UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Tese

Compensação Dinâmica dos Transitórios de Baixa Frequência de Transformadores de Potencial Capacitivos para Otimização da Proteção de Linhas de Transmissão

Eubis Pereira Machado

Campina Grande – Paraíba – Brasil ©Eubis Pereira Machado, dezembro de 2013

Eubis Pereira Machado

Compensação Dinâmica dos Transitórios de Baixa Frequência de Transformadores de Potencial Capacitivos para Otimização da Proteção de Linhas de Transmissão

Tese apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências do Programa de Doutoramento em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Energia

Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D. Orientador

Damásio Fernandes Júnior, D.Sc. Orientador

Campina Grande – Paraíba – Brasil Dezembro de 2013



M149c Machado, Eubis Pereira. Compensação dinâmica dos transitórios de baixa frequência de transformadores de potencial capacitivos para otimização da proteção de linhas de transmissão / Eubis Pereira Machado. - Campina Grande, 2013. 173 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2013. "Orientação: Prof. Dr. Washington Luiz Araújo Neves, Prof. Dr. Damásio Fernandes Júnior". Referências. 1. Transformador de Potencial Capacitivo. 2. Resposta em Frequência. 3. Compensação Dinâmica. 4. Relés Numéricos de Distância. 5. Tese - Engenharia Elétrica. I. Neves, Washington Luiz Araújo. II. Fernandes Júnior, Damásio. III. Universidade Federal de Campina Grande - Campina Grande CDU 621.314.222(043) (PB). IV. Título

"COMPENSAÇÃO DINÂMICA DOS TRANSITÓRIOS DE BAIXA FREQUÊNCIA DE TRANSFORMADORES DE POTENCIAL CAPACITIVOS PARA OTIMIZAÇÃO DA PROTEÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO"

EUBIS PEREIRA MACHADO

TESE APROVADA EM 09/12/2013

WASHINGTON LUIZ ARAUJO NEVES, Ph.D., UFCG Orientador(a) DAMÁSIO FERNANDES JUNIOR, D.Sc., UFCG Orientador(a)

ANTONIO CARLOS SIQUEIRA DE LIMA, D.Sc., UFRJ Examinador(a)

ILDEMAR CASSANA DECKER, Dr., UFSC Examinador(a)

BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG Examinador(a)

NUBIA SILVA DANTAS BRITO, D.Sc., UFCG Examinador(a)

WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFCG Examinador(a)

CAMPINA GRANDE - PB

À minha esposa Sandgy Ana e ao meu filho Rafael Vitor, DEDICO.

Agradecimentos

Agradeço a Deus acima de tudo e de todos por sempre estar presente na vida, dandome forças para vencer os desafios e abençoando-me a cada dia.

À minha esposa Sandgy Ana, pois, sem seu companheirismo, compreensão e incentivo não teria suportado as dificuldades encontradas no decorrer desta pesquisa.

Ao meu filho Rafael Vitor que, na sua inocência, deu-me forças e inspiração fazendo ecoar nos meus pensamentos "mamãe, cadê papai?".

Aos meus pais Antonio e Maria pelo amor, carinho e dedicação.

Aos meus familiares que sempre acreditaram na minha perseverança nos estudos.

Aos professores Damásio Fernandes e Washington Neves, por terem proporcionado, desde a minha graduação, participar do Grupo de Sistemas Elétricos da UFCG. Como orientadores, agradeço pela orientação, apoio e confiança a mim depositados.

Aos membros da banca examinadora pelas contribuições que vieram no intuito de enriquecer esta pesquisa.

Aos meus amigos Célio, Kleber, Felipe, Karcius, George e Alana pelo companheirismo e disposição em ajudar.

Aos professores do CENEL, em especial a Adeon Pinto e Rodrigo Ramos, pelo apoio e incentivo desde o meu ingresso no colegiado.

Ao engenheiro da CHESF Sérgio Ricardo pela disposição em ajudar.

Aos funcionários da COPELE, Ângela, Pedro e Suênia.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desta pesquisa.

Sumário

Lista de Figuras				vi		
\mathbf{Li}	Lista de Tabelas xii					xii
Gl	ossái	rio			2	xiv
\mathbf{Li}	sta d	e Síml	bolos		2	xvi
Re	esum	0			x	xiv
A۱	ostra	\mathbf{ct}			x	xv
1	Intr	odução	0			1
	1.1	Motiva	ação			4
	1.2	Objeti	VOS			7
	1.3	Contri	buições			8
	1.4	Organ	ização do Trabalho	•	•	10
2	\mathbf{Rev}	isão B	ibliográfica			11
	2.1	Métod	los de Correção da Tensão Secundária de TPC			15
		2.1.1	Correção via Função de Transferência			16
		2.1.2	Correção via Redes Neurais Artificiais			19
		2.1.3	Correção via Análise de Circuitos não Lineares			21
		2.1.4	Correção via Técnicas de Estimação de Fasores	•	•	21
3	Prin	ncípios	da Proteção de Distância			24
	3.1	Mediç	ão da Impedância	•		24
	3.2	Diagra	amas de Impedâncias	•		30
	3.3	Relé d	le Distância Como Elemento Comparador			33

		3.3.1	Implementação da Característica mho	36
	3.4	Zonas	de Proteção	43
	3.5	Esque	mas de Proteção de Distância	44
		3.5.1	Comparação Direcional por Bloqueio (DCB)	46
		3.5.2	Comparação Direcional por Desbloqueio (DCU)	47
		3.5.3	Transferência de Disparo Direto por Subalcance (DUTT)	47
		3.5.4	Transferência de Disparo Permissivo por Subalcance (PUTT)	48
		3.5.5	Transferência de Disparo Permissivo por Sobrealcance (POTT)	49
	3.6	Estim	ação de Fasores	49
		3.6.1	Filtros Digitais Baseados na Transformada de Fourier	50
		3.6.2	Resposta em Frequência dos Filtros Digitais	53
4	Mo	delage	m e Simulação de Relés Numéricos de Distância	60
	4.1	Arqui	tetura Básica dos Relés Numéricos	62
		4.1.1	Transformadores Auxiliares	63
		4.1.2	Filtro Analógico Anti-aliasing	63
		4.1.3	Circuito de Sample and Hold	66
		4.1.4	Circuito Multiplexador	73
		4.1.5	Conversor Analógico Digital	74
		4.1.6	Microprocessador e Unidades de Memória	75
	4.2	Relé p	para Análise de Compensação de TPC	77
5	Mé	todo P	roposto	80
	5.1	Funda	mentação	80
	5.2	Conce	pção do Método	82
	5.3	Síntes	e do Compensador	84
		5.3.1	Computação das Estimativas Iniciais	86
		5.3.2	Método de Ajuste não Linear	96
		5.3.3	Implementação na Forma de Filtros Digitais	98
6	Aná	álise do	os Resultados	103
	6.1	Comp	ensação no Domínio da Frequência	103
	6.2	Comp	ensação no Domínio do Tempo	106
	6.3	Desen	npenho da Proteção de Distância de LT	108

		6.3.1	Velocidade da Proteção	115
		6.3.2	Confiabilidade da Proteção	118
		6.3.3	Segurança da Proteção	124
		6.3.4	Análise da Proteção de LT com Compensação Série	126
7	Con	clusõe	5	136
\mathbf{Re}	eferêı	ncias B	libliográficas	157
Ap	pêndi	ice A	Filtros Digitais Recursivos na Forma de Fasores	158
Ap	oêndi	ice B	Síntese de Funções Racionais	160
	B.1	Soluçã	o por Aproximação Linear dos Quadrados Mínimos não Lineares	161
	B.2	Soluçã	o por Quadrados Mínimos não Lineares	164
		B.2.1	Minimização de Funções Multidimensionais	165
		B.2.2	O Método dos Quadrados Mínimos não Lineares	166
	B 3	Vector	Fitting versus Levenberg-Marquardt	169

Lista de Figuras

1.1	Exemplo dos distúrbios da tensão secundária de um modelo de TPC de	
	500 kV reportado em Pajuelo <i>et al.</i> (2010). (a) Tensão para uma falta	
	com ângulo de incidência de 0°. (b) Tensão para uma falta com ângulo de	
	incidência de 90°	5
1.2	Resposta em frequência de um filtro passa-faixa tipo Butterworth de quarta	
	ordem com frequências de corte 55 e 65 Hz e frequência central 60 Hz. (a)	
	Ganho. (b) Fase	6
1.3	Comportamento da amplitude e da fase do fasor da componente funda-	
	mental presente na tensão secundária exibida na Figura 1.1(a). (a) Fasor	
	estimado pelo filtro de Fourier de um ciclo. (b) Fasor estimado pelo filtro	
	de Fourier de meio ciclo	6
2.1	Sistema elétrico simplificado para fins de análise	12
2.2	Tensão no ponto de localização do relé em função do SIR do sistema	13
2.3	Modelo simplificado de TPC proposto por Izykowski <i>et al.</i> (1998)	16
2.4	Modelo simplificado do TPC utilizado por Machado (2009)	18
2.5	Modelo de TPC utilizado por Saha <i>et al.</i> (2001)	19
2.6	Modelo do TPC adotado por Zadeh (2004).	20
2.7	Modelo do TPC adotado no trabalho de Kang <i>et al.</i> (2009)	21
2.8	Modelo do TPC adotado no trabalho de Pajuelo <i>et al.</i> (2008)	22
3.1	(a) Sistema elétrico trifásico com uma falta bifásica do tipo BC. (b) Cir-	
	cuitos de sequência correspondentes da fase a	25
3.2	(a) Sistema elétrico trifásico com uma falta bifásica-terra do tipo BCT. (b)	
	Circuitos de sequência correspondentes da fase a	27
3.3	(a) Sistema elétrico trifásico com uma falta trifásica para a terra. (b) Redes	
	de sequência da fase a para uma falta trifásica no ponto F	27

Ĵ	3.4	(a) Sistema elétrico trifásico com uma falta fase-terra envolvendo a fase a .	
		(b) Circuitos de sequência correspondentes da fase a	28
ç	3.5	(a) Diagrama unifilar com relé de distância. (b) Digrama de impedância	
		da LT	31
ç	3.6	Diagrama de impedância da LT e da carga do sistema apresentado na	
		Figura 3.5(a)	32
ę	3.7	Superposição do diagrama de impedância da LT, da carga e da caracterís-	
		tica de operação da unidade de distância	33
ç	3.8	Diagrama de blocos de um comparador (KHINCHA et al., 1970)	34
ç	3.9	Exemplos de características de operação das unidades de distância. (a)	
		Impedância. (b) Mho. (c) Ellipse. (d) Cônica. (e) Paralelograma. (f)	
		Quadrilateral com alcance resistivo constante.	35
ç	3.10	Resposta em frequência do filtro digital recursivo da implementação da	
		característica mho com polarização por memória de sequência positiva. (a)	
		Ganho. (b) Fase	42
ç	3.11	Comportamento da tensão de sequência positiva e da tensão de polarização	
		por memória durante uma falha trifásica nas proximidades da instalação	
		do relé	42
ç	3.12	Representação das zonas da proteção de distância	45
ç	3.13	Representação das zonas de proteção no plano R-X	45
ç	3.14	Resposta em frequência do filtro digital de Fourier de um ciclo	55
ç	3.15	Resposta em frequência do filtro digital de Fourier de meio ciclo	55
ç	3.16	Resposta em frequência do filtro de Fourier de um ciclo para $N = 12, 16$ e	
		32. (a) Filtro H_c . (b) Filtro H_s .	56
ç	8.17	Resposta em frequência do filtro de Fourier de meio ciclo para $N = 12, 16$	
		e 32. (a) Filtro H_c . (b) Filtro H_s	56
ç	3.18	Resposta em frequência do filtro mímico digital. (a) Ganho. (b) Fase	58
ç	3.19	Resposta em frequência do filtro anti-aliasing com frequência de corte em	
		180 Hz. (a) Ganho. (b) Fase	58
ç	3.20	Resposta em frequência do filtro anti-aliasing convoluído com o filtro mí-	
		mico. (a) Ganho. (b) Fase	59
/	11	Representação da estrutura básica de um relá digital	63
-	1 · 1	representação da estrutura basica de um rele digitar	00

4.2	Especificações de um filtro passa-baixas tipo Butterworth. \ldots	64
4.3	Resposta em frequência do filtro <i>anti-aliasing</i> : (a) Ganho. (b) Fase	65
4.4	Efeito no domínio da frequência da amostragem no domínio do tempo por	
	meio de um amostrador por trem de impulsos. (a) Espectro de amplitude do	
	sinal original. (b) Espectro de amplitude do sinal amostrado com $\omega_s > 2\omega_m$.	67
4.5	(a)Resposta em frequência do ganho e da fase do segurador de ordem zero.	
	(b) Detalhes da reposta frequência para baixos valores da frequência nor-	
	malizada	69
4.6	Efeito no domínio da frequência da amostragem no domínio do tempo por	
	meio de um trem de impulsos e pulsos retangulares com $\omega_s > 2\omega_m$	70
4.7	Decimação no tempo por um fator $M_d = 4$. (a) Registro oscilográfico. (b)	
	Registro decimado. (c) Sequência do registro oscilográfico. (d) Sequência	
	do registro decimado	73
4.8	Efeito da decimação no tempo no espectro do sinal. (a) Espectro original	
	do registro oscilográfico. (b)Espectro do registro oscilográfico decimado	
	por um fator $M_d = 4$	73
4.9	Quantização das amostras retidas pelo circuito de sample and hold	74
4.10	Modelo do relé numérico para análise do desempenho da função de distância	
	frente aos distúrbios da tensão secundária de TPC	78
5.1	Relação entre a largura de banda e o tempo de subida para um filtro passa-	
	baixa de 5^a ordem do tipo elíptico e Butterworth. (a) Escala linear. (b)	
	Escala logarítmica.	81
5.2	Relação entre a largura de banda e o polo dominante de um filtro passa-	
	baixa de 5^a ordem. (a) Filtro elíptico. (b) Filtro Butterworth	82
5.3	Incorporação do FCT ao modelo do relé numérico introduzido no Capítulo 4.	84
5.4	Comportamento do número de condição da aproximação linear dos quadra-	
	dos mínimos não lineares. (a) Sistema original. (b) Sistema com frequência	
	normalizada	92
5.5	Número de condição da aproximação linear dos quadrados mínimos não	
	lineares com frequência e colunas normalizadas. (a) $p = 1$. (b) $p = 2$. (c)	
	$p = \infty$	93

5.6	Função multiobjetivo em função do grau do numerador e denominador. (a)	
	Identificação no domínio s . (b) Identificação no domínio z	93
5.7	Algoritmo utilizado para criação de um conjunto de filtros factíveis	95
5.8	Algoritmo do método de Levenberg-Marquardt implementado	98
5.9	Algoritmo utilizado para obtenção dos filtros corretores de tensão	102
6.1	Resposta em frequência dos TPC sob análise. (a) Ganho. (b) Fase	104
6.2	Resposta em frequência dos TPC compensados com compensador identifi-	
	cado em s. (a) Ganho. (b) Fase. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	106
6.3	Resposta em frequência dos TPC compensados com compensador identifi-	
	cado em z . (a) Ganho. (b) Fase	106
6.4	Análise do compensação no domínio do tempo. (a) Comportamento transi-	
	tório do TPC de 138 kV. (b) Transitório em primeira escala. (c) Transitório	
	em segunda escala.	107
6.5	Análise do compensação no domínio do tempo. (a) Comportamento transi-	
	tório do TPC de 230 kV. (b) Transitório em primeira escala. (c) Transitório	
	em segunda escala.	108
6.6	Análise do compensação no domínio do tempo. (a) Comportamento transi-	
	tório do TPC de 500 kV. (b) Transitório em primeira escala. (c) Transitório	
	em segunda escala.	109
6.7	Rede elétrica com topologia radial utilizada para simulação de faltas	110
6.8	Modelo do TPC de 500 kV.	112
6.9	Modelo do TPC de 230 kV	112
6.10	Comportamento da corrente secundária do TC instalado na fase A da barra	
	BUSA02 do SEP de 230 kV durante uma falha do tipo ABC em 0,9 C_{LT2} .	114
6.11	Influência da componente unidirecional da corrente de curto-circuito no <i>trip</i>	
	da unidade Z_{BC} do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 durante uma falha	
	do tipo ABC em 0,9 C_{LT2} . (a) Unidade sem filtro mímico. (b) Unidade	
	com filtro mímico	115
6.12	(a) Distância mensurada pela unidade Z_{BC} do relé R_{01} instalado na barra	
	BUSA02 durante uma falha do tipo ABC em 0,9 C_{LT2} . (b) Ampliação do	
	comportamento da localização da falta devido ao transitório do TPC	115

- 6.15 Tensão de entrada e comando de *trip* das unidades de medição do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo ABT em 0, 1 C_{LT2} . (a) Unidade Z_{AB} . (b)Unidade Z_{AT} . (c) Unidade Z_{BT} 121
- 6.16 Tensão de entrada e comando de *trip* das unidades de medição do relé R_{01} instalado na barra BUSA03 do SEP de 500 kV durante falhas do tipo ABT em 0, 6 C_{LT2} . (a) Unidade Z_{AB} . (b)Unidade Z_{AT} . (c) Unidade Z_{BT} 121

- 6.22 (a) Amplitude do fasor tensão dos relés instalados em SJP durante a ocorrência de falhas em diferentes localidades da LT. (b) Transitórios no início falha.
 128
- 6.23 (a) Amplitude do fasor tensão dos relés instalados em BE durante a ocorrência de falhas em diferentes localidades da LT. (b) Transitórios no início falha.
 128

- B.1 Identificação do filtro corretor para o TPC de 138 kV. (a) Comportamento do ganho. (b) Comportamento da fase. (c) Erro do ganho. (d) Erro da fase.171
- B.2 Identificação do filtro corretor para o TPC de 230 kV. (a) Comportamento do ganho. (b) Comportamento da fase. (c) Erro do ganho. (d) Erro da fase.172
- B.3 Identificação do filtro corretor para o TPC de 500 kV. (a) Comportamento do ganho. (b) Comportamento da fase. (c) Erro do ganho. (d) Erro da fase. 172

Lista de Tabelas

2.1	Exemplo da classificação de LT baseadas no SIR
2.2	Sinopse da revisão bibliográfica
2.3	Limitações das técnicas avaliadas
3.1	Expressões para computação da impedância de sequência positiva 30
3.2	Unidades de medição, tensões de entrada e sinais referência da caracterís-
	tica mho autopolarizada
3.3	Unidades de medição, tensões de entrada e sinais referência da caracterís-
	tica mho com polarização em quadratura completa 40
3.4	Unidades de medição, tensões de entrada e sinais referência da caracterís-
	tica mho com polarização por memória de tensão
4.1	Classificação e parâmetros dos relés de distância implementados 79
5.1	Análise do desempenho da identificação do compensador 101
6.1	Coeficientes do compensador para o TPC de 138 kV com identificação em $s.105$
6.2	Coeficientes do compensador para o TPC de 230 kV com identificação em $s.105$
6.3	Coeficientes do compensador para o TPC de 500 kV com identificação em $s.105$
6.4	Coeficientes do compensador para o TPC de 138 kV com identificação em $z.105$
6.5	Coeficientes do compensador para o TPC de 230 kV com identificação em $z.105$
6.6	Coeficientes do compensador para o TPC de 500 kV com identificação em $z.105$
6.7	Parâmetros das linhas de transmissão analisadas
6.8	Reator de linha representado como impedância constante
6.9	Cargas representadas como impedâncias constantes
6.10	Tensão das fontes
6.11	Equivalentes do sistema
6.12	Parâmetros do TPC de 500 kV (PAJUELO et al., 2008)

6.13	Parâmetros do TPC de 230 kV (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMIT-
	TEE, 2004)
6.14	Variáveis utilizadas para gerar o banco de registros oscilográficos 113
6.15	Análise estatística da RTDF no SEP de 230 kV
6.16	Análise estatística da RTDF no SEP de 500 kV
6.17	Desempenho da unidade Z_{AT} dos relés $R_{01}\text{-}R_{06}$ instalados nas barras BUSA02
	e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo AT na LT3 125
6.18	Desempenho da unidade Z_{AB} dos relés R_{01} - R_{06} instalados nas barras BUSA02
	e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo AB na LT3 125
6.19	Desempenho do conjunto $Z_{AB} \cup Z_{AT} \cup Z_{BT}$ dos relés R_{01} - R_{06} instalados nas
	barras BUSA02 e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo ABT
	na LT3
6.20	Desempenho do conjunto $Z_{AB} \cup Z_{BC} \cup Z_{CA} \cup Z_{AT} \cup Z_{BT} \cup Z_{BT}$ dos relés R_{01} -
	R_{06} instalados nas barras BUSA 02 e BUSA 03 do SEP de 230 kV durante
	falhas do tipo ABC na LT3
6.21	Componentes de frequência e suas influências na tensão durante um curto-
	circuito em LT com compensação em derivação ou série. \ldots
6.22	Análise estatística da RTDF dos relés instalados na subestação de BE. $$. $$. 134

Glossário

ATP	Alternative Transients Program.
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco.
CS	Compensação Série.
CSF	Circuito Supressor de Ferroressonância.
DCB	Directional Comparison Blocking.
DCU	Directional Comparison Unblocking.
DFT	Discret Fourier Transform.
DSP	Digital Signal Processor.
DUTT	Direct Underreaching Transfer Trip.
EMTP	Electromagnetic Trasients Program.
FCT	Filtro Corretor de Tensão.
FF	Fase-Fase.
FIR	Finite Impulse Response.
FT	Fase-Terra.
IED	Intelligent Electronic Device.
IIR	Infinite Impulse Response.
$\mathbf{L}\mathbf{M}$	Levenberg-Marquardt.
LT	Linha de Transmissão.

