regime permanente  $(K_p)$  e o segundo máximo (veja figura 2.4.).



Figura 2.4 - Determinação do período de oscilação e da amplitude do primeiro undershoot.

A seguir é demostrado a relação do undershoot e do período de oscilação com a fator de amortecimento e a frequência.

Admita que o sistema seja alimentado com uma entrada r(t) e que a transformada de Laplace deste sinal seja dada por R(s)

A resposta no tempo, do sistema definido pela equação 3.1.13 é dada pela equação 2.1.14.

$$g(t) = \pounds^{-1} [R(s)G(s)]$$
(2.1.14)

Assumindo que a entrada é um degrau unitário. Então, a resposta no tempo (g(t)) é dada por:

$$g(t) = 1 + \frac{e^{-\xi \cdot w_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} sen\left[w_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t - tg^{-1}\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{-\xi}\right)\right]$$
(2.1.15)



Figura 2.5 - Lugar das raizes de  $s^2 + 2\xi . w_n s + w_n^2$ , quando  $\xi$  varia de zero até o infinito (com  $\omega_n$  constante).

Assumindo

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\theta = Tg\left(\frac{\sqrt{1-\xi^{2}}}{-\xi}\right) = sen^{-1}\left(\sqrt{1-\xi^{2}}\right)$$

Pode-se rescrever a equação 2.1.15 da seguinte forma.

$$g(t) = 1 + \frac{e^{-\xi \cdot w_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} sen(\omega_d t - \theta)$$
(2.1.16)

A figura 2.6 mostra várias curvas que representam a variação da saída de g(t) em função da variação de  $\xi$ .





O valor do overshoot aumenta na medida em que o  $\xi$  diminui, na figura 2.6 a curva 7 foi traçada com um  $\xi$  menor do que o da curva 5. Ainda na figura 2.6, a curva 1 foi plotada com  $\xi = 1$ .

Os pontos onde ocorrem os máximos podem ser determinados derivando a função dada na equação 2.1.16 e igualando o resultado a zero. Isto é feito a seguir.

31

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{e^{-\xi \cdot w_n \cdot t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} w_n \cdot sen(w_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t)$$
(2.1.17)

Igualando a equação 2.1.17 a zero obtém-se:

$$\frac{w_n}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi w_n \cdot t}.Sen\left(w_n\sqrt{1-\xi^2}\cdot t\right) = 0$$

Logo

$$\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t = N\pi$$

ou

$$t = \frac{N\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \tag{2.1.18}$$

Os valores dos máximos ocorrem para N = 1,3,5....n. Isto é mostrado na figura 2.7.





onde

$$K^* = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$$

Note que os máximos e os mínimos da resposta acontecem em intervalos periódicos.

Subtraindo-se o tempo onde ocorre o segundo máximo do tempo onde ocorre o primeiro máximo obtém-se a equação 2.1.19, que fornece o período de oscilação  $(T_p)$ 

$$T_{p} = \frac{2\pi}{\omega_{n}\sqrt{1-\xi^{2}}}$$
 (2.1.19)

Enfim, isolando  $\omega_n$  na equação 2.1.19 chega-se a equação que será utilizada neste trabalho para relacionar a frequência com o período de oscilação.

$$\omega_n = \frac{2.\pi}{T_p \sqrt{1-\xi^2}}$$
(2.1.20)

Será deduzida a seguir a equação que relaciona o amortecimento d com o fator de amortecimento  $\xi$ . Para isso basta calcular o valor de regime permanente K (para o degrau unitário K=1) e subtrair este valor do valor do primeiro undershoot.

A magnitude dos overshoot e dos undershoot podem ser obtidas substituindo a equação 2.1.19 na equação 2.1.16.

$$g(t)\Big|_{max.e.min} = 1 + (-1)^{N-1} e^{\frac{-N\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$
(2.1.21)

O valor do primeiro undershoot (d) mostrado na figura 2.5 pode ser calculado substituindo N=2 na equação 2.1.21

$$d = e^{\frac{-2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$
(2.1.22)

Aplicando o logaritmo nos dois lados da equação 2.1.22 obtém-se :

$$\ln d = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$
(2.1.23)

Isolando o ξ obtém-se a equação 2.1.23

$$\xi = \frac{\ln d}{\sqrt{\ln^2 d + 4\,\pi^2}} \tag{2.1.24}$$

Logo, se o sistema tiver uma resposta oscilatória, pode-se através do gráfico da resposta a uma entrada degrau, obter um modelo para o sistema usando a equação 2.1.13. Deve-se observar que nem sempre é fácil a determinação gráfica do amortecimento. A seguir é apresentado um método que fornece modelos para processos mais complexos.

### 2.3 Determinação do modelo através de métodos paramétricos

Se houver a necessidade de se descrever o processo mais detalhadamente, por exemplo, quando se deseja fazer um projeto completo de alocação ou cancelamento de pólos, deve-se optar por métodos que, embora sejam mais complexos, fornecem um modelo mais exato do processo. Este modelo pode ser conseguido através de uma função de transferência. A equação 2.2.1 mostra um modelo de função de transferência.

$$G_p(s) = \frac{b_1 + b_2 s + \dots + b_n s^{n-1}}{1 + a_1 s + \dots + a_n s^n}$$
(2.2.1)

Se os cálculos forem feitos usando um computador digital onde a entrada e saída são amostradas, é conveniente trabalhar com a função de transferência discretizada. A equação 2.2.2 mostra a versão discretizada da função de transferência da equação 2.2.1. A técnica para se obter  $G_p(z)$  é apresentada em Ogata (1982).

$$G_{p}(z) = \frac{\mathbf{b}_{1}z^{-1} + \dots + \mathbf{b}_{n}z^{-n}}{1 + \mathbf{a}_{1}z^{-1} + \dots + \mathbf{a}_{n}z^{-n}}$$
(2.2.2)

$$G_p(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

Assuma que um processo possa ser descrito por uma equação de diferença linear.

$$y(k) + a_1y(k-1) + ... + a_ny(k-n) = b_1u(k-d-1) + ... + b_nu(k-d-n)$$

Existem muitos métodos para se estimar os parâmetros do modelo discreto mostrado na equação (2.2.2). No presente trabalho é utilizado o método dos mínimos quadrados que é descrito a seguir.

Gauss formulou o principio dos mínimos quadrados no fim do século dezoito e usou para determinar as órbitas dos planetas (Åstrom (1990)). De acordo com este princípio parâmetros não conhecidos de modelos matemáticos devem ser escolhidos de tal forma que:

A soma do quadrado da diferença entre a observação atual e o valor calculado, multiplicado por um número que mede o grau de precisão seja mínima.

O problema dos Mínimos Quadrados, em geral, é determinar os parâmetros de tal forma que "a variável calculada"  $\hat{y}$  que é dada pelo modelo da equação (2.2.3).

$$\hat{y} = \theta_1 \cdot \phi_1(x) + \theta_2 \cdot \phi_2(x) + \dots + \theta_n \cdot \phi_n(x)$$
 (2.2.3)

Onde  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  são funções conhecidas e  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  são parâmetros desconhecidos, aproxime o máximo possível da variável medida  $y_1^{\cdot}$ . Assumindo que todas as medidas tenha a mesma precisão, o princípio dos mínimos quadrados diz que os parâmetros devem ser levados a assumir valores para os quais a função de custo da equação (2.2.4) seja minimizada.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$
 (2.2.4)

onde

$$e_i = y_i - \stackrel{\wedge}{y} = y_i - \theta_1. \varphi_1(x) + \theta_2. \varphi_2(x) + \dots + \theta_n. \varphi_n(x)$$

Para simplificar os cálculos, as seguintes notações vetoriais são introduzidas

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi^{T}(x_{1}) \\ \phi^{T}(x_{2}) \\ \phi^{T}(x_{3}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi^{T}(x_{n}) \end{bmatrix}$$

O problema dos mínimos quadrados pode agora ser formulado numa forma compacta. A função de custo J pode ser escrita como:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^{T} e = \frac{1}{2} ||e||^{2}$$

$$e = y - \hat{y}$$

$$\hat{y} = \Phi \theta$$
(2.2.5)

Determina o parâmetro  $\theta$  de tal forma a minimizar o erro quadrático.

onde

e

A solução para o problema dos mínimos quadrados é obtida quando a função de custo (2.2.4) é mínima para os parâmetros  $\hat{\theta}$  tal que

$$\Phi^{\mathrm{T}}\Phi\hat{\theta} = \Phi^{\mathrm{T}}y \tag{2.2.6}$$

Se a matriz  $\Phi^{T}\Phi$  é inversível, o mínimo é unicamente obtido dado por (Åstrom (1990))

$$\theta = \hat{\theta} = \left(\Phi^{\mathrm{T}}\Phi\right)^{-1}\Phi^{\mathrm{T}}y = \Phi^{*}y \qquad (2.2.7)$$

36

Observações:

A equação (2.2.6) é chamada equação normal.

A matriz  $\Phi^* = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$  é chamada pseudo inversa de  $\Phi$ , se a matriz  $\Phi^T \Phi$  é inversível.

#### 2.3.2 Identificação de Sistemas

O método dos mínimos quadrados pode ser usado para identificar parâmetros em sistemas dinâmicos. Assuma que o sistema seja descrito por (2.2.8)

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)$$
 (2.2.8)

Este modelo (2.23) utiliza o operador "q" ( $q^n = z^{-n}$ )e leva em consideração a presença de ruído de medição. Na figura (2.8) é apresentado o diagrama de blocos deste modelo.



Figura 2.8 - Esquema de um processo com perturbação exrterna.

onde **u** é a entrada, **y** é a saída e e é um ruído brando com  $C(q) = q^h$ . Além disso, Assuma que **A** e **B** são de ordem n e n-1 respectivamente. Assuma que uma seqüência de entradas  $\{u(1) \ u(2) \ u(3) \ . \ . \ u(n)\}$  foram aplicadas ao sistema e que a seqüência de saídas  $\{y(1) \ y(2) \ y(3) \ . \ . \ y(n)\}$  foram observadas. Os parâmetros desconhecidos são então.

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1 & \dots & \boldsymbol{a}_n & \boldsymbol{b}_1 & \dots & \boldsymbol{b}_n \end{bmatrix}$$

com

e

$$\phi^{T}(k+1) = [-y(k) \dots -y(k-n+1) u(k) \dots u(k-n+1)]$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi^{T}(n+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi^{T}(n) \end{bmatrix}$$

O estimador mínimos quadrados é então dado por (2.2.7) se a matriz  $\Phi^{T}\Phi$  é inversível. Este é o caso quando se tem um sinal suficientemente rico (Åstrom (1990)).

A seguir é apresentada uma rotina para identificação de modelo utilizando o método dos Mínimos Quadrados a partir dos sinais de entrada e saída.

%==		=====%
%	Saida(n) e Entrada(n) : Vetor de regressores	%
%	A' = Transposta de A	%
%	NPontos > Número de pontos	%
%	Ordem > Ordem do modelo	%
%==	Laço	=====%

for n=Ordem: NPontos,

 $fi= [-Saida(n-1) -Saida(n-2)... -Saida(n-Ordem) Entrada(n-1) \\ Entrada(n-2)... Entrada(n-Ordem)]'; \\ R= R + fi*fi'; \\ F= F + fi*Saida(n);$ 

end

%===== Inverte a Matriz R e Calcula o resultado=======%

Rinv = inv(R); RESULTADO = Rinv\*(F);

# 2.4 Determinação dos parâmetros do controlador para processos modelados no domínio do tempo

Serão apresentadas a seguir técnicas de sintonia de controladores PID que utilizam os modelos obtidos nos ítem 2.1 e 2.2

# 2.4.1 Método de Ziegler-Nichols ( no tempo )

O método de projeto apresentado por Ziegler-Nichols, para sistemas modelados no tempo, baseia-se na resposta do sistema em malha aberta para entrada degrau que é caracterizado por dois parâmetros (vide 2.1.1).

#### Procedimento de projeto

Primeiro determina-se o ponto onde a inclinação da resposta degrau tem máximo valor e depois desenha-se uma reta tangente à curva neste ponto. A intersecção entre esta reta do tempo fornece dois parâmetros a, L (veja figura 2.4.1).





Os parâmetros do controlador são dados em função destes dois parâmetros. A tabela 2.4.1 mostra esta relação.

CONTROLADOR	K	T <sub>i</sub>	T <sub>d</sub>
Р	1/a		
PI	0.9/a	3.L	
PID	1.2/a	2.L	L/2

Tabela 2.4.1 - Determinação dos parâmetros do controlador PID em função de a e L.

Os valores da tabela 2.3.1 foram obtidos através da análise de Nichols nos experimentos de Ziegler em vários processos (Takahashi (1970)). O critério para otimização e minimização foi a integral absoluta do erro,

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)| dt$$

desenvolvido para resposta do sistema a uma entrada degrau com estado inicial equilibrado e sem compensação.

# 2.4.2 Método de projeto por Cancelamento de Pólos

Admitindo que a função de transferência de elementos em cascata é o produto de suas funções de transferência individuais, é possível cancelar alguns pólos ou zeros indesejáveis colocando um controlador em cascata com seus pólos e zeros sendo ajustados para cancelar os pólos e zeros indesejáveis do sistema original (Ogata (1970)). A seguir é mostrado como isto é feito. A equação 2.4.1 e 2.4.2 são, respectivamente, o produto da função de transferência do controlador PI vezes a função de transferência do processo e o produto da função de transferência do controlador PID vezes a função de transferência do processo.

$$G_{R_{Pl}}(s)G_{P}(s) = \frac{k(1+sT_{i})}{sT_{i}}G_{P}(s)$$
(2.4.1)

$$G_{R_{pid}}(s)G_{P}(s) = \frac{k(1+sT_{i}+s^{2}T_{i}T_{d})}{sT_{i}}G_{P}(s)$$
(2.4.2)

#### 2.4.2.1 Cancelamento de um Polo

Um polo do processo pode ser cancelado por um controlador PI como o mostrado na equação 2.4.3. Para cancelar um polo indesejável do processo basta variar  $T_i$ , de forma a se ter um zero de mesmo valor do pólo do processo no controlador PI.

$$G_{R_{PI}} = \frac{k(1+sT_i)}{sT_i}$$
(2.4.3)

Mesmo que o cancelamento não seja exato, o sistema compensado possuirá melhores características de resposta.(Ogata (1970)).

Dois pólos do processo podem ser cancelados utilizando um controlador PID como o mostrado na equação 2.4.4. Para cancelar dois pólos indesejáveis do processo basta variar  $T_i$  e  $T_d$  de forma a se ter dois zero de mesmo valor ao dos pólos indesejáveis no controlador PID. Isto é mostrado a seguir.

