

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA**

**UMA VISÃO CRÍTICA DO  
COMPRIMENTO CORRIGIDO DE ALETAS**

por

**DANIELLE CHRISTINE A. JAGUARIBE**

**Tese submetida como requisito parcial para a  
obtenção do grau de**

**Mestre em Ciências  
de  
Engenharia Química**

**Michel Fossy  
Professor Orientador  
Emerson Freitas Jaguaribe  
Professor Co-Orientador**

**Campina Grande, dezembro de 1997**



J24v Jaguaribe, Danielle Christine Almeida.  
Uma visão crítica do comprimento corrigido de aletas /  
Danielle Christine Almeida Jaguaribe. - Campina Grande,  
1997.  
101 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) -  
Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e  
Tecnologia, 1997.  
"Orientação : Prof. Dr. Michel François Fossy, Prof. Dr.  
Emerson Freitas Jaguaribe".  
Referências.

1. Calor - Fluxo - Aletas. 2. Aletas. 3. Aletas -  
Comprimento Corrigido. 4. Dissertação - Engenharia Química.  
I. Fossy, Michel François. II. Jaguaribe, Emerson Freitas.  
III. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB).  
IV. Título

CDU 544.333(043)

UMA VISÃO CRÍTICA DO COMPRIMENTO CORRIGIDO DE ALETAS


**DANIELLE CHRISTINE ALMEIDA JAGUARIBE**

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 19/12/97

  
MICHEL FRANCOIS FOSSY  
Orientador

  
EMERSON FREITAS JAGUARIBE  
Co-Orientador

  
PIO CAETANO LOBO  
Examinador

  
LUIS GONZAGA SALES VASCONCELOS  
Examinador

Campina Grande  
Dezembro/97

*Os homens crescem quando, inspirados por um alto ideal, contemplam vastos horizontes. O sacrifício de si não é difícil, quando se é movido pela vontade de alcançar um grande objetivo.*

*Alexis Carrel*

*Dedico Especialmente:*

*Ao meu pai, Emerson, por todo seu amor, exemplo edificante, e principalmente, por sua presença constante em todos os momentos de minha vida.*

*Dedico:*

*A minha mãe, Maria das Neves, pelo carinho, compreensão e grande estímulo para a realização deste trabalho.*

*Aos meus filhos, Lucas e Nicolás, como um incentivo para que se disponham a grandes êxitos em seus estudos.*

*Dedico Especialmente:*

*Ao meu pai, Emerson, por todo seu amor, exemplo edificante, e principalmente, por sua presença constante em todos os momentos de minha vida.*

*Agradeço especialmente :*

*Ao Prof. Dr. Emerson Freitas Jaguaribe, por seus valiosos ensinamentos e por sua brilhante orientação, que foi a base da minha iniciação na pesquisa científica. Ao mestre, toda a minha admiração e gratidão pelo interesse com que me acompanhou na execução deste trabalho.*



## AGRADECIMENTOS

Uma palavra especial de agradecimento a todos aqueles que, de formas diversas, e em momentos diferentes, foram importantes para a realização deste trabalho, sobretudo:

- Ao Prof. Dr. Michel Fossy, orientador desta dissertação, todo o meu reconhecimento pela paciência, compreensão e ensinamento, recebidos ao longo da realização deste trabalho.
- Ao Prof. Dr. Emerson Freitas Jaguaribe, co-orientador desta dissertação.
- Ao Prof. Dr. Pio Caetano Lobo, pelas suas imprescindíveis sugestões, dadas na parte experimental deste trabalho e por ter concordado em fazer parte da banca formada para apreciar esta dissertação.
- Ao Prof. Dr. Luiz Gonzaga Sales Vasconcelos, por ter aceito participar da banca examinadora desta dissertação.
- À Universidade Federal da Paraíba, pela oportunidade e condições oferecidas.
- À CAPES, Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo incentivo ao desenvolvimento deste estudo.
- À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Célia Lacerda Jaguaribe, pela força e incentivo nas horas difíceis.
- Aos amigos da Pós-Graduação, Elcimar, Ilza e Richard pelos momentos de descontração e apoio, nos árduos momentos que precederam este trabalho.
- Às secretárias do curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Maricé e Maria José, pelo apoio e amizade.
- A Samuel F. Barros, pela ajuda fornecida durante a parte experimental desta dissertação.
- A todos os meus familiares, que sempre acreditaram em mim.

# ÍNDICE

NOMENCLATURA .....	iv
LISTA DE TABELAS .....	vii
LISTA DE FIGURAS .....	ix
RESUMO .....	xiii
ABSTRACT .....	xv
<b>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</b> .....	<b>01</b>
1.1. Lei do Menor Esforço .....	01
1.2. Aletas de Resfriamento .....	04
1.2.1 Equação Geral de uma aleta .....	05
1.2.2 Distribuição de Temperatura e Fluxo de Calor .....	08
1.2.3 Eficiência de uma Aleta.....	09
1.3. Referência de Schneider [9] ao Trabalho de Harper & Brown [8].....	10
1.4. Objetivo do Nosso Trabalho .....	10
<b>CAPÍTULO II - O COMPRIMENTO CORRIGIDO IDEALIZADO POR HARPER E BROWN [8]</b> .....	<b>13</b>
2.1 . O Trabalho de Harper e Brown [8] .....	13
2.1.1. O Método das Aproximações Sucessivas de Harper e Brown [8] .....	13
2.1.2 .O Conceito de Comprimento Corrigido Concebido por Harper e Brown [8] .....	15
2.2. Considerações Físicas Necessárias para a Obtenção da Eq. (2-16).....	16
2.3. Construção de gráficos q versus $L\sqrt{\frac{2h}{k\delta}}$ .....	17
2.3.1. Gráfico Análogo ao de Schneider [9].....	17
2.3.2. Outras Curvas Resultantes do Gráfico q Versus $\frac{2L}{\delta}\sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ .....	18
2.4. Conclusão .....	20
<b>CAPÍTULO III - O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO</b> .....	<b>21</b>
3.1. Introdução .....	21
3.2 Transferência por Convecção em uma Placa Plana Vertical.....	22

3.2.1. Relação Teórica para o Cálculo do Coeficiente de Transferência de Calor por Convecção .....	22
3.2.2. Uso do Método Integral .....	24
3.3. Relações Empíricas para o Cálculo do Coeficiente de Transferência de Calor na Convecção Natural.....	27
3.4. Resultados Teóricos .....	28
3.5. Escolha da Correlação a Ser Utilizada para a Obtenção do Coeficiente Convectivo de Transferência de Calor.....	33
3.6. Conclusão .....	33
<b>CAPÍTULO IV - A EXPERIÊNCIA E SEUS RESULTADOS .....</b>	<b>34</b>
4.1. Introdução .....	34
4.2. O Aparato Experimental.....	34
4.2.1. As Aletas .....	35
4.2.2. A Resistência Elétrica .....	36
4.2.3. O Recipiente de Alumínio.....	36
4.2.4. O Termostato.....	37
4.2.5. Os Termopares .....	37
4.2.6. O Micrologger.....	40
4.2.7. Multiplexer AM416 .....	41
4.3. Metodologia do Experimento.....	41
4.3.1. Etapa I .....	42
4.3.2. Etapa II.....	43
4.4. Resultados Experimentais .....	43
4.4.1. Distribuições Temporais de Temperatura .....	43
4.4.1.1. Melhor Reta Ajustada para Pontos no Intervalo 600 s a 3600 s.....	46
4.4.1.2. Diferenças Residuais.....	48
4.5. Distribuições Experimentais de Temperatura ao Longo das Três Aletas de Tamanho Original no Estado Estacionário.....	50
4.6. Distribuições Experimentais de Temperatura ao Longo das Aletas de Comprimentos Distintos no Estado Estacionário.....	52
4.7. Conclusão .....	58

<b>CAPÍTULO V - CONCEITUAÇÃO MATEMÁTICA DO COMPRIMENTO CORRIGIDO</b> .....	59
5.1. Introdução. ....	59
5.2. Valores de $\gamma$ em Função de $Nu$ e de $s$ .....	59
5.3. Qual a Finalidade da Utilização do Comprimento Corrigido?.....	62
5.4. Conclusão. ....	65
<b>CAPÍTULO VI - ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	66
6.1. Introdução. ....	66
6.2. A Interpretação de Schneider [9].....	66
6.3. Correlação Utilizada para o Cálculo do Coeficiente de Transferência de Calor por Convecção, $h$ . ....	67
6.4. Os Resultados Experimentais.....	68
6.4.1. A Curva de Calibração de Temperaturas. ....	68
6.4.2. Análise das Distribuições Experimentais de Temperatura das Aletas. ....	68
6.4.3. Comparação Entre Distribuições Teóricas e Experimentais de Temperatura. ....	70
6.5. Aletas Isoladas na Extremidade. ....	74
6.6. A Influência de $Nu$ na Proximidade das Curvas Geradas pelas Eqs. (1-18) e (1-16) que Representam uma Mesma Situação Física. ....	74
6.7. O que Corrigir ? .....	76
6.8. Conclusão .....	77
<b>12. CONCLUSÕES</b> .....	78
<b>13. SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS</b> .....	81
<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA</b> .....	82
<b>APÊNDICE I</b> .....	84
<b>APÊNDICE II</b> .....	87

## NOMENCLATURA

A	Área da secção da aleta, $m^2$
$C_1$	Constante definida pela Eq.(3-15)
$C_2$	Constante definida pela Eq. (3-16)
$c_p$	Calor específico do fluido, $J/(Kg \cdot C)$
$dx$	Elemento de volume
f	Eficiência definida por Harper & Brown [8], ver Eq. (2-1)
$f'$	Eficiência definida por Harper e Brown [8], e particularizada para a distribuição de temperatura dada pela Eq. (1-17)
g	Aceleração da gravidade, $m/s^2$
$g_x$	Componente da aceleração da gravidade na direção x
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção térmica, $W/(m^2 \cdot C)$
$\bar{h}$	Coefficiente médio de transferência de calor por convecção, $W/(m^2 \cdot C)$
$h_x$	Coefficiente local de transferência de calor por convecção, $W/(m^2 \cdot C)$
k	Condutividade térmica do material da aleta, $W/(m \cdot C)$
L	Comprimento da aleta, m
$\mathcal{L}$	Dimensão vertical, m
$\bar{L}_c$	Comprimento corrigido de Harper e Brown [8]
$L_c$	Comprimento corrigido definido na Eq.(5-4)
m	Parâmetro adimensional, definido por $\sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot \delta}}$
p	Pressão
P	Perímetro da aleta, m
q	Fluxo de calor, adimensional, na base da aleta
$q_0$	Fluxo de calor na base da aleta, W
$q_x$	Energia que entra por condução, na direção x, no elemento de volume dx
$q_{conv}$	Energia que sai por convecção através das superfícies laterais do elemento de volume dx
$q_{c1}$	Fluxo convectivo na extremidade da aleta com tamanho original, ver Fig. 2-2.
$q_{c2}$	Fluxo convectivo na extremidade da aleta com o comprimento corrigido., ver Fig. 2-2.

$\alpha$	Difusividade térmica, $m^2/s$
$\beta$	Coefficiente de expansão volumétrica, $1/K$
$\nu$	Viscosidade cinemática, $m^2/s$
$\theta$	Diferença de temperatura, $T - T_\infty$
$\theta_0$	Diferença de temperatura, $T - T_0$
$\tau$	Tempo, s
$\gamma$	Parâmetro adimensional definido pela Eq. (5-12)
$\xi$	Produto $m \cdot L$
$\varepsilon$	Eficácia de uma aleta
$\delta$	Espessura da aleta, m
$\mu$	Viscosidade, $kg/(m \cdot s)$
$\eta$	Eficiência da aleta
$\Delta L$	Comprimento adicional da aleta, m
$\Delta T$	$T_0 - T_\infty$

#### SUBSCRITOS

L	Relativo a posição na aleta
0	Relativo à base da aleta
f	Relativo a temperatura de filme
$\infty$	Relativo às propriedades do meio circundante

## LISTA DE TABELAS

	página
Tab. 3 - 1 Características das aletas fictícias utilizadas na obtenção da distribuição, teórica de temperatura .....	28
Tab. 3 - 2 Propriedades físicas do ar à temperatura de filme, utilizadas para o cálculo do $\overline{Nu}$ .....	28
Tab. 3 - 3 Propriedades físicas do ar avaliadas à temperatura da base da aleta, utilizadas para o cálculo do $Nu_x$ .....	29
Tab. 3 - 4 Valores dos números adimensionais $Gr$ , $Ra$ , $\overline{Nu}$ e do coeficiente convectivo médio, para as diversas situações analisadas .....	29
Tab. 3 - 5 Valores dos números adimensionais $Gr$ , $Ra$ , $Nu$ e dos coeficientes convectivos, local e médio, para as diversas situações analisadas .....	29
Tab. 4 - 1 Valores de temperatura registradas pelo termômetro padrão (1º coluna) e pelos termopares antes da aferição (colunas 2 a 16).....	39
Tab. 4 - 2 Ângulos formados pela reta ajustada e a horizontal, referentes a algumas curvas que aparecem nas Figs. 4 - 11 a 4 - 16 .....	50
Tab. 4 - 3 Valores médios utilizados na construção da Fig. 4-23, aparecendo também os desvios padrões associados às amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 5,41(W / m^2 \cdot C)$ .....	51
Tab. 4 - 4 Valores médios utilizados na construção da Fig. 4-24, aparecendo também os desvios padrões associados às amostras de temperatura pertinentes $\bar{h} = 5,41(W / m^2 \cdot C)$ .....	51
Tab. 4 - 5 Valores médios utilizados na construção da curva “a”, da Fig. 4-25, aparecendo também os desvios padrões associados as amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 6,04(W / m^2 \cdot C)$ .....	53
Tab. 4 - 6 Valores médios utilizados na construção da curva “b”, da Fig. 4-26, aparecendo também os desvios padrões associados as amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 4,92(W / m^2 \cdot C)$ .....	53

Tab. 4 - 7 Valores médios utilizados na construção da curva “b”, da Fig. 4-27, aparecendo também os desvios padrões associados as amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 5,41(W / m^2 \cdot C)$ .....	53
Tab. 4 - 8 Valores médios utilizados na construção da curva “a”, da Fig. 4-28, aparecendo também os desvios padrões associados as amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 4,37(W / m^2 \cdot C)$ .....	54
Tab. 4 - 9 Valores médios utilizados na construção da curva “b”, da Fig. 4-29, aparecendo também os desvios padrões associados as amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 5,12(W / m^2 \cdot C)$ .....	54
Tab. 4 - 10 Valores médios utilizados na construção da curva “a”, da Fig. 4-30, aparecendo também os desvios padrões associados as amostras de temperatura pertinentes. $\bar{h} = 4,12(W / m^2 \cdot C)$ .....	54
Tab. 5 - 1 Valores de $\alpha$ para diversas magnitudes de $\sqrt{Nu}$ e $s$ .....	62
Tab. 5 - 2 A diferença $[\tanh(m.L_c) - \tanh(m.L_c)]$ para diferentes valores de $s$ e $\sqrt{Nu}$ .....	62
Tab. 5 - 3 Valores de $\zeta$ e correspondentes $Nu^{0.5}$ para diferentes valores de $s$ e de $1/z = 4.762 \times 10^{-4}$ .....	64
Tab. 5 - 4 Valores de $\zeta$ e correspondentes $Nu^{0.5}$ para diferentes valores de $s$ and $1/z = 1.205 \times 10^{-5}$ .....	64
Tab. 6 - 1 Diferenças residuais percentuais e % desvios do termopar c/ relação à curva padrão .....	70