ONS	Operador Nacional do Sistema.
PLCC	Power Line Carrier Communication.
POTT	Permissive Overreaching Transfer Trip.
PUTT	Permissive Underreaching Transfer Trip.
RDP	Registrador Digital de Perturbação.
RNA	Redes Neurais Artificiais.
RTC	Relação de Transformação de Corrente do TC.
RTDF	Redução do Tempo de Detecção de Falha.
RTDS	Real Time Digital Simulator.
RTPC	Relação de Transformação de tensão do TPC.
RVF	Relaxed Vector Fitting.
SEP	Sistema Elétrico de Potência.
S/H	Sample and Hold.
SIN	Sistema Interligado Nacional.
SIR	System Impedance Ratio.
SVD	Singular Value Decomposition.
TPC	Transformador de Potencial Capacitivo.
TPI	Transformador de Potencial Indutivo.
ZOH	Zero-Order-Hold.

Lista de Símbolos

α	Ângulo do fator de potência da carga.
$lpha_v$	Parte real da resposta em frequência de referência.
β_v	Parte imaginária da resposta em frequência de referência.
Δt	Passo de integração ou intervalo entre as amostras de uma sequência.
δ	Constante associada a largura de banda e tempo de subida.
$\delta(t)$	Função impulso unitário.
δ_P	Tolerância na banda de passagem do filtro anti-alising.
δ_S	Tolerância na banda de rejeição do filtro anti-alising.
γ_v	Frequência analógica ou discreta.
λ	Constante em PU associada a largura de banda e tempo de subida.
μ_k	Parâmetro definido na k -ésima iteração do método de Levenberg-Marquardt.
$\nabla F(\mathbf{x})$	Vetor gradiente da função objetivo.
$\nabla^2 F(\mathbf{x})$	Matriz Hessiana da função objetivo.
ω	$\label{eq:Frequencia} {\rm Frequência\ em\ rad/s\ elétricos}.$
ω_c	Frequência de corte do filtro <i>anti-alising</i> .
ω_i	<i>i-ésima</i> frequência.
ω_m	Máxima frequência em rad/s elétricos de um sinal com banda limitada.
ω_s	Frequência de amostragem em rad/s elétricos.

ϕ_1	Ângulo do fasor da componente fundamental presente na sequência $x(n)$.
$ au_1$	Constante de tempo da LT em número de amostras.
I	Matriz Identidade.
\mathbf{p}_k	Vetor com as direções de busca na k -ésima iteração.
x	Vetor contendo os parâmetros do numerador e denominador da função racional.
\mathbf{x}_a	Vetor contendo os parâmetros no numerador da função racional.
\mathbf{x}_b	Vetor contendo os parâmetros no denominador da função racional.
\mathbf{x}_k	Vetor de parâmetros na k -ésima iteração.
θ	Ângulo da impedância aparente da LT.
θ_R	Ângulo característico do relé.
\widehat{E}_{Th1}	Fasor da tensão de sequência positiva do sistema equivalente.
\widehat{E}_{ThA}	Fasor da tensão na fase A do sistema equivalente.
\widehat{E}_{ThB}	Fasor da tensão na fase B do sistema equivalente.
\widehat{E}_{ThC}	Fasor da tensão na fase C do sistema equivalente.
\widehat{I}_a	Fasor da corrente na fase A.
\widehat{I}_b	Fasor da corrente na fase B.
\widehat{I}_c	Fasor da corrente na fase C.
\widehat{I}_{0R}	Fasor da corrente de sequência zero vista pelo relé.
\widehat{I}_{1R}	Fasor da corrente de sequência positiva vista pelo relé.
\widehat{I}_{2R}	Fasor da corrente de sequência negativa vista pelo relé.
\widehat{I}_{as}	Fasor da corrente secundária do TC instalado na fase A.
\widehat{I}_R	Corrente de entrada da unidade de distância.

\widehat{S}_{op}	Fasor do sinal de operação da unidade de distância.
\widehat{S}_{pol}	Fasor do sinal de polarização da unidade de distância.
\widehat{V}_a	Fasor da tensão na fase A.
\widehat{V}_b	Fasor da tensão na fase B.
\widehat{V}_c	Fasor da tensão na fase C.
\widehat{V}_{0F}	Fasor da tensão de sequência zero no ponto de falha F.
\widehat{V}_{0R}	Fasor da tensão de sequência zero vista pelo relé.
\widehat{V}_{1F}	Fasor da tensão de sequência positiva no ponto de falha F.
\widehat{V}_{1R}	Fasor da tensão de sequência positiva vista pelo relé.
\widehat{V}_{2F}	Fasor da tensão de sequência negativa no ponto de falha F.
\widehat{V}_{2R}	Fasor da tensão de sequência negativa vista pelo relé.
\widehat{V}_{ab}	Fasor da tensão entre as fases A e B.
\widehat{V}_{as}	Fasor da tensão secundária do TPC instalado na fase A.
\widehat{V}_{bc}	Fasor da tensão entre as fases B e C.
\widehat{V}_{ca}	Fasor da tensão entre as fases C e A.
\widehat{V}_R	Tensão de entrada da unidade de distância.
\widehat{X}_h	Fasor da <i>h</i> -ésima componente harmônica presente na sequência $x(n)$.
a	Operador complexo de rotação de fase.
A_0	Valor de pico da componente senoidal dentro de uma janela móvel.
B_{ω}	Largura de banda.
C_1	Capacitância superior do divisor capacitivo.
C_2	Capacitância inferior do divisor capacitivo.
C_c	Capacitância parasita do reator de compensação.

C_f	Capacitância do circuito supressor de ferroressonância.
C_{LTi}	Comprimento físico da LT i .
C_{ps}	Capacitância parasita entre o enrolamento primário e secundário do TPI.
C_p	Capacitância parasita do enrolamento primário do TPI.
C_s	Capacitância parasita do enrolamento secundário do TPI.
d	Fração do comprimento da LT compreendida entre o relé e a falha.
F	Ponto onde ocorreu a falha na LT.
$F(\mathbf{x})$	Função objetivo.
f_m	Máxima frequência em Hz de um sinal com banda limitada.
f_n	Frequência normalizada.
f_s	Frequência de amostragem em Hz.
h	Ordem da frequência harmônica.
$H(j\omega)$	Função que define a resposta em frequência de um sistema analógico.
H_a	Resposta em frequência do sistema inverso.
H_c	Função de transferência do filtro digital relacionado a parte real do fasor.
h_c	Filtro digital para obtenção da parte real do fasor.
H_s	Função de transferência do filtro digital relacionado a parte imaginária do fasor.
h_s	Filtro digital para obtenção da parte imaginária do fasor.
h_v	Resposta em frequência de referência na forma cartesiana.
$H_a(\gamma)$	Função do filtro corretor de tensão.
h_{LT}	Alcance da primeira zona da proteção de distância.
i_{as}	Corrente secundária do TC instalado na fase A.

j	Operador matemático $\sqrt{-1}$.
$J(\mathbf{x})$	Matriz jacobiana da função objetivo.
K	Ganho do filtro mímico para a frequência fundamental.
k	Razão entre as relações de transformação de tensão do TPC e de corrente do TC.
K_0	Fator de compensação residual.
k_0	Coeficiente de escalamento do filtro corretor de tensão.
L_c	Indutância do reator de compensação.
L_{f1}	Indutância do circuito supressor de ferroressonância.
L_{f2}	Indutância do circuito supressor de ferroressonância.
L_m	Indutância de magnetização do TPI.
L_p	Indutância de dispersão do enrolamento primário do TPI.
L_s	Indutância de dispersão do enrolamento secundário do TPI.
M	Indutância mútua do circuito supressor de ferroressonância.
m	Ordem do polinômio do denominador da função racional.
M_0	Fator de correção da amplitude da DFT.
M_d	Fator de decimação.
Ν	Número de amostras por ciclo do relé.
n	Ordem do polinômio do numerador da função racional.
npt	Número de pontos da resposta em frequência.
Р	Comparador cosseno.
P_f	Potência ativa por fase.
P_{norm}	Comparador cosseno normalizado.

Q_f	Potência reativa por fase.
$R(\mathbf{x})$	Vetor de resíduos.
R_f	Resistência do circuito supressor de ferroressonância.
R_{01}	Relé de distância com caraterística mho autopolarizada e filtro de Fourier de um ciclo.
R_{02}	Relé de distância com caraterística mho polarizada em quadratura e filtro de Fourier de um ciclo.
R_{03}	Relé de distância com caraterística mho polarizada por memória de tensão de sequência positiva e filtro de Fourier de um ciclo.
R_{04}	Relé de distância com caraterística mho autopolarizada e filtro de Fourier de meio ciclo.
R_{05}	Relé de distância com caraterística mho polarizada em quadratura e filtro de Fourier de meio ciclo.
R_{06}	Relé de distância com caraterística mho polarizada por memória de tensão de sequência positiva e filtro de Fourier de meio ciclo.
R_{21}	Resistência vista pelo relé.
R_c	Resistência série do reator de compensação.
R_m	Resistência do ramo de magnetização do TPI.
R_p	Resistência do enrolamento primário do TPI.
R_s	Resistência do enrolamento secundário do TPI.
S_O	Sinal de operação do comparador.
S_R	Sinal de restrição do comparador.
T_0	Tempo para propagação do sinal enviado pela teleproteção.
t_0	Atraso na transmissão de um sinal por um sistema sem distorção.

T_1	Atraso da proteção primária devido a teleproteção.
T_r	Tempo de subida para uma entrada do tipo degrau.
T_s	Período de um sequência ou duração de um pulso retangular.
T_{zona2}	Temporização da segunda zona.
T_{zona3}	Temporização da terceira zona.
$Trip_b$	Tripdo relé alimentado pela réplica da tensão da barra.
$Trip_{sc}$	Tripdo relé alimentado pela tensão corrigida pelo FCT.
$Trip_s$	Trip do relé alimentado pela tensão secundária do TPC.
V_s	Tensão secundária do TPC.
v_{as}	Tensão secundária do TPC instalado na fase A.
V_b	Réplica da tensão de fase do sistema.
V_{sc}	Tensão secundária do TPC corrigida pelo FCT.
$X(j\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de entrada do filtro de tempo contínuo.
x(n)	Sequência de entrada do filtro digital.
x(t)	Sinal de entrada do filtro de tempo contínuo.
X_{21}	Reatância vista pelo relé.
X_{c1}	Parte real do fasor da componente fundamental da sequência $x(n)$.
X_{ch}	Parte real do fasor da <i>h</i> -ésima componente harmônica da sequência $x(n)$.
X_{s1}	Parte imaginária do fasor da componente fundamental da sequência $x(n)$.
X_{sh}	Parte imaginária do fasor da h-ésima componente harmônica da sequência $x(n)$.
$Y(j\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de saída do filtro de tempo contínuo.

y(n) Sequência de saída de um filtro digital.

y(t)	Sinal de saída do filtro de tempo contínuo.
Y(z)	Transforma z do sinal de saída do filtro digital.
z	Operador matemático usado na transformada z .
Z_A	Impedância de alcance do relé.
Z_b	Carga do terminal secundário do TPC.
Z_{21}	Impedância vista pelo relé.
Z_{AB}	Unidade de medição do relé para falhas envolvendo as fases A e B.
Z_{AT}	Unidade de medição do relé para falhas envolvendo a fase A e a Terra.
Z_{BC}	Unidade de medição do relé para falhas envolvendo as fases B e C.
Z_{BT}	Unidade de medição do relé para falhas envolvendo a fase B e a Terra.
Z_{Carga0}	Impedância de sequência zero da carga.
Z_{Carga1}	Impedância de sequência positiva da carga.
Z_{Carga2}	Impedância de sequência negativa da carga.
Z_{Carga}	Impedância por fase da carga.
Z_{CA}	Unidade de medição do relé para falhas envolvendo as fases C e A.
Z_{CT}	Unidade de medição do relé para falhas envolvendo a fase C e a Terra.
Z_{L0}	Impedância de sequência zero por unidade de comprimento da linha de transmissão.
Z_{L1}	Impedância de sequência positiva por unidade de comprimento da linha de transmissão.
Z_{L2}	Impedância de sequência negativa por unidade de comprimento da linha de transmissão.

Resumo

Apresenta-se um novo método de correção numérica dos transitórios de baixa frequência de transformadores de potencial capacitivos. O método proposto é baseado em um filtro digital simples que recupera a forma do sinal do primário, cujas frequências estão compreendidas entre 10 e 60 Hz, a partir de amostras da tensão secundária. Diferentemente das técnicas reportadas na literatura, o método não depende diretamente da topologia do transformador nem de características operacionais do sistema protegido, pois, apenas a resposta em frequência do transformador de potencial capacitivo é utilizada como dado de entrada. A avaliação da técnica é feita por meio de simulações digitais fazendo-se uso de dados reais do Sistema Interligado Nacional. Apresentam-se análises da compensação nos domínios tempo-frequência de quatro transformadores de potencial capacitivos com diferentes níveis de tensão. As simulações comprovam que o método proposto é eficiente na correção dinâmica dos distúrbios de baixa frequência, melhorando a velocidade, a confiabilidade e a segurança da atuação dos relés numéricos de distância.

Palavras-Chave: Transformador de potencial capacitivo; resposta em frequência; compensação dinâmica; relés numéricos de distância.

Abstract

A new method to numerically estimate the primary voltage waveform of coupling capacitor voltage transformers is presented. The outcome is a simple digital filter suitable for the frequency range from 10 to 60 Hz, enabling to recover the transformer primary voltage waveform from its secondary voltage waveform. Unlike the techniques reported in the literature, the method does not depend directly on the transformer topology nor on the operational characteristics of the protected system, once only the coupling capacitor voltage transformer frequency response is required as input. The evaluation of the technique is performed through digital simulations using data from the Brazilian National Power System Grid. It is shown that the proposed method is effective for the dynamic correction of low frequency disturbances which may improve the speed, reliability and security of the numerical distance relay.

Keywords: Coupling capacitor voltage transformer; frequency response; dynamic compensation; numerical distance relay.

Capítulo 1 Introdução

Os transformadores de potencial são transdutores de tensão instalados nos sistemas elétricos de potência (SEP) com o propósito de reduzir o nível de tensão a valores adequados aos instrumentos de medição, proteção e controle, de modo que haja uma relação fixa entre os valores instantâneos dos sinais de tensão de saída e de entrada, com diferenças de fase desprezíveis entre as mesmas. Os transformadores de potencial comumente utilizados nos sistemas de energia elétrica são do tipo indutivo ou capacitivo. Geralmente a escolha entre um e outro leva em consideração dois fatores principais: o custo do transformador e a necessidade de utilização de dispositivos de acoplamento para sistema de onda portadora (*carrier*) para transmissão e recebimento de dados pela linha de transmissão (LT).

A redução dos níveis de tensão dos sistemas de alta e extra alta tensão para os valores de 115 V ou $115/\sqrt{3}$ V, em que os instrumentos são designados para operar, geralmente requer um número elevado de espiras do enrolamento primário dos transformadores potencial indutivo tornando-o muito caro, pesado e ficando construtivamente proibitivo devido à classe de isolação requerida, isto é, o equipamento torna-se muito grande. Assim, por motivos técnicos e econômicos, sistemas com tensões superiores a 138 kV normalmente utilizam transformadores potencial capacitivo (TPC) para fornecer a tensão aos instrumentos de medição, proteção e controle do SEP. A utilização de TPC para suprir os sinais de tensão aos relês eletromecânicos tem sido realizado há décadas (HARDER, 1951). Não obstante, com o crescente processo de automatização de subestações e expansão do sistema, os relés eletromecânicos vêm sendo substituídos pelos IED (*Intelligent Electronic Device*) com os propósitos de modernizar e disponibilizar ferramentas que possam garantir que as falhas sejam eliminadas de forma rápida, confiável e segura e, portanto, evitando problemas associados à estabilidade e integridade dos equipamentos. Nesse sentido, as tensões aplicadas a um IED devem ser uma réplica fiel da tensão do sistema elétrico, pois, esses dispositivos são responsáveis por realizar os registros oscilográficos do sistema, realizar o controle de equipamentos, bem como detectar condições indesejáveis de operação de linhas de transmissão e equipamentos do SEP.

Os registros oscilográficos, sejam eles gerenciados pelos IED ou pelos dispositivos dedicados para essa finalidade, que são os registradores digitais de perturbação (RDP), são os dados mais realistas da condição de operação de um sistema elétrico. Contudo, os dados de tensão obtidos do terminal secundário de um TPC podem apresentar erros de amplitude e fase quando o sistema opera tanto em regime permanente quanto transitório. Sinais transitórios quando corrompidos podem dificultar a detecção, a classificação, a duração e a análise da grande variedade de perturbações a que os sistemas elétricos são submetidos (COSTA *et al.*, 2010). Assim, é de suma importância a correção da tensão secundária de TPC para que se possa efetivar de forma confiável um estudo que viabilize a classificação automática dos distúrbios associados à qualidade da energia elétrica bem como se possa diagnosticar o processo evolutivo dos diversos tipos de defeitos da rede.

Apesar da viabilidade técnica e econômica dos TPC, estes transdutores podem apresentar problemas nos campos da medição, do controle de dispositivos do SEP e da proteção de linhas de transmissão. De modo geral, os problemas relacionados à medição e controle estão associados ao erro de relação de transformação quando os TPC são submetidos a sinais que apresentam componentes de frequência diferentes da fundamental (XIAO *et al.*, 2004; MACHADO *et al.*, 2009). Diversos eventos como surtos de tensão, manobras de linhas de transmissão, inserção ou retirada de bancos de capacitores ou reatores, curto-circuitos, bem como a presença de dispositivos de eletrônica de potência, fazem o sinal de tensão apresentar componentes de frequência diferentes da fundamental.