Se o controlador PID está na forma Serial (equação 2.9),

$$G_{R_{pid}}(s) = \frac{k(1+sT'_i)(1+sT'_d)}{sT'_i}$$
(2.4.4)

pode-se fazer o cancelamento, simplesmente fazendo  $T_i \in T_d$  iguais as constantes de tempo do processo.

Se o controlador PID está na forma Paralela (equação 2.4.5), pode-se fazer o cancelamento como se segue.

$$G_{R_{pid}}(s) = \frac{k(1 + sT_i + s^2T_iT_d)}{sT_i}$$
(2.4.5)

O numerador desta equação tem zeros em (Persson (1992)) e (Åström (1987))

$$s = \frac{1}{2Td} \left[ -1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{T_d}{T_i}} \right]$$
(2.4.6)

Admitindo que  $P_1$  e  $P_2$  são os pólos do processo a serem cancelados, então:

$$P_{1} = \frac{1}{2T_{d}} \left( 1 + \sqrt{1 + 4\frac{T_{d}}{T_{i}}} \right)$$
$$P_{2} = \frac{1}{2T_{d}} \left( 1 - \sqrt{1 + 4\frac{T_{d}}{T_{i}}} \right)$$

Somando  $P_1$  com  $P_2$  obtém-se:

 $P_1 + P_2 = \frac{1}{T_d}$ 

ou

$$T_d = \frac{1}{P_1 + P_2} \tag{2.4.7}$$

Subtraindo P1 de P2, obtém-se:

$$P_1 - P_2 = \frac{\sqrt{1 + 4\frac{T_d}{T_i}}}{T_d}$$
(3.4.8)

Substituindo 2.4.7 em 2.4.8 obtém-se:

$$T_i = \frac{P_1 + P_2}{P_1 P_2} \tag{2.4.9}$$

Após o cancelamento do pólo indesejável ou dos pólos indesejáveis a função de transferência do produto controlador processo, fica:

$$G_R(s)G_P(s) \cong \frac{K}{sT_i\left(1 + \sum_n T_n s\right)}$$

Onde  $\Sigma T_n$  é o somatório das constantes de tempo do processo.

A equação característica em malha fechada fica:

$$s\left(1+\sum_{n}T_{n}s\right)+\frac{K}{T_{i}}=0$$

ou

$$s^{2} + \frac{s}{\sum_{n} T_{n}} + \frac{k}{T_{i} \sum_{n} T_{n}} = 0$$
(2.4.10)

Um sistema de controle desejado em muitos casos práticos, deve possuir um conjunto de pólos conjugados dominantes de malha fechada com um fator de amortecimento e uma frequência natural não amortecida. A determinação da parte significativa da configuração de pólos e zeros de malha fechada dominantes é baseada nas especificações que fornecem o desempenho desejado do sistema. Isso mostrado a seguir.

Comparando a equação 2.4.10 com a equação característica a seguir

 $s^2 + 2\zeta\omega + \omega^2 = 0$ 

Pode-se determinar o ganho k através da equação 2.4.11

$$k = \frac{T_i}{4\zeta^2 \sum_{n} T_n}$$
(2.4.11)

Deve-se observar que:

Se um polo indesejável do processo estiver no semiplano direito do plano s, este esquema de compensação não pode ser utilizado, já que, embora matematicamente seja possível cancelar o polo indesejável com um zero adicionado, fisicamente é impossível o cancelamento exato devido às imprecisões envolvidas na localização dos pólos e zeros. Um polo no semiplano direito do plano *s* não exatamente cancelado pelo zero do controlador, eventualmente redundará em uma operação instável, porque a resposta possuirá um termo exponencial que aumentará com o tempo.

O sistema de controle ideal não é aquele que possui uma função de transferência unitária. Fisicamente, este sistema de controle não pode ser construído, já que não se pode transferir energia instantaneamente da entrada para a saída. Além disso, já que o ruído está sempre presente de uma forma ou de outra, um sistema com uma função de transferência unitária não é desejável (Ogata (1970)).

# 2.4.3 Método de projeto por Alocação de Pólos

Este método de projeto consiste em colocar um bloco de controle na malha do sistema de tal forma que os pólos em malha fechada do sistema processo-controlador estejam localizados em posições especificadas pelo projetista. A posição dos pólos em malha fechada será especificada baseada no comportamento desejado para o sistema em malha fechada (Elgerd (1959)).

Se o processo é descrito por uma função de transferência de baixa ordem, um completo projeto de alocação de pólos pode ser feito (Wellstead (1979)). Vale lembrar que o controlador PID tem somente três parâmetros, logo pode alocar no máximo três pólos. A seguir é mostrado como isto é feito usando um controlador PI ou um PID.

#### 2.4.3.1 Controle PI para sistemas de primeira ordem.

Admita que o sistema possa ser descrito através do seguinte modelo de primeira ordem.

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + sT_1} \tag{2.4.12}$$

Este sistema tem somente dois parâmetros, o ganho  $K_p$  e a constante de tempo  $T_i$ . Se um controlador PI, como o mostrado a seguir, for utilizado para controlar o processo,

$$G_R(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{sT_i} \right]$$

um sistema de segunda ordem é obtido em malha fechada:

$$G_{C}(s) = \frac{G_{P}(s)G_{R}(s)}{1 + G_{P}(s)G_{R}(s)}$$

Os dois pólos de malha fechada podem ser obtidos arbitrariamente por uma escolha apropriada do ganho K e do tempo de integração ( $T_i$ ) do controlador. Isto é feito a seguir. Os pólos são dados pela equação característica, isto é, a equação

$$1 + G_P(s)G_R(s) = 0$$

ou ainda:

$$1 + \frac{K_P}{1 + sT_1} \frac{KT_i s + K}{sT_i} = 0$$
  
$$s^2 T_i T_1 + sT_i + sK_P K T_i + K_P K = 0$$
  
$$s^2 + s \left(\frac{1}{T_1} + \frac{K_P K}{T_1}\right) + \frac{K_P K}{T_i T_1} = 0$$

comparando a equação 2.4.13 com a equação 2.4.14)

$$s^2 + 2\zeta \omega s + \omega^2 = 0 \tag{2.4.14}$$

obtém-se:

$$\omega^2 = \frac{K_P K}{T_i T_1}$$
(2.4.15)

$$2\zeta\omega = \frac{1+K_PK}{T_1} \tag{2.4.16}$$

A partir das equações 2.4.15 e 2.4.16 pode se obter os parâmetros do controlador.

$$K = \frac{2\zeta\omega T_1 - 1}{K_2}$$
(2.4.17)

$$T_{i} = \frac{2\zeta\omega T_{1} - 1}{\omega^{2}T_{1}}$$
(2.4.18)

(2.4.13)

que a escolha da faixa de frequência ( $\omega$ ) seja maior que  $1/(2 T_1 \zeta)$ . Conclui-se também que, se  $\omega$  é muito grande o tempo de integração  $T_i$  é dado por

$$T_i = \frac{2\zeta}{\omega} \tag{2.4.19}$$

isto é, o tempo de integração independe da dinâmica do processo. Não existe um limite (superior) formal para a faixa de frequência. Entretanto um modelo simplificado como da equação 2.4.12, não será mantido para grandes frequências. O limite superior para a frequência será, então, determinado pela validade do modelo.

#### 2.4.3.2 Controlador PID para sistemas de segunda ordem

Admita que o processo seja caracterizado pelo modelo de segunda ordem

$$G_{P}(s) = \frac{K_{P}}{(1+sT_{1})(1+sT_{2})}$$
(2.4.20)

Este modelo tem três parâmetros. Utilizando um controlador PID, que também tem três parâmetros, é possível alocar os três pólos do sistema em malha fechada. A função do controlador PID pode ser escrita como

$$G_R(s) = \frac{K(1 + sT_i + s^2T_iT_d)}{sT_i}$$
(2.4.21)

A equação característica do sistema em malha fechada fica.

$$s^{3} + s^{2} \left[ \frac{1}{T_{1}} + \frac{1}{T_{2}} + \frac{K_{P}KT_{d}}{T_{1}T_{2}} \right] + s \left[ \frac{1}{T_{1}T_{2}} + \frac{K_{P}K}{T_{1}T_{2}} \right] + \frac{K_{P}K}{T_{i}T_{1}T_{2}} = 0$$
(2.4.22)

Uma equação característica para o sistema em malha fechada pode ser dada pela equação de terceira ordem a seguir:(Åström (1988)) (Persson (1992)).

$$(s + \alpha \omega)(s^{2} + 2\omega\zeta s + \omega^{2}) = 0 \qquad (2.4.23)$$

Esta equação contém dois pólos dominantes com amortecimento relativo ( $\zeta$ ) e frequência ( $\omega$ ) e um polo real localizado em - $\alpha\omega$ . Igualando os coeficientes das duas equações características (2.4.22 e 2.4.23), obtém-se:

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{K_P K T_d}{T_1 T_2} = \omega(\alpha + 2\zeta)$$
(2.4.24)

$$\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{K_P K}{T_1 T_2} = \omega^2 (1 + 2\zeta \alpha)$$
(2.4.25)

$$\frac{K_P K}{T_i T_1 T_2} = \alpha \omega^3 \tag{2.4.26}$$

Destas três equações (2.4.24, 2.4.25 e 2.4.26), pode-se determinar os parâmetros K,  $T_i$  e  $T_d$ . A solução é (Åström (1988)) (Persson (1992):

$$K = \frac{T_1 T_2 \omega^2 (1 + 2\zeta \alpha) - 1}{K_p}$$
(2.4.27)

$$T_{i} = \frac{T_{1}T_{2}\omega^{2}(1+2\zeta\alpha) - 1}{T_{1}T_{2}\alpha\omega^{3}}$$
(2.4.28)

$$T_{d} = \frac{T_{1}T_{2}\omega(1+2\zeta) - T_{1} - T_{2}}{T_{1}T_{2}\omega^{2}(1+2\zeta\alpha) - 1}$$
(2.4.29)

Note que um controlador PI pode ser obtido fazendo

$$\omega_{c} = \frac{T_{1} + T_{2}}{(\alpha + 2\zeta)T_{1}T_{2}}$$
(2.4.30)

Note também que a escolha de  $\omega$  pode ser crítica. O tempo derivativo é negativo para  $\omega < \omega_c^{\cdot}$ . A frequência( $\omega_c^{\cdot}$ ) fornece o limite inferior da banda passante. Note ainda que o ganho cresce rapidamente com  $\omega$ . O limite superior da banda passante é dado pela validade da simplificação do modelo da equação 3.4.20.

Neste trabalho são utilizadas as equações acima na sintonia de controladores por alocação de pólos. Existem métodos para sintonia de controladores digitais por alocação de pólos (Wellstead (1979)). A não utilização destes métodos neste trabalho se justifica pelo fato de que a relação da estrutura do controlador usada nestes métodos nem sempre é fácil ser relacionada com a estrutura básica do controlador PID (Åström (1990)).

#### 2.4.4 Método de projeto por Polo Dominante

Neste método a determinação dos parâmetros do controlador e feita baseada no polo dominante desejado para o sistema em malha fechada. Em geral pode-se alocar um número de pólos igual ao número de variáveis livres do controlador (seção 2.4.3). O problema é quando processo em malha fechada tem mais pólos que o número de variáveis livres do controlador. Este problema pode ser resolvido alocando os pólos dominantes do sistema. A seguir é dada uma introdução sobre pólos, zeros e pólos dominantes.

Pólos, Zeros e Polo Dominante

Considere uma função G(s)

$$G(s) = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{i=1}^n (s+p_i)}$$
(2.4.31)

Onde os termos  $s + z_i$  são fatores do polinômio do numerador e os fatores  $s + p_i$ são fatores do polinômio do denominador.

Os valores da variável complexa s para os quais |G(s)| (valor absoluto de G(s)) é zero são chamados de zeros de G(s).

Os valores da variável complexa s para os quais |G(s)| é infinito, são chamados os pólos de G(s).

Os pólos e zeros são números complexos determinados por duas variáveis reais, uma representando a parte real e outra representando a parte imaginária do número complexo. Um polo ou zero pode portanto ser representado como um ponto em coordenadas retangulares. A abcissa deste ponto representa a parte real e a ordenada a parte imaginária. A abcissa é também chamada de eixo-δ e a ordenada o eixo-jw. O plano definido por este sistema é chamado plano-s.(Distefano (1972))



A localização de um pólo no plano-s é representada simbolicamente por um. (x), e localização de um zero por um (0).

Considere um sistema em malha fechada mostrado na figura 2.4.2.



# Figura 2.4.2 - Diagrama de blocos de um processo em malha fechada com realimentação unitária

A função de transferência do sistema em malha fechada é dada por

$$G_{c}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$
(2.4.32)

Os pólos de malha fechada são as raizes da equação 2.4.33

$$1 + G(s) = 0 \tag{2.4.33}$$

A configuração de pólos e zeros pode ter várias formas, entretanto muitos sistemas simples com realimentação tem a configuração mostrada na figura 2.4.3 (Åström (1988)). Se  $P_3$  esta distante do eixo jw e os pólos  $P_1$  e  $P_2$  estão próximos, as principais características são dadas pelo par de pólos  $P_1$  e  $P_2$ , pólos que estão mais próximos do eixo, também chamados de **pólos dominantes.**


Figura 2.4.3 - Configuração de pólos e zeros de grande parte dos sistemas com realimentação simples.

A seguir será mostrado como determinar os parâmetros do controlador PI e PID utilizando a função de malha aberta e especificando a posição desejada para os pólos dominantes de malha fechada.