## LISTA DE FIGURAS

	página
Fig.1- 1 Esquema de montagem de um trocador de calor .....	4
Fig.1- 2 Exemplos de equipamentos aletados usados em eletrônica.....	4
Fig.1- 3 Exemplos de aletas longitudinais.....	4
Fig.1- 4 Exemplos de aletas transversais.....	5
Fig.1- 5 Aleta de seção variável .....	5
Fig.1- 6 Esquema de uma aleta de seção variável, destacando o elemento infinitesimal de volume.....	5
Fig.1-7 Exemplo de uma aleta retangular, onde são evidenciados os vários parâmetros geométricos, bem como a temperatura variável, T, a da base, T <sub>0</sub> e a do meio ambiente T <sub>∞</sub> .....	5
Fig.1-8 Curvas obtidas de equações exatas e aproximadas de fluxos de calor em uma aleta de seção uniforme retangular, devidas a Schneider [9]. .....	11
Fig.2- 1 Concepção geométrica do comprimento corrigido .....	15
Fig.2- 2 Balanço de Energia efetuado no volume de controle, que engloba a parte adicionada à aleta original.....	16
Fig.2- 3 Fluxo de calor em uma aleta, para diferentes valores de $h\delta/(2k)$ , calculado através das Eqs. (1-16) e (1-18). .....	18
Fig.2- 4 $q$ versus $L[2h/(k\delta)]^{0.5}$ , para vários valores de $\sqrt{h\delta/(2k)}$ , calculados pelas Eqs. (1-16) e (1-18). Neste caso a fixação de $\sqrt{h\delta/(2k)}$ , para cada curva, implicou nos diferentes limites da abcissa. ....	19
Fig.3-1 Camadas limites adjacentes a uma placa vertical aquecida (Por conveniência foram traçadas coincidentes).....	22
Fig.3-2 Gráfico das distribuições teóricas de temperatura levando em conta diferentes valores de h, para uma aleta de 0,08 m. - As unidades de h na legenda são W/(m <sup>2</sup> .C).....	30
Fig.3-3 Gráfico das distribuições teóricas de temperatura levando em conta diferentes valores de h, para uma aleta de 0,08 m. - As unidades dos h's na legenda são W/(m <sup>2</sup> .C).....	30

Fig.3-4 Gráfico das distribuições teóricas de temperatura levando em conta diferentes valores de h, para uma aleta de 0,15 m. - As unidades dos h's na legenda são $W/(m^2.C)$ .....	31
Fig.3-5 Gráfico das distribuições teóricas de temperatura levando em conta diferentes valores de h, para uma aleta de 0,15 m. - As unidades dos h's na legenda são $W/(m^2.C)$ .....	31
Fig.3-6 Gráfico das distribuições teóricas de temperatura levando em conta diferentes valores de h, para uma aleta de 0,22 m. - As unidades dos h's na legenda são $W/(m^2.C)$ .....	32
Fig.3-7 Gráfico das distribuições teóricas de temperatura levando em conta diferentes valores de h, para uma aleta de 0,22 m. - As unidades dos h's na legenda são $W/(m^2.C)$ .....	32
Fig. 4-1 Foto do conjunto que forma o aparato experimental.....	35
Fig. 4-2 Esquema apresentando as aletas fixadas a seu suporte, bem como os pontos de medições, e o nível em que o óleo era mantido.....	35
Fig. 4-3 Foto das aletas utilizadas.....	35
Fig. 4-4 A resistência elétrica imersa no óleo.....	36
Fig. 4-5 Esquema de montagem do termostato utilizado nos experimentos.....	37
Fig. 4-6 Dispositivo para aferição dos termopares.....	38
Fig. 4-7 Curva de calibração dos termopares aferidos no Lab. de Termoenergética.....	38
Fig. 4-8 Percentuais de erros com relação a temperatura real decorrentes do uso de apenas uma curva ajustada.....	40
Fig. 4-9 O Micrologger 21X.....	41
Fig. 4-10 O Multiplexer.....	41
Fig. 4-11 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 1 - $T_0 \cong 62$ C. ....	44
Fig. 4-12 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 2 - $T_0 \cong 62$ C. ....	44
Fig. 4-13 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 3 - $T_0 \cong 62$ C. ....	45

Fig. 4-14 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 1 - $T_0 \cong 44$ C. ....	45
Fig. 4-15 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 2 - $T_0 \cong 44$ C. ....	46
Fig. 4-16 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 3 - $T_0 \cong 44$ C. ....	46
Fig. 4-17 Retta ajustada para o intervalo de 600 s a 3.600 s. Temperaturas medidas na base da aleta 1. Valor inicial da temperatura na base da aleta, $T_0$ , 56,8 C . Ângulo da retta ajustada com a horizontal 0,0070 °.....	47
Fig. 4-18 Retta ajustada para o intervalo de 600 s a 3.600 s. Temperaturas medidas a 0,11 m da base da aleta 2. Valor inicial da temperatura, 42,9 C . Ângulo da retta ajustada com a horizontal -0,0091 °.....	47
Fig. 4-19 Retta ajustada para o intervalo de 600 s a 3.600 s. Temperaturas medidas a 0,22 m da base da aleta 3. Valor inicial da temperatura, 39,3 C . Ângulo da retta ajustada com a horizontal 0,0039 °.....	48
Fig. 4-20 Diferenças residuais calculadas com relação a curva ajustada nas condições experimentais expostas na Fig. 4 -16. ....	49
Fig. 4-21 Diferenças residuais calculadas com relação a curva ajustada nas condições experimentais expostas na Fig. 4 - 17. ....	49
Fig. 4-22 Diferenças residuais calculadas com relação a curva ajustada nas condições experimentais expostas na Fig. 4 -18. ....	49
Fig. 4-23 Distribuição experimental de temperatura das aletas 1,2 e 3, medidas ao longo do eixo central das aletas - $T_0 \cong 62$ C .....	51
Fig. 4-24 Distribuição experimental de temperatura das aletas 1,2 e 3, medidas ao longo do eixo central das aletas - $T_0 \cong 44$ C .....	52
Fig. 4-25 Curvas de distribuições experimentais de uma aleta com 0,08 m, com $T_0 \cong 62$ C, obtidas em dois experimentos diferentes .....	55
Fig. 4-26 Curvas de distribuições experimentais de uma aleta com 0,15 m, com $T_0 \cong 62$ C, obtidas em dois experimentos diferentes .....	55
Fig. 4-27 Curvas de distribuições experimentais de uma aleta com 0,22 m, com $T_0 \cong 62$ C, obtidas em dois experimentos diferentes .....	56

Fig. 4-28	Curvas de distribuições experimentais de uma aleta com 0,08 m, com $T_0 \cong 44$ C, obtidas em dois experimentos diferentes .....	56
Fig. 4-29	Curvas de distribuições experimentais de uma aleta com 0,15 m, com $T_0 \cong 44$ C, obtidas em dois experimentos diferentes .....	57
Fig. 4-30	Curvas de distribuições experimentais de uma aleta com 0,22 m, com $T_0 \cong 44$ C, obtidas em dois experimentos diferentes .....	57
Fig. 6-1	Curvas de distribuições de temperatura teórica e experimentais de uma aleta com 0,08 m, com $T_0 \cong 62$ C, e $T_\infty = 27$ C.....	71
Fig. 6-2	Curvas de distribuições de temperatura teórica e experimentais de uma aleta com 0,15 m, com $T_0 \cong 62$ C, e $T_\infty = 27$ C.....	71
Fig. 6-3	Curvas de distribuições de temperatura teórica e experimentais de uma aleta com 0,22 m, com $T_0 \cong 62$ C, e $T_\infty = 27$ C.....	72
Fig. 6-4	Curvas de distribuições de temperatura teórica e experimentais de uma aleta com 0,08 m, com $T_0 \cong 44$ C, e $T_\infty = 27$ C.....	72
Fig. 6-5	Curvas de distribuições de temperatura teórica e experimentais de uma aleta com 0,15 m, com $T_0 \cong 44$ C, e $T_\infty = 27$ C.....	73
Fig. 6-6	Curvas de distribuições de temperatura teórica e experimentais de uma aleta com 0,22 m, com $T_0 \cong 44$ C, e $T_\infty = 27$ C.....	73

## RESUMO

Busca-se neste trabalho, examinar o real significado do conceito de comprimento corrigido de aletas. Como se sabe, tal idealização foi sugerida por Harper e Brown [8], tendo tomado outra dimensão quando da interpretação de Schneider [9].

De fato, o único propósito de Harper e Brown [8] ao considerar uma equação mais simples foi o de reduzir o trabalho de cálculo de fluxos de calor em aletas que perdiam energia térmica por convecção em seus terminais. Já a partir das considerações de Schneider [9], alguns impasses, de ordem prática, foram gerados. Por exemplo: o fato do acréscimo da metade da espessura da aleta a seu comprimento original simular a condição de aleta isolada. Tal situação, de conformidade com o modelo físico de Schneider [9], implica que o terminal da aleta passasse à temperatura ambiente,  $T_{\infty}$ , apenas com tal acréscimo.

Com o objetivo de tornar nossas observações mais realistas, uma série de experimentos foi realizada. A partir destes experimentos pode-se ver, como era esperado, que mesmo quando se prolonga o término de uma aleta, de um comprimento que pode ser muito maior do que a espessura da aleta, o terminal da aleta (com o comprimento corrigido), apenas em condições muito especiais, pode ficar à temperatura ambiente.

Outras observações feitas neste trabalho, foram:

1. Considerando a Fig. 1-7 devida a Schneider [9], verifica-se que  $\gamma = 2$ , não é o melhor valor, com vistas a fazer com que as Eqs. (1-16) e (1-18) produzam resultados aproximados, independentemente do valor de Nu.
2. Examinando-se algumas situações práticas pode-se ver que não há sentido trabalhar-se com aletas com razão de comprimento,  $L$ , pela espessura  $\delta$ , isto é,  $s = L/\delta$ , menor do 3. Observando, todavia, a Fig. 1-7, através da qual Schneider [9] concluiu que apenas quando  $\sqrt{\text{Nu}} \leq 0,5$ , haveria identidade entre as curvas geradas pelas Eqs. (1-16) e (1-18), fica evidente que naquela figura  $s \leq 3$ .

Por outro lado, mostrou-se que para  $s > 3$ , sempre existirá a superposição de curvas geradas pelas Eqs. (1-16) e (1-18), para qualquer número de Nusselt. Logo, do ponto de vista da engenharia, ambas equações produzem o mesmo resultado, quando usadas para as mesmas condições.

3. Não é necessário que se aumente o comprimento original da aleta para que haja semelhança de resultados oriundos das Eqs. (1-16) e (1-18). Infere-se daí, que mesmo sendo  $T_L \gg T_\infty$ , o calor perdido pelo terminal da aleta é desprezível.

4. As áreas terminais das aletas, são, em geral, tão diminutas que o fluxo através delas pode ser considerado desprezível com relação àquele perdido ao longo das aletas. Portanto, sob o ponto de vista do fluxo no terminal da aleta, não faz, na prática, qualquer diferença a aleta ser isolada, ou não, na extremidade. O entendimento deste fato, é suficiente para tornar o conceito de comprimento corrigido de aletas, uma mera abstração estéril.

## ABSTRACT

This work examines the real meaning of the corrected length of fins. As we know, such a concept started with Harper and Brown [8], and won some notoriety after the physical interpretation given by Schneider [9].

It seems that the sole goal of Harper and Brown [8], when they took a simpler equation instead of the one valid for a fin losing heat by convection at its tip, was to reduce laborious computation. Schneider's [9] considerations, however, raised a series of controversies, such as: after adding just half of the fin thickness to the original fin length. In order to do this, Schneider [9] took into account a physical model in which the temperature of the modified fin, should be at the room temperature, just after the increment of such a small fraction.

To be more realistic, a series of experiments was carried out. From these experiments, we could see, as it was expected, that even when we "add" a length larger than the fin thickness at the fin tip, it is impossible for the fin's terminal to reach the room temperature.

Some other remarks came out from our analysis:

1. Considering Fig. 2-1, due to Schneider [9], it is shown that  $\gamma = 2$ , is not the best value for equations (1-16) and (1-18) to give close results.
2. Examining some real situations, it is possible to see that there is no practical meaning in dealing with fins of length rate,  $L$ , over thickness,  $\delta$ , i.e.  $s = L/\delta$ , smaller than 3. Looking at Fig. 2-1, from where Schneider [9] concluded that only for  $\sqrt{Nu} \leq 0.5$ , the curves obtained from equations (1-16) and (1-18) could be superposed, it is evident that in Fig. 2-1,  $s \leq 3$ . On the other hand, we have seen that for  $s > 3$ , the superposition occurs no matter the Nusselt number is. Thus, from an engineering viewpoint, the mentioned equations may give the same results.

3. It is not necessary to have any additional extension to the original fin length to get identical results from both equations (1-16) and (1-18), no matter the Nu number is. Thus even when  $T_L \gg T_\infty$ , the heat flux at the fin tip is negligible.
  
4. The fin tip's area, is, in general, so small, that the flux through it may be disregarded compared to the heat exchanged by the whole fin. Thus, in terms of the heat flux at the tip of a fin, be it thermal insulated, or not, does not, pragmatically, offer any physical distinction. This fact is enough to transform the fin corrected length concept in a mere and formal sterile abstraction.



## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

#### 1.1) Lei do Menor Esforço

A lei do menor esforço é uma prática natural em qualquer atividade do ser humano. Aparece, em geral, como uma opção entre outras possibilidades na concretização de uma ação. Todavia, a escolha desta opção, nem sempre é óbvia e imediata.

Desde a mais remota antiguidade, o homem tem a necessidade de calcular, de processar dados, enfim de resolver problemas matemáticos decorrentes dos mais diversos ramos de atividade. Sendo assim, o homem buscou, incansavelmente, meios que o auxiliassem nesta tarefa.

A história tem nos mostrado grandes exemplos na arte de processar números com maior facilidade. Ao que se sabe, o mais antigo instrumento de cálculo, com certa sofisticação, foi o ábaco [1]. Surgiu a 2.000 a.C. e foi amplamente utilizado por várias civilizações, tais como: a árabe, a chinesa, a grega, a romana, etc.. Em 1622, surgiu outro instrumento que tornaria mais simples o processamento da multiplicação e da divisão de números racionais: a “Régua de Cálculo”. Ela foi inventada pelo matemático inglês Willian Oughtred . Blaise Pascal [2], em 1642, construiu o que se pode considerar a primeira máquina de calcular. Esta máquina, que executava apenas a adição de números, foi feita para auxiliar o pai de Pascal [2] que era coletor de impostos. Mas, foi em 1820, que surgiu a primeira calculadora mecânica, comercializada com sucesso. Inventada por Charles Xavier Thomas [3], era capaz de realizar as quatro operações.