No que tange à medição para fins de monitoramento da qualidade de energia tal como a medição de componentes harmônicos, *flicker* ou mesmo sinais que apresentem componentes sub-harmônicos, existe um dispositivo comercial dedicado para tal finalidade (ABB, 2009). O princípio de funcionamento do dispositivo é baseado nas correntes dos elementos da coluna capacitiva, as quais são monitoradas por meio da instalação de sensores (GHAS-SEMI *et al.*, 2005; ZHAO *et al.*, 2010). Além do custo financeiro do dispositivo dedicado para monitorar harmônicos no sistema, a instalação de um dos sensores requer a abertura do tanque do TPC e, portanto, faz necessário que o TPC esteja fora de operação. Não menos importante, observa-se que no algoritmo de medição do dispositivo não é levado em consideração a bobina de drenagem intrínseca dos TPC utilizados para comunicação por PLCC (*Power Line Carrier Communication*). Uma vez que TPC de diferentes fabricantes podem apresentar diferentes topologias, ainda é um desafio o uso destes equipamentos para medir os componentes harmônicos na rede de transmissão de alta tensão.

Sob a ótica de controle de dispositivos do SEP, tem-se o chaveamento controlado de LT. Devido aos elevados níveis da tensão a que os sistemas com chaveamento controlado de LT operam, os TPC são utilizados como dispositivos redutores de tensão, a fim estabelecer uma réplica da tensão primária sobre os terminais secundários. A aplicação do chaveamento controlado para manobras de energização e religamento de LT requer o conhecimento das tensões primárias do lado da linha e da fonte. Na metodologia de chaveamento controlado proposta por Dantas (2012), os sinais de tensão entre os contatos dos disjuntores e, portanto, os sinais da tensão secundária dos TPC do lado da linha e da fonte, são utilizados para determinar instantes ótimos para o religamento da LT. A depender do comportamento do ganho e da fase da relação de transformação de tensão dos TPC e do grau de compensação reativa em derivação da LT, podem ser observadas imprecisões na tensão do secundário em relação ao primário, uma vez que as cargas residuais das linhas apresentam comportamento oscilatório com frequências sub-harmônicas. Conforme Dantas (2012), os erros de amplitude e fase da relação de transformação do TPC para componentes de frequência menores que a fundamental, podem afetar o desempenho do método de chaveamento controlado de LT. Nesse sentido, técnicas que corrijam os distúrbios da tensão secundária de TPC podem ser utilizadas para otimizar o desempenho do chaveamento controlado de LT.

Os TPC devem reproduzir os efeitos transitórios e de regime permanente aplicados ao circuito de alta tensão o mais fielmente possível no circuito de baixa tensão. Todavia, devido à própria característica construtiva desses equipamentos, a tensão obtida nos terminais de baixa tensão só é uma réplica da tensão primária na operação em regime permanente na frequência industrial. Durante uma mudança súbita da tensão de operação do sistema como, por exemplo, uma falta, a tensão secundária dos TPC apresenta transitórios que podem afetar o desempenho dos relés de distância de atuação rápida (KASZTENNY *et al.*, 2000; AJAEI *et al.*, 2012; MACHADO *et al.*, 2012). Isso porque esses relés utilizam filtros de estimação de fasores cuja precisão e velocidade de convergência dependem das componentes de frequência presentes no sinal secundário do TPC.

Superada a limitação do processamento e aquisição dos sinais encontrada na década de 70, os relés baseados na teoria de ondas viajantes têm sido fonte de pesquisa na comunidade científica. Tomando-se como referência os sinais transitórios da corrente, da tensão ou de ambos, é possível determinar o tipo de falta, a localização, a direção e o tempo de duração (SINGH, 2007; LOPES *et al.*, 2013). Apesar desse tipo de proteção apresentar várias vantagens sobre as técnicas tradicionais baseadas na componente fundamental da tensão e corrente, existem fatores que dificultam a aplicação prática dessa técnica, dentre os quais se encontram os transformadores para instrumentos (MARTíNEZ, 2003). Por serem baseados nas componentes espectrais dos sinais, principalmente nos componentes de alta frequência, os relés de onda viajantes devem ser alimentados por meio de transdutores especiais, isto é, que apresentam uma grande largura de banda. De fato, os TPC podem prejudicar o desempenho da proteção quando o relé opera com base nas ondas viajantes de tensão (JOHNS *et al.*, 1993; CARVALHO; CARNEIRO Jr., 2006; DONG *et al.*, 2010).

1.1 Motivação

Desde a década de 50 vêm-se buscando métodos para mitigar os distúrbios da tensão secundária de TPC quando a tensão do sistema de transmissão/subtransmissão de energia sofre uma mudança brusca de estado. Não obstante, a primeira referência que se tem notícia sobre os efeitos da resposta transitória da tensão secundária de TPC sobre os relés foi publicado pelo AIEE COMMITTEE REPORT (1951). O comitê afirmou que os TPC quando devidamente ajustados raramente afetam o desempenho dos relés eletromecânicos de alta velocidade. Por outro lado, no mesmo ano, Harder (1951) avaliou que não são raros os casos em que a proteção direcional de atuação rápida opera de forma indevida por causa dos transitórios dos TPC. Posteriormente, com a evolução da tecnologia de estado sólido, surgiram na década de 60 os relés estáticos com altas sensibilidade e velocidade de operação. Acompanhando esse desenvolvimento, surgiram questões sobre os problemas associados as infidelidades da tensão secundária de TPC, tais quais as exibidas na Figura 1.1, quando um sistema de potência encontra-se sob condições de falha.

Na tecnologia atual, os relés numéricos fazem uso de filtros digitais para extrair a componente fundamental dos sinais tensão e corrente presentes nos terminais do secundário dos TPC e dos transformadores de corrente (TC), respectivamente, e, a partir de opera-



Figura 1.1 – Exemplo dos distúrbios da tensão secundária de um modelo de TPC de 500 kV reportado em Pajuelo *et al.* (2010). (a) Tensão para uma falta com ângulo de incidência de 0°. (b) Tensão para uma falta com ângulo de incidência de 90°.

ções algébricas simples com os valores da amplitude e da fase dos fasores computados, tomam sua decisão de operação: bloqueia ou aciona a abertura do disjuntor. A partir do estudo da resposta em frequência dos filtros de estimação de fasores comumente utilizados nos relés numéricos comerciais, que é o caso dos filtros de Fourier (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE, 2009), verifica-se que os mesmos não conseguem eliminar componentes harmônicos de ordem par, como é o caso do filtro Fourier de meio ciclo, bem como inter-harmônicas que é o caso deste último e do filtro um ciclo. Apesar dos TPC serem projetados para reproduzirem de forma fidedigna a componente fundamental do primário no secundário, quando o SEP encontra-se sob falha, a tensão secundária pode apresentar componentes transitórias cujas frequências não são facilmente eliminadas pelas técnicas tradicionais de filtragem e, portanto, introduzem erros na amplitude e na fase do fasor da componente fundamental. Como o interesse é apenas na componente fundamental, uma solução simples seria filtrar os distúrbios da tensão secundária de TPC através de filtros passa-faixa com alto fator de qualidade, tal como aquele apresentado na Figura 1.2. Observa-se que, pela ótica da seletividade, esses filtros apresentam uma resposta em frequência que os aproximam de filtros ideais, sobretudo no caso de filtros de ordem mais elevada. Por outro lado, esses sistemas apresentam uma resposta dinâmica ruim.

A título de exemplo, considerando os sinais de tensão exibidos na Figura 1.1(a), apresenta-se na Figura 1.3 o comportamento da amplitude e da fase dos fasores computados a partir de amostras, a saber: da réplica da tensão primária do TPC (V_{AT} da Barra), da tensão secundária do TPC (V_{AT} do TPC) e da tensão secundária processada pelo filtro passa-faixa tipo Butterworth (V_{AT} do TPC + Filtro Butterworth). Com base



Figura 1.2 – Resposta em frequência de um filtro passa-faixa tipo Butterworth de quarta ordem com frequências de corte 55 e 65 Hz e frequência central 60 Hz. (a) Ganho. (b) Fase.



Figura 1.3 – Comportamento da amplitude e da fase do fasor da componente fundamental presente na tensão secundária exibida na Figura 1.1(a). (a) Fasor estimado pelo filtro de Fourier de um ciclo. (b) Fasor estimado pelo filtro de Fourier de meio ciclo.

nas características dos fasores de referência, aqueles obtidos a partir de amostras de uma réplica da tensão do primário ou tensão da barra, os sinais espúrios presentes na tensão secundária do TPC provocam erros na estimação da amplitude e da fase, o que pode comprometer a velocidade, a confiabilidade e a segurança da proteção. De modo qualitativo, pode-se notar que os erros de amplitude provocam o sobrealcance enquanto os erros de fase proporcionam a perda de direcionalidade da proteção numérica de distância. Muito embora os transitórios da amplitude e da fase do fasor da tensão secundária do TPC possam afetar a proteção, segundo Phadke & Thorp (2008), por serem de curta duração, estes fasores não correspondem aos estados representativos do sistema de potência e, portanto, usualmente não são de interesse nas aplicações PMU (*Phasor Measurement Unit*) ou sincrofasores. De fato, o desenvolvimento das funções de proteção de atuação rápida, aquelas com tempos inferiores a 100 ms, ainda não é possível com dados PMU (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE, 2012). Os centros de discussão sobre o uso de dados de PMU são voltados para a proteção de retaguarda, onde se pode presumir que a componente unidirecional da corrente de falha e os transitórios da tensão secundária dos TPC tenham desaparecido e, portanto, que as correntes e tensões são senoidais.

De acordo com Finney et al. (2010), os transitórios da tensão secundária dos TPC são um dos problemas associados a dificuldade de tornar os algoritmos da proteção de distância extremamente rápidos. Por outro lado, a complexidade atual do sistema e as normas vigentes de regulação do setor, têm tornado o mercado de energia cada vez mais competitivo, exigindo das empresas eficiência e qualidade nos serviços prestados (SILVA, 2009). Conforme o ONS (2010), o tempo total de extinção de faltas, incluindo o tempo de abertura dos disjuntores de todos os terminais da LT protegida, não deve exceder 100 ms em LT de interligação entre sistemas e LT com tensão nominal maior ou igual a 345 kV. Segundo Calero *et al.* (2010), em diversas aplicações da proteção de LT, tempos de operação da ordem de subciclos são necessários para os elementos de distância. Nesse sentido, verificam-se que os relés numéricos podem operar de forma indevida, pois o concebimento das decisões de operação é passível de ocorrer na janela de tempo em que as oscilações transitórias da amplitude e da fase dos fasores tensão, tais quais as apresentadas nas Figuras 1.3, estejam presentes. Nesse sentido, o desenvolvimento de técnicas que permitam corrigir em *tempo real* os distúrbios da tensão secundária dos TPC, com o objetivo de melhorar o desempenho da velocidade, da confiabilidade e da segurança da proteção de LT, constitui-se uma pesquisa atual e importante para o desenvolvimento ou consolidação de ferramentas nos âmbitos da medição, do controle e da proteção. Nesta Tese, a designação tempo real preconiza que o tempo requerido para corrigir uma amostra da tensão secundária é muito menor que o intervalo de consecução entre amostras.

1.2 Objetivos

O objetivo desta Tese é desenvolver e implementar um método com concepção e implementação simples, que demande dados de entrada de fácil consecução para restabelecer
uma réplica autêntica da tensão primária de transformadores de potencial capacitivo a partir de amostras da tensão secundária, independentemente da topologia do TPC e das características operacionais do SEP, o que constituem características essenciais a aplicações práticas em *tempo real*. Nesse sentido, as contribuições do presente trabalho são:

- O concebimento de um método de correção, em tempo real, dos distúrbios de baixa frequência presentes na resposta transitória da tensão secundária dos TPC a fim de melhorar a velocidade, a confiabilidade e a segurança da atuação dos relés numéricos de distância. O método proposto utiliza o domínio da frequência para projetar um filtro corretor de tensão (FCT) de concepção simples, cujo objetivo é compensar uma largura de banda mínima dos TPC e, no domínio do tempo, corrigir os transitórios de baixa frequência a fim de melhorar o desempenho dos filtros de estimação de fasores. A síntese do FCT é função apenas da resposta em frequência da relação de transformação de tensão do TPC, mais especificamente, de uma largura de banda cujos limites superior e inferior são, respectivamente, a fundamental e a primeira frequência que caracteriza um ganho unitário.
- A independência entre o projeto do FCT, o modelo de TPC e as características do sistema a ser protegido. No método proposto, a síntese do FCT é função apenas de uma banda da resposta em frequência dos TPC. Logo, sob a ótica de projeto do FCT, os TPC são do tipo caixa-preta na qual se conhece sua resposta em frequência, mas não se faz necessário conhecer a topologia do circuito elétrico que a provê, nem são conhecidas suas características internas. Nesse sentido, o método proposto consiste na generalização do algoritmo de correção dinâmica da tensão secundária de TPC proposto por Izykowski *et al.* (1998).
- O desenvolvimento de rotinas computacionais para a identificação de sistemas nos domínios s e z, levando-se em consideração a resposta em frequência do ganho e da fase bem, como restrições de estabilidade para estudos no domínio do tempo.

1.3 Contribuições

No que tange à divulgação dos resultados desta pesquisa, apresentam-se em ordem cronológica as publicações em periódico e anais de conferências nacionais e internacionais:

- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Melhoria do Desempenho da Proteção de Distância via Correção dos Transitórios de Baixa frequência de Transformadores de Potencial Capacitivos. Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos-SBSE, Foz do Iguaçu - PR, Abril 2014. (Aceito para publicação)
- SILVA, C. A.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A.; MACHADO, E. P. Coupling Capacitor Voltage Transformer: A Device to Correct its Secondary Voltage in Real Time. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer US, v. 24, n. 3, p. 339-348, 2013.
- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Investigação dos Distúrbios da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos no Desempenho da Proteção de Distância de Linhas de Transmissão. XIX Congresso Brasileiro de Automática-CBA, Campina Grande - PB, Setembro 2012.
- 4. MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Correção de Distúrbios da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos -Impacto Sobre a Estimação de Fasores. XIV Encontro Regional Iberoamericano do Cigré-ERIAC, Ciudad del Este, Paraguay, Junho 2011.
- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Correção Numérica de Distúrbios da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos. XVIII Congresso Brasileiro de Automática-CBA, Bonito-MS, Setembro 2010.
- SILVA, C. A.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A.; MACHADO, E.
 P. Um Dispositivo para Correção da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos: Aplicação em Tempo Real. XVIII Congresso Brasileiro de Automática-CBA, Bonito-MS, Setembro 2010.
- 7. SILVA, C. A.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A.; MACHADO, E. P. Um Filtro Digital Recursivo para Correção da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos: Uma Abordagem em Tempo Real. Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos-SBSE, Belém-PA, Maio 2010.
- 8. MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. A Recursive Filter to Correct Disturbance in the Secondary Voltage of Coupling Capacitor Voltage

Transformers. Proceedings of the 16th International Symposium on High Voltage Engineering, Cape Town, South Africa, August 2009.

1.4 Organização do Trabalho

Além do presente capítulo introdutório, este trabalho de Tese está organizado de acordo com a seguinte estrutura de capítulos:

- No capítulo 2, faz-se uma revisão do estado da arte das publicações mais significativas acerca da correção dos transitórios da tensão secundária de TPC, bem como topologias dos circuitos elétricos associados ao processo de correção das tensões.
- Aspectos relativos aos fundamentos da proteção numérica de distância são delineados no capítulo 3. Nesse sentido, são apresentadas as unidades de medição de distância, as principais técnicas de polarização, os esquemas de teleproteção e alguns conceitos da estimação de fasores, mediante a avaliação do desempenho de cada um desses algoritmos, no que dizem respeito às suas respostas em frequência.
- No capítulo 4, a partir de uma arquitetura generalizada de um relé numérico, é desenvolvida uma representação simplificada com a finalidade de realizar estudos da proteção de distância de LT frente aos distúrbios da tensão secundária de TPC.
- Aspectos relativos ao método proposto tais como fundamentação, concepção, e síntese são descritos no capítulo 5.
- No capítulo 6 são apresentados os resultados da compensação no domínio da frequência e do tempo de quatro TPC reportados na literatura. Na frequência, domínio de obtenção do FCT, apresenta-se a correção de uma pequena banda da resposta em frequência dos TPC. No domínio do tempo, apresentam-se os resultados de desempenho da velocidade, da confiabilidade e da segurança da atuação dos modelos de relés numéricos equipados com o FCT. Para isto, foram realizadas simulações digitais a fim de obter registros oscilográficos de sistemas elétricos contendo dados reais do Sistema Interligado Nacional (SIN).
- Por fim, no capítulo 7 apresentam-se as considerações finais e as propostas para a continuação do trabalho aqui realizado.

Capítulo 2 Revisão Bibliográfica

Diferentemente das correntes transitórias dos transformadores de corrente (TC) que possuem além da componente fundamental e da componente unidirecional, componentes harmônicos bem definidos, tais como o segundo e o terceiro (HOROWITZ; PHADKE, 2008), as tensões transitórias dos TPC, que são proporcionadas por falhas no SEP, possuem componentes inter-harmônicos próximos à fundamental cuja amplitude e frequência de oscilação dependem de vários parâmetros do TPC, tais como (SWEETANA, 1971):

- Ponto da tensão primária onde a falta ocorre;
- Amplitude das capacitâncias da coluna capacitiva;
- Relação de transformação do transformador de potencial indutivo (TPI);
- Tipo de circuito supressor de ferroressonância;
- Módulo e fator de potência da carga secundária;
- Composição e conexão da carga secundária (para uma mesma carga e fator de potência, a carga pode ter seus componentes ligados em série ou em paralelo);
- Resistência equivalente associada ao TPI;
- Corrente de excitação do TPI.

De acordo com Hou & Roberts (1995), o maior fator que afeta a severidade dos transitórios dos TPC é a intensidade da mudança de estado da tensão primária. De forma qualitativa, percebe-se que, quão mais próximo for a falta do terminal primário do TPC maior é a mudança de estado da tensão primária e, por consequência, as amplitudes das componentes da resposta natural do circuito. De outra forma, quanto menor a distância elétrica entre o barramento do TPC e o ponto de falta, maior é a mudança de estado da tensão primária. A fim de verificar essa análise, considere o diagrama unifilar mostrado na Figura 2.1 onde está representado o circuito de sequência positiva de um SEP quando da ocorrência de uma falta trifásica numa fração d do comprimento da LT protegida.



Figura 2.1 – Sistema elétrico simplificado para fins de análise.

Utilizando o conceito de divisor de tensão, a tensão de sequência positiva no ponto de localização do relé, representada por \hat{V}_{R1} , pode ser computada segundo a expressão:

$$\hat{V}_{R1} = \hat{E}_{Th1} \frac{d \cdot Z_{L1}}{Z_{Th1} + d \cdot Z_{L1}} .$$
(2.1)

Normalizando a Equação (2.1) pela impedância total da LT, hZ_{L1} , tem-se:

$$\hat{V}_{R1} = \hat{E}_{Th1} \frac{d_{\rm PU}}{\frac{Z_{Th1}}{hZ_{L1}} + d_{\rm PU}} .$$
(2.2)

Tomando-se $\hat{E}_{Th1} = 1,0 \angle 0^{\circ}$ PU na Equação (2.2), verifica-se por meio da Figura 2.2 que o valor do SIR (*System Impedance Ratio*) definido pela relação $\frac{Z_{Th1}}{hZ_{L1}}$, pode influenciar diretamente no comportamento da mudança de estado da tensão da barra quando da ocorrência de faltas na LT. De fato, o SIR é o parâmetro externo que mais agrava a resposta transitória dos TPC (HOU; ROBERTS, 1995). Observam-se que sistemas com valores elevados de SIR apresentam pequenos valores de tensão de falta no ponto de localização do relé. Tal ocorrência é um problema, pois, como a energia armazenada nos elementos indutivos e capacitivos dos TPC não é função do SIR, a amplitude dos transitórios da tensão secundária dos TPC compõem a maior parte dos sinais de tensão vista pelos instrumentos de proteção. Isto é, a relação sinal-ruído¹ da tensão suprida aos relés de distância é muito baixa. Analisando a Figura 2.2, mesmo para valores baixos de SIR tal qual a unidade, quando da ocorrência de uma falta trifásica no terminal receptor da LT, $d_{\rm PU} = 1,0$ PU, a réplica da tensão da barra é reduzida pela metade. Para valores

 $^{^1{\}rm A}$ relação sinal-ruído é utilizada para definir o nível de ruído/distúrbio produzido por um sistema. Quanto menor for a relação sinal ruído, pior será a interferência do ruído no sinal.