# 2.4.4.1 Determinação dos parâmetros do controlador PI utilizando o método do Polo Dominante

No controlador PI têm-se dois parâmetros ajustáveis (k e ki), em consequência dois pólos de malha fechada podem ser especificados.

$$G_R(s) = k + \frac{k_i}{s} \tag{2.4.34}$$

onde k é o ganho proporcional e ki é o galho integral. Os parâmetros k e ki serão determinados tal que o sistema em malha fechada tenha os pólos  $s = P_1$  e  $s = P_2$ , onde

$$p_1 = -\zeta \omega_o + i\omega_o \sqrt{1 - \zeta^2} = -\sigma + iw$$
(2.4.35a)

$$p_1 = -\zeta \omega_o - i\omega_o \sqrt{1 - \zeta^2} = -\sigma - iw$$
(2.4.35b)

Isto implica

$$1 + \left[k + \frac{k_i}{p_1}\right] G_{p.}(p_1) = 0$$

$$1 + \left[k + \frac{k_i}{p_2}\right] G_{p.}(p_2) = 0$$
(2.4.36b)

Cálculo dos valores de k e  $k_i^{\cdot}$  em função do polo dominante

$$k + \frac{k_i}{p_1} = -\frac{1}{G_p(p_1)}$$

$$k + \frac{k_i}{p_2} = -\frac{1}{G_p(p_2)}$$
(2.4.37)
(2.4.38)

Subtraindo a equação 2.4.38 da equação 2.4.37, obtém-se:

$$\frac{k_i}{p_1} - \frac{k_i}{p_2} = \frac{1}{G_p(p_2)} - \frac{1}{G_p(p_1)}$$

$$k_i = \frac{p_1 p_2 (G_p(p_1) - G_p(p_2))}{G_p(p_1) G_p(p_2) (p_2 - p_1)}$$
(2.4.39)

Substituindo os valores de  $P_1$  e  $P_2$  (eq. 2.4.35a e 2.4.35b) na equação 2.4.39

$$k_{i} = \frac{\left(\sigma^{2} + \omega^{2}\right)\left(G_{p}(p_{1}) - G_{p}(p_{2})\right)}{G_{p}(p_{1})G_{p}(p_{2})(-2i\omega)}$$
(2.4.40)

Assumindo

$$G_p(p_1) = A(\omega_o) + iB(\omega_o)$$
$$G_p(p_2) = A(\omega_o) - iB(\omega_o)$$

A equação 2.4.40 pode ainda ser escrita como segue

$$k_{i} = \frac{-\omega_{o} B(\omega_{o})}{\sqrt{1-\zeta^{2} \left(A(\omega_{o})^{2} + B(\omega_{o})^{2}\right)}}$$
(2.4.41)

Pode-se determinar o valor de k, substituindo a equação 2.4.41 na equação 2.4.36a.

$$k_{i} = -\left[\frac{p_{1}p_{2}(G_{p}(p_{1}) - G_{p}(p_{2})) + G_{p}(p_{1})(p_{2} - p_{1})}{G_{p}(p_{1})G_{p}(p_{2})(p_{2} - p_{1})}\right]$$
(2.4.42)

ou ainda

$$k = -\left[\frac{\sqrt{1 - \xi^2} A(\omega_o) + \xi B(\omega_o)}{\sqrt{1 - \xi^2} (A(\omega_o)^2 + B(\omega_o)^2)}\right]$$
(2.4.43)

Se o controlador é parametrizado como

$$G_R(s) = k + \frac{1}{sT_i}$$

a constante de integração,  $T_i$ , é dada por: (Persson (1992))

$$T_{i} = \frac{k}{k_{i}} = \frac{A\sqrt{1-\xi^{2}}+B\xi}{Bw_{0}}$$
(2.4.44)

# 2.4.4.2 Determinação dos parâmetros do controlador PD utilizando o método do Polo Dominante

Pode-se também aplicar o controlador PD no controle por polo dominante. Com a mesma notação que foi utilizada para o controlador PI, assuma que o controlador PD seja parametrizado como segue

$$G_R(s) = k + k_d \quad s \tag{2.4.45}$$

Isto implica que o sistema em malha fechada tenha pólos P1 e P2 dados pelas equações 2.4.5a e 2.4.5b. Cálculos semelhantes aos que foram feitos para o caso do controlador PI permitem chegar as equações 2.4.15 e 2.4.16. (Persson (1992)) (Åström (1988)).

$$k = \frac{-\sqrt{1 - \zeta^2} A(\omega_o) - \zeta B(\omega_o)}{\sqrt{1 - \zeta^2} (A(\omega_o)^2 + B(\omega_o)^2)}$$
(2.4.46a)

$$k_{d} = \frac{B(\omega_{o})}{\omega_{0}\sqrt{1-\zeta^{2}(A(\omega_{o})^{2}+B(\omega_{o})^{2})}}$$
(2.4.46b)

# 2.4.4.3 Determinação dos parâmetros do controlador PID utilizando o método do Polo Dominante

Dois métodos para o projeto do controlador PID, usando o polo dominante são aqui apresentado. O primeiro usando o fato de que o controlador PID tem três parâmetros e por isso pode alocar três pólos em malha fechada do processo, dois complexos e um no eixo real negativo e o segundo onde a sintonia do controlador PID é feita a partir de modificações no controlador PI.

## 2.4.4.3.1 Projeto do controlador PID a partir da especificação de três pólos

Assuma que o controlador PID é parametrizado como segue

$$G_c = k + \frac{k_i}{s} + k_d s \tag{2.4.47}$$

Três pólos do sistema em malha fechada podem ser especificados modificando os parâmetros k, ki, ka.

Assuma que os pólos desejados para o sistema em malha fechada sejam dados nas equações 2.4.35a e 2.4.35b e mais um terceiro dado pela equação 2.4.48

$$P_3 = -\alpha\omega \tag{2.4.48}$$

Introduzindo  $G(P_3) = C(\omega)$ . A condição para que a equação

$$1 + G(s)G_c(s) = 0 \tag{2.4.49}$$

tenha zeros em  $P_1$  e  $P_2$  e  $P_3$  fornece as equações para se calcular os parâmetros do controlador PID. Estas equações são dadas em 2.4.50, 2.4.51 e 2.4.52.

$$k = -\left[\frac{\sqrt{1-\zeta^{2}}\left(-2\alpha\xi A(\omega_{0})^{2} + B(\omega_{0})^{2}\right) + (1+\alpha^{2})A(\omega_{0})C(\omega_{0})\right) + (\alpha^{2}-1)\mathcal{B}(\omega_{0})C(\omega_{0})}{(1-2\alpha\xi+\alpha^{2})\sqrt{1-\xi^{2}}\left(A(\omega_{0})^{2} + B(\omega_{0})^{2}\right)C(\omega_{0})}\right]$$
(2.4.50)

$$k_{i} = -\alpha\omega \frac{(\alpha - \xi)B(\omega_{0})C(\omega_{0}) + \sqrt{1 - \zeta^{2}} (A(\omega_{0})C(\omega_{0}) - A(\omega_{0})^{2} - B(\omega_{0})^{2})}{(1 - 2\alpha\xi + \alpha^{2})\sqrt{1 - \zeta^{2}} (A(\omega_{0})^{2} + B(\omega_{0})^{2})C(\omega_{0})}$$
(2.4.51)

$$k_{d} = -\frac{(\alpha\xi - 1)B(\omega_{0})C(\omega_{0}) + \alpha\sqrt{1 - \zeta^{2}} \left(A(\omega_{0})C(\omega_{0}) - A(\omega_{0})^{2} - B(\omega_{0})^{2}\right)}{\alpha(1 - 2\alpha\xi + \alpha^{2})\sqrt{1 - \zeta^{2}} \left(A(\omega_{0})^{2} + B(\omega_{0})^{2}\right)C(\omega_{0})}$$
(2.4.52)

### 2.4.4.3.1 Projeto do controlador PID a partir dos parâmetros do controlador PI

Admita que o controlador PID é dado pela equação 2.4.53

$$G'_{c}(s) = k' + \frac{k'_{i}}{s} + k'_{d}s$$
 (2.4.53)

Assuma que dois pólos já foram posicionados usando um controlador PI, isto é, que já se conhece os parâmetros k' e  $k'_i$ . O valor da função de transferência do controlador G' para  $P_1$  dado na equação 2.4.35a é

$$G'_{c}(-\sigma+i\omega) = k' + \frac{k'_{i}}{-\sigma+i\omega} + k'_{d}(-\sigma+i\omega)$$

$$G'_{c}(-\sigma+i\omega) = k' - \frac{\sigma k'_{i}}{\omega_{0}^{2}} - \sigma k'_{d} + i\left[-\frac{\omega k'_{i}}{\omega_{0}^{2}} + \omega k'_{d}\right]$$
(2.4.54)

Para que esta função de transferência tenha o mesmo valor da função de transferência do controlador PI, tem-se.

$$k' - \frac{\sigma k'_i}{\omega^2} - \sigma k'_d = k - \frac{\sigma k_i}{\omega^2}$$
(2.4.55)

$$-\frac{\omega k'_i}{\omega^2} + \omega k'_d = -\frac{\omega k_i}{\omega^2}$$
(2.4.56)

A solução das equações 2.4.55 e 2.4.56, também pode ser encontrada em (Persson (1992)) e em (Åström (1988)).

$$k' = 2k'_{d}\omega_{0}\sigma - \left[\frac{\sqrt{1-\zeta^{2}}A + B\xi}{\sqrt{1-\zeta^{2}}(A^{2}+B^{2})}\right] = 2k'_{d}\omega_{0}\sigma + k$$
(2.4.57)

$$k'_{i} = k'_{a}\omega_{0} - \left[\frac{\omega_{0}B}{\sqrt{1 - \zeta^{2}(A^{2} + B^{2})}}\right] = k'_{a}\omega_{0} + k_{i}$$
(2.4.58)

O valor de  $k'_a$  será determinado de tal forma a se ter um terceiro polo em  $s = -\omega_0$ . Logo a equação característica fica:

$$1 + \left[k' + \frac{k'_i}{\omega_0} + k'_d \omega_0\right] G_P(-\omega_0) = 0$$
(2.4.59)

Substituindo os valores de k' e  $k'_i$  (equações 2.4.57 e 2.4.58) na equação 2.4.59, obtém-se:

$$1 + \left[k + \frac{k_i}{\omega_0} + 2\sigma k_d' \omega_0 - 2k_d' \omega_0\right] G_P(-\omega_0) = 0$$
(2.4.60)

Se  $G_P(-\omega_0) \neq 0$ , então a equação 2.4.60 pode ser resolvida com relação a  $k'_d$ . A solução é dada na equação 2.4.61

$$k'_{d} = \frac{1 + \left[k(\omega_{0}) - k_{i}(\omega_{0})/\omega_{0}\right]G_{p}(-\omega_{0})}{2\omega_{0}(1 - \xi)G_{p}(-\omega_{0})}$$
(2.4.61)

î,

2.4

Neste capítulo foram apresentados alternativas para modelagem de plantas e algumas técnicas para determinar os parâmetros do controlador para estas plantas. Foi mostrado, inicialmente, métodos simples para modelar sistemas com respostas monótonas a uma entrada degrau. Nesta fase, foram apresentado o método da reta ou da tangente e método das áreas. Após isso, foi mostrado, também, um método para modelar sistemas com resposta oscilatória. Em todos estes métodos o modelo é obtido diretamente do gráfico que contém o conjunto de pontos de entrada e saída do sistema.

Ainda, na parte de modelagem, foi mostrado o método dos mínimos quadrados que, apesar de ser um método mais complexo que os anteriores, pode auxiliar na obtenção de modelos mais exatos para o sistema.

A última parte deste capítulo tratou da determinação dos parâmetros do controlador PID aos quais foram apresentadas quatro técnicas: A primeira baseada nos modelos obtido através do método da reta e método das áreas (Ziegler-Nichols); A segunda técnica utilizada foi baseada no cancelamento de pólos do processo; Uma terceira técnica onde os pólos do processo são alocados em pontos de tal forma a se ter uma dinâmica de malha fechada desejada. A técnica de determinação dos parâmetros do controlador através do polo dominante, foi também, estudada.

## MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

## 3.1 Introdução

No capítulo anterior foram descritos alguns métodos para obtenção de modelos através da razão de dois polinômios. Neste capítulo serão descritos alguns métodos para obtenção de modelos baseados na análise da resposta em frequência, onde a relação entre a entrada e a saída é descrita por dois números: a razão entre o sinal de entrada e o de saída (ganho - a) e o defasamento entre o sinal de entrada e o de saída (fase -  $\phi$ ).

Os processo modelados na frequência tem algumas vantagens em relação aos modelados através de modelos paramétricos. Como foi visto no capitulo 2, a obtenção de modelos mais exatos, é obtida através de estimação de parâmetros. Este método além de exigir maior número de cálculos é sensível a dinâmicas não modeladas. Ainda, se existem pólos e zeros próximos, os parâmetros da função de transferência racional podem mudar significativamente sem mudar a relação entrada saida. Para estimar os parâmetros da função de transferência é, também, necessário se ter uma informação sobre a constante de tempo e o atraso do processo (Åström (1988)). Em casos, como neste trabalho, onde se trabalha com sistemas discretizados, a informação sobre constante de tempo e atraso são importantes para a escolha do período de amostragem. Ainda, se o processo é modelado na frequência, pode-se utilizar o critério de estabilidade de Nyquist para investigar tanto a estabilidade absoluta como a estabilidade relativa do processo em malha fechada. Uma outra vantagem da abordagem na frequência e que os testes são, em geral simples e podem ser realizados precisamente pelo uso de geradores de sinais senoidais e equipamentos de medidas precisas (Ogata (1970)).

Neste trabalho, os parâmetros do controlador PID, são determinados em função do ponto onde a curva Nyquist cruza com eixo real negativo do plano complexo (ponto crítico). Este ponto é determinado, neste trabalho, através de dois métodos: Ziegler-Nichols e método do Relé. A seguir é dada uma pequena introdução sobre resposta em frequência, depois são descritos os métodos para obtenção do ponto crítico e, finalizando, é mostrado como é feita a determinação dos parâmetros do controlador PID a partir do ponto crítico.

## 3.2 Resposta em Frequência

O termo "resposta em frequência" significa resposta em regime estacionário de um sistema com entrada senoidal. Considere um sistema linear e estável. Se a entrada é senoidal a saída também será senoidal após um transitório. O sinal de saída terá a mesma frequência do sinal de entrada; somente a fase e amplitude serão diferentes. Isto é mostrado na figura 3.1.1.



Figura 3.1 1.- Resposta de um sistema linear e estável a uma entrada senoidal.

A relação entre o sinal de entrada e o de saída  $G(i\omega)$  é feita determinando o valor da razão entre o sinal de entrada e o de saída (*a*) e o valor do defasamento ( $\phi$ ) para todas as frequências. A equação 3.1.1 apresenta uma função de resposta em frequência  $G(i\omega)$ .

$$G(i\omega) = \alpha(\omega)e^{\varphi(\omega)} \tag{3.1.1}$$

62

onde: 
$$a(\omega) = |G(i\omega)|$$
 (amplitude em função da frequência); (3.1.2a)

$$\varphi(\omega) = \arg(G(i\omega))$$
 (fase em função da frequência). (3.1.2b)

Kuo (1970) mostra como obter a relação de entrada e saída em função da frequência (equação 3.1.1)

O número complexo  $G(i\omega)$  pode ser representado por um vetor com tamanho  $a(\omega)$ que forma um ângulo  $\varphi(\omega)$  com o eixo-real, (veja figura 3.1.2). Quando *a* varia de 0 a  $\infty$ , a ponta do vetor descreve uma curva no plano, que é denominada curva em frequência ou curva de Nyquist. Esta curva fornece uma descrição completa do sistema.(Takahashi (1970))



Figura 3.1.2 - Curva de Nyquist

O método de sintonia controlador PID, utilizado neste trabalho, para sistemas modelados na frequência, necessita de apenas um ponto da Curva de Nyquist, o ponto de cruzamento da curva com o eixo real do plano complexo, ou onde fase é igual a -180°. Este ponto é chamado de **ponto crítico** e a **frequência de cruzamento**. A seguir são apresentados dois métodos para determinar o ponto crítico, Método de Ziegler-Nichols e Método do Relé.