Ao mesmo tempo que Thomas [3] desenvolvia a sua calculadora, iniciou-se em Cambridge, Inglaterra, uma série de estudos na área da computação, conduzidos por Charles Babbage [4]. Em 1834, o cientista inglês Babbage [4], fez os primeiros esboços de uma máquina analítica capaz de executar qualquer cálculo que pudesse ser especificado de forma precisa, isto é, um computador. A concepção desta

máquina, composta por muitos milhares de engrenagens, ia além das possibilidades da tecnologia da época.

Depois de Babbage [4], houve uma perda temporária de interesse na área da computação. No entanto, entre 1850 e 1900, quando grandes avanços na física - matemática foram realizados, veio a tona o entendimento de que a maioria dos fenômenos dinâmicos observados, poderiam ser caracterizados por equações diferenciais. Logo, concluiu-se que meios que tornassem mais fácil a obtenção da solução de tais equações, seriam bem vindos. Além disto, do ponto de vista prático, neste período quando foi intenso o desenvolvimento de estradas de ferro, construção de navios, máquinas têxteis e pontes, o cálculo diferencial passou a ser muito exigido para a determinação de quantidades tais como: momento, inércia, aceleração da gravidade etc., fazendo destes meios de cálculos aparato imprescindível, e elemento propulsor para novos progressos.

E de fato a tecnologia progrediu com grande rapidez, inclusive no domínio da ciência dos materiais o que tornou a aplicação das teorias cada vez mais fácil. Passo a passo, a computação foi avançando e, em 1942, J. Presper Eckert, John W. Mauchly [5] e seus associados na Universidade da Pensylvania construíram o primeiro computador eletrônico de alta velocidade, o ENIAC. Seguindo o sucesso do ENIAC, Von Neumann [6] introduziu a idéia da construção de computadores mais rápidos e mais práticos, e esta idéia, tornou-se fundamental para a presente geração de computadores.

Em nossos dias, os computadores estão cada vez mais compactos, com uma enorme capacidade de armazenamento e de rapidez no processamento dos dados. No entanto, a possibilidade de se efetuar rapidamente milhões de cálculos, nem sempre permite que todas as variáveis que tomam parte em um processo sejam consideradas. Desta forma, em engenharia, ou na física, a solução de um problema, exige que se faça previamente a escolha das principais variáveis e parâmetros relevantes de um sistema, no lugar de se trabalhar com todas as variáveis pertinentes. A escolha, portanto, do número acertado de parâmetros e de propriedades que de fato são, dentro da escala de precisão eleita, as únicas variáveis intrínsecas ao fenômeno, com certeza faz minimizar esforços, produz economia de tempo e de dinheiro, e por vezes é a única forma de se resolver o problema.

A busca por equações aproximadas que promovem resultados muito próximos daqueles obtidos quando se utiliza expressões mais complexas, é mais um exemplo da utilização da lei do menor esforço. Outra demonstração desta prática, é o uso de valores aproximados quando a ordem de grandeza é suficientemente grande para que uma decisão seja tomada.

Ao perseguir resultados adequados com menor dispêndio de esforço, a humanidade tem prosperado, racionalizando energia e ampliando seu bem estar físico e emocional. Este progresso, todavia, ao invés de freiar ânimos, aumenta a necessidade de desvencilharmos de nossos problemas, e para tanto tem contado com a genialidade, coincidências, experiência, presença de espírito e dedicação de nossos semelhantes. Um exemplo de genialidade nesta procura de solver um problema é dado por Gauss [7]. Ainda na escola primária, quando foi obrigado, junto com toda a classe, a somar os cem primeiros números inteiros, terminou sua tarefa em poucos minutos, quando equacionou a fórmula matemática da soma de  $n$  números em progressão aritmética.

Um outro exemplo nesta mesma linha foi dado por Harper & Brown [8] em 1922, quando a serviço da Divisão de Engenharia da Aeronáutica Americana, desenvolviam uma pesquisa na qual faziam avaliação dos parâmetros físicos de real influência no fluxo de calor através de uma aleta<sup>1</sup>. Naquela pesquisa propuseram uma correlação, que substituiu uma equação contendo um certo número de funções hiperbólicas por outra mais simples, com vistas a reduzir o trabalho de cálculo. É fácil imaginar, que há setenta e cinco anos, expressões simplificadas, tais como aquela proposta por Harper & Brown [8], eram muito úteis para engenheiros, técnicos e até mesmo, para estudantes.

Para facilitar o entendimento do trabalho de Harper & Brown, torna-se necessário, enfocarmos de imediato, uma revisão no conceito das aletas.

---

<sup>1</sup> Protuberância, ou superfície de extensão adicionada a um sistema para aumentar a taxa de transferência de calor, deste sistema, para o meio ambiente.

**1.2) Aletas de Resfriamento**

A definição de aleta, já foi sumariamente dada. É também denominada de superfície de extensão. E embora possa ser empregada com outras conotações, em nosso trabalho, serão consideradas apenas as aletas de resfriamento. Como tal, são freqüentemente utilizadas para aumentar a taxa de transferência de calor entre um sistema e o ambiente circundante. Basicamente, estas transferências ocorrem por condução de calor e por convecção térmica. As aletas têm uma grande importância prática e são largamente empregadas em trocadores de calor, ver Fig. 1-1, máquinas de combustão interna, circuitos eletrônicos ver, Fig. 1-2, etc.

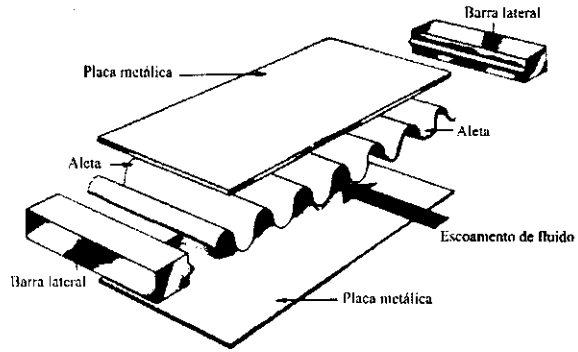


Fig. 1- 1 Esquema de montagem de um trocador de calor de placas planas paralelas.

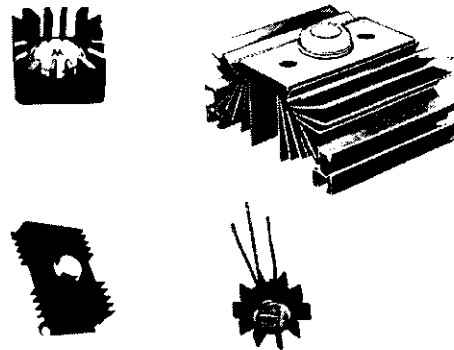


Fig. 1- 2 Exemplos de equipamentos aletados, usados em eletrônica.

Em relação ao posicionamento, as aletas podem ser de vários tipos: longitudinais, ver Figs. 1-4; aletas transversais, ver Fig. 1-3. Estas últimas são usadas, principalmente, para resfriamento e aquecimento de gases, em fluxo transversal, com correntes paralelas, ou em contra corrente.

Do ponto de vista da secção da aleta elas podem ser classificadas em: aletas de secção transversais uniformes, ver Figs. 1-5a e 1-5b ; ou aletas de secção variada, ou não uniforme. Ver Figs. 1-6 e 1-7.

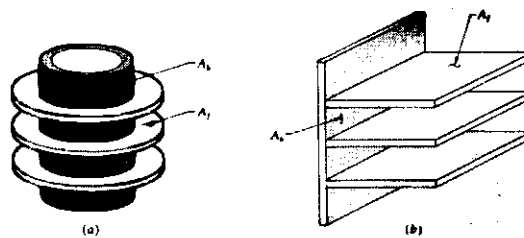


Fig.1- 3 Exemplos de aletas transversais

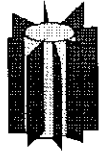


Fig.1- 4 Exemplos de aletas longitudinais

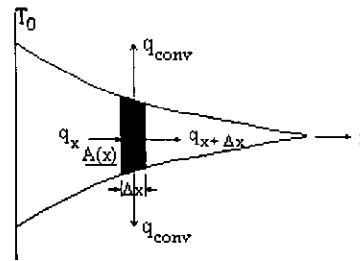


Fig.1-6 Esquema de uma aleta de seção variável, destacando o elemento infinitesimal de volume.

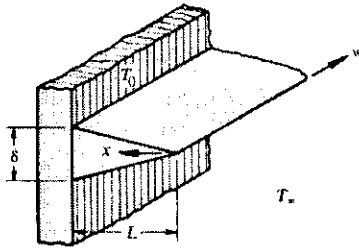


Fig.1-5 Aleta de seção variável

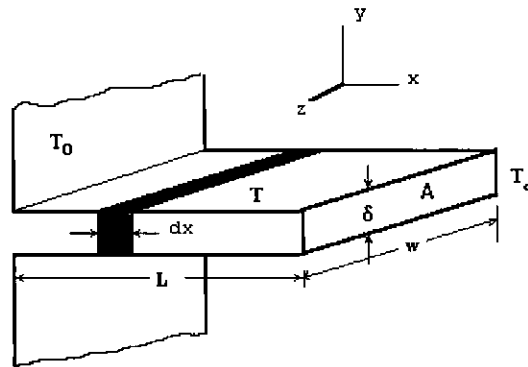


Fig.1-7 Exemplo de uma aleta retangular, onde são evidenciados os vários parâmetros geométricos, bem como a temperatura variável, T, a da base, T\_0 e a do meio ambiente T\_\infty.

### 1.2.1 Equação Geral de Uma Aleta

Seja considerar um elemento de volume  $A \cdot dx$  (Ver Fig. 1-7). Um balanço de energia em torno do elemento infinitesimal pode ser expresso da seguinte forma:

(Energia que entra, por condução na direção x, no elemento de volume de controle, em x) = (Energia que deixa por condução, a superfície do volume de controle, em x + \Delta x) + (Energia que deixa por convecção as superfícies laterais do volume de controle) + (Taxa de variação de energia no volume de controle)

ou, matematicamente:

$$q_x = q_{x+\Delta x} + q_{conv} + \frac{du}{d\tau} \tag{1-1}$$

Pela série de Taylor, temos:

$$\dot{q}_{x+dx} = \dot{q}_x + \frac{d\dot{q}_x}{dx} dx + \frac{1}{2!} \frac{d^2\dot{q}_x}{dx^2} (dx)^2 + \dots$$

Desprezando os termos de ordem superior, ou igual a 2, é possível escrever:

$$\dot{q}_x - \dot{q}_{x+dx} = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx = -\frac{\partial}{\partial x} \left( -kA \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx = k \frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \quad (1-2)$$

Além disto:

$$\dot{q}_{\text{conv}} = hS(T - T_\infty) = hP(T - T_\infty) dx \quad (1-3)$$

A energia interna no elemento de volume  $A \cdot dx$  é dada por:

$$\frac{dU}{d\tau} = \rho A dx \frac{du}{d\tau} \quad (1-4)$$

Pela 1ª e 2ª Leis combinadas, tem-se que:

$$du = c_v \cdot A \cdot dx + \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial \tau} \right)_v - p \right] dv \quad (1-5)$$

onde  $v = 1/\rho =$  volume específico.

E como não há trabalho de fronteira sendo realizado, pois  $v$  é cte,  $dv = 0$ , logo:

$$du = c_v dT \quad (1-6)$$

Mas para líquidos e sólidos,  $c_p \cong c_v$ , então  $c_v \cong c$ , o que implica:

$$du = c \cdot dT \quad (1-7)$$

Combinando as Eqs. (1-2), (1-3) e (1-7) na Eq. (1-1), vem:

$$k \frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx = hP(T - T_\infty) dx + \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-8)$$

ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ A(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right] = \frac{hP}{k} (T - T_\infty) + \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-9)$$

A Eq. (1-9), é a equação geral de uma aleta, em um meio isotrópico.

Uma vez que o regime de trabalho é permanente, a Eq. (1-9), reduz-se a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ A(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right] = \frac{hP}{k} (T - T_\infty) \quad (1-10)$$

Usando  $\theta = T - T_\infty$ , resulta:

$$\frac{d}{dx} \left[ A(x) \frac{d\theta}{dx} \right] = \frac{hP}{k} \theta, \quad (1-11)$$

que é a equação geral de uma aleta<sup>2</sup> para regime permanente.

Quando a aleta tem secção transversal uniforme, então a Eq. (1-11) reduz-se a:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP\theta}{kA} = 0 \quad (1-12)$$

onde:

T é a temperatura da aleta

$T_\infty$  é a temperatura do meio ambiente que circunda a aleta

P é o perímetro da aleta

S é a área superficial da aleta

A é a área da secção da aleta

h é o coeficiente médio de convecção térmica, válido para todo meio circundante da aleta

k é a condutividade térmica do material da aleta

$$\theta = T - T_\infty$$

A Eq. (1-12), é uma equação diferencial ordinária linear de segunda ordem, homogênea e com coeficientes constantes. A família de soluções desta equação é dada por :

$$\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{mx}$$

onde  $m^2 = hP/kA$ . Esta solução é particularizada pelas condições de contorno associadas à Eq. (1-3).

A primeira condição de contorno é dada por

$$\theta = \theta_0 \quad (\theta_0 = T_0 - T_\infty) \quad \text{em } L = 0.$$

Esta condição de contorno é aplicada a todos os casos tradicionalmente estudados.

Já a segunda condição de contorno depende de como a transferência de calor está ocorrendo na extremidade da aleta. Isto dá margem para que três casos tenham lugar:

Caso I) A aleta é muito longa e a temperatura na extremidade da aleta é essencialmente a mesma do fluido ambiente, isto é,

---

<sup>2</sup> Esta última equação também pode ser deduzida a partir da equação geral da condução de calor, desde que o sumidouro seja representado pela perda convectiva.

$\theta(\infty) = 0$ , quando  $L \Rightarrow \infty$ .

Caso II) A aleta tem comprimento finito, perdendo calor em sua extremidade por convecção, i.e.,

$$-kA \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = hL(T_L - T_\infty) \quad (1-13)$$

Caso III) A aleta tem comprimento finito e é isolada na extremidade, isto é

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (1-14)$$

Neste trabalho, nos deteremos na discussão dos casos II e III.

### 1.2.2 Distribuição de Temperatura e Fluxo de Calor

Aplicando as condições de contorno para o Caso II), tem-se a seguinte distribuição de temperatura:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh[m(L-x)] + \frac{h \cdot \sinh[m(L-x)]}{m \cdot k}}{\cosh(m \cdot L) + \frac{h \cdot \sinh(m \cdot L)}{m \cdot k}} \quad (1-15)$$

e o calor perdido pela aleta seria dado por:

$$q = \frac{q_0}{\sqrt{hPkA\theta_0}} = \frac{\sinh(m \cdot L) + \frac{h \cdot \cosh(m \cdot L)}{m \cdot k}}{\cosh(m \cdot L) + \frac{h \cdot \sinh(m \cdot L)}{m \cdot k}} \quad (1-16)$$

onde  $q$  é definido como um fluxo de calor adimensional.