Figura 2.2 – Tensão no ponto de localização do relé em função do SIR do sistema.

de SIR maiores que 10, a relação sinal ruído é baixa o que dificulta discernir se uma falta é externa ou interna à zona de proteção do relé de distância (MACHADO *et al.*, 2012).

Embora o comprimento físico da LT possa ser um fator determinante na seleção do sistema de comunicação usado na teleproteção, sozinho ele não é apropriado para classificar uma LT como longa, média ou curta. Segundo a norma IEEE C37.113 (2000), o discernimento entre linhas curtas, médias e longas deve ser baseado no SIR e segue a classificação:

- LT curta: SIR > 4;
- LT média: 0, 5 < SIR < 4;
- LT longa: SIR < 0, 5.

A presente descrição é utilizada durante a seleção do esquema de proteção mais indicado para proteger a LT, a saber: distância, diferencial, comparação de fase, sobrecorrente, entre outras. De fato, conforme exemplos exibidos na Tabela 2.1, LT com comprimentos relativamente diferentes podem apresentar a mesma classificação quando se utiliza o conceito de SIR. Contudo, a classificação das LT com base no comprimento físico geralmente é utilizada como referência durante a escolha do modelo matemático mais apropriado para representar a LT em estudos de regime permanente e transitórios.

Nas situações de SIR elevado, a tensão de entrada do relé é relativamente pequena, devendo-se recorrer a algum método/técnica a fim evitar operações indevidas por causa do sobrealcance da primeira zona proporcionado pelos TPC. De fato, linhas curtas ou sistemas com baixa corrente de curto-circuito quando monitoradas por relés de atuação

	Exemple da el	appintação	uc hi babe	adab 11	o prit.
Tensão da L T $\rm (kV)$	$Z_{L1} (\Omega/km)$	h~(km)	$Z_{Th1}(\Omega)$	SIR	Classificação
500	0,33	15	25	5,0	Curta
500	0,33	75	25	$1,\!0$	Média
500	0,33	150	25	0,5	Longa
69	$0,\!66$	1,5	5	5,0	Curta
69	$0,\!66$	7,5	5	$1,\!0$	Média
69	$0,\!66$	15	5	0,5	Longa

Tabela 2.1 – Exemplo da classificação de LT baseadas no SIR

rápida, a IEC 186 (1987) recomenda que haja um acordo entre usuários e fabricantes de TPC no que concerne a resposta transitória desses transdutores. De fato, conforme constatado por Finney *et al.* (2010), os transitórios da tensão secundária dos TPC são um dos problemas associados a dificuldade de tornar os algoritmos da proteção de distância extremamente rápidos. Para que o tempo de operação das unidades de distância seja menor que um ciclo da fundamental, os sistemas com valores elevados de SIR devem reduzir consideravelmente o alcance do relé para que o mesmo possa tolerar os transitórios dos TPC (ZIEGLER, 2008). Tal fato faz-se necessário porque a proteção numérica de distância utiliza algoritmos para estimação de fasores cuja precisão dos resultados bem como a velocidade de convergência dependem das componentes de frequências presentes no sinal secundário dos transformadores para instrumentos.

Franklin & Horton (2011) propuseram um critério para ajustar o alcance da primeira zona de um relé de distância em função dos transitórios da tensão secundária de um modelo de TPC e do SIR do sistema. Para efetivar o estudo, os autores consideram que o sistema e o TPC operam sob condições que culminam no pior caso de sobrealcance do relé. Durante o trabalho foi verificado que o sentido e a intensidade do fluxo de potência são determinantes para ajustar o alcance da primeira zona. O caso mais severo ocorre quando a LT está operando em condições nominais e o fluxo de potência está no sentido inverso da direcionalidade do relé. Nesse caso, foi verificado que os distúrbios da tensão secundária do TPC limitam o alcance da primeira zona chegando ao ponto de eliminá-la para valores de SIR maiores que 12,5.

Khanna (2010) investigou algumas formas de melhorar a dinâmica de um modelo de TPC a partir de modificações na topologia. Dentre as mudanças, verificam-se a associação ou substituição do reator de compensação por um resistor. Os resultados no domínio do tempo apresentam-se satisfatórios, contudo a metologia proposta pelo autor é aplicável sobretudo durante o estudo de novos projetos de TPC. Sendo um fator externo e fácil de ser controlado, o autor constatou que a instalação de uma carga artificial em paralelo com o IED melhora a dinâmica do TPC. De fato, tal como foi constatado por Kasztenny *et al.* (2000) e Ziegler (2008), os relés numéricos são cargas de potências relativamente baixas, isto é, possuem elevada impedância de entrada e, portanto, pioram a resposta transitória dos TPC. Esse fenômeno é analisado no trabalho de Costello & Zimmerman (2012), onde se verifica que o tempo de resposta dos TPC é influenciado pelo módulo da impedância instalada no terminal secundário.

2.1 Métodos de Correção da Tensão Secundária de TPC

Com a evolução dos computadores e o desenvolvimento dos relés microprocessados para utilização na proteção de sistemas elétricos de potência, surgem a partir da década de 90 os primeiros algoritmos para correção dos transitórios da tensão secundária de TPC vislumbrando aplicação em relés digitais. Na Tabela 2.2, apresenta-se uma sinopse do levantamento bibliográfico realizado, enquanto na Tabela 2.3 são mostradas as limitações dos algoritmos avaliados na literatura. Notadamente, os algoritmos dependem do modelo de TPC utilizado ou do sistema de potência avaliado. Assim, é eminente o desafio da proposição de um novo algoritmo que não dependa de um modelo específico de TPC nem de características operacionais do SEP, o que, de fato, é a maior motivação para este trabalho de Tese.

Referência	Técnica Empregada		
Siguerdidjane et al. (1997)			
Izykowski et al. (1998)			
Machado $et al.$ (2009)	Função de transferência		
Finney $et \ al. \ (2010)$			
Silva (2010)			
Santos (2011)			
Saha <i>et al.</i> (2001)			
Zadeh (2004)			
Zadeh & Li (2007)	Redes neurais artificiais		
Saleh $et al.$ (2009)			
Kang $et al.$ (2009)	Análise de circuitos não-lineares		
Pajuelo $et al.$ (2008)			
Pajuelo $et \ al. \ (2010)$	Estimação de fasores		
Ajaei & Sanaye-Pasand (2008)			
Ajaei $et \ al. \ (2012)$			

Tabela 2.2 – Sinopse da revisão bibliográfica.

Técnica Empregada	Dependências		
	Modelo de	Sistema de	
	TPC	potência avaliado	
Função de transferência		-	
Redes neurais artificiais	\checkmark	\checkmark	
Análise de circuitos não-lineares	\checkmark	-	
Estimação de fasores	\checkmark	\checkmark	

Tabela 2.3 – Limitações das técnicas avaliadas.

2.1.1 Correção via Função de Transferência

Baseados na teoria da inversão de sistemas, Siguerdidjane *et al.* (1997) implementaram um filtro digital não recursivo para corrigir os transitórios da tensão secundária de um TPC. A fim de reduzir a complexidade do modelo de TPC e facilitar a inversão de sua função de transferência realizaram simplificações no circuito equivalente. Embora não tenha sido apresentado no trabalho técnico, a partir de uma rotina computacional e usando a versão digital da inversa da função de transferência, os autores afirmam que obtiveram um filtro digital não recursivo que atenua os transitórios da tensão secundária do modelo de TPC. No estudo de caso verificou-se que a atuação do filtro cessa o transitório do TPC, todavia proporciona um atraso da ordem de um ciclo na atuação da proteção.

Baseados no trabalho de Siguerdidjane *et al.* (1997), Izykowski *et al.* (1998) propuseram um filtro digital recursivo a partir do conceito de TPC ideal e da inversão da função de transferência de um TPC simplificado. No modelo de TPC mostrado na Figura 2.3 foram contemplados o equivalente Thévenin do divisor capacitivo ($C_1 \ e \ C_2$), o reator de compensação ($L_c \ e \ R_c$), o filtro supressor de ferroressonância ($L_1, R_1 \ e \ R_2$) e a carga secundária ($R_0 \ e \ L_0$), todos referenciados ao secundário do TPI.



Figura 2.3 – Modelo simplificado de TPC proposto por Izykowski et al. (1998).

A partir do modelo simplificado, a relação de transformação no plano s entre a tensão

primária e secundária vale:

$$G_{TPC}(s) = \frac{A_3 s^3 + A_2 s^2}{B_4 s^4 + B_3 s^3 + B_2 s^2 + B_1 s + B_0} .$$
(2.3)

Com intuito de reproduzir a tensão primária nos terminais secundários do TPC, um compensador com função de transferência $G_{COM}(s)$ foi aplicado na saída do TPC tal que,

$$G_{TPC}(s)G_{COM}(s) = 1.$$
(2.4)

Como função de transferência do compensador, Izykowski et al. (1998) propuseram:

$$G_{COM}(s) = \frac{B_4 s^4 + B_3 s^3 + B_2 s^2 + B_1 s + B_0}{(A_3 s + A_2)(A_4 s^3 + A_5 s^2 + A_6 s + A_7)},$$
(2.5)

em que, B_4 , B_3 , B_2 , B_1 , B_0 , A_3 , A_2 são os coeficientes da função de transferência do TPC e A_4 , A_5 , A_6 , A_7 são coeficientes a serem selecionados pelo projetista a fim de satisfazer a dinâmica desejada do TPC compensado. Como consequência da compensação, a função de transferência entre a tensão primária e a secundária compensada assume a forma:

$$G_{TPC}(s)G_{COM}(s) = \frac{s^2}{A_4s^3 + A_5s^2 + A_6s + A_7} .$$
(2.6)

Segundo Izykowski *et al.* (1998), os coeficientes A_4, A_5, A_6, A_7 foram computados a partir da síntese de um TPC ideal o qual apresenta um comportamento dinâmico aceitável. Assim o fazendo, foi utilizada a transformação bilinear para realizar a discretização da função de transferência do compensador. Para avaliar o desempenho do método proposto, os autores investigaram a aplicação de faltas em um sistema de transmissão, em duas situações: no primeiro caso é aplicada uma falta no zero da tensão e no segundo caso, a falta é aplicada no pico da tensão. No primeiro estudo, observa-se que a tensão compensada se estabiliza mais rapidamente, já no segundo, o efeito da compensação é pouco visível, pois o transitório é desprezível. A dependência do modelo de TPC para o projeto do compensador, a falta de uma metodologia para determinar os parâmetros do equipamento e a utilização de uma faixa de frequência relativamente grande para fins de proteção numérica, constituem algumas limitações do trabalho de Izykowski *et al.* (1998).

Machado (2009) propôs um aprimoramento do algoritmo apresentado em Izykowski *et al.* (1998), mediante um modelo de TPC (Figura 2.4) apropriado para estudos de proteção (KEZUNOVIC *et al.*, 1992) e uma metodologia para estimação dos parâmetros do modelo a partir de medições de resposta em frequência de TPC (NEVES *et al.*, 2007). As principais contribuições do trabalho estão relacionadas com a apresentação de um método que



Figura 2.4 – Modelo simplificado do TPC utilizado por Machado (2009).

corrige simultaneamente o ganho e a fase da relação de transformação de tensão do TPC em um grande espectro de frequência (10 Hz a 10 kHz) e com o desenvolvimento de um filtro digital recursivo em cascata que supera problemas de complexidade computacional observados em trabalhos encontrados na literatura. O método foi desenvolvido e avaliado empregando-se o ATP fazendo uso da linguagem MODELS (DUBE, 1996), a qual proporciona uma interação dinâmica com o próprio ATP. Por utilizar uma largura de banda relativamente grande, a estratégia de compensação pôde ser utilizada para correção de transitórios de baixa e alta frequência, assim como monitorar sinais com distorção harmônica. Embora possa ser utilizado em aplicações dedicadas, em que se conhece, a priori, o modelo de TPC, a dificuldade na obtenção dos parâmetros do modelo e a existência de várias topologias podem inviabilizar a técnica.

Em Silva (2010) é apresentada a implementação em um DSP (*Digital Signal Processor*) do filtro digital proposto por Machado (2009). A avaliação da técnica proposta é realizada por meio de simulações digitais conectando o DSP ao RTDS (*Real Time Digital Simulator*). Os resultados obtidos mostraram que a compensação pode ser utilizada para corrigir a tensão secundária do modelo de TPC em implementações em *tempo real*. Contudo, apresenta as mesmas limitações do trabalho de (MACHADO, 2009).

Baseado na inversão da função de transferência de um modelo de TPC simplificado, Finney *et al.* (2010) propuseram um filtro digital recursivo que amortece os transitórios do TPC. A partir da combinação do filtro digital com um esquema de polarização por memória de tensão, o autor consegue melhorar o desempenho da operação do relé de distância quando associado a sistemas com valores elevados de SIR. Por fazer uso de um modelo específico de TPC, apresenta as mesmas limitações dos trabalhos delineados nesta seção. Não obstante, o tipo de polarização utilizada na proposição do método requer precauções caso a frequência de operação do sistema sofra variações (ZIEGLER, 2008). Santos (2011) apresentou uma técnica de mapeamento entre os planos $s \in z$ com a finalidade de superar pequenas oscilações numéricas que podem vir a ocorrer nos filtros digitais implementados por Machado (2009) e Silva (2010). No referido trabalho, o compensador foi incorporado ao RSCAD (*software* do RTDS) em forma de componente construído pelo usuário. O desempenho da técnica é verificado por meio de simulações digitais a partir da aplicação de faltas e injeção de distorção harmônica em um SEP. Assim como no trabalho de Machado *et al.* (2011), é apresentada a influência da correção da tensão secundária na obtenção do fasor tensão por meio dos filtros de Fourier. Todavia, não apresenta estudos para verificação da influência do método na proteção de SEPs.

2.1.2 Correção via Redes Neurais Artificiais

Saha *et al.* (2001) foram um dos precursores no uso de técnicas de inteligência artificial para corrigir os transitórios da tensão secundária de TPC. Com intuito de cancelar a dinâmica do modelo de TPC mostrado na Figura 2.5, os autores implementaram uma rede neural artificial (RNA) com estrutura multi-camadas recursiva para obter a inversa da função de transferência do TPC. O modelo de TPC adotado contempla a coluna capacitiva $(C_1 \in C_2)$, o reator de compensação $(L_c \in R_c)$, o transformador indutivo $(L_{T1}, R_{T1}, L_m, R_m, L_{T2} \in R_{T2})$, o circuito supressor de ferroressonância $(L_1, R_1 \in R_2)$ e a carga secundária $(R_0 \in L_0)$. Uma vez que o treinamento da RNA requer dados representativos do fenômeno considerado, os autores representaram um sistema de 400 kV no ATP e aplicaram alguns tipos de faltas com o intuito de obter um conjunto de respostas associadas ao modelo do TPC. A partir do banco de dados, a RNA foi então treinada para processar o sinal de saída do TPC e propor uma estimativa para a tensão primária. A partir do estudo de caso apresentado, pôde-se observar que a RNA corrigiu o transitório proporcionado pelos elementos armazenadores de energia.



Figura 2.5 – Modelo de TPC utilizado por Saha et al. (2001).

Zadeh (2004) e Saleh *et al.* (2009) utilizam um programa do tipo EMTP e uma RNA com arquitetura multi-camadas tipo "*feedforward*" para realizar a compensação da tensão secundária de um TPC frente a curto-circuitos em LT. Como na maioria das técnicas de inteligência artificial, fez-se necessário um banco de dados para realizar o treinamento da RNA, bem como a escolha de um algoritmo de treinamento da rede. A diferença entre os dois trabalhos está associada a forma de processamento dos distúrbios. Enquanto no primeiro a RNA processa constantemente os sinais da tensão secundária de um modelo de TPC de 400 kV, no segundo é implementado um algoritmo para detectar falhas no sistema de transmissão e em seguida ativar a RNA com o objetivo de sanar o transitório da tensão secundária. Para obter a base de dados foi utilizado o modelo de TPC mostrado na Figura 2.6 e uma combinação de diferentes condições de falhas que visam generalizar as formas de operação do sistema. No circuito da Figura 2.6 são observados quatro



Figura 2.6 – Modelo do TPC adotado por Zadeh (2004).

elementos: coluna capacitiva ($C_1 \in C_2$), reator de compensação (L_c), transformador de potencial indutivo e filtro supressor de ferroressonância. A partir dos estudos de caso apresentados, uma réplica da tensão primária pôde ser obtida na saída da RNA, tendo como dados de entrada a tensão secundária distorcida pelo transitório do TPC.

Baseados no trabalho de Zadeh (2004), Zadeh & Li (2007) avaliaram o impacto da natureza ativa ou passiva do filtro supressor de ferroressonância na operação da proteção de distância. Os autores verificaram a eficiência da técnica de compensação da tensão transitória do TPC durante o processo de medição da impedância de sequência positiva compreendida entre a falha e o relé.

Embora possam ser utilizadas em aplicações dedicadas, a metodologia de correção dos transitórios dos TPC via RNA apresenta algumas limitações, a saber: dificuldade para definir a estrutura da rede, seus parâmetros e a base de dados a qual depende do modelo de TPC, da estrutura da rede elétrica bem como de suas condições operativas.

2.1.3 Correção via Análise de Circuitos não Lineares

Kang et al. (2009) propuseram uma técnica para obter a tensão do barramento de um TPC a partir dos valores instantâneos da tensão e da corrente no terminal secundário desse equipamento. Por se tratar de uma análise no domínio do tempo, os autores puderam considerar os efeitos da não linearidade do núcleo magnético do TPI na estimação da tensão primária. Para apresentação da metodologia adotada, foi considerado o circuito equivalente mostrado na Figura 2.7 onde são contemplados cinco elementos: equivalente de Thévenin da coluna capacitiva (C_{eq}), reator de compensação ($R_c \in L_c$), transformador de potencial indutivo (C_{T1} , R_{T1} , L_{T1} , R_{T2} , L_{T2} , $L_m \in R_m$), circuito supressor de ferroressonância (L_1 , $R_1 \in R_2$) e carga ($R_0 \in L_0$). Aplicando as leis de Kirchhoff ao circuito,



Figura 2.7 – Modelo do TPC adotado no trabalho de Kang et al. (2009).

Kang *et al.* (2009) obtiveram uma expressão analítica para a tensão primária do TPC em função das tensões nodais do circuito. Com o objetivo de avaliar o método, os autores testaram-no com alguns tipos de falhas em um sistema com duas barras. Embora tenham ocorrido alguns problemas de oscilações numéricas proporcionadas pelo cálculo da tensão no capacitor e corrente no indutor, o método proposto apresentou bons resultados para os casos avaliados. A necessidade do conhecimento do modelo de TPC bem como dos parâmetros lineares e não lineares, e a ausência de uma metodologia para implantação do algoritmo proposto nos relés com processamento digital de sinais dificulta a aplicação prática do algoritmo constituindo-se, portanto, em limitações do trabalho.

2.1.4 Correção via Técnicas de Estimação de Fasores

Alguns pesquisadores têm despertado o interesse pela proposição de melhorias na técnica de estimação de fasores, mais especificamente variações da técnica dos quadrados mínimos, para minimizar o impacto da resposta transitória de TPC sobre o processo de estimação fasorial utilizado na proteção de distância. Pajuelo *et al.* (2008) propuseram um aprimoramento para a técnica dos quadrados mínimos não-recursivos, pois, segundo os autores, o algoritmo tradicional apresenta dificuldades para estimar a componente fundamental da tensão transitória de TPC. A partir de simplificações no modelo de TPC mostrado na Figura 2.8, os autores obtiveram a função de transferência e computaram os pólos associados. Tomando-se a frequência de oscilação e a constante de decaimento de cada pólo, propuseram um modelo matemático para a tensão transitória do TPC. Incorporando esse modelo matemático à técnica dos quadrados mínimos tradicional, os autores obtiveram uma melhoria durante o processo de estimação de fasores. Apesar da técnica implementada apresentar melhorias sobre a técnica dos quadrados mínimos tradicional, ela está atrelada a um modelo pré-estabelecido de TPC e requer o conhecimento dos seus parâmetros.