## 3.3 Determinação do Ponto Crítico através do método de Ziegler-Nichols

O método baseia-se na observação de que muitos sistemas podem se tornar instáveis quando sujeitos a uma realimentação proporcional. Logo colocando-se um ganho proporcional suficientemente alto na realimentação, o sistema pode atingir o limite da estabilidade (ganho limite). Se o ganho de realimentação for unitário, para que o sistema oscile tem que se ter

$$K_cG(i\omega) = -1$$

Onde  $K_c$  é ganho limite. Segue que:

$$G(i\omega) = -\frac{1}{K_c}$$

Neste método a determinação do ganho limite é feita variando o ganho até que o sistema comece a oscilar (veja figura 3.3.1a, 3.3.1b e 3.3.1c)



Figura 3.3.1a - Resposta de um sistema estável - a curva de Nyquist não envolve o ponto (-1,0)



figura 3.3.1b - Resposta de um sistema criticamente estável - a curva de Nyquist passa sobre o ponto (-1,0)



figura 3.3.1c - Resposta de um sistema instável - a curva de Nyquist envolve o ponto (-1,0).

O método de Ziegler-Nichols tem a vantagem de ser um método baseado num experimento simples onde ganho limite é determinado utilizando o próprio processo. Porém, deve-se ressaltar que este experimento é dificil de ser automatizado, além disso, manter um processo próximo a instabilidade pode ser perigoso. A seguir é mostrado mais um método para determinação do ponto crítico, o método do relé, um método também, simples como o de Ziegler-Nichols mas com as vantagens de ser fácil de ser automatizado e não ter problemas quanto a segurança.

## 3.4 Determinação do Ponto Crítico através do método do Relé

Será apresentado nesta parte do trabalho, um método para determinação do ponto crítico. Este ponto será utilizado na determinação dos parâmetros do controlador. O método do relé evita um grande problema que aparece em quase todos métodos de modelagem apresentados, neste trabalho, até o momento, os experimentos são feitos em malha aberta. Este método é baseado em um experimento feito com o sistema em malha fechada, o que o torna menos sensível a perturbações (Hängglund (1991) (Lundh (1991))

A idéia básica deste método é observar que muitos processos oscilam com um ciclo limite quando é acrescentado um relé em sua malha de realimentação (veja figura 3.4.1). Neste caso a variável de controle u é uma onda quadrada e a saída y do processo é uma senoidal..



Figura 3.4.1 - Sintonia do controlador PID utilizando um relé.

Os parâmetros do controlador PID podem ser determinados do ciclo limite do processo. Pode-se observar na figura (3.4.1) um diagrama de blocos de um sistema com um controlador PID e um relé para auto-sintonia. Quando a sintonia é solicitada a chave s é transferida para a posição T. Note que, quando o relé é ativado o controlador é desconectado. Quando ciclos limites estáveis são estabelecidos, o período de oscilação e a amplitude de saída são determinados e com estas variáveis obtidas, os parâmetros do controlador são determinados. Após isso, o controlador PID é então conectado de volta ao processo. A seguir é explicado mais detalhadamente todo o processo.

# 3.4.1 Método das Harmônicas equilibradas ou método da função descritiva.

Considere um sistema simples realimentado composto de uma parte linear com função de transferência G(s) e uma realimentação com um relé ideal (veja figura 3.4.2).



Figura 3.4.2 -Diagrama de blocos da malha Relé-Processo.

Assuma que exista um ciclo limite com período  $T_c$  e uma frequência  $W_c=2\pi / T_c$  tal que a saída do relé seja uma onda quadrada periódica e simétrica (figura 4.4.3). Então, a saída y do relé pode se expandida em série de Fourier

$$y(t) = aN_{a1}sen(wt) + aN_{a2}sen(2wt) + \dots$$
(3.4.1)

Onde o número  $N_a$  é dado por

$$N_{a,n} = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} y(t) \operatorname{send}(n\omega t) d\omega t$$
(3.4.2)

Resolvendo a integral

$$N_{a} = \frac{2d}{\pi . n.a} (1 - \cos(n.\pi))$$

Logo

$$N_a = \frac{2d}{\pi . n.a}$$
 Para  $n = 1, 3, 5....$ 

 $N_a = 0$  Para n = 2, 4, 6, ....

e

Admitindo que o processo consiga atenuar as harmônicas superiores deixando apenas a primeira,  $N_a$  pode se calculado através de

$$N_a = \frac{2d}{\pi . a}$$
(3.4.3)

Onde d é a amplitude do relé e a é a amplitude de oscilação



Figura 3.4.4 - Saída do relé (onda quadrada) e saída do sistema

Então a primeira harmônica tem amplitude  $\frac{4d}{\pi}$ .

O sinal de erro tem amplitude

$$a = \frac{4d}{\pi} |G(i\omega)|$$

A condição para que haja oscilação é que

$$K_cG(i\omega_c) = -1$$

Segue que

 $\arg G(i\omega_c) = -\pi$ 

Na

Como

$$= K_u = \frac{4d}{\pi a}$$
(3.4.4)

então

$$G\left(\frac{i2\pi}{T_c}\right) = -\frac{\pi.a}{4.d}$$

Note que o relé experimental é fácil de automatizar, já que a amplitude de oscilação é proporcional à saída do relé e que é fácil de ser controlada. Este método é apresentado em (Hängglund (1991).

# 3.5 Determinação dos parâmetros do controlador usando o método de Ziegler-Nichols para processos modelados na frequência.

Neste método, a determinção dos parâmetros do controlador é feita em função do ponto crítico, que pode ser determinado através do método do relé ou Ziegler-Nichols, ambos apresentados anteriormente neste capítulo. A tabela 3.5.1 mostra como os parâmetros do controlador podem ser obtidos a partir do ganho limite  $k_c$  e do período de oscilação  $T_c^{-}$ .

CONTROLADOR	k	Ti	Td
Р	0.5k <sub>c</sub>		
PI	0.4k <sub>c</sub>	0.8T <sub>c</sub>	
PID	0.6k <sub>c</sub>	0.5T <sub>c</sub>	0.12T <sub>c</sub>

Tabela 3.5.1 - Parâmetros do controlador PID dados em função ganho limite e período de oscilação Este método pode ser visto como um método que determina os parâmetros do controlador de tal forma que o ponto crítico seja movido para -0.6 - 0.28i (Åström (1988)). Isto é demostrado as seguir.

Assuma que no ponto crítico a frequência seja  $\omega$ . A resposta em frequência do controlador é dada por

$$G_R(i\omega) = k \left[ 1 + \frac{1}{i\omega T_i} + i\omega T_d \right] = a_R e^{i\varphi_R}$$
(3.5.1)

Substituindo os valores da tabela 3.5.1 na equação 3.5.1 fica

$$G_{R}(i\omega_{c}) = 0.6k_{c} \left[ 1 + i \left( \omega_{c}T_{d} - \frac{1}{\omega_{c}T_{i}} \right) \right]$$
$$G_{R}(i\omega_{c}) = 0.6k_{c} \left[ 1 + i \left( \frac{2\pi}{8} - \frac{1}{\pi} \right) \right]$$

ou

$$G_R(i\omega_c) = k_c [0.6 + 0.28i]$$
(3.5.2)

Isto corresponde a um avanço de fase de 25° na frequência  $\omega_c$ .

Deve-se observar que os valores da tabela 3.5.1 foram obtidos através de experimentos, onde o critério de otimização foi a integral do erro absoluto. Nota-se, também, que este é um método fácil de ser implementado, já que os parâmetros do controlador podem ser obtidos diretamente de uma tabela.

70

## 3.6 CONCLUSÃO

Apresentou-se neste capítulo uma abordagem na frequência para o problema da determinação dos parâmetros do controlador. Primeiro foi mostrado como modelar o processo em função da frequência. Nesta parte do trabalho foi dado ênfase na determinação do ponto onde a curva de Nyquist cruza o eixo real negativo (ponto crítico). Foram mostrados dois métodos para determinar o ponto crítico: um baseado na idéia de que muitos processos podem atingir o limite da estabilidade apenas pela variação do ganho na malha de realimentação (Ziegler-Nichols) e um outro onde a idéia foi colocar um relé na malha de realimentação, fazendo o processo oscilar numa determinada frequência, esta frequência e a amplitude de saída do processo foram utilizadas na determinação do ponto crítico.

Na segunda parte, e finalizando, a determinação dos parâmetros do controlador foi feita em função do ponto crítico através da regra de Ziegler-Nichols, apresentada, também neste capítulo.

# **CAPÍTULO 4**

## DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE SINTONIA DE CONTROLADORES INDUSTRIAIS

## 4.1 Introdução

Os computadores digitais foram utilizados originalmente como componente de sistemas complexos de controle. Devido à evolução da microeletrônica nos últimos anos, atualmente os computadores têm pequeno tamanho e baixo custo, com isso, eles passaram a realizar quase todo tipo de tarefa. Aproveitando esta situação, foi desenvolvido um sistema para Sintonia de Controladores Industriais - SiSCI. Através da utilização dos métodos de identificação de sistemas e projeto de controladores apresentados neste trabalho, o projeto de sistemas de controle industriais podem ser realizadas com o auxílio de um computador.

O objetivo deste sistema é auxiliar engenheiros, projetistas, estudantes, professores e pesquisadores que trabalham na área de controle de processos. Este software é dotado de uma interface simples e rotinas que ajudarão, na modelagem, na determinação dos parâmetros do controlador e no teste em malha fechada do sistema controlador-processo. A seguir é feita uma descrição em detalhes das funções do sistema servindo também como um manual de utilização das suas rotinas.

## 4.2 Implementação

#### Linguagem:

Programas em linguagem estruturada podem ser desenvolvidos em partes separadas por pessoas distintas e depois unidos num produto final, o que significa que bibliotecas de funções podem ser criadas ou usadas sem realmente conhecer o código de cada uma delas (Mizrahi (1990)). Para que as rotinas desenvolvidas neste trabalho pudessem ser utilizadas em trabalhos posteriores, o SiSCI foi desenvolvido em linguagem estruturada C.

#### **Recursos Utilizados:**

Utilizou-se na implementação do sistema SiSCI, um microcomputador PC-AT/286/40MHz/Hercules.

## Ambiente necessário

O SiSCI deve ser rodado em microcomputador da família IBM-PC, sobre o sistema operacional DOS.

## 4.3 Descrição Funcional

O SiSCI oferece, de uma forma geral, funções, para:

4.3.1	Gravar e Carregar sinais de entrada e saída do sistema					
4.3.2	Gravar e Carregar configuração do ambiente					
4.3.3	Discretização de plantas de primeira e segunda ordem.					
4.3.4	Simulação do sistema em malha aberta					
4.3.5	Gerar conjuntos de pontos para simulação e identificação					
4.3.6.1	Onda quadrada					
4.3.6.2	Soma de senos de várias frequências					
4.3.7	Modelagem da planta através dos seguintes métodos:					
4.3.7.1	Método da Reta					
4.3.7.2	Método das Áreas					
4.3.7.4	Método do Sobre-Sinal					
4.3.7.5	Método do Relé					
4.3.7.6	Método dos Mínimos Quadrados					
4.3.8	Determinação dos parâmetros do controlador utilizando as seguintes					
técn	icas:					
4.3.8.1	Ziegler-Nichols (no tempo e na frequência)					
4.3.8.2	Alocação de Pólos					
4.3.8.3	Cancelamento de Pólos					
4.3.8.4	Polo Dominante					
4.3.9	Simulação do sistema em malha fechada					
4.3.9.1	Com controlador PID padrão					

4.3.9.2	Com controlador PID modificado
4.3.10	Desenho em gráfico dos pontos de entrada, variável de controle e saída do
sistema	
4.3.11	Entrada e saída de dados no modo gráfico.

## 4.4 Interface com o Usuário

Foi desenvolvido para o SiSCI uma interface auto-explicativa e fácil de ser operada. A seguir (figura 4.1) é dado um diagrama de blocos contendo as funções do SiSCI.



Figura 4.1 - Fluxograma de acesso as principais funções SiSCI.

Na seqüência é feita uma descrição de como foram implementadas cada rotina, como funcionam e como o usuário deve proceder para utilizá-las de forma correta. Todas as explicações são acompanhadas de figuras ilustrativas.



Figura 4.2 - Tela mostrando como acesar as funções de Arquivo

## 4.4.1 Arquivo.

Nesta janela o usuário pode gravar ou carregar arquivo, a Configuração do sistema e os Pontos gerados na última simulação. O usuário pode, ainda, sair para o Sistema Operacional.

#### Grava e Carrega configuração do ambiente.

Esta função Grava ou Carrega:

O modelo da planta na forma de dois polinômios (Capítulo 3);

Os parâmetros do controlador (Capítulo 3)

O tempo de Amostragem

As definições Gráficas das duas telas:

Escalas: horizontais e verticais

Nomes das variáveis das abcissas e ordenadas;

Definições do controlador modificado.(Capítulo 2)

#### Grava e Carrega pontos de entrada e saída do Sistema

Esta função grava ou carrega 1500 pontos, sendo:

500 pontos da variável de entrada

500 pontos da variável de saída;

500 pontos da variável de controle.

O modo de armazenamento é no formato binário, ou/e no formato Matlab.

Esta função não terá efeito nos seguintes casos:

Quando for pedido para gravar sem que antes tenha sido gerado os pontos;

Quando for pedido para carregar um arquivo inexistente. Nos dois casos serão mostradas mensagens de advertência.

#### Sai para o DOS

Finaliza o programa e sai para o DOS

## 4.4.2 Planta

Os dados sobre a planta podem ser fornecidos ao sistema dos seguintes modos:

Polinômios (A e B) Discretizado;

Planta com Pólos reais;

Plantas com Pólos complexos;

Planta armazenada em Arquivo.

### Discretizada

Através desta janela (figura 4.3) pode-se entrar diretamente com a planta discretizada com operador q,. Será aberto um menu de entrada de dados para que o usuário defina as ordens dos polinômios do denominador e do numerador. Após isso, serão abertos novos menus para entrada dos polinômios e do período de amostragem em que foi discretizada a planta. É permitido a entrada de polinômios de até oitava ordem.



Figura 4.3 - Tela informando como definir uma planta discretizada.