Já fazendo uso da condição de contorno relatada para o Caso III, Eq. (1-14), teremos:

Para a distribuição de temperatura:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \quad (1-17)$$

e a seguinte equação para o fluxo de calor

$$q_0 = \sqrt{hPkA\theta_0} \tanh(mL_c) \quad (1-18)$$

onde:<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> A Eq. (1-18) é obtida considerando-se que  $w \gg \delta$



$$m = \sqrt{\frac{2 \times h}{k \times \delta}}$$

$\bar{L}_c = L + \delta/2$ , é o comprimento corrigido,

$\delta$  é a espessura da aleta de secção transversal uniforme, como mostra a Fig.1-7.

### 1.2.3 Eficiência de uma Aleta

Sendo a eficiência de uma aleta um dos parâmetros de muita importância na composição deste trabalho, imprescindível se faz, neste início, lembrar tal conceito. A definição corriqueira de eficiência,  $\eta$ , de uma aleta, é dada pela razão entre a quantidade real de calor que está sendo transferida, geralmente calculada a partir do fluxo de calor na base da aleta, e o calor que poderia ser transferido, caso a aleta tivesse resistência condutiva nula. Ou seja:

$$\eta = \frac{-kA \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0}}{hPL\theta_0}, \quad (1-19)$$

É interessante observar que a eficiência atinge o máximo de 100% quando  $L = 0$ , ou seja para o caso trivial de ausência de aleta. A eficiência também seria máxima para outro caso trivial,  $h = 0$ , ou para o caso ideal, onde a condutividade térmica da aleta,  $k$ , é infinita. Em consequência, não é possível maximizar o desempenho de aletas em relação ao comprimento. Entretanto, é possível maximizar a eficiência com respeito à quantidade de material. Assim, por exemplo, a aleta triangular é mais eficiente do que a retangular, com a mesma quantidade e tipo de material.

Na prática, no entanto, é mais útil o conceito de eficácia da aleta, que é a relação entre o calor transferido utilizando-se a aleta, pelo calor que seria transferido no caso de inexistência de aleta, ou seja:

$$\varepsilon = \eta PL / A \quad (1-20)$$

onde  $\varepsilon$  é a eficácia de uma aleta.

### 1.3) Referência de Schneider [9] ao Trabalho de Harper & Brown [8]

Como foi visto anteriormente, em seu trabalho, Harper & Brown [8], introduziram uma correlação simplificada utilizando o comprimento corrigido  $\bar{L}_c$ , em

substituição a uma expressão contendo um certo número de funções hiperbólicas, com o único propósito de reduzir o trabalho de cálculo.

Esta proposta de redução do trabalho de cálculo de Harper & Brown [8], foi evidenciada por Schneider [9] que concluiu : “ Uma vez que este método de cálculo da perda do calor pela extremidade da aleta, tem se mostrado muito tedioso, para perfis mais complicados, estamos agora, considerando o conceito de *comprimento corrigido*,  $L_c$ , primeiramente utilizado por Harper e Brown [8]”. A completa interpretação de Schneider [9], bem como a de outros autores clássicos e mais recentes, tais como - Sissom e Pitts [10], Holman [11], Pitts e Sissom [12], Rohsenow and Choi [13] etc - quase sempre limitam o trabalho de Harper & Brown [8] à substituição (no caso de aletas retangulares de secção uniforme) da equação (1-16) pela equação (1-18) utilizando o comprimento corrigido  $L_c$  . No decorrer deste trabalho, teremos oportunidade de apreciar a completa visão de Schneider [9] sobre o conceito do comprimento corrigido, bem como a real dimensão do trabalho de Harper & Brown.

#### **1.4) Objetivo do Nosso Trabalho:**

Foi mencionado acima o grande avanço tecnológico que o mundo sofreu desde 1850. Em consequência, por si só, expressões simplificadas como a proposta por Harper & Brown [8], não se justificariam hoje, dada a existência de máquinas de calcular programáveis e de computadores, que tornam praticamente desnecessárias tais simplificações. No entanto, a aproximação de Harper & Brown [8], ainda se faz presente em um grande número de livros textos acadêmicos, c.f. [9] a [13]. Por esta razão e tendo em vista que outros aspectos ainda não discutidos sobre o comprimento corrigido de Harper & Brown [8], serão aqui apresentados, dão suporte a realização deste trabalho. Ademais, estas novas considerações, além de tornar óbvio o porque do conceito de comprimento corrigido de Harper & Brown [8] na prática, permitiu, ainda, que fossem analisadas as correlações para o cálculo do coeficiente de transferência de calor, existentes. Destas análises, foi observado que o equacionamento “exato” da equação da convecção natural merece ser reapreciado. Por todos estes motivos, resolvemos retomar o trabalho de Harper & Brown [8], desde sua origem e examiná-lo à luz da interpretação clássica a ele associada, verificando as

implicações desta teoria, no estudo e no projeto de aletas. Este estudo, de caráter teórico-experimental, tem também por objetivo a análise do significado das curvas apresentadas na Fig. 1-8 devida a Schneider [9], discutindo por fim, algumas considerações feitas por Schneider [9] sobre o comprimento corrigido.

Para atingirmos estes propósitos elaboramos esta dissertação que compreende, além deste, mais seis outros capítulos, a saber:

Capítulo II, que focaliza detalhes do trabalho de Harper & Brown [8], discutindo, em paralelo, a interpretação dada por Schneider [9] sobre o conceito de comprimento corrigido.

Capítulo III, onde é feita uma breve revisão dos conceitos do transporte de calor por convecção natural em placa plana vertical,

apresentando em paralelo, algumas relações (teóricas e empíricas) para o cálculo do coeficiente de transmissão de calor na convecção natural. Para a dedução da relação teórica, é utilizado o Método Integral. Muito embora este método seja clássico, foi observado que existe uma certa incoerência, no que diz respeito a atribuição da magnitude à velocidade fictícia, que este método faz introduzir, e logo obtém-se, um valor injustificável para o coeficiente de transferência de calor por convecção. Ao final do capítulo, estão apresentados, alguns resultados teóricos que consistem em gráficos de distribuições teóricas de temperatura, através dos quais, é possível avaliar as influências das correlações experimentais, para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção, naquelas distribuições.

O Capítulo IV, encerra a descrição do instrumental e da metodologia empregados na parte experimental, mostrando também, em tabelas e gráficos, os resultados experimentais obtidos.

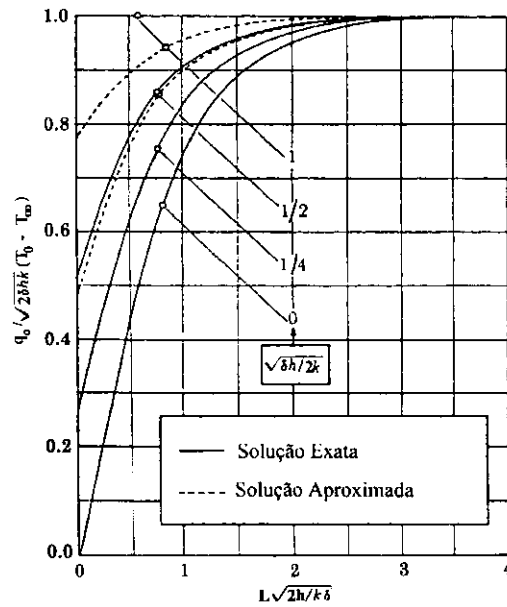


Fig.1-8 Curvas obtidas de equações exatas e aproximadas de fluxos de calor em uma aleta de seção uniforme retangular, devidas a Schneider [9].

O Capítulo V apresenta uma discussão acerca da identidade que guardam as Equações. (1-16) e (1-18), sob o prisma puramente matemático.

O Capítulo VI, traz as discussões dos resultados teóricos e experimentais.

Por fim, a conclusão sobre todo este estudo é apresentada no Capítulo VII.

O tratamento sobre esta temática, da forma como foi disposto ao longo deste trabalho, com certeza, permitirá aos interessados no estudo das aletas, um entendimento mais completo sobre sua função eficiência e sobretudo, os vários aspectos possíveis de interpretação, para o comprimento corrigido. A partir daí, vamos poder deduzir a real função deste conceito, no estudo e aplicação das aletas.

## CAPÍTULO II

### O COMPRIMENTO CORRIGIDO IDEALIZADO POR HARPER E BROWN

#### 2.1) Introdução

Conforme foi dito no Capítulo I, Harper e Brown [8] propuseram uma correlação utilizando o comprimento corrigido, com o único propósito de reduzir o trabalho de cálculo. Vimos também, que muitos autores - cf. [9] a [13] - limitam o trabalho de Harper e Brown [8] como sendo apenas o de uma substituição de equações utilizando o comprimento corrigido  $L_c$ .

No presente capítulo mostraremos detalhes do trabalho de Harper e Brown [8], com vistas a entendermos melhor as bases daquela teoria. Isto nos dará margem para fazermos um paralelo com a interpretação dada por Schneider [9] sobre o conceito do comprimento corrigido, bem como apreciar as implicações desta interpretação.

#### 2.1) O Trabalho de Harper e Brown [8]

O trabalho de Harper e Brown [8], consistiu em uma investigação indireta sobre a eficiência das aletas. Dois casos foram analisados: (1) Aleta circunferencial com a temperatura da base variando de ponto a ponto; (2) Aleta longitudinal com espessuras e temperaturas constantes ao longo da aleta. Esta investigação utilizou, o que eles denominaram, o “método das aproximações sucessivas”, que detalharemos a seguir.

##### *2.1.1 O Método das Aproximações Sucessivas de Harper e Brown [8]*

Para estabelecer este método algumas considerações gerais de natureza física foram feitas<sup>1</sup>:

1- A temperatura através da espessura da aleta é constante.

---

<sup>1</sup> Muito embora algumas destas considerações já tenham sido referidas anteriormente e relatadas por Murray [14] e por Gardner [15], buscou-se aqui, manter a originalidade do texto de Harper e Brown.

2- A aleta é muito longa, de forma que o efeito de perda de calor no término da aleta (aletas longitudinais) é desprezível.

3- O calor fluindo através do terminal da aleta, pode ser evacuado através de uma fração de aleta adicional imaginária, cujo comprimento corresponde à metade da espessura da aleta.

4- A temperatura da base da aleta é constante.

5- A espessura da aleta é constante.

6- A aleta é longitudinal.

Admitindo todas as considerações que acabam de ser relacionadas, Harper e Brown

[8] definiram a eficiência,  $f$ , como sendo:

$$f = f' + \Delta_1 f + \Delta_2 f + \Delta_{1,3} f + \dots \quad (2-1)$$

onde :

$\Delta_1 f$ ,  $\Delta_2 f$  e  $\Delta_{1,3} f$  são acréscimos de valores da função,  $f$  associada a cada restrição acima mencionada.

$f'$  seria o valor aproximado, computado com base na satisfação de situações baseadas em certas restrições acima mencionadas.

Devemos observar que :

$$f' = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c}$$

quando esta definição corresponde àquela apresentada através da Eq. (1-19), e é particularizada para a distribuição dada pela Eq.(1-17), onde  $L$  foi anotado por  $L_c$ .

Desta forma  $f'$  passou a ser a função aproximada para representar o fluxo de calor em termos de propriedades térmicas e de parâmetros físicos das aletas. Além do mais, este parâmetro pode ser considerado como a principal peça da discussão de todo o trabalho de Harper e Brown [8].

Algumas situações, foram exploradas por Harper e Brown [8] para a comparação com a Eq. (2-1), e assim, observar o distanciamento entre os  $f'$  e a equação correspondente. Estas situações foram:

- a) Não levando em consideração as simplificações (1) e (3), mas mantendo as outras restrições.
- b) Desconsiderando a limitação imposta pela simplificação (4), mas levando em conta todas as outras.

c) Desprezando as simplificações (5) e (6), contudo mantendo todas as outras.

Feita a análise do caso a), Harper e Brown [8] concluíram que para qualquer combinação de propriedades físicas e geométricas, a correção necessária a ser aplicada à função  $f'$  é totalmente desprezível em comparação com outros erros comuns de arredondamento, truncamento, aproximação, etc. Em relação ao caso b), também garantiram que  $f'$  não requeria qualquer modificação. Finalmente, em relação ao caso c), concluíram que  $f'$  poderia ser utilizado sem qualquer desvio significativo da solução exata.

**2.1.2) O Conceito de Comprimento Corrigido Concebido por Harper e Brown [8]**

A idéia de comprimento corrigido, concebida por Harper e Brown [8], é muito mais geométrica do que física. Os detalhes da sua concepção estão praticamente expostos na Fig. 2-1 abaixo. No entanto, para complementar o raciocínio, eles escreveram:

- O lado **abc**, que está a uma determinada temperatura  $\theta$ , dissipa uma certa quantidade de calor  $\Delta q$ .
- Supondo que os comprimentos **ab** e **bc** sejam rebatidos formando os comprimentos **ab'** e **bc'**, e que o espaço vazio seja preenchido com o mesmo material da aleta, as duas superfícies **ab'** e **cb'** dissiparão, praticamente, a mesma quantidade de calor que as superfícies **ab** e **bc**.

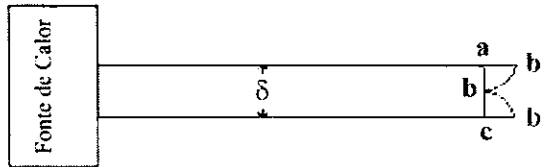


Fig.2- 1 Concepção geométrica do comprimento corrigido

Desta forma, o mecanismo criado para a retirada de todo o calor, ainda presente no término da aleta, foi adicionar a esta aleta de comprimento  $L$ , uma superfície de convecção formada pela área  $(\overline{ab'} + \overline{cb'}) \times w$ . A interpretação de Schneider [9], no entanto, foi muito mais física. Seguiu a mesma lógica de Harper e Brown [8], todavia, na sua idealização, considerou que todo o volume acrescido da aleta permanecia à mesma temperatura do término da aleta original. Foi feito então, um balanço de energia, como é mostrado a seguir:

$$q_0 = h \cdot L \cdot \delta (T_0 - T_\infty) = h \cdot 2 \cdot L \cdot \overline{\Delta L} \cdot (T_0 - T_\infty) \quad (2-2)$$

que resulta em  $\Delta L = ab' = cb' = \frac{\delta}{2}$ . Verifica-se, portanto, que o comprimento corrigido,  $\bar{L}_c$ , é dado pela Eq. (1-18), já mencionada no Capítulo I, ou seja,

$$\bar{L}_c = L + \frac{\delta}{2}. \quad (2-3)$$

### 2.2) Considerações Físicas Necessárias para a Obtenção da Eq. (2-16)

Na realidade, o balanço térmico utilizado por Schneider [9], que gerou a Eq. (2-2), só pode ser escrito em virtude de se admitir as seguintes restrições físicas:

a) Para todo o comprimento adicional da aleta  $\Delta L$ , a temperatura é constante e igual a  $T_L$ . Isto significa que todo este complemento  $\Delta L$  tem condutividade térmica infinita. Ou seja, nesta parte da aleta, a resistência térmica é nula, logo não há gradiente de temperatura.

b) A não existência de um gradiente de temperatura, significa que nenhum calor é transferido por convecção nesta parte complementar, senão vejamos:

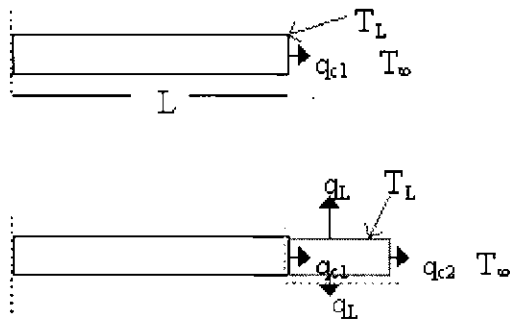


Fig. 2-2 Balanço de energia efetuado no volume de controle, que engloba a parte adicionada à aleta original.