Figura 2.8 – Modelo do TPC adotado no trabalho de Pajuelo et al. (2008).

Baseado no trabalho realizado por Pajuelo (2005), Ajaei & Sanaye-Pasand (2008) sugeriram uma nova expressão analítica para representar a dinâmica presente nos transitórios da tensão secundária de TPC. O modelo matemático proposto foi incorporado à técnica dos quadrados mínimos não-recursivos a fim de melhorar o processo de estimação da componente fundamental da tensão. A técnica proposta apresenta uma certa melhoria sobre a técnica dos quadrados mínimos tradicional, todavia, a utilização de um modelo matemático para a dinâmica dos TPC pode piorar o processo de estimação dos fasores quando o primário do TPC é excitado por sub-harmônicos, tais quais os presentes nas LT com compensação série ou derivação.

Pajuelo et al. (2010) utilizaram a mesma estratégia adotada por Pajuelo et al. (2008)

para avaliar a estimação de fasores na proteção de distância de uma LT de 500 kV com compensação série. No estudo realizado, observa-se que o transitório da tensão secundária do TPC possui constantes de tempo ou frequências que diferem das que foram utilizadas para definir um modelo matemático dos distúrbios da tensão secundária. Nesses casos, a

utilização de um modelo prévio para a tensão secundária piora o processo de estimação de fasores e, portanto, constitui uma das limitações dessas técnicas.

Mais recentemente, Ajaei et al. (2012) propuseram uma metodologia para melhorar a precisão do fasor tensão computado a partir dos transitórios de um modelo de TPC. De modo similar a Ajaei & Sanaye-Pasand (2008), a técnica dos quadrados mínimos é utilizada para estimar o fasor tensão. Na primeira parte do trabalho é investigado a influência de um modelo de filtro supressor de ferroressonância na resposta transitória do TPC. Na segunda parte, utilizando uma janela móvel de 20 amostras por ciclo da fundamental, os autores estimam a amplitude da componente unidirecional presente na resposta transitória do TPC. A cada janela é verificado se a estimativa da componente unidirecional assume um limiar de operação, V_{thr} , cujo valor é baseado no conhecimento heurístico. Caso o limiar seja atingido, V_{thr} é adicionada a amplitude do fasor tensão evitando a operação indevida por sobrealcance. Os resultados das simulações digitais mostraram que a técnica é capaz de evitar o sobrealcance das unidades de distância devido aos distúrbios do TPC. Apesar dos autores afirmarem que o valor de V_{thr} não depende do SEP analisado, diversos fatores do SEP podem alterar a amplitude da resposta transitória dos TPC e, portanto, tornar árdua a escolha apropriada de V_{thr} . Além disso, a partir dos resultados apresentados por Ajaei *et al.* (2012), pode ser observado que a adição de um valor offset constante na amplitude do fasor tensão sempre gera um atraso na unidade instantânea da proteção, cujo valor corresponde ao tempo de acomodação do fasor estimado pela técnica dos quadrados mínimos. No referido trabalho, o atraso correspondente é 24 ms ou aproximadamente 1,5 ciclos.

Capítulo 3 Princípios da Proteção de Distância

Os relés de distância denominados pelo número 21, segundo a padronização da ANSI (*American National Standarts Institute*), determinam a impedância de sequência positiva compreendida entre o ponto de falta e local de instalação do relé, a partir de medições de correntes e tensões em um dos terminais da LT (ZIEGLER, 2008). A escolha por medir a impedância de sequência positiva deve-se ao fato de ela ser aproximada constante em todo trechos das LT, uma vez que seu valor é função das características dos condutores, do arranjo geométrico dado ao feixe de condutores por fase e da disposição geométrica das fases.

Efetivamente, os relé de distância dividem o fasor tensão pelo fasor corrente para obtenção da impedância de sequência positiva da linha (HOROWITZ; PHADKE, 2008). Contudo, como os sistemas elétricos trifásicos podem estar sujeitos a diferentes de faltas: a trifásica, bifásicas, bifásicas para a terra e monofásicas, faz-se necessário definir quais sinais de tensão e corrente devem ser utilizados durante o processo de estimação da impedância de sequência positiva compreendida entre o local de instalação do relé e ponto de falta.

3.1 Medição da Impedância

Na Figura 3.1(a) está representado um curto-circuito envolvendo as fases B e C numa fração *d* do comprimento da LT de um sistema elétrico trifásico. O diagrama de sequência correspondente é composto pelos circuitos de sequência positiva e negativa, conforme mostrado na Figura 3.1(b). Note-se que o circuito de sequência zero não aparece, pois a falta não envolve a terra. A partir da análise dos circuitos de sequência, tem-se a seguinte condição de contorno:

$$\widehat{V}_{1F} = \widehat{V}_{2F} = \widehat{V}_1 - dZ_{L1}\widehat{I}_1 = \widehat{V}_2 - dZ_{L2}\widehat{I}_2 .$$
(3.1)



Figura 3.1 – (a) Sistema elétrico trifásico com uma falta bifásica do tipo BC. (b) Circuitos de sequência correspondentes da fase a.

Considerando-se que as impedâncias próprias e mútuas da LT sejam equilibradas e, portanto, que as impedâncias de sequência positiva e negativa por unidade de comprimento sejam iguais, a impedância de sequência positiva vista pelo relé de distância pode ser expressa por:

$$dZ_{L1} = \frac{\widehat{V}_1 - \widehat{V}_2}{\widehat{I}_1 - \widehat{I}_2} .$$
(3.2)

Observa-se que a impedância computada pelo relé é função das grandezas (tensão e corrente) de sequência positiva e negativa no ponto de instalação do relé. Contudo, as grandezas de fase e de sequência estão relacionadas pelas equações (ANDERSON, 1999):

$$\begin{bmatrix} \widehat{V}_0\\ \widehat{V}_1\\ \widehat{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{V}_a\\ \widehat{V}_b\\ \widehat{V}_c \end{bmatrix}$$
(3.3)

$$\begin{bmatrix} \widehat{I}_0\\ \widehat{I}_1\\ \widehat{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{I}_a\\ \widehat{I}_b\\ \widehat{I}_c \end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\begin{bmatrix} \widehat{V}_a \\ \widehat{V}_b \\ \widehat{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{V}_0 \\ \widehat{V}_1 \\ \widehat{V}_2 \end{bmatrix}$$
(3.5)

$$\begin{bmatrix} \widehat{I}_a \\ \widehat{I}_b \\ \widehat{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{I}_0 \\ \widehat{I}_1 \\ \widehat{I}_2 \end{bmatrix}.$$
(3.6)

Em que $a = 1 \angle 120^{\circ}$ é o operador complexo de rotação de fase.

Substituindo (3.3) e (3.4) na Equação (3.2), a impedância de sequência positiva em função das grandezas de fase vale:

$$dZ_{L1} = \frac{\widehat{V}_b - \widehat{V}_c}{\widehat{I}_b - \widehat{I}_c} . \tag{3.7}$$

Assim, numa falta bifásica do tipo BC, a computação da impedância de sequência positiva é função das tensões e correntes dessas fases. De forma análoga, para um curto-circuito bifásico do tipo AB e CA, pode-se mostrar que a impedância compreendida entre o relé e a falta vale, respectivamente,

$$\frac{\widehat{V}_a - \widehat{V}_b}{\widehat{I}_a - \widehat{I}_b} \tag{3.8}$$

$$\frac{\widehat{V}_c - \widehat{V}_a}{\widehat{I}_c - \widehat{I}_a} \ . \tag{3.9}$$

As redes de sequência para uma falta bifásica-terra envolvendo as fases $b \in c$ são mostradas na Figura 3.2(a). A partir da interligação das redes de sequência, tem-se:

$$\widehat{V}_{1F} = \widehat{V}_{2F} = \widehat{V}_1 - dZ_{L1}\widehat{I}_1 = \widehat{V}_2 - dZ_{L2}\widehat{I}_2 .$$
(3.10)

Observa-se que (3.10) é idêntica a (3.1). Assim, para faltas bifásica-terra do tipo BCT, ABT e CAT, a impedância de sequência positiva das unidades BC, AB, e CA deve ser computada por meio das Equações (3.7), (3.8) e (3.9), respectivamente.

Por serem equilibradas, as faltas trifásicas são representadas somente pelo circuito de sequência positiva, isto é, são nulas as componentes de sequência negativa e zero das tensões e correntes no ponto de instalação do relé. O circuito de sequência correspondente para esse tipo de falta é mostrado na Figura 3.3(b). A partir desse circuito,

$$\widehat{V}_{1F} = \widehat{V}_1 - dZ_{L1}\widehat{I}_1 = 0 \Rightarrow dZ_{L1} = \frac{\widehat{V}_1}{\widehat{I}_1} ,$$
 (3.11)

isto é, a impedância da LT compreendida entre o relé e o ponto de falta é função apenas dos componentes de sequência positiva da tensão e da corrente obtidos no ponto de instalação do relé. Por outro lado, sabe-se que os relés processam grandezas de fase. Logo,



Figura 3.2 – (a) Sistema elétrico trifásico com uma falta bifásica-terra do tipo BCT. (b) Circuitos de sequência correspondentes da fase a.



Figura 3.3 – (a) Sistema elétrico trifásico com uma falta trifásica para a terra. (b) Redes de sequência da fase a para uma falta trifásica no ponto F.

faz-se necessário representar as grandezas de sequência pelos componentes de fase correspondentes. Substituindo as condições de contorno $\hat{V}_0 = \hat{V}_2 = 0$ e $\hat{I}_0 = \hat{I}_2 = 0$ em (3.5) e (3.6), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \widehat{V}_a \\ \widehat{V}_b \\ \widehat{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{V}_1 \\ a^2 \widehat{V}_1 \\ a \widehat{V}_1 \end{bmatrix}$$
(3.12)

$$\begin{bmatrix} \widehat{I}_a \\ \widehat{I}_b \\ \widehat{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{I}_1 \\ a^2 \widehat{I}_1 \\ a \widehat{I}_1 \end{bmatrix}.$$
(3.13)

Assim, para o caso de uma falta trifásica solidamente aterrada, a impedância de sequência positiva pode ser calculada por:

$$dZ_{L1} = \frac{\widehat{V}_1}{\widehat{I}_1} = \frac{\widehat{V}_a}{\widehat{I}_a} = \frac{\widehat{V}_b}{\widehat{I}_b} = \frac{\widehat{V}_c}{\widehat{I}_c} .$$
(3.14)

Por outro lado, as unidades de AB, BC e CA também devem responder para esse tipo de falta (PAITHANKAR; BHIDE, 2007). Assim, com o intuito de padronizar as unidades de distância, adotou-se (3.7)-(3.9) para obter a impedância de sequência positiva vista pela unidade de distância no caso de faltas trifásicas.

Na Figura 3.4(a) apresenta-se um circuito trifásico com uma falta franca envolvendo a fase a e a terra. A correspondente conexão das redes de sequência dessa fase é mostrada na Figura 3.4(b). Fazendo uso da Equação (3.5), observa-se que a tensão da fase a no ponto F do sistema trifásico é

$$\widehat{V}_{aF} = \widehat{V}_{0F} + \widehat{V}_{1F} + \widehat{V}_{2F} . ag{3.15}$$



Figura 3.4 – (a) Sistema elétrico trifásico com uma falta fase-terra envolvendo a fase a. (b) Circuitos de sequência correspondentes da fase a.

Por outro lado, a partir da conexão das redes de sequência, as condições de contorno das

tensões e correntes no ponto F são:

$$\widehat{V}_{0F} = \widehat{V}_0 - dZ_{L0}\widehat{I}_0 \tag{3.16}$$

$$\widehat{V}_{1F} = \widehat{V}_1 - dZ_{L1}\widehat{I}_1 \tag{3.17}$$

$$\widehat{V}_{2F} = \widehat{V}_2 - dZ_{L2}\widehat{I}_2 . ag{3.18}$$

Logo, substituindo essas condições de contorno na Equação (3.15), verifica-se que:

$$\widehat{V}_{aF} = \left(\widehat{V}_0 + \widehat{V}_1 + \widehat{V}_2\right) - dZ_{L1}\left(\widehat{I}_1 + \widehat{I}_2\right) - dZ_{L0}\widehat{I}_0
= \left(\widehat{V}_0 + \widehat{V}_1 + \widehat{V}_2\right) - dZ_{L1}\left(\widehat{I}_0 + \widehat{I}_1 + \widehat{I}_2\right) + dZ_{L1}\widehat{I}_0 - dZ_{L0}\widehat{I}_0 .$$
(3.19)

A partir das Equações (3.5)-(3.6),

$$\widehat{V}_0 + \widehat{V}_1 + \widehat{V}_2 = \widehat{V}_a \tag{3.20}$$

$$\widehat{I}_0 + \widehat{I}_1 + \widehat{I}_2 = \widehat{I}_a , \qquad (3.21)$$

assim,

$$\widehat{V}_{aF} = \widehat{V}_a - dZ_{L1}\widehat{I}_a - (dZ_{L0} - dZ_{L1})\widehat{I}_0 .$$
(3.22)

Escrevendo essa equação de outra forma,

$$\widehat{V}_{aF} = \widehat{V}_{a} - \left[\widehat{I}_{a} + \frac{d(Z_{L0} - Z_{L1})}{dZ_{L1}}\widehat{I}_{0}\right] dZ_{L1}
= \widehat{V}_{a} - \left[\widehat{I}_{a} + \frac{Z_{L0} - Z_{L1}}{Z_{L1}}\widehat{I}_{0}\right] dZ_{L1}
= \widehat{V}_{a} - \left[\widehat{I}_{a} + K_{0}\widehat{I}_{0}\right] dZ_{L1} .$$
(3.23)

Por outro lado, como se trata de uma falta fase-terra franca, $\hat{V}_{aF} = 0$. Logo, solucionando (3.23) em função de dZ_{L1} ,

$$dZ_{L1} = \frac{\widehat{V}_a}{\widehat{I}_a + K_0 \widehat{I}_0} . \tag{3.24}$$

Nota-se que a impedância de sequência positiva estimada pelo relé de distância é função da impedância de sequência zero da LT, pois o fator de compensação residual (HOROWITZ; PHADKE, 2008; ZIEGLER, 2008), K_0 , é função dessa última. De forma análoga, para as faltas do tipo BT e CT a impedância vista pelas unidades fase-terra devem ser computadas, respectivamente, por (HOROWITZ; PHADKE, 2008):

$$dZ_{L1} = \frac{\hat{V_b}}{\hat{I_b} + K_0 \hat{I_0}} \tag{3.25}$$

$$dZ_{L1} = \frac{V_c}{\hat{I}_c + K_0 \hat{I}_0} . ag{3.26}$$

As expressões para o cômputo da impedância de sequência positiva, compreendida entre o ponto de instalação do relé e a falta, foram obtidas no capítulo corrente e são apresentadas de forma resumida na Tabela 3.1.

Tipo de falta	Fases envolvidas	Expressão da impedância	
	A e B	$\frac{\widehat{V}_a - \widehat{V}_b}{\widehat{I}_a - \widehat{I}_b}$	
Bifásica-Terra	B e C	$\frac{\widehat{V}_{b}^{*} - \widehat{V}_{c}}{\widehat{I}_{b} - \widehat{I}_{c}}$	
	C e A	$rac{\widehat{V_c}-\widehat{V_a}}{\widehat{I_c}-\widehat{I_a}}$	
	А	$\frac{\widehat{V}_a}{\widehat{I}_a + K_0 \widehat{I}_0}$	
Monofásica	В	$\frac{\frac{1}{\hat{V}_b}}{\hat{I}_b + K_0 \hat{I}_0}$	
	С	$rac{\widehat{V_c}}{\widehat{I_c}+K_0\widehat{I_0}}$	
	A e B	$\frac{\widehat{V}_a - \widehat{V}_b}{\widehat{I}_a - \widehat{I}_b}$	
Bifásica	B e C	$\frac{\widehat{V_b} - \widehat{V_c}}{\widehat{I_b} - \widehat{I_c}}$	
	C e A	$\frac{\widehat{V_c} - \widehat{V_a}}{\widehat{I_c} - \widehat{I_a}}$	
Trifásica	A, B e C	$\frac{\widehat{V_a} - \widehat{V_b}}{\widehat{I_a} - \widehat{I_b}}, \ \frac{\widehat{V_b} - \widehat{V_c}}{\widehat{I_b} - \widehat{I_c}} \ \text{ou} \ \frac{\widehat{V_c} - \widehat{V_a}}{\widehat{I_c} - \widehat{I_a}}$	

 Tabela 3.1 – Expressões para computação da impedância de sequência positiva.

Os sinais das correntes e tensões utilizados durante a obtenção das expressões são os sinais reais que transitam na linha. Por outro lado, os sinais de entrada dos relés são provenientes dos secundários dos TC e TPC instalados no sistema de potência. Considerando, por exemplo, uma falta trifásica, a impedância de sequência positiva vista pelo relé vale:

$$Z_{21} = \frac{\widehat{V}_{as}}{\widehat{I}_{as}} = \frac{\frac{\widehat{V}_a}{\text{RTPC}}}{\frac{\widehat{I}_a}{\text{RTC}}} = \frac{\widehat{V}_a}{\widehat{I}_a} \frac{\text{RTC}}{\text{RTPC}} = dZ_{L1} \frac{\text{RTC}}{\text{RTPC}} , \qquad (3.27)$$

em que \widehat{V}_{as} , \widehat{I}_{as} , RTPC e RTC são, respectivamente, tensão secundária do TPC, corrente secundária do TC, relação de transformação de tensão do TPC e relação de transformação de corrente do TC. As relações RTC e RTPC podem ser obtidas diretamente a partir dos dados de placa dos respectivos transdutores. Por exemplo, um TC com relação 1000/5 possui RTC de 1000/5, enquanto um TPC 230 kV com tensão secundária de 115 V possui RTPC de $\frac{230 \times 10^3}{\sqrt{3}}/115$.

3.2 Diagramas de Impedâncias

Os diagramas de impedância são uma ferramenta essencial para avaliação do comportamento da proteção de distância. Nestes diagramas são representadas a impedância mensurada durante a falta, a impedância de carga vista pela barra e a característica de operação da unidade 21 (ZIEGLER, 2008). Esta última consiste de uma forma geométrica no plano R-X e será abordada numa seção independente.