#### Pólos Reais

Esta função fornece a versão discretizada de uma planta de primeira ou segunda ordem, com pólos reais. Na equação 4.1 é mostrado uma planta de segunda ordem.

$$G(s) = \frac{K_p}{(s+p_1)(s+p_2)}$$
(4.1)

onde  $K_p$  é o ganho da planta e  $P_1$  e  $P_2$  são os pólos reais da planta.

Quando se desejar fazer uma discretização de uma planta de primeira ordem, basta fazer qualquer um dos pólos igual a zero. O sistema não dispõe de rotinas para discretizar plantas com integrador.

Como foi visto no capítulo 3 o modelo discretizado é, também, função do período de amostragem. Ainda neste menu (figura 4.4), o usuário tem a opção de determinar qual será o período de amostragem utilizado na discretização da planta. Após isso, é mostrado a planta discretizada, dando ao usuário a liberdade de alteração da resposta que alterada ou não.



Figura 4.4 - Tela mostrando como definir uma planta discretizada a partir de pólos contínuos



Figura 4.5 - Tela mostrando como definir uma planta de segunda ordem a partir da frequência

### Frequência

Esta função entra com a versão discretizada de uma planta de segunda ordem, em função da frequência natural - Wn ( $\omega$ ) e do fator de amortecimento - Qsi ( $\xi$ ). Na equação 4.2 é mostrado uma planta de segunda ordem com estes parâmetros.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega + \omega^2}$$
(4.1)

Qualquer modo de entrada de dados da planta resulta em dois polinômios, A e B.

### Arquivo Planta

Neste caso a planta pode ser lida ou armazenada em arquivo. Quando houver a necessidade de se fazer um estudo do comportamento de uma planta e até determinar os parâmetros do controlador para a mesma, o SiSCI poderá ser utilizado e a planta poderá se fornecida via arquivo.



Figura 4.6 - Tela mostrando como carregar e gravar plantas em arquivo.

## 4.4.3 Estimador

Como foi visto no capítulo 3, pode-se obter um modelo simples do processo através do método da tangente, do método das áreas, método do sobre-sinal, método do relé e método dos mínimos quadrados. O objetivo desta janela (figura 4.7) é dar ao usuário facilidades para aplicação destes métodos. Em todas as janelas será dado ao usuário a opção de escolha Arquivo ou Simulação. Esta opção determinará se os pontos virão de arquivo ou serão utilizados os pontos armazenados na memória da última simulação. Quando a opção for Simulação o SiSCI simulara a planta armazenada na memória com o último sinal de excitação gerado. Se, ainda, não tiver sido gerado o sinal de excitação, a planta será excitada com um degrau.



Figura 4.7 - Tela mostrando como utilizar o método da Reta.

#### Método da Tangente

Quando esta função é acionada, os pontos armazenados na variável de saída do sistema são plotados na tela gráfica, se a opção for Simulação, se a opção for Arquivo os pontos virão do arquivo determinado.

A seguir serão dados todos os passos para realização da estimação usando o método da tangente. ":

Passo 1: Após ter feito a opção do conjunto de pontos, se Simulação ou Arquivo, aparecerá uma reta horizontal que deve ser posicionada no ponto máximo do gráfico. Isto é feito utilizando as teclas "setas para cima" e "para baixo".

Passo 2: Pressione a tecla "Enter".

Passo 3: Quando a reta estiver no ponto máximo (valor de regime permanente do sistema), uma outra reta aparecerá na tela. Esta reta deverá ser posicionada no ponto onde se tem o valor inicial, ou no primeiro ponto da curva.

Passo 4: Pressione a tecla "Enter".

Passo 5: Após ter colocado o gráfico entre duas retas horizontais, aparecerá uma terceira reta composta de cinqüenta pontos. Esta reta pode ser movida nas direções vertical e horizontal utilizando as teclas "seta". A reta pode ser girada no sentido horário e anti-horário, usando a tecla "PgDn" e "PgUp", respectivamente. Pode-se, ainda, aumentar ou diminuir o tamanho da reta utilizando as teclas "Home" e "Del", respectivamente. Esta reta deve ser posicionada no ponto da curva onde se tem a máxima derivada.

Passo 6: Com a reta posicionada no ponto de máxima derivada o usuário deve aumentar ou diminuir a reta de forma que as extremidades da reta inclinada fique tocando as duas retas horizontais.

Passo 7: Pressione a tecla "Enter".

Os resultados da estimação serão: a constante de tempo dominante do sistema e o atraso. Os dois valores serão mostrado na tela (veja figura 4.8).

## Capitulo 4 - Descrição do Sistema de Sintonia de Controladores Industriais



Figura 4.8 - Tela com os resultados de estimação utilizando o método da Reta.





## Método das Áreas

Neste método os cálculos são feitos automaticamente. Após a plotagem dos pontos de saída e do hachuramento das áreas, o resultado da estimação é mostrado na tela (veja figura 4.9). Neste caso, também, os resultados obtidos serão, constante de tempo dominante do sistema e atraso.

#### Método do Sobre Sinal

Através deste método pode-se determinar a frequência natural e o fator de amortecimento, portanto, deve ser utilizado em plantas com resposta oscilatória (capítulo 3). O procedimento para utilizar este método é parecido com o método da tangente. Aqui, neste método, duas retas horizontais são utilizadas para fazer a medição, na tela, do valor do primeiro undershoot e duas retas verticais são utilizadas para medir o período de oscilação.

A seguir serão dados todos os passos para realização da estimação usando o método do sobre-sinal:

Passo 1: Após ter feito a opção do conjunto de pontos, se Simulação ou Arquivo, aparecerá uma reta horizontal que deve ser posicionada no ponto onde se tem o valor de regime permanente do sistema. Isto é feito utilizando as teclas "setas para cima" e "para baixo".

Passo 2: Pressione a tecla "Enter".

Passo 3: Terminado o passo 2, uma outra reta horizontal aparecerá na tela. Esta reta deve ser posicionada no ponto de mínimo do primeiro undershoot.

Passo 4: Pressione a tecla "Enter".

Passo 5: Após ter feito a medição do primeiro undershoor, uma terceira reta aparecerá na tela, esta deve ser posicionada no ponto onde o sinal atingiu o maior valor.

Passo 6: Pressione a tecla "Enter".

Passo 7: Uma quarta reta, que aparecera na tela, deve ser posicionada no ponto onde ocorreu o segundo pico (figura 4.10).

Passo 8: Pressione a tecla "Enter".

Os resultados da estimação serão mostrado depois da devida localização da quarta reta (veja figura 4.10).





Figura 4.10 - Tela do SiSCI apresentando resultado de estimação utilizando o método do Sobre-Sinal.



Figura 4.11 - Tela do SiSCI apresentando como realizar a entrada de dados para a realização do método do Relé.

83

#### Método do Relé

Dados de entrada: Para realização deste método o usuário terá que informar ao programa qual vai ser a amplitude do relé e a saturação do mesmo(figura 4.11). Mais detalhes sobre estes dados de entrada podem ser encontrados no capítulo 4 deste trabalho.

Neste método, as medições de período de oscilação e amplitude são feitas com auxílio de duas retas horizontais e duas retas verticais que podem se movimentadas na tela usando as teclas setas. O procedimento para se fazer as medições é semelhante ao que foi utilizado no método do sobre-sinal. Observa-se que neste caso, as retas horizontais devem ser colocadas de tal forma que envolva o sinal plotado na tela. As retas verticais devem ser colocadas da seguinte maneira:

Passo 1: Fixe uma reta em qualquer ponto do gráfico. Este ponto será denominado ponto 1

Passo 2 Posicione a segunda reta vertical no ponto onde, a partir do ponto 1, o sinal volta a se repetir. Este ponto é denominado ponto 2.

Observa-se que, para facilitar os pontos 1 e 2 podem ser dois pontos de máximos subseqüentes (figura 4.12).

Dados de saída: O programa mostrará na tela o valor de pico a pico do sinal; o período de oscilação e o ganho limite (figura 4.12). Estes dados serão utilizados para determinar os parâmetros do controlador para esta planta.



Figura 4.12 - Tela do SiSCI apresentando resultado de estimação utilizando o método do Relé.

#### Método dos Mínimos Quadrados

Dados de entrada: Para utilização deste método o usuário terá que fornecer a ordem e o período de amostragem da planta a ser estimada (figura 4.13). Observa-se que, antes da realização deste experimento deve-se definir um sinal de excitação (veja janela Excitação). Se não for definido um sinal de excitação o programa utilizará o último sinal gerado, se ainda não foi gerado nenhum sinal o programa usará um degrau de amplitude 4.

Neste método os cálculos são feitos automaticamente. Serão plotadas os sinais: excitação; saída do sistema real para o caso de simulação, e saída do sistema estimado.

Dados de saída: Os dados de saída são os coeficientes dos polinômios estimados. Será, ainda, dado ao usuário a opção de armazenar os polinômios estimados nos polinômios A e B.

85

Arqueo Pla	nta [	Estimador	<u>Controle</u>	Excilação 	Graficos —	Sunulação 
		Tengenie Steps Sobre-Sinal <del>Bale</del> Min. Quadrado	5 Ordent Feriede	Amost	3.0 1.0	
SiSCI	Estima	es parametros da	planta (A e E)			

Figura 4.13 - Tela do SiSCI apresentando como realizar a entrada de dados para a realizar estimação através do método do Mínimos Quadrados



Figura 4.14 - Tela do SiSCI apresentando resultado de estimação utilizando o método do dos Mínimos Quadrados.

## 5.4.4 Controlador

Nesta seção são determinados os parâmetros do controlador (P, PI, PD ou PID). Estes parâmetros serão determinados, em todos os casos, em função do tipo de controlador desejado. Os métodos fornecidos pelo sistema para o usuário projetar o controlador são: Ziegler-Nichols no tempo e na frequência; Alocação de Pólos; Cancelamento de Pólos e Polo Dominante. A seguir é mostrado como utilizar cada método.

#### Ziegler-Nichols no tempo:

Dados de entrada: Esta técnica utiliza a constante de tempo dominante e o atraso como parâmetros de projeto. Estes parâmetros podem ser fornecidos ao programa via teclado ou, se o usuário não modificar os valores apresentados na tela (figura 5.15), a constante de tempo e o atraso da última estimação feita com o método da tangente ou com o método das áreas, serão utilizadas. Se não tiver sido feita nenhuma estimação e o usuário não entrar com dados novos, os cálculos serão feitos com valores pré-definidos.

### Ziegler-Nichols na frequência:

<u>Dados de entrada</u>: Neste caso, também, os parâmetros de projeto podem ser o resultado da última estimação. observa-se que esta técnica utiliza o ganho máximo e a frequência limite, logo os parâmetros virão da estimação com o método relé.(capítulo 4).


Figura 5.15 - Tela do SiSCI apresentando como determinar os parâmetros do controlador PID utilizando o método de Ziegler-Nichols.

#### Alocação de Pólos

Dados de entrada: Os parâmetros do controlador serão determinados em função do fator de amortecimento e da frequência natural desejada para o sistema em malha fechada. Para projetar um controlador PID terá que ser fornecido ao programa mais um número que, multiplicado pela frequência, fornece a localização do terceiro polo (capítulo 3). São, ainda, parâmetros de projeto a ou as constantes de tempo da planta. Quando o usuário estiver projetando um controlador para uma planta que já está na memória, o programa se encarregará de calcular as constantes de tempo e os pólos da planta. Para os caso onde a ordem do polinômio for maior que três ou o usuário não desejar usar a planta da memória, o programa fornecerá pólos pré-definidos os quais devem ser mudados para os valores reais da planta para qual se deseja projetar o controlador.

88



Figura 5.16 - Tela do SiSCI apresentando como realizar a entrada de dados no método de Alocação de Pólos.



figura (5.17)



#### Cancelamento de Pólos

Dados de entrada: Neste caso, também, os parâmetros do controlador serão determinados em função do fator de amortecimento e da frequência natural desejada para o sistema em malha fechada. Terá que ser fornecido, também, o somatório das constantes de tempo restante da planta. Quando o usuário estiver projetando um controlador para uma planta que já está na memória, o programa se encarregará de calcular as constantes de tempo e os pólos da planta. Para os caso onde a ordem do polinômio for maior que três ou o usuário não desejar usar a planta da memória, o programa fornecerá pólos prédefinidos os quais devem ser mudados para os valores reais da planta para qual se deseja projetar o controlador.



Figura 5.18 - Tela do SiSCI apresentando como determinar os parâmetros do controlador PID utilizando o método do Cancelamento de Pólos.

#### Método do Polo Dominante

Dados de entrada: Os parâmetros do controlador serão determinados em função dos Pólos dominantes da planta. Terão que ser fornecidos os coeficientes do polinômio do denominador e do denominador na forma contínua e fator de amortecimento e da frequência natural desejada para o sistema em malha fechada.

Observação: O programa não dispõe de rotinas para calcular os seguintes tipos de controlador:

Controlador Proporcional utilizando Alocação de Pólos, Cancelamento de Pólos e Polo Dominante.

Controlador Proporcional-Derivativo (PD) utilizando Ziegler-Nichols, Alocação de Pólos e Cancelamento de Pólos.

#### 5.4.5 Excitação

Nesta versão do SiSCI, o usuário tem duas opções para gerar o sinal de Excitação: uma onda Quadrada e uma Soma de Senos.

Quadrada: Com este tipo de excitação o usuário pode obter uma onda quadrada e simétrica.

Dados de entrada: O usuário deve definir o período e a amplitude (veja figura 5.19)

Soma de Senos: Nesta opção pode se obter um sinal que é a soma de vários senos (equação 5.2)

<u>Dados de entrada</u>: Os dados de entrada são os mesmos da onda quadrada, só que neste caso o período não vai representar o período da onda e sim um número que será utilizado para calcular o incremento dado em x a cada amostragem. O incremento é calculado usando a equação 5.3. A amplitude, neste caso, é um número que será multiplicado pela função dada na equação 5.2.

$$f(x) = ampl.[seno(x) + seno(1.5x) + 0.5seno(3x) + + 1.5seno(4.5x) + 0.3seno(5x) + 0.2seno(7x) + + 2.5seno(7.5x) + 5seno(10.5x)]$$
(5.2)

$$\Delta x = \frac{2\pi}{periodo}$$

(5.3)



figura (3.19)

Figura 5.19 - Tela do SiSCI apresentando como definir o sinal de excitação.

Está em andamento a implementação do sinal de Schroeder (IEEE, Transactions on information Theory, pp. 85 -89, january, (1970)). Este sinal tem sua energia distribuida numa faixa mais larga de frequência o que o favorece a sua utilização na estimação de parâmetros.

## 4.4.6 Gráficos

Nesta seção são realizadas as definições dos gráficos com opção para visualização dos sinais presentes na memória.