Matematicamente temos que :  $q_{c1} = q_{c2} + 2q_L$

onde :

$q_{c1}$  é o fluxo convectivo na extremidade da aleta com tamanho original, dado por:

$$q_{c1} = h \cdot A \cdot (T_L - T_{\infty}).$$

$q_{c2}$  é o fluxo convectivo na extremidade da aleta com o comprimento corrigido

$$\text{dado por: } q_{c2} = h \cdot A \cdot (T_L - T_{\infty}).$$

$q_L$  é o fluxo convectivo que deixa cada superfície lateral do complemento corrigido da aleta. Como  $q_{c1} = q_{c2}$ , têm-se que  $q_L = 0$ .

c) Converter o caso II (aleta de comprimento finito, perdendo calor em sua extremidade por convecção) em caso III (aleta isolada na extremidade<sup>2</sup>), significa

<sup>2</sup> Uma vez que a principal finalidade de uma aleta é evacuar calor, é irracional isolar termicamente a extremidade de uma aleta.



impor a extremidade da aleta, com comprimento corrigido,  $T_L = T_\infty$ . E isto é facilmente deduzido, considerando que a aleta, cujo terminal se encontra a  $T_L$ , está imersa em um fluido com temperatura  $T_\infty$ , o fluxo de calor, ainda possível de ser dissipado, é  $q_L = h \cdot A \cdot (T_L - T_\infty)$ . Converter esta situação, acrescentando uma fração de aleta com o comprimento corrigido, nas condições indicadas por Schneider [9], isto é, fazendo com que todo o calor  $q_L$  seja perdido por convecção pela parte complementar adicionada, é impor que a extremidade desta aleta, esteja a  $T_\infty$ .

### 2.3) Construção de gráficos $q$ versus $L\sqrt{2h/k\delta}$

#### *2.5.1 Gráfico Análogo ao de Schneider [9]*

É possível, de diferentes maneiras, por os resultados produzidos pelas Eqs. (1-16) e (1-18), na forma gráfica. Buscando uma certa identidade entre as curvas que serão aqui apresentadas na Fig. 2-3, e aquelas da Fig. 1-8, devida a Schneider, plotou-se, inicialmente,  $q$  - ver Eq. (1-16), ou Eq. (1-18) - versus  $L\sqrt{\frac{2h}{k\delta}}$  (observando que  $L\sqrt{\frac{2h}{k\delta}} = \frac{2L}{\delta}\sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ ), para diversos valores do grupo adimensional  $\sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ <sup>3</sup>, isto é 0, 1/16, 1/8, 1/4, 1/2, e 1. Para tanto, fez-se o grupo adimensional que representa a abcissa, isto é,  $\frac{2L}{\delta}\sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ , variar entre 0 e 3,8. E esta variação foi conseguida fixando-se o valor de  $\sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$  em 1, e permitindo-se que a variável adimensional  $\frac{L}{\delta}$ , assumisse valores entre 0 e 1,9.

<sup>3</sup> Este número adimensional  $h\delta/2k$ , em nossos dias, é conhecido como número de Biot, Bi. No entanto, para manter a nomenclatura original, tanto de Harper e Brown [8], quanto de Schneider [9], que o denominaram de Nusselt, Nu, vamos chamá-lo, ao longo deste trabalho de Nu\*. O “\*” diferencial serve para evitar confusão com o número de Biot, utilizado em nossos dias, e o número de Nusselt a ser introduzido no capítulo III.

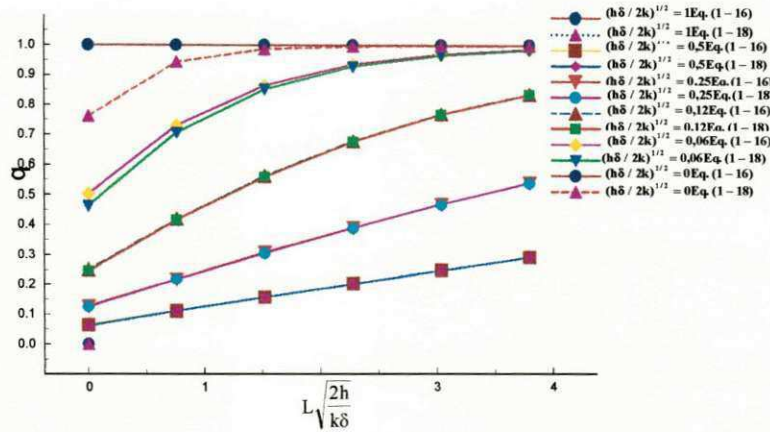


Fig. 2-3 Fluxo de calor em uma aleta, para diferentes valores de  $\sqrt{Nu^*}$

**2.5.2 Outras Curvas Resultantes do Gráfico q Versus  $\frac{2L}{\delta} \sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$**

Como pode ser observado através das Eqs. (1-16) e (1-18), q é uma função do grupo adimensional  $Nu^*$ . Verifica-se, que a adoção de um único valor de  $Nu^*$ , para ser associado a todos os valores de ordenadas geradas pelas diferentes situações, pode resultar em interpretações errôneas, sobretudo no que tange ao comportamento da função com relação ao domínio da variável independente  $\frac{2L}{\delta} \sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ . Por esta razão é apresentada na Fig. 2-4 outro gráfico, q versus  $\frac{2L}{\delta} \sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ , onde os valores de q, para cada curva, calculados pelas Eqs. (1-16) e (1-18), são determinados em função de um valor fixado de  $Nu^*$ . Desta maneira, como o valor de  $\frac{2L}{\delta}$  tem valor máximo, também constante, cada curva passa a ter, na abscissa, domínios diferentes.

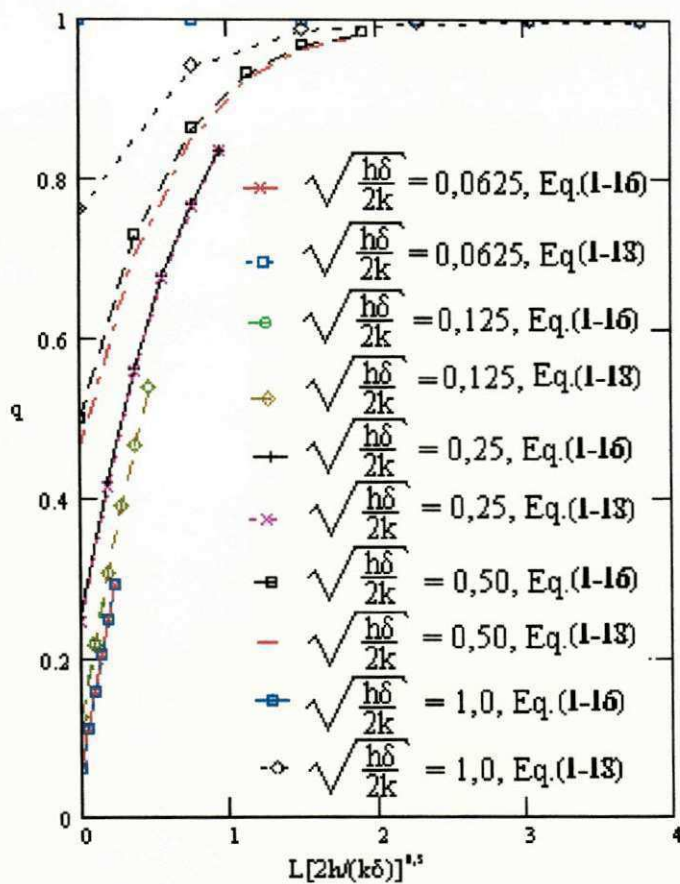


Fig.2- 4  $q$  versus  $L[2h/(k\delta)]^{0,5}$ , para vários valores de  $\sqrt{h\delta/(2k)}$ , calculados pelas Eqs. (1-16) e (1-18). Neste caso a fixação de  $\sqrt{h\delta/(2k)}$ , para cada curva, implicou nos diferentes limites da abcissa.

#### 2.4) Conclusão

O presente capítulo, foi dedicado ao delineamento da teoria de Harper e Brown [8], chegando por fim ao conceito do comprimento corrigido concebido por eles. A partir daí, o balanço térmico utilizado por Schneider [9], Eq. (2-2), para respaldar a noção do comprimento corrigido foi discutido, e se juntou todas as restrições físicas decorrentes do equacionamento daquele balanço.

Fechando o capítulo, foram apresentadas as Figs. 2-3 e 2-4, análogas a Fig. 1-8, de Schneider [9], onde aparecem curvas  $q$  versus  $\frac{2L}{\delta} \sqrt{\frac{h\delta}{2k}}$ .

Como foi visto neste capítulo toda discussão técnica acerca de aletas envolve o coeficiente de transferência de calor por convecção,  $h$ . Desta maneira, dedicaremos o Capítulo III ao estudo deste parâmetro.

## CAPÍTULO III

# O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

### 3.1) Introdução

No presente capítulo, tem-se como principal objetivo a determinação do coeficiente convectivo de transferência de calor. Sabe-se que existem duas formas para o cálculo deste coeficiente. A primeira delas, utiliza relações teóricas, e a segunda, faz uso de correlações empíricas, ou semi-empíricas, que, geralmente na prática, mostram-se mais eficientes.

Na dedução da relação teórica, utilizaremos o Método Integral, primeiramente empregado por Squire [16], e mais tarde por Merk e Prins [17], que trataram a convecção livre em placa plana vertical. Em seguida, algumas relações empíricas serão apresentadas. Além disto, no início do capítulo abordaremos algumas discussões sobre a convecção natural em placa plana vertical, uma vez que o nosso trabalho analisa aletas posicionadas verticalmente<sup>1</sup>.

Gráficos com distribuições de temperaturas montadas a partir de equações consideradas no capítulo anterior, associadas a valores dos coeficientes convectivos, obtidos a partir das diversas correlações analisadas, serão explicitados. Estes gráficos terão por finalidade ratificar as observações, encontradas na literatura especializada, sobre as correlações discutidas, e ajudarão na escolha daquela que será empregada ao longo deste trabalho.

### 3.2) Transferência de Calor por Convecção em uma Placa Plana Vertical

#### *3.2.1 Relação Teórica para o Cálculo do Coeficiente de Transferência de Calor na Convecção Natural*

---

<sup>1</sup> Foi escolhida esta posição para que fosse possível garantir, durante os experimentos, valores dos coeficientes de película, ou de transferência de calor por convecção, em ambas as superfícies laterais das aletas, idênticas magnitudes.

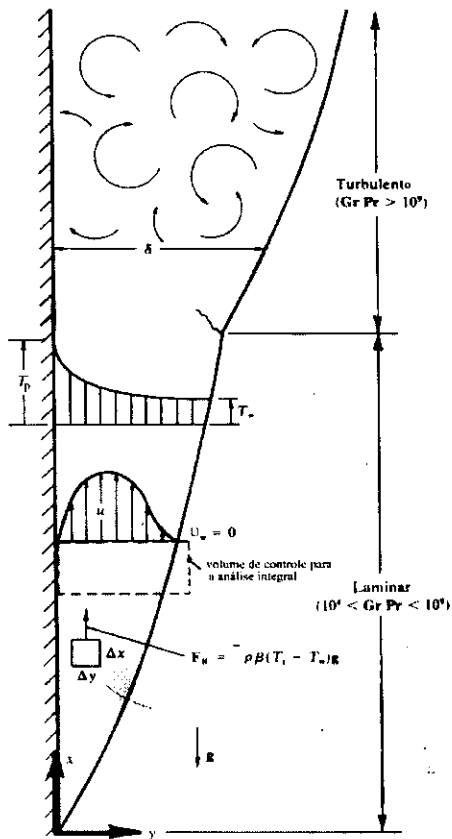


Fig.3- 1 Camadas limites adjacentes a uma placa vertical aquecida (Por conveniência foram traçadas coincidentes).

Como sabemos, a convecção é o processo de transferência de calor acompanhado de movimentação de fluido. A convecção é chamada de forçada, quando o movimento do fluido é causado por um agente mecânico como uma bomba, ou ventilador. E, quando o movimento do fluido se dá devido a gradientes de massa específica nas proximidades de uma superfície, esta convecção é denominada de natural ou livre, cf. [18] a [26].

O nosso estudo a respeito do mecanismo de transporte de calor por convecção resume-se no exame da transferência de calor por convecção natural em placa plana vertical, uma vez que neste trabalho está se analisando aletas formadas por placas planas, posicionadas verticalmente.

Seja, portanto, considerar uma placa plana vertical, tal como é esquematizada na Fig. 3-1, imersa em um fluido de propriedades constantes que escoar em regime permanente e laminar, onde as temperaturas do fluido e da placa são constantes. Como é visto na Fig. 3-1,  $x$  é a coordenada vertical localizada ao longo da

linha central da placa e  $y$  é a coordenada horizontal perpendicular à placa. A temperatura da parede é  $T_p$ , a temperatura do fluido circundante é  $T_\infty$  e a espessura da camada limite é  $\delta$ . Como sabemos, junto à parede a velocidade é zero devido a condição de não deslizamento; à medida que há um afastamento da parede, a velocidade aumenta até um valor máximo, decrescendo então até zero no contorno da camada limite, uma vez que a condição de fluido não perturbado é de repouso.

Como é do nosso conhecimento, a obtenção do coeficiente de transferência de calor, que na verdade é o principal objetivo deste capítulo, pode ser feita através do número adimensional de Nusselt :

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} \quad (3-1)$$

Uma equação teórica para o coeficiente convectivo de transferência de calor,  $h$ , pode ser determinada a partir :

**da equação da continuidade:** 
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3-2)$$

**da quantidade de movimento:** 
$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g_x + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3-3)$$

**e da energia:** 
$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3-4)$$

aplicada à camada limite hidrodinâmica e térmica e considerando as seguintes condições de contorno:

$$y = 0 \Rightarrow T = T_0, u = 0, v = 0 \quad (3-5)$$

$$y = \delta \Rightarrow T = T_\infty, u = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

onde:

$\rho$  é a massa específica

$\mu$  é a viscosidade absoluta

$u$  é o componente de velocidade na direção  $y$ .

$v$  é o componente de velocidade vertical, na direção  $x$ .

$\beta$  é o coeficiente de expansão volumétrica.

$g_x$  é o componente da aceleração da gravidade na direção x.

T é a temperatura

$c_p$  é o calor específico do fluido

Para tanto, leva-se inicialmente em consideração que na Eq. (3-3) o gradiente de pressão, ao longo da placa pode ser relacionado com a equação do empuxo, podendo ainda, tal equação, ser disposta em termos da diferença de temperatura  $T - T_\infty$ . Além do mais, tendo em vista que nesta expressão o coeficiente de expansão volumétrica,  $\beta$  é expresso em termos de  $1/T$  ( caso do gás ideal ), então a Eq.(3-3), da quantidade de movimento, torna-se:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = g\rho\beta(T - T_\infty) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3-6)$$

Para a determinação de uma expressão em função de Nu, de onde se pode deduzir o valor de h, é necessário se solucionar o sistema formado pelas Eqs. (3-2), (3-4) e (3-6) com as condições de contorno (3-5). Além do mais, é imperativo que se disponha da distribuição de temperatura, imaginando-se, ainda, que a camada limite térmica seja independente da hidrodinâmica.