Nas Figuras 3.5(a) e 3.5(b) estão representados um digrama unifilar e a respectiva representação gráfica da LT correspondente. De modo geral, quanto maior o nível de tensão do sistema, maior é o ângulo da impedância com relação ao eixo R, pois, LT com elevados níveis de tensão são projetadas com cabos de alta qualidade e, portanto, apresentam baixa resistência. A partir do digrama unifilar, observa-se que em condições



Figura 3.5 – (a) Diagrama unifilar com relé de distância. (b) Digrama de impedância da LT.

normais de operação a impedância vista pela unidade de distância é

$$Z_{21} = \frac{\widehat{V}_{as}}{\widehat{I}_{as}} = \frac{\widehat{V}_a}{\widehat{I}_a} \frac{1}{k} , \qquad (3.28)$$

sendo $k = \frac{\text{RTPC}}{\text{RTC}}$. Adotando-se a convenção passiva, a potência complexa por fase injetada no terminal emissor da LT vale:

$$P_f + jQ_f = \hat{V}_a \hat{I}_a^* = \frac{|\hat{V}_a|^2}{Z_{21}^* k} , \qquad (3.29)$$

em que P_f e Q_f são a potência ativa e reativa por fase, respectivamente. Expressando a impedância vista pela unidade 21, tem-se:

$$Z_{21} = R_{21} + jX_{21} = \frac{|\widehat{V}_a|^2}{P_f - jQ_f} \frac{1}{k} = \frac{|\widehat{V}_a|^2}{k} \left(\frac{P_f}{P_f^2 + Q_f^2} + j\frac{Q_f}{P_f^2 + Q_f^2}\right) .$$
(3.30)

Considerando que as potências absorvidas pela linha sejam desprezíveis em relação às potências solicitas pela carga, observa-se a relação:

$$Z_{carga} = |\widehat{V}_a|^2 \left(\frac{P_f}{P_f^2 + Q_f^2} + j\frac{Q_f}{P_f^2 + Q_f^2}\right) \Rightarrow Z_{21} = \frac{Z_{carga}}{k} .$$
(3.31)

Uma vez que a legislação federal estipula em 0,92 o fator de potência mínimo com o qual os grandes blocos de carga devem operar, a representação da impedância de carga no diagrama de impedância da LT toma a forma mostrada na Figura 3.6. O ângulo $\alpha = tg^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$ representa o fator de potência de carga e delimita a região de operação da LT para fatores de potência dentro dos limites máximos indutivo e capacitivo. O parâmetro h_{LT} é o alcance de primeira zona, isto é, a fração do comprimento da LT protegida pela unidade instantânea da proteção.



Figura 3.6 – Diagrama de impedância da LT e da carga do sistema apresentado na Figura 3.5(a).

A priori, a unidade de distância deve operar quando:

$$Z_{21} \le \frac{h_{LT} Z_{L1}}{k} . (3.32)$$

Logo, considerando apenas o módulo das impedâncias, a característica de operação deve ser descrita pela região:

$$R_{21}^2 + X_{21}^2 \le \left(\frac{h_{LT}|Z_{L1}|}{k}\right)^2 . \tag{3.33}$$

Na Figura 3.7 apresenta-se a superposição entre a região descrita pela Equação (3.33) e o lugar geométrico que define a condição normal de operação do sistema. O relé enviará um sinal de abertura para os disjuntores associados no momento em que o módulo da impedância estimada pela proteção cair dentro da região hachurada (PAITHANKAR; BHIDE, 2007). A partir desse princípio, verifica-se que a região de operação obtida a partir da comparação dos módulos das impedâncias torna a proteção com características não direcionais, pois, a mesma irá operar para curtos-circuitos na direção reversa, isto é, no terceiro quadrante do plano R-X. Um relé com essa característica de operação é designado relé de impedância (ANDERSON, 1999). Uma forma de incorporar direcionalidade ao relé de impedância é fazer a associação em série com uma unidade direcional (GLOVER *et al.*, 2011). Contudo, conforme explanado na seção subsequente, o uso da teoria dos comparadores (WARRINGTON, 1969; ELMORE, 2003) permite personalizar a característica de operação das unidades de distância.



Figura 3.7 – Superposição do diagrama de impedância da LT, da carga e da característica de operação da unidade de distância.

3.3 Relé de Distância Como Elemento Comparador

A teoria de comparadores (WARRINGTON, 1969) é o alicerce para o entendimento de como as diversas características¹ de operação dos relés podem ser definidas. De fato, independentemente da tecnologia empregada na fabricação do relé, seja ele eletromecânico, estático ou microprocessado, os mesmos possuem o dispositivo comparador como um elemento comum (ELMORE, 2003).

Os comparadores são unidades de medida que combinam sinais de tensão e corrente, cujos valores instantâneos são obtidos a partir do secundário dos transformadores para instrumentos, para compor dois outros sinais que serão utilizados para discernir as condições de operação de regime permanente e de falta. Geralmente, a diferença na fase ou na amplitude dos sinais compostos é usado para diferenciar entre uma condição normal de operação e uma falta na LT protegida. O princípio de operação de um comparador de

 $^{^1{\}rm A}$ característica de operação da unidade 21 diz respeito a forma da figura geométrica obtida no plano R-X utilizada para definir a zona de proteção.



amplitude de um relé eletromecânico é mostrado na Figura 3.8 (KHINCHA et al., 1970). O

Figura 3.8 – Diagrama de blocos de um comparador (KHINCHA et al., 1970).

sinal de tensão v_s e de corrente i_s , obtidos a partir do secundário dos transformadores para instrumentos são os sinais de entrada do circuito de medição. Este por sua vez, produz os sinais tensão $K_1 I_L \angle \theta_1$ e $K_2 I_L \angle \theta_2$ que, após retificados, formam um sinal de operação S_O . O resultado da retificação dos sinais de tensão $K_3 V_L \angle \phi + \theta_3$ e $K_4 V_L \angle \phi + \theta_4$ formam um sinal restrição S_R . Nessas expressões, $K_1 \angle \theta_1$ e $K_2 \angle \theta_2$ são os coeficientes de transformação da corrente, enquanto $K_3 \angle \theta_3$ e $K_4 \angle \theta_4$ são os coeficientes de transformação dos sinais de tensão. Caso a amplitude da grandeza de operação seja maior que a de restrição, isto é,

$$|S_O| > |S_R| \tag{3.34}$$

um comando de trip será disponibilizado na saída do comparador de amplitude.

A característica de operação do relé para esse modo de operação pode ser representado pela expressão (KHINCHA *et al.*, 1970):

$$Z_{21} \le \frac{|K_1 \angle \theta_1| + |K_2 \angle \theta_2|}{|K_3 \angle \phi + \theta_3| + |K_4 \angle \phi + \theta_4|} , \qquad (3.35)$$

em que Z_{21} é a impedância vista pela unidade de distância. Variando-se os coeficientes de transformação de tensão e de corrente, uma variedade de características de operação (diagramas R-X) podem ser obtidas, tais quais as apresentadas na Figura 3.9.

O uso da característica quadrilateral requer pelo menos quatro comparadores para delimitar a região de operação do relé, a saber: comparador de reatância, de resistência positiva, de resistência negativa e de direcionalidade. Os elementos direcionais discernem faltas na direção à frente e reversa, ao passo que os elementos de reatância e resistência são



Figura 3.9 – Exemplos de características de operação das unidades de distância. (a) Impedância. (b) Mho. (c) Ellipse. (d) Cônica. (e) Paralelograma. (f) Quadrilateral com alcance resistivo constante.

essenciais para o correto desempenho da característica quadrilateral. O estudo do fluxo de carga determina a escolha da grandeza de polarização para esses elementos, uma vez que a característica de reatância têm que acomodar o fluxo de carga e se adaptar ao mesmo (CALERO et al., 2010). Além de um número maior de comparadores, a seleção/ajuste do alcance desses elementos requer um estudo mais detalhado do sistema a ser protegido e requer diferentes algoritmos para detectar faltas entre fases e fase terra. Apesar da característica quadrilateral requerer um ajuste trabalhoso, conforme Domzalski et al. (2001), a quadrilateral é muito atrativa para aplicações envolvendo falhas a terra, sistemas não devidamente aterradas e alimentadores com altíssima resistência pé de torre.

A característica mho é muito popular por possuir alcance bem definido e fácil de ser ajustado. Devido ao uso de um sinal de polarização, é inerentemente direcional, o que descarta a necessidade da utilização da associação em série do relé de impedância com o direcional. Por motivo econômico, foi largamente utilizadas nos relés eletromecânicos, tendo vantagens e desvantagens bem reportadas na literatura, a saber:

- Possui um alcance bem definido e fácil de ser ajustado;
- Apresenta direcionalidade;

- Tolera a resistência do arco elétrico em falhas fase-fase sem provocar erros por sobrealcance;
- Comparativamente à quadrilateral, apresenta melhor detecção de oscilações de potência;
- Pode operar de forma indevida quando as falhas envolvem valores significativos de resistência de terra.

Mesmo com a evolução das características quadrilaterais, a mho ainda continua sendo a característica preferencial dos relés microprocessados utilizados nos Estados Unidos (ZIEGLER, 2008). A mho possui um comportamento dinâmico que depende do sinal de polarização utilizado como entrada do elemento comparador. Nesse sentido, nesta Tese, a unidade de distância será implementada como um elemento comparador fazendo uso das principais técnicas de polarização da característica mho. Tal implementação permite investigar de qual forma a correção da tensão secundária dos TPC interage com as técnicas de polarização para mitigar o sobrealcance e a perda de direcionalidade das unidades de distância.

3.3.1 Implementação da Característica mho

Diferentemente dos relés eletromecânicos e estáticos, nos relés microprocessados os sinais de operação e de polarização ou referência são obtidos mediante os fasores da componente fundamental dos sinais tensão e corrente de entrada das unidades de distância (PAITHANKAR; BHIDE, 2007; ZIEGLER, 2008). Independentemente da polarização utilizada, a representação da característica mho por um elemento comparador pode ser obtida a partir da relação entre as magnitudes ou entre as fases dos fasores $\hat{S}_{op} \in \hat{S}_{pol}$, denominados sinal de operação e de polarização (referência), respectivamente.

Nos relés de distância, \widehat{S}_{op} geralmente corresponde a queda de tensão sobre a réplica da impedância de alcance do relé, isto é,

$$\widehat{S}_{op} = (\widehat{V}_R - Z_A \widehat{I}_R) . aga{3.36}$$

Sendo,

$$Z_A = \frac{h_{LT} Z'_{L1}}{\cos(\theta - \theta_R)} \tag{3.37}$$

a impedância de alcance do relé (KINDERMANN, 2005) e

- \widehat{V}_R Tensão de entrada da unidade de medição de distância (Ver tensões de entrada das unidades na Tabela 3.1);
- \widehat{I}_R Corrente de entrada da unidade de distância (Ver correntes de entrada das unidades de medição na Tabela 3.1);
- Z'_{L1} Réplica, em Ohms, da impedância de sequência positiva da LT;
- h_{LT} Alcance, em por unidade, da unidade de distância;
- θ Ângulo da impedância de sequência positiva da LT;
- θ_R Ângulo característico² do relé. Valores típicos e aplicações podem ser encontradas em Ziegler (2008).

Nos relés de impedância, um comando de trip é enviado para os disjuntores associados se for verificada a seguinte relação entre as magnitudes $|\hat{V}_R| < |Z_A \hat{I}_R|$. Naqueles relés, os sinais \hat{V}_R e $Z_A \hat{I}_R$ são denominados tensão de restrição e operação, respectivamente. Conforme Warrington (1969), com exceção aos relés de impedância, os demais tipos de relés de distância geralmente fazem uso da relação entre as fases de dois sinais para tomar a decisão de operação.

A partir do princípio de funcionamento de um relé eletromecânico de indução, Schweitzer & Roberts (1993) mostraram que a grandeza

$$P = Real\left(\widehat{S}_{op}\widehat{S}_{pol}^*\right) \tag{3.38}$$

denominada comparador cosseno, pode ser utilizada para representar a área interna e externa da característica mho, a saber:

- P > 0 Representa a área dentro do círculo de alcance h_{LT} ;
- P = 0 Representa o limiar de operação;
- P < 0 Representa a área fora do círculo de alcance h_{LT} .

Normalizando o comparador cosseno,

$$P_{norm} = \left(\frac{P}{|P| + \epsilon}\right)_{\epsilon \to 0^+} \tag{3.39}$$

observa-se que o comparador normalizado assume os níveis ± 1 . Atribuindo o nível lógico 0 quando $P_{norm} = -1$, tem-se:

 $^{^2 \}rm Nos$ relés eletromecânicos corresponde ao ângulo de máximo conjugado.

- $P_{norm} = 1 \rightsquigarrow$ Comando de trip;
- $P_{norm} = 0 \rightsquigarrow$ Comando de bloqueio.

As técnicas de polarização comumente usadas no desenvolvimento das funções de fase e de terra da característica mho são (SCHWEITZER; ROBERTS, 1993; ZIEGLER, 2008):

- Autopolarizada;
- Polarização em quadratura;
- Polarização por memória de tensão.

Característica mho Autopolarizada

Nessa característica, o sinal de polarização \widehat{S}_{pol} corresponde à respectiva tensão de entrada da unidade de medição. Por conveniência, estas grandezas são apresentadas na Tabela 3.2. A mho autopolarizada foi muito empregada nos relés eletromecânicos e estáticos (WARRINGTON, 1969) e ainda hoje é empregada nos relés microprocessados (ZIEGLER, 2008).

Unidade de medição	Tensão de entrada	\widehat{S}_{pol}
Z_{AT}	\widehat{V}_a	\widehat{V}_a
Z_{BT}	$\widehat{V}_{m{b}}$	\widehat{V}_b
Z_{CT}	$\widehat{V}_{m{c}}$	\widehat{V}_c
Z_{AB}	\widehat{V}_{ab}	\widehat{V}_{ab}
Z_{BC}	\widehat{V}_{bc}	\widehat{V}_{bc}
Z_{CA}	\widehat{V}_{ca}	\widehat{V}_{ca}

Tabela 3.2 – Unidades de medição, tensões de entrada e sinais referência da característica mho autopolarizada.

Em condições de falhas próximas ao ponto de instalação do relé (*close-in fault*), seja ela a montante ou a jusante, a tensão da fase sob falha é composta basicamente pelos transitórios da tensão secundária dos TPC. Nesse sentido, o sinal de polarização da característica autopolarizada não mais apresenta as qualidades necessárias desse tipo de sinal: estabilidade e livre mudanças significativas de fase quando o SEP opera em condições normais e transitórias. Nessa situação, o relé pode perder a direcionalidade e atuar para falhas na direção reversa ao alcance, isto é, falhas a montante da LT. Além disso, a mho autopolarizada não é recomendada para proteção de LT com compensação série (ZIEGLER, 2008), pois, devido a presença da reatância capacitiva, a tensão de polarização pode encontrar-se atrasada da corrente de curto-circuito o que torna o relé insensível³ para falhas no sentido direto do alcance. Essas limitações da mho podem ser contornadas fazendo uso das técnicas de polarização em quadratura e por memória.

Diferentemente da mho autopolarizada que apresenta uma característica estática, as características obtidas com polarização em quadratura e por memória não são fixas em tamanho, mas variam em função do SIR e do fluxo de carga do sistema. O fluxo de carga faz com que a característica mho se descoloque a esquerda ou à direita em relação ao sentido direto do *trip*. A direção e a intensidade do deslocamento dependem da amplitude e do sentido do fluxo de carga (ALEXANDER *et al.*, 1986). Devido a variabilidade da característica, a polarização em quadratura e por memória permitem uma melhor acomodação da resistência presente nas falhas não solidamente aterradas.

Característica mho com Polarização em Quadratura

Quando ocorrem falhas próximas ao ponto de instalação do relé, as tensões das fases sob defeito estão próximas de zero e podem apresentar grandes mudanças de fase, o que são características indesejáveis para um sinal de polarização. Nessas condições, um caminho para assegurar a resposta correta do elemento mho é adicionar uma porcentagem da tensão das fases sãs na tensão de polarização (polarização em quadratura parcial) ou mesmo substituir esta tensão (polarização em quadratura completa).

Com a polarização em quadratura, a ocorrência de falhas no sentido direto de atuação faz a característica do relé se expandir, portanto, proporcionando um melhor alcance resistivo para falhas entre fases com produção de arco e falhas a terra envolvendo resistência adicional, como a torre de transmissão ou vegetação. Conforme se verifica em Alstom (2011), a incorporação da origem do diagrama de impedância somente ocorre para falhas à frente do relé. Falhas no sentido reverso de atuação, o efeito é a exclusão da origem do diagrama de impedância, o que assegura a direcionalidade da característica de atuação.

Adotando-se um relé com característica mho com polarização em quadratura completa, a partir de Schweitzer & Roberts (1993), apresentam-se na Tabela 3.3 as tensões de polarização de cada uma das seis unidades de medição do relé de distância. A bordagem da polarização em quadratura parcial, assim como as tensões de polarização utilizadas

³Um pré-requisito para utilização da mho autopolarizada é que a tensão de polarização sempre deve estar adiantada da corrente, o que a condição normal nos sistemas elétricos tradicionais (ZIEGLER, 2008).

podem ser encontradas em (ZIEGLER, 2008).

Unidade de medição	Tensão de entrada	\widehat{S}_{pol}
Z_{AT}	\widehat{V}_a \widehat{V}	$j\widehat{V}_{bc}$
Z_{BT} Z_{CT}	$\widehat{V}_b \ \widehat{V}_c$	$j V_{ca} \ j \widehat{V}_{ab}$
Z_{AB}	\widehat{V}_{ab}	$-j\widehat{V}_c$
Z_{BC}	\widehat{V}_{bc}	$-j\widehat{V}_a$
Z_{CA}	V_{ca}	$-jV_b$

Tabela 3.3 – Unidades de medição, tensões de entrada e sinais referência da característica mho com polarização em quadratura completa.

A partir da tabela, pode-se verificar que a tensão selecionada para formar o sinal de polarização está em quadratura com a tensão de entrada da unidade de medição e, portanto, imune aos distúrbios da(s) fase(s) sob falha. O sinal \hat{S}_{pol} é obtido a partir da aplicação do operador de rotação de fase $e^{\pm j90^\circ} = \pm j$ sobre tensões em quadratura. Nesse sentido, assim como na mho autopolarizada, o sinal de polarização está em fase com a respectiva tensão de entrada da unidade de medição.

Naturalmente, no caso da ocorrência de uma falha trifásica, não há uma fase sã para formar o sinal de polarização. Nessa eventualidade, os relés numéricos fazem uso de uma memória temporária (*buffer*) onde estão armazenadas as tensões de polarização antes do início da falha.

Característica mho com Polarização por Memória

A polarização por memória apresenta uma importância particular para proteção de LT com compensação série e detecção de falhas trifásicas próximas à localização do relé (ZIEGLER, 2008). Em ambos os casos, a polarização por memória tem por finalidade garantir a correta direcionalidade da proteção. Conforme Schweitzer (1989), esse tipo de polarização fornece a máxima expansão para cobertura de falhas com alta impedância e garante que todas unidades operam com segurança pelo menos durante o tempo em que a memória temporária dura.

Uma forma de restabelecer valores passados do sinal de polarização é fazendo uso de um filtro digital com memória, ou seja, um filtro recursivo. Nesse contexto, Schweitzer (1989) propôs a Equação (3.40) para estabelecer um fasor de polarização por memória de tensão de sequência positiva.

$$\widehat{S}_{pol}(n) = \frac{1}{N} \widehat{V}_{pol}(n) - \frac{N-1}{N} \widehat{S}_{pol}(n-\frac{N}{2}) .$$
(3.40)

Sendo:

- N número de amostras por cilo do relé;
- $\widehat{S}_{pol}(n)$ fasor de polarização por memória de sequência positiva na *n*-ésima amostra;
- $\widehat{V}_{pol}(n)$ fasor de polarização de sequência positiva na *n*-ésima amostra;
- $\widehat{S}_{pol}(n-\frac{N}{2})$ fasor de polarização por memória de sequência positiva na amostra $n-\frac{N}{2}$.

A partir de Schweitzer (1989), apresentam-se na Tabela 3.4 as unidades de medição, as tensões de entrada e as respectivas tensões de sequência positiva utilizadas na técnica de polarização por memória.

Tabela 3.4 – Unidades de medição, tensões de entrada e sinais referência da característica mho com polarização por memória de tensão.