Definições: Podem ser definidas as escalas verticais e horizontais, Títulos e as unidades dos eixos verticais e horizontais de cada gráfico(nesta versão o SiSCI oferece no máximo dois gráficos)(veja figura 4.14 e 4.20).

Mostra Curvas: Neste caso, será aberto um outro leque de opções onde o usuário poderá escolher qual curva deve ser plotada (figura 4.21). Podem ser plotadas as seguintes curvas: Sinal de saída, sinal de excitação e sinal de controle. Se a opção for todos os gráficos, uma tela mostrará a entrada e a saída e a outra a variável de controle.



Figura 4.20 - Tela do SiSCI apresentando como fazer as definições dos gráficos.



Figura 4.21 - Tela do SiSCI mostrando opções para apresentação dos sinais.

## 4.4.7 Simulação

Finalmente, a janela Simulação simula o sistema em malha aberta e em malha fechada.

Simulação em malha aberta: a simulação será feita com a planta armazenada na memória (polinômios A e B), utilizando 500 pontos gerados na janela de Excitação . Os pontos obtidos da saída do sistema são mostrados em tela gráfica e armazenados na memória.. Antes da simulação é mostrado ao usuário os dois polinômios que estão na memória (figura 4.22). Se o usuário desejar simular uma planta que esta em arquivo deve antes carregar esta planta via opção <u>Arquivo</u>, na janela <u>Planta</u>.



Figura 4.22 - Tela do SiSCI apresentando como realizar Simulação em malha aberta.

Simulação em malha fechada. Neste caso simulação será feita em malha fechada com controlador. O controlador pode ser de dois tipo: Padrão e Modificado

<u>Controlador Padrão</u>: Neste caso o controlador está na forma simplificada e é discretizado utilizando um atraso. O usuário só terá a opção de definir a amplitude da saturação do atuador (figura 4.23).

<u>Controlador Modificado</u>: Neste caso o controlador é discretizado utilizando a aproximação Tustin's. O usuário tem a opção de dois filtros um na saída do sinal derivativo e outro para prevenir a saturação do termo integral. O usuário tem, ainda as opções de definir a amplitude de saturação do atuador e um atenuador para variações repentinas na referência (figura 4.24)( Para maiores informações volte ao capítulo 2).

Nos dois casos o tempo de amostragem vai ser o mesmo utilizado na planta.



Figura 4.23 - Tela do SiSCI apresentando como definir a amplitude de saturação do atuador no controlador simples.





## 4.5 Conclusão

Neste capítulo foi feita uma descrição completa do SiSCI, abordando aspectos de sua implementação linguagem utilizada e limitações. Descreveu-se, também, neste capítulo toda a sua interface dando ao usuário todos os procedimento para sua correta utilização.

# **CAPÍTULO 5**

## **TESTES E RESULTADOS**

## 5.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se os resultados obtidos de testes de simulação feitos no SiSCI. Os testes serão feitos nas partes de: Discretização; Identificação; Excitação; Determinação dos parâmetros do controlador; simulação em malha aberta e simulação em malha fechada com o controlador. Serão empregadas para isso, cinco plantas, que refletem a estrutura associada ao maior número de plantas que aparecem nos processos industriais.

Na parte de discretização, serão discretizadas as três primeiras plantas, das cincos citadas, empregando o sistema SiSCI. Isto será feito para vários períodos de amostragem.

Na parte de Identificação, serão mostrados os resultados obtidos, quando os métodos de Identificação, presentes no SiSCI, são aplicados às plantas escolhidas. Claro, alguns métodos serão aplicados somente a certos tipos de planta (veja capítulo 3). No método dos Mínimos Quadrados além de fornecer os parâmetros dos polinômios A e B estimados, será dado, também, um gráfico com dois sinais de saída, do sistema estimado e do sistema real.

Quanto à parte de Excitação e Simulação, serão mostrados gráficos com alguns dos vários sinais de excitação que podem ser gerados pelo sistema aqui apresentado. Serão mostrados, na parte de Simulação, os gráficos com sinais de saída de cada planta a uma excitação degrau.

Com exceção do método polo dominante, os parâmetros do controlador serão determinados utilizando ou os resultados obtidos na parte de identificação, ou através de entrada do polinômio discretizado. No método polo dominante, os cálculos dos parâmetros serão feitos com base nos coeficientes dos polinômio A e B, na forma contínua.

Finalmente, serão projetados, para cada plantas, diferentes tipos de controladores. Os parâmetros destes controladores serão mostrados em tabelas acompanhadas de gráficos contendo os sinais de entrada, saída e variável de controle.

Está em endamento a realização de testes experimentais em processo reais.

## 5.2 Definição das Plantas.

A seguir são apresentadas as plantas que serão utilizadas nos testes. As variáveis são adimensionais.

Planta 1

$$G(s) = \frac{K_p}{s+r}$$

com:  $K_p = 1.0$ 

r = 0.5

Planta 2

$$G(s) = \frac{K_p}{(s+r)(s+p)}$$
(5.2)

com:  $K_p = 1.0$ 

$$r = 1.0$$
  
 $p = 3.845$ 

Planta 3

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\omega\xi s + \omega^2}$$

com:  $\omega = 4.0$ 

 $\xi = 0.5$ 

(5.1)

(5.3)

$$G(s) = \frac{1-s}{(1-4s)(1+1s)}$$
(5.4)

Planta 5

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0.2s)(1+0.05s)(1+0.01s)}$$
(5.5)

## 5.3 Discretização

A seguir tabelas contendo os resultados da discretização das plantas para os períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.5. O processo de discretização inclui um segurador de ordem zero. Como o sistema não tem rotinas para discretizar plantas do tipo 4 e 5, estas plantas serão discretizada utilizando o MATLAB. Os resultados serão armazenados em arquivo para serem utilizados pelo SiSCI. É fornecido, também, os gráficos com os o sinal de saída , de cada planta em malha aberta, quando submetidas a uma excitação degrau de amplitude cinco. As simulações das cinco plantas são feitas no SiSCI e mostradas as respostas ao degrau quando discretizadas com período de amostragem 0.1. Admita, em todos ao gráficos, que as unidades seja volts e segundos.

Planta 1

$$W(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}$$

	То	0.05	0.1	0.2	
	al	-9.753099e-01	-9.512294e-01	-9.048374e-01	
1	b1	2.469009e-02	4.877058e-02	9.516258e-02	

Tabela 5.1 - Parâmetros da planta 1 quando discretizada com períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.

OFPS/BIBLIOTECA/ PRAI

100

(5.6)





$$W(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$
(5.7)

То	0.05	0.1	0.2
al	-1.776330e+00	-1.585628e+00	-1.282207e+00
a2	7.848599e-01	6.160051e-01	3.794623e-01
b1	4.437058e-03	1.641163e-02	5.639950e-02
b2	4.092888e-03	1.396513e-02	4.085575e-02

Tabela 5.2 - Parâmetros da planta 2 quando discretizada com períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.





$$W(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

То	0.05	0.1	0.2
al	-1.849353e+00	-1.646265e+00	-1.136931e+00
a2	8.869204e-01	7.866279e-01	6.187834e-01
b1	1.915996e-02	7.300126e-02	2.605427e-01
b2	1.840778e-02	6.736208e-02	2.213095e-01

Tabela 5.3 - Parâmetros da planta 3 quando discretizada com períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.

102

T

Testes e Resultados





Planta 4

$$W(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

			Contraction of the local division of the loc
То	0.05	0.1	0.2
al	-1.9388	-1.8801	-1.7700
a2	0.9394	0.8825	0.7788
b1	-0.0482	-0.0928	-0.1721
b2	0.0488	0.0951	0.1809

Tabela 5.4 - Parâmetros da planta 4 quando discretizada com períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.





$$W(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}}$$
(5.8)

То	0.05	0.1	0.2
al	-2.104648	-1.6467	-1.2049
a2	1.391396	0.7534	0.3229
a3	-0.281812	-0.0743	-0.0055
a4	0.001836	0.0	0,0000
b1	0.000937	0.0072	0.0405
b2	0.00434	0.0213	0.0672
b3	0.00147	0.0038	0.0047
b4	0.000025	0.00	0.0000

Tabela 5.5 - Parâmetros da planta 5 quando discretizada com períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2 segundos.

Testes e Resultados -

Figura 5.5 - Sinal de saída planta 5, discretizada com período de amoastragem 0.05, a uma excitação degrau.

# 5.4 Identificação

A identificação pode ser feita através de sinais de entrada e saída vindos, ou de arquivo (dados reais ou de simulação) ou da memória (resultado da última simulação). Serão feitos testes utilizado pontos de arquivo e pontos de simulação anterior. O Método da Reta ( tangente ) e Método da Áreas serão aplicadas às plantas 1, 2, e 5 ( plantas com resposta monótona ), para analisar a distorção dos resultados, este método, será aplicado também na planta 4. o Método do Sobre-Sinal somente será aplicado à planta 3 e o Método do Relé e Método dos Mínimos Quadrados serão aplicados a todas plantas.

Os resultados mostrados nas tabelas referentes aos métodos, da Reta, do Sobre-Sinal e método do Relé, representam a média aritmética de três testes realizados. Isso foi feito porque a resposta obtida quando se emprega um destes métodos depende, também, do operador.

## 5.4.1 Método da Reta

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
1.77833	0.03597	0.05
1.79900	0.04130	0.10
1.94300	0.08000	0.20

Tabela 5.6 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 1 quando utilizado o método da Reta.

Planta 2

Planta 1

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
1.42833	0.22160	0.05
1.58367	0.13743	0.10
1.59000	0.16000	0.20

Tabela 5.7 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 2quando utilizado o método da Reta.

106

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
5.711	1.5500	0.05
5.813	1.4000	0.10
6.484	1.2000	0.20

Tabela 5.8 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 4 quando utilizado o método da Reta.

Planta 5

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
1.4033	0.18133	0.05
1.4500	0.16040	0.10
1.5900	0.16000	0.20

Tabela 5.9 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 5 quando utilizado o método da Reta.

# 5.4.2 Método das Áreas

Planta 1

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
1.9819	0.0857	0.05
1.4360	0.3560	0.10
0.4745	0.5983	0.20

Tabela 5.10 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 1 quando utilizado o método das Áreas.

Ploning /	3	40		1.	n
A IMILIA A	4	la	п	la	r

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
0.9819	0.2916	0.05
0.8619	0.3605	0.10
0.123	0.6252	0.20

Tabela 5.11 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 2 quando utilizado o método das Áreas.

#### Planta 4

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
4.032	2.045	0.05
3.978	2.102	0.10
4.522	2.014	0.20

Tabela 5.12 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 4 quando utilizado o método das Áreas.

Planta 5

Constante de tempo (T)	atraso (L)	То
0.9656	0.3171	0.05
0.71870	0.4800	0.10
0.26400	0.5460	0.20

Tabela 5.13 - Resultados da estimação da constante de tempo e do atraso da planta 5 quando utilizado o método das Áreas.

## 5.4.3 Método do Sobre-Sinal

Planta 3

Freq. Natural $(\omega_n)$	Fator de Amortec. (٤)	То
4.462	0.5601	0.05
4.740	0.5601	0.10
4.687	0.5460	0.20

Tabela 5.14 - Resultados da estimação da frequência natural e do fator de amortecimento da planta 3 quando utilizado o método do Sobre-Sinal.

Embora os resultados da estimação da constante de tempo, utilizando o método da Reta no caso da planta 1 (constante de tempo 2), tenha aproximado do valor real, com o aumento do período de amostragem, os resultados obtidos nas estimativas restantes (método da Reta, método das Áreas e método do Sobre-Sinal), leva a concluir que, quanto maior o período de amostragem, mais distante o valor obtido vai estar do valor real.

## 5.4.4 Método do Relé

#### Planta 1

Período Limite (T <sub>c</sub> )	Ganho (Kc)	То
5.600	1.044	0.05
5.600	1.044	0.1
6.000	1.011	0.2

Tabela 5.14 - Resultados da estimação do Período limite e do Ganho limite da planta 1, utilizando o método do Relé.

Período Limite (Tc)	Ganho (Kc)	То
3.500	1.044	0.05
3.600	1.044	0.1
3.600	0.979	0.2

Tabela 5.15 - Resultados da estimação do Período limite e do Ganho limite da planta 2, utilizando o método do Relé.

Planta 3

Período Limite (T <sub>c</sub> )	Ganho (Kc)	То
1.110	0.6560	0.05
1.100	0.6560	0.10
1.200	0.4547	0.20

Tabela 5.16 - Resultados da estimação do Período limite e do Ganho limite da planta 3, utilizando o método do Relé.

#### Planta 4

Dianta 5

Período Limite (Tc)	Ganho (Kc)	То
14.00	1.027	0.05
14.10	1.044	0.10
13.90	1.027	0.20

Tabela 5.17 - Resultados da estimação do Período limite e do Ganho limite da planta 4, utilizando o método do Relé.

Deviado Limito (T.)	Carle (V)	То
Periodo Limite (1c)	Ganno (Kc)	10
3.450	1.044	0.05
3.400	1.011	0.10
3.200	1.027	0.20

Tabela 5.18 - Resultados da estimação do Período limite e do Ganho limite da planta 5, utilizando o método do Relé.

## 5.4.5 Método dos Mínimos Quadrados

#### Introducão

A estimação dos parâmetros das plantas serão feitas empregando os mesmos períodos de amostragem utilizados na discretização, para que os resultados possam ser comparados aos valores originais.

Os resultados dos testes (os coeficientes dos polinômios A e B) serão mostrados em tabela acompanhada de um gráfico composto de duas curvas: A primeira é a resposta do sistema real e a segunda, a resposta do sistema estimado, ambas com período de amostragem 0.1. A seguir é mostrado um gráfico contendo o sinal de excitação utilizado na identificação das plantas

#### Sinal de Excitação

A estimação de parâmetros o sial de excitação desempenha um papel muito importante. Se ele não for "rico" o suficiente (Ljung (1987)) o sistema estimado pode divergir muito do sistema real. Numa primeira fase dos testes de estimação tentar-se-á fazer a estimação utilizando um sinal de excitação simples (figura 5.6). Este sinal é na verdade a soma de alguns senos com frequência e amplitude variadas. No SiSCI, este sinal pode ser obtido na janela de excitação na opção soma-de-senos com período =300 (equação 5.3).



Figura 5.6 - Sinal de excitação Soma de senos.

Na seqüência, todas as plantas serão estimadas. Nas tabelas, To representa o período de amostragem.

Planta 1

То	0.05	0.1	0.2
al	-9.753099e-01	-9.512294e-02	-9.048374e-01
b1	2.469009e-02	4.877058e-02	9.516258e-02

Tabela 5.19 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 1, utilizando o método dos Mínimos Quadrados.