Uma das formas de solucionar a Eq. (3-6), é fazendo uso do Método Integral [16].

### 3.2.2 *Uso do Método Integral*

A equação integral da quantidade de movimento aplicada à camada limite em apreço resulta na forma:

$$\frac{d}{dx} \left( \int_0^\delta \rho u^2 dy \right) = -\tau_p + \int_0^\delta \rho g \beta (T - T_\infty) dy = -\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0} + \int_0^\delta \rho g \beta (T - T_\infty) dy \quad (3-7)$$

Para solucionar a Eq. (3-7) considera-se as propriedades dos fluidos constantes<sup>2</sup>. O método exige também, que se conheça a distribuição de velocidade. É prática corriqueira [11] se admitir que ela é dada pela seguinte equação de 3º grau:

<sup>2</sup> Como é apresentado na maioria dos livros existentes na literatura especializada, cf. [11] e [18] a [26], também está se levando em conta, neste trabalho, e sem maiores discussões, que as variações de massas específicas são muito pequenas e logo uma solução satisfatória para o problema pode ser obtida considerando o escoamento incompressível, ou seja,  $\rho$  constante



$$\frac{u}{u_x} = a + by + cy^2 + dy^3 \quad (3-8)$$

onde  $u_x$  é uma velocidade fictícia<sup>3</sup> em função de  $x$ .

Analisando o número de condições de contorno da Eq. (3-5) verifica-se que para que haja unicidade da solução exige-se uma outra condição de contorno adicional. Esta é obtida a partir da Eq. (3-6), quando  $y = 0$ , tornando-se:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{-g\beta(T_0 - T_\infty)}{\nu} \text{ para } y = 0.$$

O perfil de velocidade cúbico que satisfaz as condições de contorno resulta na seguinte expressão:

$$\frac{u}{u_x} = \frac{\beta\delta^2 g(T_0 - T_\infty)}{4u_x \nu} \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (3-9)$$

Incorporando o termo envolvendo diferença de temperatura,  $\delta^2$  e  $u_x$  na função  $u_x$  – cf. [11], [13] e [18]- obtém-se o seguinte perfil de velocidade :

$$\frac{u}{u_x} = \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (3-10)$$

Um polinômio semelhante ao da Eq. (3-10) pode ser selecionado para descrever a distribuição de temperatura de tal forma, que o perfil de temperatura que satisfaz às três condições de contorno mostradas anteriormente seja:

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2$$

Por outro lado, sabe-se que a forma integral da equação da energia, na camada limite considerada, resulta em:

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_0^\delta u(T - T_\infty) dy \right] = -\alpha \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} \quad (3-11)$$

Inserindo ambos os perfis de velocidade e de temperatura nas Eqs. (3-7) e (3-11) e efetuando algumas elucubrações matemáticas, obtém-se, respectivamente :

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} (u_x^2 \delta) = \frac{1}{3} g\beta(T_p - T_\infty) \delta - \nu \frac{u_x}{\delta} \quad (3-12)$$

<sup>3</sup> A forma cúbica da Eq. (3-8) foi escolhida, uma vez que existem quatro condições de contorno a serem satisfeitas, e este é o tipo mais simples de função que pode ser utilizado.

$$\frac{1}{30} (T_0 - T_\infty) \frac{d}{dx} (u_x \delta) = 2\alpha \frac{T_0 - T_\infty}{\delta} \quad (3-13)$$

Admite-se, também, que  $u_x$  e  $\delta$  podem ser representados pelas seguintes funções exponenciais:

$$u_x = C_1 x^{1/2} \quad (3-15)$$

$$\delta = C_2 x^{1/4} \quad (3-16)$$

Assim, introduzindo as relações (3-15) e (3-16) nas Eqs. (3-13) e (3-14), obtém-se expressões em termos das constantes  $C_1$  e  $C_2$ . Resolvendo estas equações para as referidas constantes, chega-se ao valor de  $\delta$  e de  $u_x$ . De posse destas equações, sabendo que o calor que chega por condução na placa é perdido por convecção, e levando em conta a definição de Nu (Eq. 3-1), chega-se a uma relação adimensional para o cálculo do coeficiente convectivo:

$$Nu_x = 0,508 Pr^{1/2} (0,952 + Pr)^{-1/4} Gr_x^{1/4} \quad (3-17)$$

Note que nesta última equação são introduzidos dois grupos adimensionais - o número de Prandtl e o número de Grashof [27]<sup>4</sup>, isto é:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_0 - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

O coeficiente de transferência de calor gerado a partir da Eq. (3-17) é o coeficiente local ao longo da placa plana vertical, o coeficiente médio, por outro lado, é dado através da seguinte relação:

$$\bar{h} = \frac{1}{3} h_{x=L} \quad (3-18)$$

---

<sup>4</sup> Embora, tradicionalmente o número de Grashof [27], seja interpretado fisicamente como um parâmetro que representa a relação entre as forças de empuxo, e as forças viscosas na convecção natural, cf. por exemplo, Holman [11] e Pitts e Sissom [12], há uma corrente mais recente - c.f. Bejan [28], afirmando que tal interpretação é errônea. Para justificar tal afirmação, considera a convecção natural do ar, ao longo de uma parede vertical resfriada, onde o número de  $Gr \approx 10^8 - 10^{10}$ . De acordo com a interpretação tradicional, as forças viscosas deveriam ser desprezíveis em comparação com as de empuxo, uma vez que o número de Grashof é enorme. Isto, certamente não ocorre, uma vez que no caso do ar ( $Pr \approx 1$ ) sempre existirá um equilíbrio entre fricção e empuxo (ou entre inércia e empuxo). De fato,  $Gr^{1/4}$  tem o significado puramente geométrico, isto é, seu valor numérico diz respeito ao achatamento da camada limite, onde o escoamento induzido, por forças de empuxo têm lugar. Eckert e Soehngen [29], observaram que o Grashof crítico para o ar em convecção natural em uma placa plana vertical é aproximadamente  $4 \times 10^8$ .

### 3.3) Relações Empíricas para o Cálculo do Coeficiente de Transferência de Calor na Convecção Natural

Embora tenhamos deduzido acima a relação teórica para o cálculo do coeficiente convectivo de transferência de calor, verifica-se, na prática, que as relações empíricas, ou semi-empíricas, se identificam melhor com a realidade experimental. Por esta razão, apresentaremos algumas relações empíricas utilizadas para o cálculo do coeficiente médio de transferência de calor, na convecção natural, aplicadas à placas verticais. Estas relações, em geral, têm a seguinte forma:

$$\overline{Nu}_f = C(Gr_f Pr_f)^m \quad (3-19)$$

onde o índice “f” significa que as propriedades nos grupos adimensionais são avaliadas à temperatura de filme<sup>5</sup>. Por outro lado, os valores das constantes C e m são especificadas para cada situação analisada. Por sua vez, a temperatura de filme,  $T_f$ , é definida conforme a expressão abaixo:

$$T_f = \frac{T_0 + T_\infty}{2} \quad (3-20)$$

As duas principais equações empíricas utilizadas para avaliar o  $\overline{Nu}$  de uma placa plana vertical, são devidas a Churchill e a Chu [30], e podem ser assim anotadas:

$$\overline{Nu} = 0,68 + \frac{0,670Ra^{1/4}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad \text{para } Ra < 10^9 \quad (3-21)$$

$$\overline{Nu}^{1/2} = 0,825 + \frac{0,387Ra^{1/6}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \quad \text{para } 10^{-1} < Ra < 10^{12} \quad (3-22)$$

onde Ra é o número adimensional de Rayleigh, sendo ele igual a Gr.Pr.

Tendo em vista que o meio onde os nossos experimentos foram realizados foi essencialmente o ar, desnecessário dizer da importância de se fazer menção àquelas equações que são válidas apenas para este fluido. Estas relações simplificadas - ver Eqs. (3-23) e (3-24) - de acordo com Holman [11], fornecem, em geral, valores aproximadamente 4 por cento maiores do que os de fato medidos.

Para  $10^4 < Gr_L Pr < 10^9$  (regime laminar)

<sup>5</sup> A temperatura de filme, ou de película é utilizada quando existe uma variação significativa no valor das propriedades entre a parede e as condições de escoamento livre.

$$h = 1,42 \left( \frac{\Delta T}{L} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3-23)$$

Para  $10^9 < Gr_L Pr < 10^{13}$  (regime turbulento)

$$h = 1,31 (\Delta T)^{\frac{1}{3}} \quad (3-24)$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência de calor,  $W/m^2.C$

$$\Delta T = T_0 - T_{\infty}, C$$

$L$  = dimensão vertical, m

De posse das relações empíricas que geram o coeficiente convectivo de transferência de calor, passaremos a identificar os resultados teóricos de distribuição de temperaturas em aletas fictícias, fazendo uso também das diversas correlações discutidas para a obtenção do coeficiente convectivo de transferência de calor, mas considerando apenas o regime laminar.

### 3.4) Resultados Teóricos

Para se caracterizar os casos que serão examinados, são apresentados na Tab. 3-1, alguns parâmetros associados às aletas fictícias levadas em consideração neste capítulo. As propriedades físicas do ar utilizadas no cálculo das distribuições com base em dois valores de  $T_f$  e dois valores de  $T_0$ , aparecem, por sua vez, nas Tabs. 3-2 e 3-3. Os outros parâmetros usados na determinação de  $h$ , ou seja, as propriedades do ar à pressão atmosférica, foram retiradas da Tab. A-5 citada em Holman [11], p. 614.

Tab. 3 - 1 Características das aletas fictícias utilizadas na obtenção da distribuição, teórica de temperatura.

Aleta	L (m)	$\delta$ (m)	k (W/m.C)	$T_0$ (C)
1	0.08	0.001	386	62
2	0.08	0.001	386	44
3	0.15	0.001	386	62
4	0.15	0.001	386	44
5	0.22	0.001	386	62
6	0.22	0.001	386	44

Tab. 3 - 2 Propriedades físicas do ar à temperatura de filme, utilizadas para o cálculo do  $\overline{Nu}$ .

$T_f$ (K)	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$k$ (W/m·°C)	$\beta$ (K <sup>-1</sup> )	Pr
317,5	$17,82 \cdot 10^{-6}$	0,0277	$3,15 \cdot 10^{-3}$	0,7
308,5	$17,47 \cdot 10^{-6}$	0.0268	$3,25 \cdot 10^{-3}$	0.7

 Tab. 3 - 3 Propriedades físicas do ar avaliadas à temperatura da base da aleta, utilizadas para o cálculo do  $Nu_x$ .

$T_0$ (K)	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$k$ (W/m·°C)	$\beta$ (K <sup>-1</sup> )	Pr
335	$18,80 \cdot 10^{-6}$	0,0293	$2,98 \cdot 10^{-3}$	0,7
317	$17,92 \cdot 10^{-6}$	0.0275	$3,16 \cdot 10^{-3}$	0.7

Outrossim, nas Tabs. 3-4 e 3-5 aparecem os valores de  $\bar{h}$  calculados a partir das Eqs. (3-17), (3-18), (3-22) e (3-23), para as diferentes aletas fictícias. Nestas mesmas tabelas, figuram os números de Gr, Ra,  $Nu_x$  ou  $\overline{Nu}$  decorrentes das diversas situações analisadas.

 Tab. 3 - 4 Valores dos números adimensionais Gr, Ra,  $\overline{Nu}$  e do coeficiente convectivo médio para as diversas situações analisadas.

Aleta	Gr	Ra	$\overline{Nu}$ Eq. 3-22	$\bar{h}$ (W/m <sup>2</sup> ·°C) Eq.3-1
1	$1,74 \cdot 10^6$	$1,22 \cdot 10^6$	17,43	6,04
2	$9,08 \cdot 10^5$	$6,36 \cdot 10^6$	14,67	4,92
3	$1,15 \cdot 10^7$	$8,04 \cdot 10^6$	29,29	5,41
4	$5,99 \cdot 10^6$	$4,19 \cdot 10^6$	24,41	4,37
5	$3,62 \cdot 10^7$	$2,54 \cdot 10^7$	40.71	5,12
6	$1,89 \cdot 10^7$	$1,32 \cdot 10^7$	33,75	4,12

Tab. 3 - 5 Valores dos números adimensionais Gr, Ra, Nu e dos coeficientes convectivos local e médio para as diversas situações analisadas.

Aleta	Gr	Nu Eq.3-17	$h_x$ (W/m <sup>2</sup> ·°C) Eq.3-1	$\bar{h}$ (W/m <sup>2</sup> ·°C) Eq.3-18
1	$1,48 \cdot 10^6$	13,09	4,79	1,60
2	$8,39 \cdot 10^5$	11,35	3,90	1,30
3	$9,78 \cdot 10^6$	20.97	7,68	2,56
4	$5,53 \cdot 10^6$	18,19	6,25	2,08
5	$3,08 \cdot 10^7$	27,95	10,24	3,41
6	$1,75 \cdot 10^7$	24,24	8,33	2,78

Já, nas Figs.3-2 a 3-7 são mostrados os gráficos de distribuição de temperatura ao longo das diversas aletas fictícias examinadas, empregando-se os diferentes valores de  $h$  determinados.