Unidade de medição	Tensão de entrada	$\widehat{V}_{pol}(n)$
Z_{AT}	\widehat{V}_a	$\widehat{V}_{a1}(n)$
Z_{BT}	\widehat{V}_b	$\widehat{V}_{b1}(n)$
Z_{CT}	\widehat{V}_c	$\widehat{V}_{c1}(n)$
Z_{AB}	\widehat{V}_{ab}	$-j\widehat{V}_{c1}(n)$
Z_{BC}	\widehat{V}_{bc}	$-j\widehat{V}_{a1}(n)$
Z_{CA}	\widehat{V}_{ca}	$-j\widehat{V}_{b1}(n)$

Na forma como é apresentada, o leitor pode ser induzido que a Equação (3.40) é capaz de fornecer apenas amostras do fasor \widehat{S}_{pol} . Contudo, conforme Apêndice A, as amostras no domínio do tempo devem ser obtidas de modo semelhante, isto é,

$$s_{pol}(n) = \frac{1}{N} v_{pol}(n) - \frac{N-1}{N} s_{pol}(n-\frac{N}{2}) .$$
(3.41)

Aplicando a transformada z inversa a essa equação de diferenças, obtém-se:

$$S_{pol}(z) = \frac{1}{N} V_{pol}(z) - \frac{N-1}{N} S_{pol}(z) z^{-\frac{N}{2}} .$$
(3.42)

A relação entre $S_{pol}(z)$ e $V_{pol}(z)$ pode ser expressa pela função de transferência

$$H(z) = \frac{S_{pol}(z)}{V_{pol}(z)} = \frac{\frac{1}{N}}{1 + \frac{N-1}{N}z^{-\frac{N}{2}}},$$
(3.43)

cuja resposta em frequência é apresentada na Figura 3.10. A partir desta figura, observase que o processo de memorização preserva os componentes harmônicos de ordem ímpar da tensão de polarização de sequência positiva e atenua as demais frequências.



Figura 3.10 – Resposta em frequência do filtro digital recursivo da implementação da característica mho com polarização por memória de sequência positiva. (a) Ganho. (b) Fase.

Na teoria das componentes simétricas, o ângulo da fase a geralmente é tomada como referência. Logo, no caso de uma falha trifásica equilibrada, a tensão de sequência positiva corresponde a própria componente de fase, isto é, $v_{a1}(n) = v_a(n)$. Na Figura 3.11 é apresentado o comportamento da tensão de polarização por memória de sequência positiva quando da ocorrência de uma falha trifásica nas proximidades do relé (*close-in fault*). Observa-se que a memória do filtro acompanha lentamente as mudanças de amplitude e



Figura 3.11 – Comportamento da tensão de sequência positiva e da tensão de polarização por memória durante uma falha trifásica nas proximidades da instalação do relé.

de fase do sinal de polarização, proporcionando, portanto, um sinal de referência para

operação do relé. Com a perda de memória, a amplitude de $s_{pol}(n)$ começa a decrescer de forma exponencial, mas a fase praticamente não sofre variações. Apesar amplitude decair, a característica estática da fase aumenta a segurança quanto a direcionalidade da proteção, haja vista que a fase é de fundamental importância para os sinais de polarização.

3.4 Zonas de Proteção

Enquanto a característica de operação diz respeito tão somente à forma da figura geométrica, as zonas de proteção estão associadas ao alcance e ao tempo de operação da característica de uma unidade de distância. Conforme Paithankar & Bhide (2007), normalmente as unidades de distância usam três zonas de proteção no sentido direto do *trip* com o objetivo de estabelecer uma proteção primária (primeira zona), retaguarda local (segunda zona) e retaguarda remota (terceira zona) às LT protegidas. Contudo, uma proteção adicional de retaguarda pode ser obtida com a utilização da 4 e 5 zonas de proteção disponíveis nos relés microprocessados (GERS; HOLMES, 2005).

A primeira zona é responsável pela eliminação de faltas que venham a ocorrer entre o terminal emissor e cerca de 85 a 90% da LT que emana desse terminal. Essa zona é caracterizada por não possuir atraso intencional, isto é, possui atuação instantânea e visa preservar a integridade dos equipamentos sujeitos às elevadas correntes de curtocircuito. A redução da primeira zona, do inglês *underreaching zone*, em cerca de 15 a 10% é necessária devido à incerteza dos parâmetros da LT e erros tais quais os associados aos transformadores para instrumentos, que podem sobrealcançar (*overreach*) ou subalcançar (*underreach*) os relés de distância (HOROWITZ; PHADKE, 2008). Diz-se que a unidade 21 está sobrealcançada quando a impedância vista pelo módulo de localização de falta (vide seção 4.2) é menor que a impedância compreendida entre o relé e a falta (ELMORE, 2003). Por outro lado, encontra-se subalcançada quando a impedância computada é maior que aquela compreendida entre o relé e a falta. Por ser de atuação instantânea, os transitórios de sobrealcance, do inglês *transient overreach*, proporcionados pelos TPC podem levar a primeira zona a operar de forma indevida causando perda de seletividade do sistema, isto é, desligando uma porção maior do SEP para isolar uma falta.

A segunda zona é uma sentinela dos 15 a 10% da LT que não são protegidos pela primeira zona mais cerca de 50% da menor LT vizinha que parte do terminal receptor (PAITHANKAR; BHIDE, 2007). Neste último caso, a segunda zona atua como retaguarda, a
saber: da proteção de barra e da primeira zona da menor LT que emana dessa barra. Não obstante, embora o comprimento da menor LT seja utilizado para configurar a segunda zona do relé, esta zona atua como retaguarda da primeira zona das demais LT que emanam dessa barra. Neste caso, a fração do comprimento protegido depende dos parâmetros de sequência da LT. A segunda zona possui um atraso intencional da ordem 250 a 400 ms visando a seletividade e coordenação com a proteção primária. Os transitórios de sobrealcance proporcionados pelos TPC não são um problema para a segunda zona, pois os mesmos são suprimidos antes dessa zona vir a operar.

A proteção de retaguarda remota ou de terceira zona tem por objetivo proteger 100% da LT adjacente que parte do terminal receptor mais cerca de 20% da menor LT subsequente. Não obstante, a depender dos parâmetros de sequência das demais LT adjacentes e subsequentes, essa zona pode ser sensibilizada durante a ocorrência de falhas nestas LT. Visando a coordenação com a primeira e a segunda zonas, o tempo de operação da mesma possui um atraso compreendido entre 600 e 1000 ms (GERS; HOLMES, 2005).

Na Figura 3.12 é representada de forma simplificada um SEP e as zonas de proteção do relé de distância instalado na barra B. O alcance da primeira, segunda e terceira zona do relé são designadas por h_{BC} , h_{CD} e h_{DE} , respectivamente, enquanto o atraso associado as zonas temporizadas são $T_{zona\ 2}$ e $T_{zona\ 3}$, respectivamente. As zonas de proteção no plano R-X, considerando-se uma característica do tipo quadrilateral para as unidades 21, são mostradas na Figura 3.13. O plano R-X pode apresentar de forma sistemática as zonas de proteção, sendo uma ferramenta para a visualização gráfica das zonas de atuação das unidades de distância. Contudo, por se apresentar de forma estática, só representam corretamente os relés autopolarizados. Nesse sentido, a teoria dos comparadores é indicada para representar os relés de proteção com características dinâmicas, isto é, aqueles com polarização em quadratura e por memória de tensão.

3.5 Esquemas de Proteção de Distância

Uma das principais desvantagens da proteção de distância convencional (proteção escalonada no tempo) é que a proteção de primeira zona ou instantânea não pode ser ajustada para proteger o comprimento total da LT. Uma vez que a primeira zona das unidades de distância é ajustada para proteger apenas cerca de 80% da LT, os 20% restantes da LT são protegidos pela proteção de retaguarda ou temporizada de segunda



Figura 3.12 – Representação das zonas da proteção de distância.



Figura 3.13 – Representação das zonas de proteção no plano R-X.

zona, a qual possui um atraso proposital da ordem de 250 a 400 ms. Portanto, cerca de 40% da LT (soma dois segmentos que não são protegidos pela primeira zona) são protegidas por unidades temporizadas. Devido as esses segmentos da LT, as falhas perduram no sistema pelo atraso da segunda zona, pois apenas os disjuntores de uma das extremidades da LT operam, ao passo que o curto-circuito continua sendo alimentado pela outra extremidade do alimentador. Ainda que a instabilidade não ocorra, o aumento na duração da falha proporciona solicitação indesejável aos equipamentos e pode causar problemas associados à qualidade da energia.

Com a finalidade de aumentar a velocidade de eliminação das falhas e assegurar seletividade à proteção de distância, os relés de cada extremidade da LT podem ser interligados por meio de um canal de comunicação. O uso dos canais de comunicação para troca de informações entre os relés do terminal transmissor e receptor dá-se o nome teleproteção. Enquanto nas proteções unitárias ou restritas (proteção diferencial e os esquemas de comparação de fase (ONS, 2008)) os canais de comunicação transmitem informações de tensão, corrente e outras grandezas monitoradas pelos relés, nas proteções não unitárias ou irrestritas (proteção de sobrecorrente e de distância (ONS, 2008)) os canais de comunicação são utilizados apenas para informar os estados lógicos dos relés.

Os esquemas de teleproteção utilizados na proteção de distância podem ser classificados em (IEEE C37.113, 2000):

- Esquema de Comparação Direcional por Bloqueio (*Directional Comparison Blocking*DCB);
- Esquema de Comparação Direcional por Desbloqueio (*Directional Comparison Un-blocking* DCU);
- Esquema de Transferência de Disparo Direto por Subalcance (*Direct Underreaching Transfer Trip* DUTT);
- Esquema de Transferência de Disparo Permissivo por Subalcance (*Permissive Un*derreaching Transfer Trip - PUTT);
- Esquema de Transferência de Disparo Permissivo por Sobrealcance (*Permissive Overreaching Transfer Trip* POTT);
- Esquema de Aceleração ou Prolongamento de Zona.

3.5.1 Comparação Direcional por Bloqueio (DCB)

Quando os relés de uma das extremidades da LT enxerga a falha no sentido reverso de sua direcionalidade, o esquema DCB utiliza o canal de comunicação para enviar um sinal de bloqueio da abertura do disjuntor do terminal remoto, mesmo que a proteção local seja sensibilizada. Assim, a ideia geral pregada pelo esquema DCB é transmitir um sinal para informar a outra extremidade que o defeito é externo à LT protegida. Por outro lado, se a falha ocorrer ao longo da LT, nenhum sinal de comunicação é enviado e os relés de ambas as extremidades atuam devido a direcionalidade empregada. Este esquema proporciona uma seletividade de 100% da LT, contudo, devido ao tempo de propagação T_0 do sinal de bloqueio, a proteção é ajustada para operar após um tempo $T_1 \ge T_0$. Logo, uma vez detectado a falha no sentido da direcionalidade, os relés devem esperar um tempo T_0 para confirmar se devem comandar ou bloquear a abertura dos disjuntores. Deve-se ressaltar que, caso ocorra um envio intempestivo devido a um sinal espúrio no canal de comunicação ou mesmo erro humano, o disjuntor do terminal remoto estará bloqueado e, portanto, impedido de abertura.

3.5.2 Comparação Direcional por Desbloqueio (DCU)

Diferentemente do DCB, no esquema DCU existe continuamente um sinal entre os relés das duas extremidades que mantém aberto o contato que está em série com a bobina de abertura do disjuntor. Se ocorrer um defeito na LT, a frequência do sinal transmitido por cada relé é alterada para a frequência de desbloqueio, no sentido permitir (desbloquear) a abertura dos disjuntores. Caso a falha seja externa a LT e os relés de uma das extremidades forem sobrealcançados, somente haverá desbloqueio dos disjuntores daquele terminal se os relés da outra extremidade transmitirem um sinal de desbloqueio. Note que isso é passível de ocorrer somente se estas unidades perderem, mesmo que de forma transitória, a direcionalidade. Em fim, para que haja abertura de um disjuntor pertencente ao sistema de proteção que utiliza o esquema DCU, o relé deve enxergar a falha no sentido do *trip* e receber um sinal na frequência de desbloqueio do terminal remoto. Apesar de ser mais confiável que o DCB, devido a existência contínua de um sinal guarda, e também permitir uma seletividade de 100% da LT, a proteção deverá ser retardada pelos mesmos motivos do esquema DCB.

3.5.3 Transferência de Disparo Direto por Subalcance (DUTT)

Diferentemente dos esquemas de comparação direcional, onde proteções de retaguarda de segunda e terceira zona dos relés de distância são inoperantes (retiradas propositalmente de operação), nos esquemas de transferência de disparo aquelas zonas continuam exercendo o papel de proteção de retaguarda.

No esquema DUTT, o sinal transmitido pelo canal de comunicação da teleproteção é utilizado para efetuar a operação de desligamento direto do disjuntor. Sempre que o relé de uma das extremidades enxergar uma falha como sendo de primeira zona, este enviará um sinal de transferência de disparo direto do disjuntor do terminal remoto. Assim, para permitir seletividade, a proteção que utiliza este esquema deve ser ajustada com subalcance (ajusta-se a primeira zona para proteger uma porção menor da LT, de modo a evitar o sobrealcance da primeira zona e, por consequência, a transferência de disparo direto do disjuntor do terminal remoto).

Se os relés das duas extremidades da LT identificam uma falha dentro da primeira zona, há desligamento das duas extremidades da linha pelos respectivos relés de distância sem atraso proposital, pois, não há necessidade da teleproteção. Note que cada extremidade receberá um sinal de disparo direto do disjuntor, mas o sinal de disparo será redundante.

Caso a falha seja na LT, porém esteja na primeira zona de apenas uma das extremidades, o relé que detecta a falha na primeira zona comanda a abertura do disjuntor local e envia para o terminal remoto um sinal de disparo direto do disjuntor.

Para um curto-circuito fora da LT, via de regra, os relés de uma das extremidades não atuará pois a falha está na direção reversa, enquanto o relé da outra extremidade atuará em segunda zona de modo a permitir a seletividade (somente atuará se houver um falha da proteção da LT adjacente sob falta). Mesmo que a primeira zona esteja ajusta em subalcance, a depender das características do sistema e do tipo de falta, os distúrbios da tensão secundária dos TPC podem sobrealcançar a primeira zona no sentido direto do *trip* e retirar indevidamente a LT de operação. Logo, conforme procedimentos da rede da ONS (2008), este esquema não deve ser empregado em LT com SIR > 4.

3.5.4 Transferência de Disparo Permissivo por Subalcance (PUTT)

No esquema DUTT, caso ocorra um envio intempestivo devido a um sinal espúrio no canal de comunicação ou mesmo erro humano, o disjuntor do terminal remoto abrirá por causa da recepção do sinal. Para evitar falsos desligamentos por problemas no canal de comunicação, o esquema PUTT introduz, localmente, uma supervisão (lógica permissiva) de modo que o comando de abertura do disjuntor só ocorrerá quando a direcionalidade do relé de distância for sensibilizada pela falta. Para falhas fora da LT, o esquema PUTT sofre dos mesmos problemas do DUTT, com exceção de que o sobrealcance em primeira zona dos relés de um terminal não implica na abertura de ambas as extremidades da LT.

3.5.5 Transferência de Disparo Permissivo por Sobrealcance (POTT)

No esquema POTT, o *trip* de primeira zona somente é efetivado (comanda a abertura do disjuntor local) após o recebimento de um sinal permissivo (sinal de permissão para atuar) enviado pela outra extremidade da LT. Assim, a energização da bobina de abertura do disjuntor local somente será efetivada com permissão da proteção do outro terminal, mesmo que a atuação local da primeira zona tenha sido sensibilizada. Tal atitude possibilita ajustar o alcance da primeira zona de modo a sobrealcançar a LT adjacente e, portanto, permite enquadrar 100% da LT dentro da primeira zona ficando a segunda zona como retaguarda no caso de falha de comunicação.

Por apresentar característica permissiva (dependência de um sinal permissivo para atuar) e de modo similar aos esquemas de bloqueio e desbloqueio, a função instantânea da proteção de distância somente é capaz de promover a abertura do disjuntor local após um tempo $T_1 \ge T_0$, sendo T_0 o tempo de propagação do sinal permissivo.

3.6 Estimação de Fasores

Na seção 3.1 foi verificado que a impedância estimada pelas unidades de distância é função do fasor da componente fundamental dos sinais de tensão e corrente medidos sobre os terminais secundários dos transformadores para instrumentos. A partir de um conjunto de amostras daqueles sinais, os fasores podem ser obtidos por meio de algoritmos de filtragem digital que buscam extrair a componente de interesse. Conforme se verifica na literatura, existem diversos algoritmos de filtragem tais como mínimos quadrados (SACH-DEV; BARIBEAU, 1979; AJAEI; SANAYE-PASAND, 2008), filtro de Kalman (BENMOUYAL, 1992) e filtros baseados na Transformada de Fourier (SCHWEITZER; HOU, 1992; JOHNS; SALMAN, 1995) e na Transformada *Wavelet* (LIANG; JEYASURYA, 2004; SILVA, 2009). Apesar da constante evolução e da existência de diversos filtros digitais para estimação de fasores, neste projeto deu-se preferência ao estudo dos algoritmos tradicionalmente empregados na proteção de sistemas elétricos de potência: algoritmo de Fourier de um e de meio ciclo (JOHNS; SALMAN, 1995; PHADKE; THORP, 2009). Alguns conceitos da estimação de fasores são discutidos, mediante a avaliação do desempenho de cada um desses algoritmos no que diz respeito às suas respostas em frequência.

3.6.1 Filtros Digitais Baseados na Transformada de Fourier

Os filtros digitais baseados na transformada de Fourier utilizam amostras de um, meio ou frações do ciclo de um sinal x(t) para extrair a componente fundamental desse sinal. Como apenas amostras de x(t) estão disponíveis, os filtros de Fourier podem ser facilmente explicados por meio da DFT (*Discrete Fourier Transform*) (LATHI, 2007). A DFT pode ser considerada a versão discreta da Transformada de Fourier o que permite transformar sinais no domínio do tempo discreto para o domínio da frequência.

A DFT na forma exponencial complexa de um conjunto de amostras x(n) pode ser definida por:

$$\widehat{X}_h = M_0 \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn\frac{2\pi h}{N}} , \qquad (3.44)$$

em que,

- x(n) sequência de amostras do sinal de um sinal contínuo x(t);
- n ordem das amostras de entrada, $n = 0, 1, \dots, N 1;$
- \widehat{X}_h *h*-ésima componente fasorial presente na sequência x(n);
- h ordem da frequência harmônica, $h=0,1,\ldots,N-1;$
- j operador $\sqrt{-1}$;
- N número de amostras por ciclo do sinal x(t);
- M_0 fator de correção da amplitude da DFT.

A depender da literatura consultada, o fator M_0 pode assumir valores tais como 1, $\frac{1}{N}$, $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ou $\frac{2}{N}$. Segundo Lyons (2010), quando o sinal de entrada x(n) contém uma componente senoidal com um valor de pico A_0 dentro de uma janela das N amostras, a amplitude da DFT dessa componente particular será:

$$M_0 = \frac{A_0 N}{2} . (3.45)$$

Logo, para se obter o valor de pico dos componentes harmônicos presentes no sinal de x(t), o fator de correção a ser utilizado é $M_0 = \frac{2}{N}$. Assim, quando h = 0 a DFT calcula a componente unidirecional da sequência x(n), quando h = 1 a DFT calcula o valor de pico da componente fundamental da sequência x(n) e assim sucessivamente.