Figura 5.7 - Sinal de saída da planta 1 real e sinal de saída da planta 1 estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura 5.6).

Planta 1.

То	0.05	0.1	0.2
al	-0.9711769	-0.9428842	8387215
b1	0.025244	0.05117648	0.1205805

Tabela 5.20 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 1, utilizando o método dos Mínimos Quadrados.(excitação com período duas vezes maior período = 600)

### Planta 2

То	0.05	0.1	0.2
al	-1.78248	-1.632048	-0.810267
a2	0.7911671	0.65569	0.815147
b1	0.0133606	0.0505347	0.1667246
b2	-0.00518	0.0238358	-0.1605935





Figura 5.8 - Sinal de saída da planta 2 real e sinal de saída da planta 2 estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura 5.6).

#### Planta 3

То	0.05	0.1	0.2
al	-1.849365	-1.628779	-1.007847
a2	0.865634	0.7734208	0.5711833
b1	0.05825542	0.2237408	0.842493
b2	-0.02145414	-0.07992839	-0.2840724

Tabela 5.22 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 3, utilizando o método dos Mínimos Quadrados.



Figura 5.9 - Sinal de saída da planta 3 real e sinal de saída da planta 3 estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura 5.6).

То	0.05	0.1	0.2
al	-1.9150	-1.8530	-1.7280
a2	0.9155	0.8559	0.7383
b1	-0.01166	-0.02191	-0.03855
b2	0.01253	0.02486	0.04932

Tabela 5.23 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 4, utilizando o método dos Mínimos Quadrados.



Figura 5.10 - Sinal de saída da planta 4 real e sinal de saída da planta 4 estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura 5.6).

То	0.05	0.1	0.5
al	-1.7460	-1.5600	-1.5600
a2	0.7559	0.5919	0.6219
b1	5.228e-03	4.023e-02	0.1625
b2	4.895e-03	-7.550e-03	-0.1199

Tabela 5.24 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 5, utilizando o métododos Mínimos Quadrados (estimada como planta de segunda ordem).



Figura 5.11 - Sinal de saída da planta 5 real e sinal de saída da planta 2 estimada, utilizando a mesma excitação (excitação da figura 5.6).

Planta 5 (Estimada como planta de terceira ordem)

Não se conseguiu estimar os parâmetros utilizando o sinal de excitação anterior. Uma segunda tentativa foi feita utilizando a mesma excitação mas com a frequência seis vezes maior (fator = 50). Isso foi feito com o objetivo de tornar o sinal mais "rico".





Testes e Resultados

То	0.05
al	-1.712
22	0.794
a3	0.03289
b1	0.006359
b2	0.001383
b3	0.002445

Tabela 5.25 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 5 (estimada como planta de terceira ordem), utilizando o método dos Mínimos Quadrados.



Figura 5.13 - Sinal de saída da planta 5 real e sinal de saída da planta 5 estimada, utilizando como excitação 5.12 (estimada como planta de terceira ordem).

Nota-se claramente na figura 5.13 que o sinal de saída do sistema estimado apresenta um erro em relação ao sinal de saída do sistema real.

Uma terceira tentativa foi feita, utilizando como sinal de excitação uma onda quadrada (figura 5.14). Observa-se que apesar de o sinal de saída estimado ter acompanhado mais fielmente o sinal de saída do sistema real (figura 5.15), ainda não se pode afirmar que a estimação foi melhor, porque o sinais de excitação são diferentes. Com base na figura 5.16 pode se afirmar que a terceira tentativa foi melhor. Nesta figura pode-se ver claramente que, para o mesmo sinal de excitação o sinal de saída da planta da tabela 5.26 acompanha mais fielmente o sinal de saída da planta real.

Testes e Resultados

То	0.05
a1	-1.030e+00
a2	-5.376e-01
a3	5.842e-01
b1	5.876e-03
b2	6.413e-03
b3	3.722e-03

Tabela 5.26 - Resultados da estimação dos parâmetros da planta 5 (estimada como planta de terceira ordem), utilizando o método dos Mínimos Quadrados e excitação com onda quadrada.



Figura 5.14 - Sinal de excitação quadrado, gerado pelo SiSCI.



Figura 5.15 - Sinal de saída da planta 5 real e sinal de saída da planta 5 estimada, utilizado o mesma excitação (excitação da figura 5.14).

#### Conclusões e comentários sobre os testes da parte de Identificação

Os resultados obtidos na parte de identificação utilizando o método da Reta e das Áreas podem ser analisados comparando diretamente o resultado obtido, com o valor da constante de tempo dominante das plantas. Pode-se notar que a medida que o período de amostragem aumenta, a identificação em todos os métodos piora. Observa-se que, segundo o teorema da amostragem, para que se possa reconstruir o sinal, o período de amostragem tem que ser sempre menor que a metade da maior constante de tempo da planta. No processo de identificação via Mínimos Quadrados o resultado é função, também, do tipo de excitação utilizada.

Os resultados obtidos na identificação através do método do Mínimos quadrados foram satisfatórios, isto pode ser observado nas figuras 5.7 a 5.11, em que o sinal de saída das plantas estimadas acompanhou (cada figura mostra os dois sinais )o sinal de saída das plantas originais. Isto mostra que existe um aproximação satisfatória entre as plantas estimadas e as plantas originais.

Não foi possível estimar a planta 5 utilizando um modelo de terceira ordem e a mesma excitação (excitação não é "rica" o suficiente). Numa segunda tentativa aumentou-se a frequência do sinal de excitação e, neste caso, consegui-se fazer uma estimação, porém, os resultados não foram satisfatório, pois o sinal de saída da planta

#### Testes e Resultados

estimada não acompanhou o sinal da planta estimada (figura 5.13). Então, foi feita uma terceira tentativa onde foi utilizado como excitação uma onda quadrada. Neste caso a estimação foi satisfatória. Isso pode ser observado nos gráficos 5.15 e 5.16. No gráfico 5.16 são plotados: a saída da planta original os sinais de saída das planta obtida na segunda e terceira tentativas.



Figura 5.16 - Sinal de saída da planta 5 real, sinal de saída da planta 5 estimada utilizando excitação soma de senos e sinal de saída da planta 5 estimada com sinal de excitação quadrado.

## 5.5. Cálculo dos parâmetros do controlador

#### Introducão

Nesta fase os testes são feitos a partir de resultados obtidos dos testes de identificação. No sistema desenvolvido neste trabalho o usuário tem a opção de escolher como vai projetar o seu controlador. Pode-se fazer isso, ou a partir de pontos de entrada e saída do sistema e, neste caso, antes de projetar o controlador este sistema tem que ser identificado para que, com os resultados obtidos, possa-se calcular os parâmetros do controlador para esta planta, ou o usuário pode entrar diretamente com as característica da planta e partir para o projeto do controlador.

Como foi visto no capítulo 5 o SiSCI tem rotinas para calcular os parâmetros do controlador utilizando os seguintes métodos: Ziegler-Nichols no tempo e na frequência; Cancelamento de Pólos; Alocação de Pólos e Polo Dominante. A seguir, para cada planta, serão projetados controladores usando vários métodos. Naturalmente não serão feitas todas as combinações possíveis mesmo porque alguns métodos ou controladores não são indicados para certos tipos de planta, por exemplo como foi visto no capítulo 3 um controlador PI é mais indicado para uma planta de primeira ordem, não se deve utilizar o método de Ziegler-Nichols na frequência para uma planta que foi modelada utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.

A cada teste feito serão mostrados os parâmetros obtidos para o controlador acompanhados de dois gráficos. No primeiro gráfico são mostrados os sinais de referência e saída dos sistema. No segundo é mostrado o sinal de controle.

#### 5.6.1 Método de Ziegler-Nichols (domínio do tempo)

Os parâmetros do controlador serão calculados utilizando resultados obtidos na modelagem feita através do método das áreas.

Controlador	PI	
Proporcional	0.7343	
Integral	1.068	

Tabela 5.27 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 1, utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.



Figura 5.17 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 1 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.

### Planta

2

Controlador	PI	
Proporcional	0.4353	
Integral	1.083	

Tabela 5.28 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2, utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.

Testes e Resultados



Figura 5.18 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PID
Proporcional	0.5803
Integral	0.7210
Derivativo	0.1803

Tabela 5.29 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 2, utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.



Figura 5.19 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.
5

Controlador	PI
Proporcional	0.2726
Integral	1.4400

Tabela 5.30 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5, utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.



Figura 5.20 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PID
Proporcional	0.3634
Integral	0.9600
Derivativo	0.2400

Tabela 5.31 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 5, utilizando o método de Ziegler-Nichols no tempo.



Figura 5.21 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols no tempo). Gráfico inferior: sinal de controle.

### Conclusão

Este método não da liberdade ao projetista de especificar o comportamento da saída do sistema em malha fechada. Apesar disso, pode-se observar que quando se usa um controlador PID a resposta do sistema fica mais rápida. Isto pode ser notado claramente comparando a figura 5.20 (PI) com a figura 5.21 (PID). Usando um PI a planta leva 16 segundos para zerar o erro entre a saída do processo e a referência, com um PID este tempo diminui para 4 segundos.

#### 5.5.2 Método de Ziegler-Nichols (domínio da frequência)

Os testes foram feitos, aqui, a partir de resultados obtidos através do método do relé (capítulo 3). A amplitude do rele foi regulada para cinco e a histerese para 3. A seguir são dados tabelas e gráficos com os parâmetros do controlador e saída do sistema em malha fechada, respectivamente.

# Planta 1

Controlador	PI
Proporcional	0.3858
Integral	5.2800

Tabela 5.32 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 1, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.22 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 1 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	рт
Proporcional	0.4108
Integral	4.9600

Tabela 5.33 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.23 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PID
Proporcional	0.6162
Integral	3.100
Derivativo	0.7750

Tabela 5.34 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 2, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.

1				10						
/										
/									······	•••••
1			entre de la contracta						······	
for the second			en an esta non a							••••••
						5			2	
50	1 (	20	150	200		700	750	100		
50	1 (	00	150	200	250	300	350	400	450	
50	1 (	00	150	200	250	300	350	400	450	
50	7 (	00	150	200	250	300	350	400	450	
50	7.0	30	150	200	250	300	350	400	450	
50	1	00	150	200	250	300	350	400	450	
50	я ( 	30	150	200	250	300	350	400	450	
50	n (	20	150	200	250	300	350	400	450	
50	3.0	20	150	200	250	300	350	400	450	
50	5.	20	150	200	250	300	350	400	450	
50		20	150	200	250	300	350	400	450	

Figura 5.24 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

#### Planta 3

Controlador	PI
Proporcional	0.256
Integral	7.680

Tabela 5.35 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 3, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.25 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 3 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PID
Propositional	0.3970
Integral	4.8000
Derivativo	1.2000

Tabela 5.36 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 3, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.26 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 3 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

### planta 4

Controlador	PI
Proporcional	0.4108
Integral	4.4600

Tabela 5.37 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 4, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.

		1				1				
										- Anna and
						1				
						anna farainn				
1.000						1				
						••••••				
	·····					i				
	and the second s									
	Commence and the second									
	1		and the second							
				a set of the set of th	the second s	the second se				
	50	100	150	200	250	300	350	100	150	-
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5
_	50	100	150	200	250	300	350	~00	450	5
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	5

Figura 5.27 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 4 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PID
Proporcional	0.6162
Integral	3.100
Derivativo	0.7750

Tabela 5.38 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 4, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.28 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 4 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PI
Proporcional	0.4049
Integral	5.040

Tabela 5.39 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.29 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PI - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

Controlador	PID
Proporcional	0.6066
Integral	3.150
Derivativo	0.7875

Tabela 5.40 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 5, utilizando o método de Ziegler-Nichols na frequência.



Figura 5.30 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PID - Método de Ziegler-Nichols na frequência). Gráfico inferior: sinal de controle.

#### Conclusão

Este método, também, não da liberdade ao projetista de "especificar o comportamento da saída do sistema em malha fechada". Mas, como no método de Ziegler-Nichols no domínio do tempo, pode-se observar que quando se usa um controlador PID a resposta do sistema fica mais rápida. Observa-se, ainda, que o controlador foi utilizado em todas as plantas isso porque os parâmetros do controlador, neste método, são calculados a partir do modelamento feito através do método do Relé, e o método do Relé não é restrito, como os métodos da Reta e das Área, a resposta monótona.

Conseguiu-se, utilizando este método, controlar a saída de todos os processos propostos neste trabalho.

# 5.5.3 Cálculo dos parâmetros do controlador através da técnica de Alocação de Pólos

Como foi visto no capítulo 3, o projeto do controlador através da técnica de alocação de pólos, consiste em alocar os pólos do sistema de tal forma a se ter uma dinâmica em malha fechada requerida. Os testes serão feitos utilizando, ou um controlador PI ou um controlador PID, o que dá a possibilidade de alocar no máximo dois pólos (controlador PID).

Os parâmetros de projeto são: frequência ( $\omega_0$ ), o fator de amortecimento ( $\xi$ ) e mais um polo real quando for utilizado um controlador PID.

# Planta 1

Parâmetros:  $\omega_0 = 2.0$ 

ξ =0.707

Controlador	PI
Proporcional	4.656
Integral	0.582

Tabela 5.41 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 1, utilizando o método de Alocação de Pólos.



Figura 5.31 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 1 com controlador PI - Método de Alocação de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

Parâmetros:  $\omega_0=3.0$ 

ξ =0.707

Controlador	PI
Proporcional	0.4140
Integral	0.4140

Tabela 5.42 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2, utilizando o método de Alocação de Pólos.



Figura 5.32 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PI - Método de Alocação de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

Parâmetros:  $\omega_0=2.0$  $\xi=0.707$ 

polo real =1.0

Controlador	PID
Proporcional	4.650
Integral	6.632
Derivativo	0.1341

Tabela 5.43 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 2, utilizando o método de Alocação de Pólos.



Figura 5.33 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PID - Método de Alocação de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

Parâmetros:  $\omega_0=2.0$ 

ξ =0.707

Controlador	PI
Proporcional	1.828
Integral	0.457

Tabela 5.44 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5, utilizando o método de Alocação de Pólos.



Figura 5.34- Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PI - Método de Alocação de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

Parâmetros:  $\omega_0 = 3.0$  $\xi = 0.707$ 

polo real = 1.0

Controlador	PID
Proporcional	4.650
Integral	0.623
Derivativo	0.1341

Tabela 5.45 - Parâmetros do controlador PID, projetados para planta 5, utilizando o método de Alocação de Pólos.