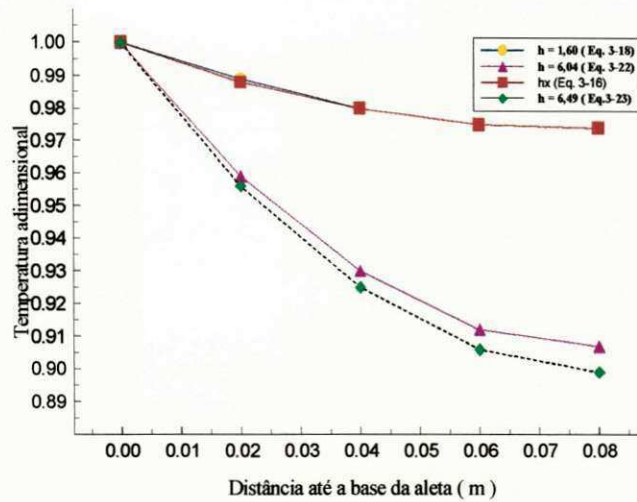


Fig.3- 2 Gráfico das distribuições teóricas - Eq. (2-11)- de temperatura levando em conta diferentes valores de  $h$ , para uma aleta de 0,08 m. - As unidades de  $h$  na legenda são  $W/(m^2.C)$

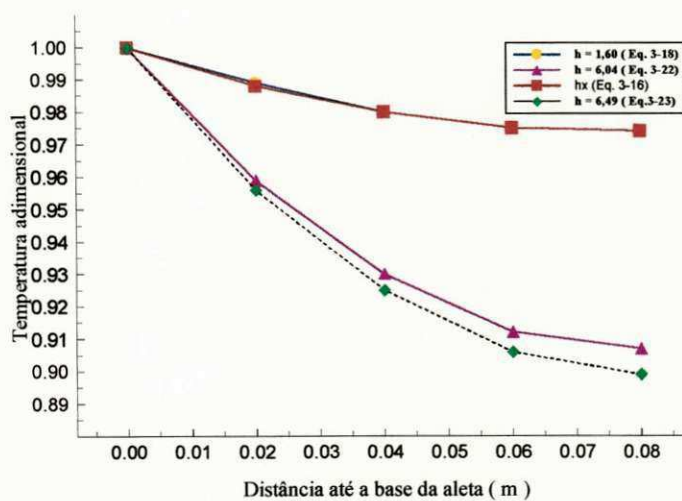


Fig.3-3 Gráfico das distribuições teóricas - Eq. (2-11) - de temperatura levando em conta diferentes valores de  $h$ , para uma aleta de 0,08 m. - As unidades de  $h$  na legenda são  $W/(m^2.C)$

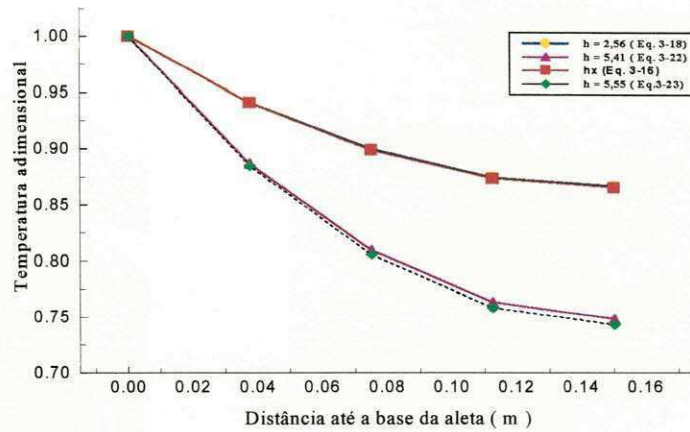


Fig.3-4 Gráfico das distribuições teóricas - Eq. (2-11) - de temperatura levando em conta diferentes valores de  $h$ , para uma aleta de 0,15 m. - As unidades de  $h$  na legenda são  $W/(m^2.C)$

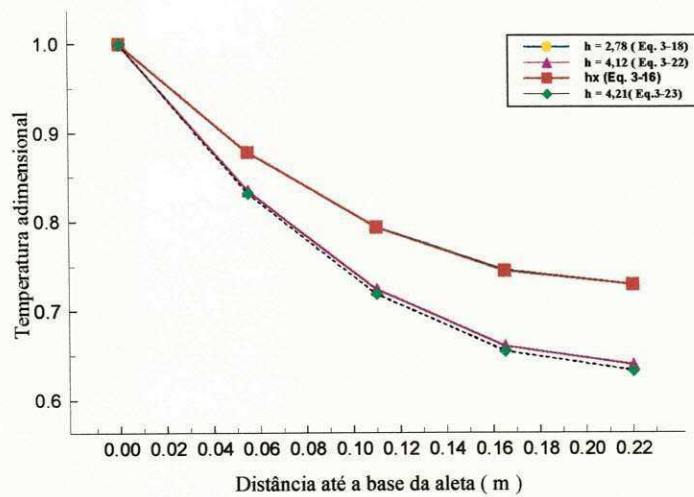


Fig.3-5 Gráfico das distribuições teóricas - Eq. (2-11) - de temperatura levando em conta diferentes valores de  $h$ , para uma aleta de 0,15 m. - As unidades de  $h$  na legenda são  $W/(m^2.C)$

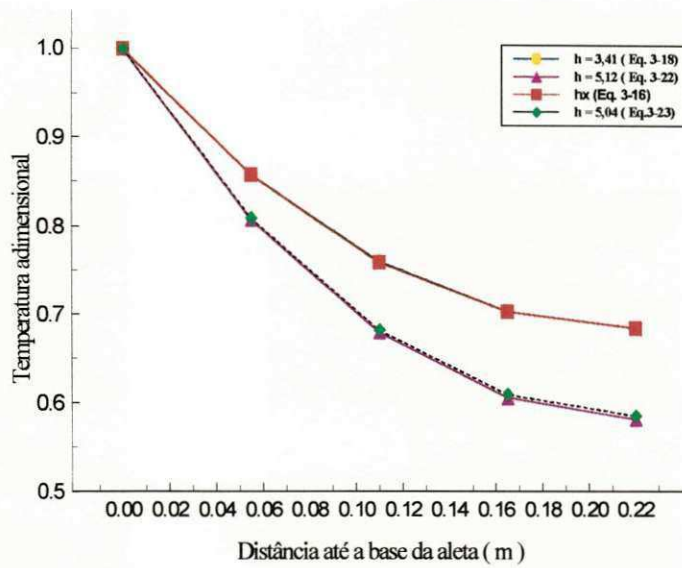


Fig.3-6 Gráfico das distribuições teóricas - Eq. (2-11) de temperatura levando em conta diferentes valores de  $h$ , para uma aleta de 0,22 m. - As unidades de  $h$  na legenda são  $W/(m^2.C)$

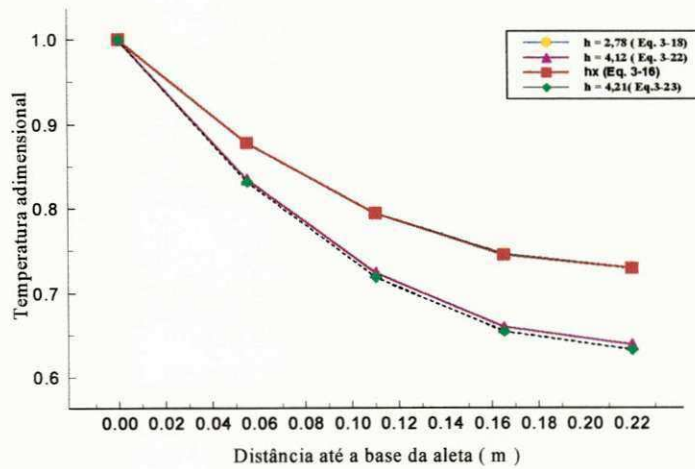


Fig.3-7 Gráfico das distribuições teóricas - Eq. (2-11) -de temperatura levando em conta diferentes valores de  $h$ , para uma aleta de 0,22 m. - As unidades de  $h$  na legenda são  $W/(m^2.C)$



### **3.5 ) Escolha da Correlação a ser Utilizada para a Obtenção do Coeficiente Convectivo de Transferência de Calor**

Como foi mencionado na introdução, um dos objetivos deste capítulo, é a escolha da correlação que vai determinar o coeficiente convectivo que será adotado ao longo deste trabalho. De fato, esta escolha poderia ter sido efetuada sem maiores delongas baseada na própria literatura especializada. Optou-se, todavia, pela averiguação do comportamento destas correlações com respeito às diversas distribuições teóricas de temperaturas levantadas, para as várias configurações de aletas fictícias propostas.

Observando as curvas construídas, é fácil notar que as semi-empíricas, são entre si, muito próximas, enquanto que a teórica, guarda um certo distanciamento. Além disto, é comprovado, que a expressão simplificada - Eq. (3-23) - fornece valores mais elevados do que os conseguidos através da Eq. (3-22) devida a Churchill e Chu<sup>6</sup>, confirmando todos os comentários encontrados nos textos especializados. Estas razões, fazem da Eq. (3-22) a escolhida para o cálculo do coeficiente de convecção térmica,  $h$ , a partir deste ponto.

### **3.6 ) Conclusão**

Discutimos neste capítulo a formulação para o cálculo do coeficiente convectivo de transferência de calor entre o ar e uma placa plana vertical, uma vez que o nosso trabalho trata de aletas posicionadas verticalmente. Para tanto foram levadas em consideração formulações teórica e semi-empíricas para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção,  $h$ . Como resultado todas as apreciações existentes na literatura sobre as várias correlações para a determinação de  $h$  examinadas foram ratificadas, através dos comportamentos das curvas de distribuição que obtivemos. Em consequência optou-se pela formulação de Churchill e Chu [30].

---

<sup>6</sup> Os resultados gerados pelas Eqs. (3-21) e (3-22), dentro do domínio por nós examinado praticamente coincidiram. Por esta razão, e tendo em vista que, de acordo com a literatura, cf. [11] e [28], a Eq. (3-22) é além de mais elaborada, mais precisa do que a Eq. (3-21), optou-se por considerar apenas a Eq. (3-22) em nossas comparações.

## CAPÍTULO IV

### A EXPERIÊNCIA E SEUS RESULTADOS

#### 4.1) Introdução

Neste capítulo, será descrita toda a parte experimental realizada, e se inclui, ainda, alguns resultados obtidos.

Em primeiro lugar, trataremos dos dispositivos empregados no acompanhamento experimental, e em seguida, descreveremos o experimento em si, que foi realizado em duas etapas. A primeira destas etapas tinha por objetivo, analisar a distribuição de temperatura nas três aletas utilizadas, sendo elas idênticas em sua forma e comprimentos. Já na segunda etapa, quando duas destas aletas foram cortadas em comprimentos distintos, buscou-se identificar as distribuições de temperaturas ao longo destas aletas para analisá-las no Capítulo VI, à luz da teoria de Harper e Brown [8].

Serão vistos, também, gráficos com distribuições temporais de temperaturas de alguns pontos das aletas, aonde foram fixados termopares.

#### 4.2) O Aparato Experimental

A seguir serão descritos os instrumentos que compunham o aparato experimental ( ver Fig. 4-1 ).

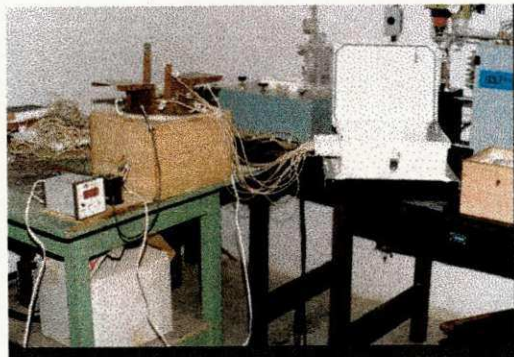


Fig. 4- 1 Foto do conjunto que forma o aparato experimental

A resistência elétrica (ver Fig. 4-4 abaixo), que serviu de fonte para o aquecimento do sistema, tinha 5.000 W de potência. O fio desta resistência recebeu um duplo isolamento - térmico e elétrico. No isolamento térmico o fio foi cuidadosamente enrolado com cordão de amianto. Em seguida, para o isolamento elétrico, usou-se fita isolante e por cima desta fita, foi colocada uma camada muito fina de cola Durepox.



Fig. 4- 4 A resistência elétrica imersa no óleo

#### **4.2.3 O Recipiente de Alumínio**

As aletas foram inicialmente afixadas em uma base de inox. e esta base foi colocada no interior de um recipiente cilíndrico de alumínio, com diâmetro de 0,23 m. Neste recipiente foi posto óleo vegetal, que tinha por finalidade homogeneizar a temperatura de todo o recipiente que estava sendo aquecido pela resistência de 5.000 W.

Este reservatório de alumínio foi revestido, externamente com fios de amianto e em seguida disposto em uma caixa de madeira de 0,30 m × 0,30 m, cujo interior fora forrado com isopor, para melhorar o isolamento térmico.

Fechando o recipiente existia uma tampa de cobre e esta, continha três cortes para a passagem das aletas. De fato, as aletas foram soldadas a esta tampa, e, para todos os efeitos em nossas experiências, ela passou a funcionar coma a base das aletas.

Nesta tampa encontrava-se também duas aberturas laterais para a entrada de um sensor (termopar de FeCo) que, acoplado ao termostato, controlava a temperatura no interior do recipiente, e ainda servia para a saída do fio da resistência elétrica. Acima destas aberturas laterais, haviam duas abas, confeccionadas em cobre,

para direcionar o vapor de óleo, de forma que este não interferisse no processo convectivo nas aletas.

#### 4.2.4 O Termostato

O termostato utilizado foi de marca Altronic série System Cit. Com ele foi possível se fazer o ajuste fino para os níveis de temperatura escolhidos. A sua temperatura limite superior de utilização era 200 C, que estava muito além da temperatura máxima de trabalho, em

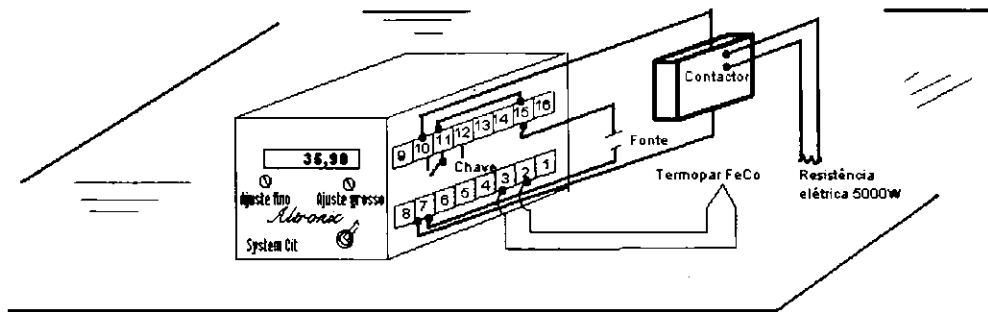


Fig. 4- 5 Esquema de montagem do termostato utilizado nos experimentos nossos experimentos. O disparo do relays daquele termostato variou entre  $\pm 3$  C. Na Fig. 4-4 aparece um esquema do circuito elétrico do termostato empregado, onde se vê, ainda, um contactor, cuja finalidade maior é evitar que a resistência estivesse ligada diretamente ao termostato.

#### 4.2.5 Os Termopares

Levando em conta, sobretudo, os custos, a confiabilidade e o nível máximo de temperatura a ser medido, optamos pela instrumentação com termopares do tipo T, isto é, de cobre - constantan. Este tipo de sensor é empregado na faixa de temperatura que vai de - 200 à 300 ° C. Possui, ainda, boa resistência à corrosão em atmosferas úmidas. O cobre utilizado neste termopar é de alta condutividade elétrica e de baixo conteúdo de oxigênio. O constantan empregado foi de boa qualidade, e recomendado para esta finalidade.

Os quinze termopares empregados nestes experimentos, foram construídos no laboratório de Termoenergética do CT/UFPB e possuíam 1 m de

comprimento. Todos eles foram aferidos com o auxílio de um termômetro padrão e do registrador  $\mu R1800$  (ver Fig. 4-6).



Fig. 4- 6 Dispositivo para a aferição dos termopares

Na Tab. 4-1 abaixo aparecem os valores de temperaturas coletados com o emprego do termômetro padrão e os sensores a serem aferidos. Na primeira coluna estão colocados os valores das temperaturas obtidos com o termômetro, enquanto nas quinze restantes encontram-se os registros dos termopares. Lançando mão destes resultados foi construído, para cada um dos termopares, sua curva de calibração. Posteriormente, buscou-se utilizar uma só curva para representar todos os termopares (ver Fig. 4-7 abaixo). A expressão que representa a curva ajustada à todos os termopares é dada por:

$$T_C = 0,9922 * T + 0,2233, \quad (4-1)$$

onde  $T_C$  é o valor da temperatura corrigida do termopar, e  $T$ , aquele diretamente obtido do registrador. A comodidade de se lançar mão de uma só curva de calibração implica em pequenos desvios com relação ao valor real da temperatura. Na Fig. 4-8 estão representadas as diferenças percentuais com relação às diversas temperaturas medidas durante a calibração, com os quinze termopares construídos.

Tab. 4-1 Valores de temperaturas registrados pelo termômetro padrão (primeira coluna) e pelos termopares, antes da aferição (colunas 2 a 16).

Term.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
93,63	94,08	93,22	93,02	93,72	93,68	93,37	93,46	93,45	93,45	93,11	93,72	94,28	94,3	93,61	93,61
77,32	77,34	77,04	77,04	77,57	77,78	77,56	76,58	76,55	76,75	77,07	76,77	76,49	76,46	77,68	77,68
72,53	72,52	72,21	72,11	72,33	71,95	72,11	72,08	72,35	72,35	72,14	72,33	71,95	72,34	72,22	72,22
66,08	66,05	66,24	66,18	66,17	66,27	66,04	66,98	67,03	66,70	66,09	66,67	66,87	66,06	66,28	66,28
58,28	58,26	58,38	57,96	58,54	57,82	58,21	57,84	58,07	58,35	57,98	58,04	57,89	58,21	58,75	58,75
56,13	56,14	56,18	56,13	56,12	56,03	56,02	56,09	56,11	56,13	56,03	56,12	56,12	56,23	56,14	56,14
51,81	51,41	51,31	51,48	51,45	51,35	51,43	51,90	51,72	51,81	51,55	51,45	51,54	51,64	51,34	51,34
46,11	46,24	46,07	45,93	45,86	46,09	46,08	46,16	46,19	46,17	45,98	45,86	46,38	46,19	45,88	45,88
42,41	42,11	42,13	42,14	42,08	42,04	42,14	42,32	42,57	42,53	42,23	42,38	42,37	42,16	42,13	42,13
36,25	36,34	35,97	36,09	36,07	36,15	36,23	36,24	36,12	36,18	36,05	36,07	36,18	36,13	36,17	36,17
32,26	32,22	32,25	32,25	32,25	32,24	31,98	32,16	32,17	32,24	32,17	32,05	32,16	31,98	32,1	32,1
29,89	29,96	29,96	29,91	29,86	29,93	29,97	29,87	29,86	29,86	29,89	29,86	29,87	29,84	29,98	29,98
27,95	27,97	27,98	27,90	28,22	28,13	28,02	28,21	27,77	27,78	28,02	28,02	28,13	28,05	28,13	28,13
15,18	15,15	15,31	15,36	15,27	15,29	15,25	15,33	15,32	15,14	15,42	15,38	15,38	15,34	15,26	15,26

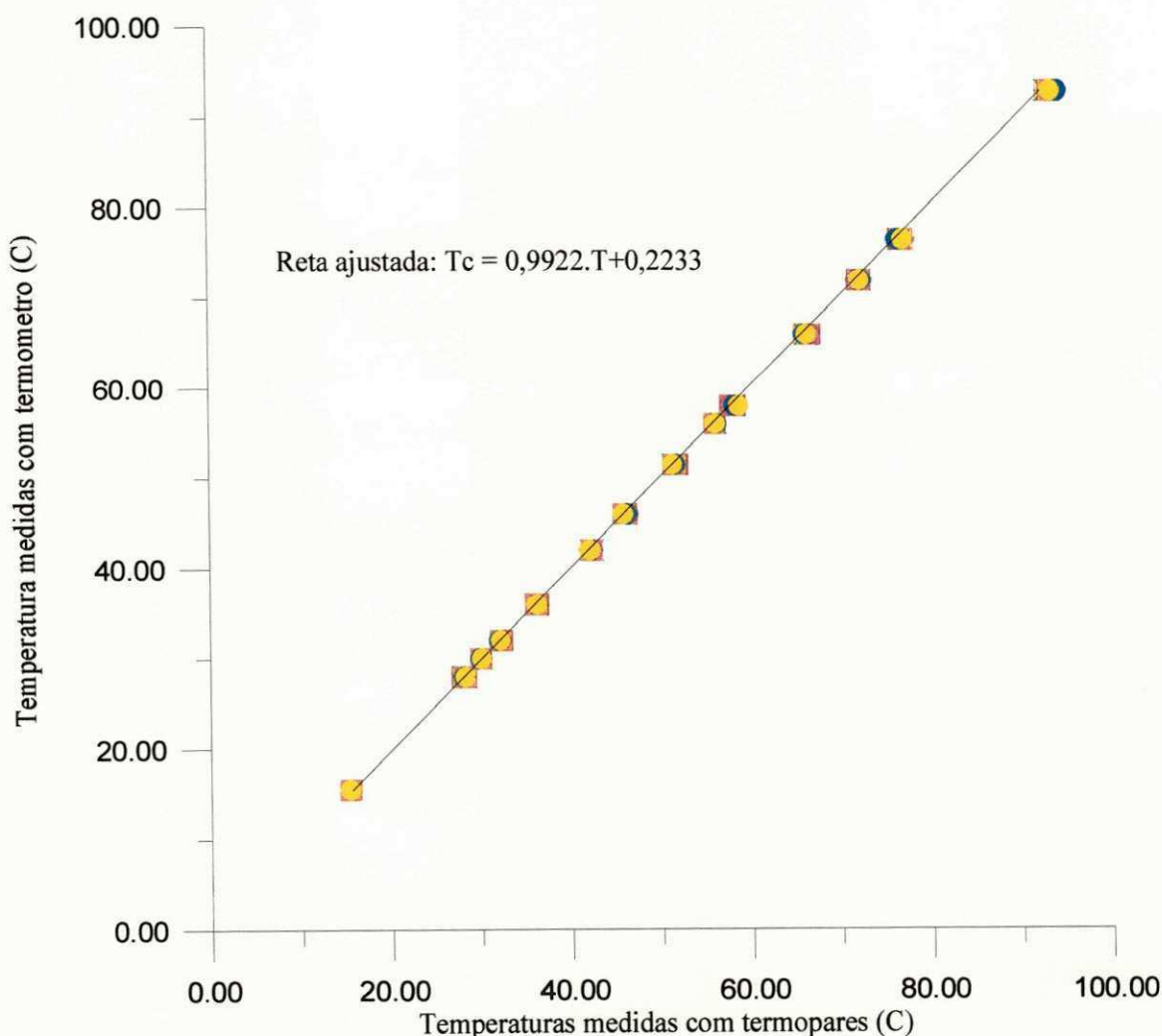


Fig. 4- 7 Curva de calibração dos termopares aferidos no Lab. de Termoenergética

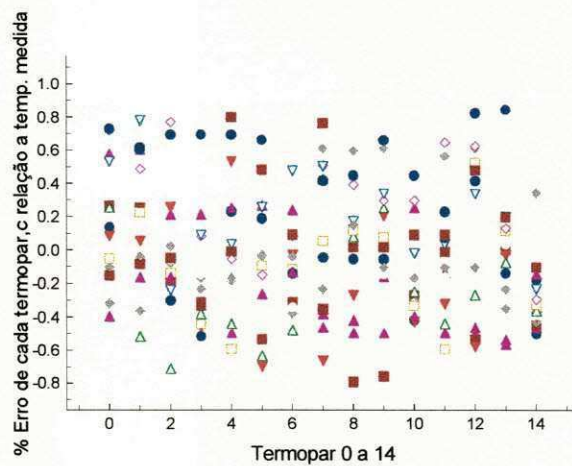


Fig. 4- 8 Percentuais de erros com relação a temperatura real decorrentes do uso de apenas uma curva ajustada.

#### 4.2.6 O Micrologger 21 X

A denominação Micrologger origina-se da combinação das palavras MICRO-computador (e por ser um registrador de dados), dataLOGGER. É na realidade uma combinação de microcomputador, cronômetro, multímetro, calibrador, varredor de canais, contador de frequência, controlador e gerador de sinal. Converte sinais analógicos em digitais (ASCII) e os armazena temporariamente, até serem transferidos para um computador, através de uma interface serial, onde estes dados podem ser tratados.

O Micrologger registrou os sinais dos sensores de temperatura e de umidade relativa. Os registros dos sinais eram realizados no interior do Laboratório de Termoenergética. A Fig 4-9 mostra uma foto do Micrologger.



Fig. 4- 9 O Micrologger 21X

#### ***4.2.7 Multiplexer AM416***

O Multiplexer AM416, Fig. 4-10, é um multiplicador de canais utilizado como acessório do Micrologger 21X. Se forem utilizados apenas termopares, o Multiplexer pode quadruplicar o número de pontos monitorados pelo Micrologger. Durante sua utilização o multiplexer ficava protegido em uma caixa de PVC, e estava localizado próximo ao experimento. Nele foram conectados os sensores de medição, como também o cabo blindado que era ligado ao micrologger.

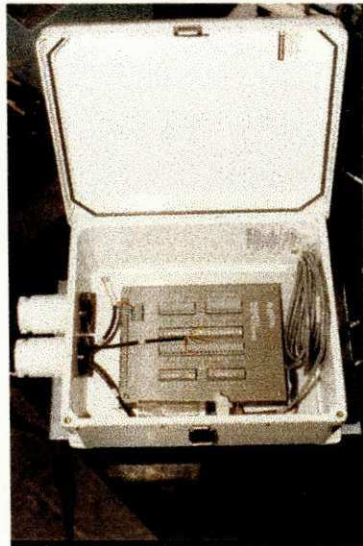


Fig. 4- 10 O Multiplexer

### **4.3 ) Metodologia do Experimento**

Os principais experimentos foram realizados nos meses de setembro a dezembro de 1996. Testes preliminares foram conduzidos para garantir que as temperaturas, nos pontos igualmente localizados nas três aletas, estavam basicamente



na mesma faixa. A princípio, houve alguns problemas de contato entre os termopares e as aletas, o que fazia com que a temperatura medida em alguns dos pontos das aletas, estivesse próxima da própria temperatura ambiente. Para solucionar este problema, alguns destes termopares foram reconstruídos, ou simplesmente resoldados.

Após esta fase de ajuste dos termopares teve início a parte experimental definitiva. Esta parte experimental aconteceu em duas etapas. A seguir detalharemos cada uma destas etapas.

#### ***4.3.1 Etapa I***

O nosso principal objetivo, nesta fase do experimento, foi a determinação da distribuição de temperatura nas três aletas de comprimentos idênticos. Além disto, buscava-se a certeza de que o regime de trabalho, nas aletas, era estacionário. A identificação do intervalo de tempo necessário para que a aleta atingisse este regime, era outra preocupação.

Por volta das 9 horas da manhã, antes do início do experimento, a temperatura do óleo contido no interior do reservatório, era ajustada com o auxílio do termostato. Inicialmente, esta temperatura foi fixada na faixa de 100 ( $\pm 3$ ) C. Programávamos então, o Micrologger 21 X (o programa se encontra no Apêndice I) para registrar as temperaturas dos cinco pontos localizados em cada uma das três aletas, espaçados, entre si, de 0,055 m - ver Fig. 4-2 .

Antes do encerramento do experimento diário, em torno das 17 horas, os dados de temperatura eram transferidos do Micrologger para um computador - Pentium 133, através de uma conexão serial. Posteriormente os dados de temperatura eram corrigidos com base na curva de calibração.

Após vários dias realizando o experimento com a temperatura da fonte em torno dos 100 C, a temperatura da fonte foi reduzida, com o propósito de verificar a partir de qual nível de temperatura do óleo, e para o caso das aletas de 0,22 m, a temperatura ambiente no terminal das aletas era alcançada. A nova temperatura do óleo, foi fixada em torno dos 45 ( $\pm 3$ ) C e o procedimento experimental, descrito acima, foi repetido.

### ***4.3.2 Etapa II***

Nesta fase, duas das três aletas foram cortadas em diferentes comprimentos, uma delas ficou com 0,08 m de altura, outra com 0,15 m e a terceira manteve-se com os 0,22 m de comprimento. A finalidade dos cortes estava relacionada com a verificação dos acréscimos de material nas aletas de forma a se buscar a temperatura ambiente no terminal da aleta com comprimento adicional..

Feitos os cortes nos comprimentos destas aletas, os termopares foram redistribuídos e os ensaios foram realizados utilizando o mesmo procedimento descrito na primeira etapa - lembrando que inicialmente a temperatura da fonte era fixada em torno dos 100 ( $\pm 3$ ) C, para em seguida, ser reduzida para os 45 ( $\pm 3$ ) C.

## **4.4 ) Resultados Experimentais**

### ***4.4.1 Distribuições Temporais de Temperatura***

Nas Figs. 4-10 a 4-15 são apresentados gráficos que mostram a evolução temporal das temperaturas, em cada um dos cinco pontos de medições das aletas 1, 2 e 3. Deve-se notar que as três primeiras figuras que se segue estão relacionadas com a temperatura da base mantida constante em 62 C, enquanto as Figs. 4-13 a 4-15, dizem respeito a situações onde a temperatura da base foi mantida a 44 C. Pode-se observar ainda, nestas figuras a serem vistas, que a variação da temperatura da fonte em  $\pm 3$  C , repercutia nessas oscilações.

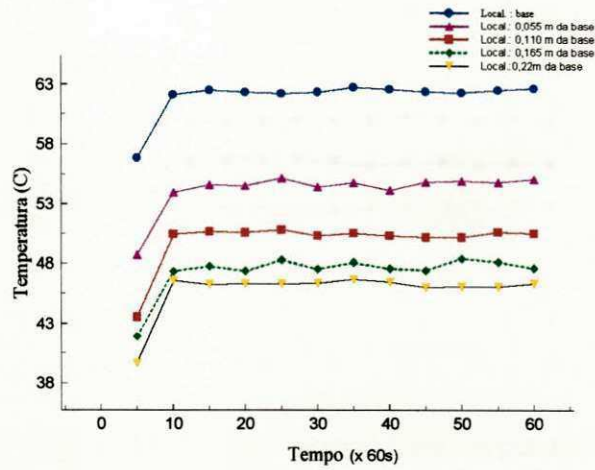


Fig. 4- 11 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 1-  $T_0 \cong 62$  C.

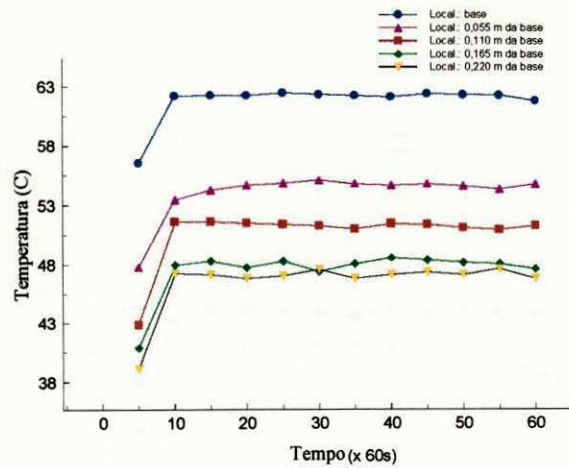


Fig. 4- 12 Evolução temporal das temperaturas em cada um dos pontos medidos na aleta 2 -  $T_0 \cong 62$  C.