Figura 5.35- Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PID- Método de Alocação de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

#### Conclusão

Através deste método, o projetista pode especificar a dinâmica de malha fechada para o sistema. Note que, em alguns casos (figura 5.31 e figuras 5.33) o atuador atingiu a saturação (máximo 10 e mínimo -10), e neste caso a dinâmica desejada não foi conseguida. Pode ser observado, também, na figura 5.34 que a dinâmica desejada também não foi atingida, isso porque com um controlador PI, pode-se alocar somente um pólo e a planta (planta 5 com período de amostragem 0.1) tem três pólos. Quando foi utilizado um controlador PID (figura 5.35), a comportamento em malha fechado do sistema aproximou mais do desejado. Observa-se que o comportamento desejado é fornecido pelo projetista através da frequência natural ( $\omega_0$ ) e pelo fator de amortecimento ( $\xi$ ).

137

# 5.5.4 Cálculo dos parâmetros do controlador através do Cancelamento de Pólos

Nesta técnica os parâmetros do controlador são calculados de tal a forma que, quando em malha fechada com o controlador, os pólos indesejáveis da planta sejam cancelados (mais detalhes no capítulo 3).

Os parâmetros de projeto são: frequência ( $\omega_0$ ), o fator de amortecimento ( $\xi$ ) e o somatório das constantes de tempo restantes  $\Sigma T$  (capítulo 3).

#### Planta 2

Parâmetros:  $\omega_0 = 2.0$ 

 $\xi = 0.707$  $\Sigma T = 0.5$ 

Controlador	PI
Proporcional	9.999
Integral	9.996

Tabela 5.46 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 2, utilizando o método de Cancelamento de Pólos.



Figura 5.36 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 2 com controlador PI - Método de Cancelamento de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

Parâmetros: $\omega_0=3$ . $\xi =0$ . $\Sigma T=0$		PI
Danîmatana	.0 0.707 0.5	
Planta 5		

Proporcional	1.0	
Integral	1.0	





Figura 5.37 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PI - Método de Cancelamento de Pólos). Gráfico inferior: sinal de controle.

# 5.5.5 Cálculo dos parâmetros do controlador através do Polo Dominante.

Os parâmetros de projeto são: frequência ( $\omega_0$ ), o fator de amortecimento ( $\xi$ ) e um fator, número que vai ser multiplicado pela frequência para gerar um terceiro polo (P3) a ser alocado (P3=fator\* $\omega_0$ . mais detalhes consulte o capítulo 3).

## Planta 5

```
Parâmetros: \omega_0=3.0
\xi=0.707
```

 Fat01-2.0		
Controlador	PI	
Proporcional	1.902	
Integral	1,948	

Tabela 5.48 - Parâmetros do controlador PI, projetados para planta 5, utilizando o método do Pólo Dominante.



Figura 5.38 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PI - Método do Pólo Dominante). Gráfico inferior: sinal de controle.



Figura 5.39 - Gráfico superior: Sinais de: Referência e saída do sistema (Planta 5 com controlador PID - Método do Polo Dominante -  $\omega_0 = 1.0, 2.0 \text{ e } 3.0$ ). Gráfico inferior: sinal de controle.

**Observação**: No Método do Polo Dominante, o SiSCI, calcula os parâmetros do controlador usando os coeficientes dos polinômios A e B na forma contínua. Para se fazer a simulação em malha fechada, deve-se, após ter projetado o controlador, carregar ou via arquivo ou via teclado, a planta na forma discretizada, já que o programa trabalha com todo o sistema discretizado.

#### Testes e Resultados

# 5.6 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos de vários testes feitos no SiSCI. Os testes foram divididos em três partes: Discretização; Identificação e Projeto do Controlador.

Na parte de discretização três plantas das cincos definidas no início deste capítulo foram discretizadas, usando para isso, os períodos de amostragem 0.05, 0.1 e 0.2. Os resultados foram mostrados em tabelas acompanhadas de gráficos contendo o sinal de saída do da planta discretizada quando excitadas com um degrau.

As cinco plantas foram identificadas utilizando os vários métodos disponíveis no SiSCI. O método da Reta, Método da Áreas, Método do Sobre-Sinal e Método do Relé foram utilizados na obtenção de modelos simples. Nos testes onde o resultado dependiam, também do operador, foram feitos para cada caso três testes e a média aritmética foi mostrada em tabela. O quinto e último teste foi feito utilizando o método dos Mínimos Quadrados, neste caso, modelos de até terceira ordem foram obtidos.

Na parte de Projeto do Controlador, os parâmetros do controlador foram calculados utilizando as cinco técnicas disponíveis no SiSCI. No caso dos Métodos de Ziegler-Nichols, no tempo e na frequência, os controladores foram projetados a partir dos resultados obtidos na identificação, usando para isso, os Métodos: da Reta e do Relé. Nos Métodos de Cancelamento de Pólos e Alocação de pólos os parâmetros de projeto foram fornecidos ao programa via teclado e a planta via arquivo. No caso do Método do Pólo Dominante a planta foi fornecida ao programa na forma contínua. Isso se fez necessário porque a rotina que faz os cálculos dos parâmetros do controlador, neste método, trabalha com os coeficientes da planta na forma contínua. Os resultados, de todos os testes feitos nesta parte, também, foram mostrados em tabelas acompanhadas de gráficos com os sinais de saída do sistema em malha fechada com o controlador, a referência e o sinal de controle

Finalmente, deve-se ressaltar que não foram mostrados testes feitos com as rotinas da janela Arquivo, mas estas rotinas foram exaustivamente usadas enquanto os testes mencionados anteriormente, eram feitos. Os resultados obtidos na janela excitação podem ser vistos em quase todos os gráficos mostrados neste capítulo, já que em quase todos eles aparecem o sinal de excitação. Vários tipos de sinais podem ser encontrados distribuídos nos diversos testes realizados e mostrados neste capítulo.

# CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS.

#### Resumo do Trabalho Realizado e resultados obtidos

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um Sistema para Sintonia de Controladores Industriais - SiSCI. Sabendo-se que uma boa sintonia começa com um bom conhecimento sobre a planta a qual se deseja projetar o controlador. Foram desenvolvidas rotinas para simulação, discretização e identificação de processos. Na parte de Sintonia, foram implementadas rotinas para calcular os parâmetros do controlador baseadas em técnicas conhecidas na literatura. Foram, também, desenvolvidas e implementadas, rotinas para salvar e carregar, de arquivo, sinais e plantas, vindas ou não de testes experimentais.

No capítulo 1 foi feita uma breve introdução sobre o trabalho, indicando alguns artigos e livros que aborda o conteúdo teórico utilizado no mesmo.

Uma introdução dos controladores PID foi apresentada no capítulo 1. Foi estudada suas ações básicas e algumas modificações na sua estrutura no sentido de melhorar o seu desempenho. Um algoritmo do controlador PID discretizado, também, foi obtido.

No capítulo 2, foram apresentadas alternativas para modelagem de plantas no domínio do tempo e algumas técnicas para determinação dos parâmetros do controlador para estas plantas. As técnicas foram divididas em métodos gráficos e métodos paramétricos. Os métodos gráficos que foram estudados e implementados foram os métodos: da Reta e das Áreas que são utilizados para modelar plantas com resposta monótona e o método do Sobre-Sinal, utilizado para modelar plantas com resposta oscilatória. O método dos Mínimos Quadrados, também, foi estudado e implementado.

Foram implementadas quatro técnicas para determinar os parâmetros do controlador: Técnica de Ziegler-Nichols no tempo, onde os parâmetros do controlador são calculados em função da constante de tempo e do atraso da planta, informações que são obtidas na modelagem através dos métodos da reta e das áreas; Método do

Cancelamento de Pólos onde os pólos indesejáveis do processo são cancelados com os zeros do controlador; Método de Alocação de Pólos e Método do Pólo Dominante.

No capítulo 3, foi apresentada uma abordagem na frequência para o problema da determinação dos parâmetros do controlador. Na parte de modelagem foi dado ênfase a determinação do ponto onde a curva de Nyquist cruza o eixo real negativo, também chamado ponto crítico. Foram apresentados dois métodos para determinar o ponto crítico: Método de Ziegler-Nichols e Método do Relé. Foi implementado no SiSCI, somente o Método do Relé. Ainda neste capítulo foi mostrado como calcular os parâmetros do controlador a partir dos resultados obtidos na aplicação do método do Relé.

O SiSCI foi descrito completamente no capítulo 4. Foram apresentadas todas as telas presentes no sistema, dado informações sobre dados de entrada e saída quando na utilização das rotinas. Neste capítulo foi apresentado, na verdade, um Manual de Utilização do SiSCI.

Finalmente no capítulo 5 foram feitos testes em todas as rotinas presentes no SiSCI. Todos os resultados foram mostrados através de tabelas e gráficos. Plantas de primeira e segunda ordem foram discretizadas utilizando o SiSCI. Na parte de identificação plantas de até terceira ordem foram obtidas. Pode-se concluir claramente que a identificação depende do período de amostragem em que foi obtidos os pontos, do tipo de excitação utilizada e do projetista para os caso onde os cálculos não são feitos automáticos

Ainda, no capítulo de testes, todas as rotinas utilizadas para determinar os parâmetros do controlador foram testadas. Os parâmetros foram determinados e os resultados obtidos foram utilizados para simular a planta em malha fechada com controlador, e neste caso, foram mostrados os gráficos com os sinais de referência saída do processo e sinal de controle.

Os métodos de Ziegler-Nichols e Cancelamento de Pólos, implementados no SiSCI, são os mais simples e fáceis de serem implementados, porém, o projetista não como determinar o comportamento do sistema em malha fechada. Observou-se que quando a regra de Ziegler-Nichols na frequência combinada com o método do Relé foi utilizados na determinação dos parâmetros do controlador, a saída do processo conseguiu acompanhar a referência em todos os testes realizados. Observou-se que com um controlador PID aumenta-se a velocidade de resposta do sistema em malha fechada.

Com os métodos de Alocação de Pólo e Pólo Dominante, pode-se determinar a dinâmica desejada para o sistema em malha fechada. No método de simples Alocação de Pólos, os resultados dependem da ordem do sistema e da ordem controlador. Quando se usa o método de alocar os Pólos Dominantes, pode-se controlar e especificar o comportamento de malha fechada de plantas de ordem superior a ordem do controlador, desde que o processo tenha pólos dominantes.

#### Sugestões para Próximos Trabalhos

Todos os testes feitos no SiSCI foram simulações e portanto, um trabalho que deve ser feito após este, é a conexão do SiSCI com processos reais.

Para tornar o SiSCI uma ferramenta ainda mais poderosa na mão dos projetistas de controladores, trabalhos posteriores podes ser feitos no sentido de complementar o SiSCI com rotinas que façam:

- Redução da ordem de uma função de transferência.
- Discretização de plantas de ordem superior a dois.
- Rotinas gráficas para desenhar a posição dos pólos da planta com e sem o controlador.
- Estimação recursiva de parâmetros
- Terminar a implantação SiSCI em ambiente Windows utilizando a linguagem Turbo C+ +

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

#### Åström, K.J.

"Adaptive Feedback Control." Proceedings of the IEEE, Vol. 75, p. 185 - 209, n.2, fevereiro, 1987.

#### Åström, K.J. & Hägglund, T.

"Automatic Tuning of PID Controllers" Instrument Society of America, 1988.

### Åström, K.J., Hägglund, T., Hang, C.C. & Ho, W.K.

"Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers - A Survey." 4<sup>th</sup> IFAC International Symposiun on adaptive Systems in Control an Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.121-126,1992.

#### Åström, K.J. & Wittenmark, B.

"Computer-Controlled Systems." Prentice-Hall, 1990.

Distefano, J.J., Stubberud, A.R. & Williams, I.J.

"Sistema de Retroação e Controle." McGranw-Hill do Brasil, 1972.

# Elgerd, O.I. & Stephens, W.C.

"Effect of Closed\_Loop Transfer Function Polo and Zero Locations on the Transient Response of linear Control Systems."Aplications and Industry, N° 42, p.121-127,1959.

#### Franklin, G.F. & Powell, J.D.

"Digital Control of Dynamic Systems." Addison-Wesley, 1980.

#### Hägglund, T. & Åström, K.J.

"Industrial Adaptive Controllers Based on Frequency Respose Techniques." Automatica, Vol. 27, n.4, p. 599-609, 1991.

### Isermann, R.

"Digital Control Systems." Springer-Verlag, New York, 1981.

# Kaya, A. & Scheib, T.J.

"Tuning of PID Controls of diferent strutures." Control Engineering, Vol. 35, p.62-65, julho, 1988.

# Kuo, B.C.

"Digital Control Systems." Holt, Rinehart and Winston, 1980.

#### Kuo, B.C.

"Automatic Control Systems." Prentice-Hall, 1970.

#### Ljung, L.

"System Identification: Theory for User." Prentice-Hall, New Jersey, 1987.

#### Lundh, M.

"Robust Adaptive Control." Ph.D. Thesis, Departament of Automatic Control, Lund, Sweden, 1991.

#### Mizrahi, V.V.

"Treinamento em linguagem C." McGraw-Hill, 1990.

#### Neuman, C.P. & Baradello, C.S.

"Digital Transfer functions for Microcomputer Control." IEE Transactions on Automatic Control, Vol. smc-9, n.12, p. 856-860, dezembro, 1979.

#### Nishikawa, Y., Sannomiya, N., Ohta, T & Tanaka, H.

"A Method for Auto-tuning of PID Control Parameters." Automatica, Vol. 20, n. 3, p. 321 - 333, 1984.

#### Ogata,K.

"Engenharia de Controle Moderno." Prentice-Hall, 1970.

#### Persson, P.

"Towards Autonomous PID Control." Ph.D. Thesis, Departament of Automatic Control, Lund, Sweden, 1992.

# Persson, P. & Åström, K.J.

"Dominat Pole Design a unifiel view of PID controller tuning." 4<sup>th</sup> IFAC International Symposiun on adaptive Systems in Control and Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.127-132,1992.

# Pinson, J.L.

"Designing Screen Interfaces in C." Prentice-Hall, New Jersey, 1991.

Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. & Vetterling, W.T.

"Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing."Cambridge

University Press, Cambridge, 1988.

# Rake, H.

"Step response and frequency responce methods." Automatica, número 16, p.519-526,1980.

#### Shneiderman, B.

"Designing the User Interface: Strategies for Effective Human-Computer Interaction." Addison-Wesley, 1987.

#### Takahashi, Y., Rabins, M. J.& Auslander. D. M.

"Control and Dynamic Systems." Addison-Wesley, 1970.

#### Wellstead, P.E., Edmunds, J.M., Prager, D. & Zanker, P.

"Self-tuning polo/zero assignment regulators." International Journal of Control, Vol. 30, p.1-26, 1979.