Uma forma operacional da DFT pode ser obtida a partir da aplicação da relação de Euler's, isto é, $e^{-j\phi} = \cos(\phi) - j \operatorname{sen}(\phi)$ na forma exponencial. A forma retangular equivalente da Equação (3.44) pode ser expressa por:

$$\widehat{X}_{h} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \left[\cos\left(\frac{2\pi nh}{N}\right) - j \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi nh}{N}\right) \right] .$$
(3.46)

Decompondo \widehat{X}_h em termos de parte real e parte imaginária,

$$X_{ch} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{2\pi nh}{N}\right)$$

$$X_{sh} = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin\left(\frac{2\pi nh}{N}\right) .$$
(3.47)

Sob a ótica da proteção de distância, o interesse é apenas na componente fundamental da sequência x(n). Logo, tomando-se h = 1 em (3.47), tem-se:

$$X_{c1} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

$$X_{s1} = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right) .$$
(3.48)

O par de Equações (3.48) formam o filtro de Fourier de um ciclo (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE, 2009). Contudo, na forma que se apresentam não são convenientes para implementação computacional, pois contemplam uma janela fixa de N amostras de x(n). Fazendo uso do conceito de soma de convolução (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006) ou convolução linear no tempo discreto (DINIZ *et al.*, 2004), o par de Equações (3.48) podem ser expressas, respectivamente, nas formas:

$$X_{c1} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \cos\left(\frac{2\pi}{N}(N-1-n)\right)$$

= $\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \cos\left(2\pi - \frac{2\pi}{N}(n+1)\right)$
= $\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \cos\left(-\frac{2\pi}{N}(n+1)\right)$
= $\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \cos\left(\frac{2\pi}{N}(n+1)\right)$ (3.49)

$$X_{s1} = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{N}(N-1-n)\right)$$

= $-\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \operatorname{sen} \left(2\pi - \frac{2\pi}{N}(n+1)\right)$
= $-\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \operatorname{sen} \left(-\frac{2\pi}{N}(n+1)\right)$
= $\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(N-1-n) \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{N}(n+1)\right)$. (3.50)

Fazendo a substituição N - 1 = k, a parte real e imaginária da componente fundamental quando a k-ésima amostra de x(n) está sendo processada vale, respectivamente,

$$X_{c1}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(k-n)h_c(n+1)$$

$$X_{s1}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(k-n)h_s(n+1) .$$
(3.51)

Sendo,

$$h_c(n+1) = \frac{2}{N} \left[\cos\left(2\pi \frac{1}{N}\right) \quad \cos\left(2\pi \frac{2}{N}\right) \dots \quad \cos\left(2\pi \frac{N-1}{N}\right) \quad \cos\left(2\pi\right) \right]$$

$$h_s(n+1) = \frac{2}{N} \left[\sin\left(2\pi \frac{1}{N}\right) \quad \sin\left(2\pi \frac{2}{N}\right) \dots \quad \sin\left(2\pi \frac{N-1}{N}\right) \quad \sin\left(2\pi\right) \right] , \qquad (3.52)$$

os coeficientes do filtro digital do tipo FIR definido pelas funções cosseno e seno, respectivamente. Por fazer uso de todas as amostras de um ciclo, os filtros h_c e h_s definem o filtro de Fourier de um ciclo, cuja amplitude e a fase da componente fundamental da sequência x(n) podem ser calculadas por:

$$|\widehat{X}_{1}(k)| = \sqrt{X_{c1}^{2}(k) + X_{s1}^{2}(k)}$$

$$\phi_{1}(k) = tg^{-1} \left(\frac{X_{s1}(k)}{X_{c1}(k)}\right) .$$
(3.53)

Assim como o filtro de Fourier de um ciclo, o filtro de meio ciclo consiste em extrair a componente de frequência fundamental da sequência x(n), a partir do produto de amostras deste sinal com as funções cosseno e seno. A diferença entre os dois algoritmos é que este utiliza apenas metade das amostras de um ciclo. Nesse sentido, a partir (3.45) e (3.51),

as componentes estimadas pelo filtro de Fourier de meio ciclo valem:

$$X_{c1}(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(k-n)h_c(n+1)$$

$$X_{s1}(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(k-n)h_s(n+1) .$$
(3.54)

Em que,

$$h_c(n+1) = \frac{4}{N} \left[\cos\left(2\pi\frac{1}{N}\right) \quad \cos\left(2\pi\frac{2}{N}\right) \dots \quad \cos\left(2\pi\frac{\frac{N}{2}-1}{N}\right) \quad \cos\left(\pi\right) \right]$$

$$h_s(n+1) = \frac{4}{N} \left[\sin\left(2\pi\frac{1}{N}\right) \quad \sin\left(2\pi\frac{2}{N}\right) \dots \quad \sin\left(2\pi\frac{\frac{N}{2}-1}{N}\right) \quad \sin\left(\pi\right) \right] .$$
(3.55)

3.6.2 Resposta em Frequência dos Filtros Digitais

De forma similar aos filtros analógicos, isto é, filtros de tempo contínuo, a resposta em frequência dos filtros digitais ou filtros de tempo discreto fornece, pelo menos de forma qualitativa, quais as componentes de frequência serão eliminadas do sinal de entrada quando o mesmo é processado numericamente pelo filtro digital.

Verificou-se na seção anterior que os filtros digitais $X_{c1}(k)$ e $X_{s1}(k)$ são descritos por equações de diferença no domínio do tempo discreto. Logo, podem ser transformados para domínio da frequência por meio da transformada z (LATHI, 2007). Aplicando essa transformação aos filtros $X_{c1}(k)$ e $X_{s1}(k)$ obtém-se a seguinte representação no domínio da frequência discreta:

$$X_{c1}(z) = \sum_{n=0}^{m} h_c(n+1)X(z)z^{-n}$$

$$X_{s1}(z) = \sum_{n=0}^{m} h_s(n+1)X(z)z^{-n} .$$
(3.56)

Sendo,

- $m = N 1 \rightsquigarrow$ filtro de Fourier de um ciclo;
- $m = \frac{N}{2} 1 \rightsquigarrow$ filtro de Fourier de meio ciclo.

A partir do par de Equações (3.56), verificam-se que as funções de transferência dos filtros

digitais podem ser expressas por:

$$H_c(z) = \frac{X_{c1}(z)}{X(z)} = \sum_{n=0}^m h_c(n+1)z^{-n}$$

$$H_s(z) = \frac{X_{s1}(z)}{X(z)} = \sum_{n=0}^m h_s(n+1)z^{-n} .$$
(3.57)

Segundo Oppenheim & Schafer (1989), a resposta em frequência de sistemas discretos pode ser obtida fazendo:

$$z = e^{j\omega\Delta t} , \qquad (3.58)$$

sendo $\omega \in \Delta t$ a frequência angular em rad/s e o intervalo entre as amostras de x(n), respectivamente. Substituindo essa equação em (3.57), tem-se:

$$H_c(\omega) = \sum_{n=0}^{m} h_c(n+1)e^{-j\omega n\Delta t}$$

$$H_s(\omega) = \sum_{n=0}^{m} h_s(n+1)e^{-j\omega n\Delta t} .$$
(3.59)

A título de exemplo, tomando-se uma janela de dados com seis amostras por ciclo, o par de filtros de Fourier de um ciclo são:

$$H_{c}(\omega) = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-j\omega\Delta t} - 1e^{-2j\omega\Delta t} - \frac{1}{2} e^{-3j\omega\Delta t} + \frac{1}{2} e^{-4j\omega\Delta t} + 1e^{-5j\omega\Delta t} \right]$$

$$H_{s}(\omega) = \frac{1}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-j\omega\Delta t} - \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-3j\omega\Delta t} - \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-4j\omega\Delta t} \right].$$
(3.60)

De forma análoga, o par de filtros de fourier de meio ciclo são dados por:

$$H_{c}(\omega) = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-j\omega\Delta t} - 1 e^{-2j\omega\Delta t} \right]$$

$$H_{s}(\omega) = \frac{2}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-j\omega\Delta t} \right].$$
(3.61)

Para uma janela de dados com seis amostras por ciclo, a frequência de amostragem deve ser $f_s = 60 \times 6 = 360$ amostras/s ou, de outra forma, uma amostra deve ser realizada a cada $\Delta t = \frac{1}{360}$ s. A resposta em frequência do ganho dos filtros de Fourier de um e meio ciclo são apresentadas nas Figuras 3.14 e 3.15, respectivamente. Observa-se que, diferentemente dos sistemas em tempo contínuo, os sistemas em tempo discreto possuem resposta em frequência periódica. A razão dessa periodicidade deve-se ao fato de que exponenciais separadas por valores em múltiplos de 2π serem idênticas.



Figura 3.14 – Resposta em frequência do filtro digital de Fourier de um ciclo.



Figura 3.15 – Resposta em frequência do filtro digital de Fourier de meio ciclo.

A partir das Figuras 3.14 e 3.15, verificam-se que o ganho dos filtros $H_c(\omega)$ e $H_s(\omega)$ possuem uma única forma de onda para valores de ω que satisfazem (LATHI, 2007):

$$\omega \Delta t \le 2\pi . \tag{3.62}$$

Portanto, a resposta em frequência do filtro digital é única apenas para as frequências que obedecem à desigualdade:

$$f \le f_s \ . \tag{3.63}$$

Com a finalidade de escolher o tamanho da janela de dados a ser utilizada na unidade de distância implementada neste projeto, apresentam-se nas Figuras 3.16(a) - 3.16(b) e 3.17(a) - 3.17(b) a influência do número de amostras por ciclo na resposta em frequência dos filtros de Fourier de um e meio ciclo, respectivamente. Conforme pode ser visualizado, independente do tamanho da janela utilizada, os filtros não alteram a informação contida na frequência fundamental dos sinais de entrada. Contudo, a intensidade com a qual os componentes harmônicos e interharmônicos são rejeitados depende do tamanho da janela. De modo geral, percebe-se que, quão maior é a janela de dados mais seletivos são os filtros. Por outro lado, conforme Phadke & Thorp (2009) o tempo de resposta dos filtros e a precisão dos resultados obtidos são antagônicos.



Figura 3.16 – Resposta em frequência do filtro de Fourier de um ciclo para N = 12, 16 e 32. (a) Filtro H_c . (b) Filtro H_s .



Figura 3.17 – Resposta em frequência do filtro de Fourier de meio ciclo para N = 12, 16 e 32. (a) Filtro H_c . (b) Filtro H_s .

A partir da análise da resposta em frequência dos filtros de Fourier, a taxa de amostragem empregada aos sinais de tensão e corrente utilizados na unidade de distância implementada é de 16 amostras por ciclo. Contudo, mesmo para essa janela de dados, percebe-se que os filtros de meio ciclo chegam a amplificar as componentes de baixa frequência tais quais as presentes nas correntes de uma LT faltosa. O impacto da componente DC de decaimento exponencial nos algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo foi investigado de forma intensa nos trabalhos de Benmouyal (1995) e Silva (2009). Nestes, foi mostrado que a resposta tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência melhoram sobremaneira quando os filtros de Fourier processam sinais de corrente oriundos de um filtro mímico. Em Silva (2009) foi proposto um mímico digital adaptativo que, a partir de análises no domínio do tempo, mostra-se superior ao mímico tradicional de Benmouyal (1995). Contudo, por questões de simplicidade, este projeto faz uso do filtro mímico proposto por Benmouyal (1995), cuja equação a diferenças que define o processo de filtragem no domínio do tempo discreto pode ser expressa por:

$$y(n) = K[(1+\tau_1)x(n) - \tau_1 x(n-1)], \qquad (3.64)$$

sendo y(n), $x(n) \in x(n-1)$ os valores da saída, da entrada presente e da entrada passada, respectivamente. O parâmetro τ_1 é definida como constante de tempo da LT protegida, expressa em número de amostras, ou seja,

$$\tau_1 = \frac{L_1/R_1}{\Delta t} , \qquad (3.65)$$

em que L_1 e R_1 são a indutância e a resistência de sequência positiva da LT, respectivamente.

Segundo Benmouyal (1995), o ganho K deve ser calculado de modo que na frequência nominal do SEP o filtro tenha ganho unitário. A partir da Equação (3.64), o filtro pode ser enunciado por:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = K[(1+\tau_1) - \tau_1 z^{-1}] .$$
(3.66)

Substituindo (3.58) na Equação (3.66), tem-se a seguinte representação em termos de módulo:

$$\left|\frac{Y(e^{j\omega\Delta t})}{X(e^{j\omega\Delta t})}\right| = \left|K[(1+\tau_1) - \tau_1 e^{-j120\pi\Delta t}]\right| .$$
(3.67)

Ou de outra forma,

$$\left|\frac{Y(e^{j\omega\Delta t})}{X(e^{j\omega\Delta t})}\right| = K\sqrt{\left[(1+\tau_1) - \cos\left(120\pi\Delta t\right)\right]^2 + \left[\tau_1 \sin\left(120\pi\Delta t\right)\right]^2} .$$
 (3.68)

Fazendo-se o módulo unitário, o ganho K do filtro de mímico de Benmouyal (1995) vale:

$$K = \frac{1}{\sqrt{\left[(1+\tau_1) - \cos\left(120\pi\Delta t\right)\right]^2 + \left[\tau_1 \sin\left(120\pi\Delta t\right)\right]^2}}$$
(3.69)

A partir da Figura 3.18, nota-se que a resposta em frequência do filtro mímico corresponde ao de um filtro passa-alta do tipo elíptico, e está apto a eliminar as componentes de baixa frequência. Por outro lado, percebe-se que o mesmo amplifica algumas componentes de frequência maiores que a fundamental. Apesar de tal evidência, conforme sugerido por Silva (2009), é pertinente analisar a influência do mímico no que tange às componentes de frequência presentes na saída dos algoritmos de estimação de fasores, pois, o processo de obtenção das componentes fundamentais dos sinais de entrada de um IED pode ser entendido como um conjunto de filtros em cascata.



Figura 3.18 – Resposta em frequência do filtro mímico digital. (a) Ganho. (b) Fase.

Na Figura 3.19 apresenta-se a resposta em frequência de um filtro *anti-aliasing* do tipo Butterworth de terceira ordem com frequência de corte de 180 Hz. O resultado da



Figura 3.19 – Resposta em frequência do filtro *anti-aliasing* com frequência de corte em 180 Hz. (a) Ganho. (b) Fase.

convolução entre o filtro *anti-aliasing* e o mímico digital de Benmouyal (1995) é mostrado na Figura 3.20. Apesar da componente unidirecional ser praticamente eliminada, percebese que as componentes de frequência compreendidas entre 30 e 400 Hz são pouco atenuadas pela cascata desses dois filtros. Os filtros mímicos têm sido extensivamente utilizados na literatura para eliminar a componente unidirecional das correntes de curto-circuito.



Figura 3.20 – Resposta em frequência do filtro *anti-aliasing* convoluído com o filtro mímico. (a) Ganho. (b) Fase.

Uma vez que nesta Tese investiga-se a influência dos distúrbios da tensão secundária dos TPC na proteção de distância, optou-se por introduzir o mímico digital apenas no canal de corrente. Tal ação possibilita investigar o comportamento da unidade de distância apenas sob a ótica dos transitórios dos TPC, haja visto que o sinal de corrente obtido na saída do mímico pode ser considerado ideal, isto é, livre da componente DC de decaimento exponencial (BENMOUYAL, 1995). Por outro lado, como a defasagem mostrada na Figura 3.18(b) não ocorre com os sinais de tensão, o deslocamento de fase da corrente provoca um erro no valor da impedância estimada. Para suprimir tal evento, deve-se compensar o fasor tensão ou corrigir o fasor corrente durante o cômputo da impedância.

Capítulo 4

Modelagem e Simulação de Relés Numéricos de Distância

Os relés de proteção podem ser agrupados basicamente em quatro tipos segundo o processo construtivo: eletromecânicos, estáticos, digitais e numéricos. Os relés eletromecânicos possuem concepção antiga sendo suas primeiras unidades o de sobrecorrente em 1901, o diferencial em 1908, o direcional em 1910 e o de distância em 1930. Os relés eletromecânicos evoluíram ao longo dos anos permitindo esquemas confiáveis de proteção, mas sempre mantendo o mesmo princípio de operação: atração e repulsão de elementos móveis a partir forças produzidas pela interação eletromagnética entre correntes e fluxos. Nesse sentido, a principal desvantagem desses relés é a inércia de seus elementos móveis, tornando-os relativamente lentos quando comparados com os relés atuais de tecnologia numérica. Apesar dos relés eletromecânicos continuarem em operação, sobretudo na proteção de sistemas elétricos de distribuição, os mesmos estão sendo substituídos quando ocorre o *retrofit* da proteção ou a automatização de subestação.

Com a descoberta dos transistores ao final da década de 40, os primeiros relés transistorizados (relés estáticos ou eletrônicos) foram concebidos antes da década 60. Apesar de serem mais compactos, possibilitarem a criação de características mais eficientes como a elíptica e a quadrilateral e ainda permitirem uma atuação mais rápida que os eletromecânicos (podem apresentar tempos de detecção menores que meio ciclo da frequência fundamental), uma vez que não possuem partes móveis para sintetizar características de operação, aqueles relés não encontraram aceitação imediata no mercado devido falta de confiança em componentes eletrônicos (WARRINGTON, 1969). Diferentemente das versões iniciais onde se usavam dispositivos discretos como transistores e diodos junto com resistores, capacitores, indutores, os avanços na eletrônica possibilitaram novas versões de relés estáticos a partir do uso de circuitos integrados e digitais para o processamento de sinais e implementação de funções de lógica (ALSTOM, 2011). Conforme Silva (2005), os relés estáticos também vem sendo substituídos durante o *retrofit* das proteções obsoletas e que não atendem mais os requisitos atuais de confiabilidade.

Com o avanço da tecnologia, as funções de proteção dos relés estáticos passaram a ser implementadas por meio de microprocessadores e microcontroladores, dando início ao advento dos relés digitais. Os primeiros exemplos foram colocados em serviço na década de 80 e ainda podem ser considerados como a tecnologia corrente para muitas aplicações. Os relés digitais introduziram a conversão analógica digital (A/D) das tensões, correntes e demais variáveis analógicas, ao passo que o microprocessador utiliza DFT para implementação dos algoritmos de estimação de fasores (ALSTOM, 2011). Os microprocessadores utilizados nos relés digitais possuem capacidade de processamento e armazenamento limitados, ficando restritos basicamente à execução dos algoritmos de proteção. Logo, quando comparados aos relés eletromecânicos e estáticos, sua maior vantagem está associada a uma variedade de ajustes e maior precisão dos resultados.

Os relés numéricos foram concebidos do processo evolutivo dos relés digitais e são considerados a tecnologia corrente da proteção. Estes dispositivos geralmente usam um DSP como *hardware* computacional e ferramentas de *software* que abrem caminho para a criação de soluções antes inimagináveis. As entradas de sinais analógicos são convertidas em uma representação digital e processadas de acordo com um algoritmo matemático apropriado. O desempenho computacional é garantido pelo uso de múltiplos processadores, permitindo que um grande número de funções, que anteriormente eram implementadas em equipamentos de *hardware* diferentes, possam ser executadas por um único equipamento. Por ter caráter multifuncional, esse tipo de relé tem sido denominado IED e apresenta-se como um dispositivo essencial no processo de otimização da proteção e da modernização de subestações. Relativamente aos relés eletromecânicos, estáticos e digitais, podem ser citadas as seguintes vantagens (ZIEGLER, 2008; SILVA, 2009; ALSTOM, 2011):

- Permitem que diferentes funções de proteção, tais como: sobrecorrente, sobretensão, subtensão, oscilação de potência, diferencial, distância e funções de proteção auxiliares como continuidade da fiação e sequência negativa possam ser integradas em um único dispositivo de *hardware*, uma vez que são implementadas via *software*;
- Podem ser programados para realizar diversas funções em uma subestação, tais

como: medição, monitoramento e controle;

- Concebidos com rotinas de auto-monitoramento, que permitem o próprio dispositivo averiguar a integridade de seus componentes, tanto em nível de *software* quanto de *hardware*;
- Registram e armazenam dados de Falta/Evento/Distúrbio de curta e longa duração;
- Apresentam rotinas de detecção, classificação e localização de faltas;
- Passíveis de serem ajustados de forma remota através da rede de computadores.

No sentido de averiguar o comportamento dinâmico da função de distância frente aos transitórios da tensão secundária de TPC, tema ao qual se refere esta Tese, faz-se necessário introduzir os conceitos fundamentais da modelagem e simulação de relés para se conceber um modelo computacional que permita verificar o desempenho da função de distância quanto a direcionalidade, sobrealcance, subalcance, efeito da resistência de falta e condições de operação da carga. Há décadas, a comunidade científica tem utilizado modelos computacionais de relés para investigar o desempenho do sistema de proteção, quando da presença de faltas ou de condições específicas de operação do SEP. Não obstante, o primeiro trabalho voltado para modelagem de relés via *software* foi introduzido por volta dos anos 80 (WILSON; NORDSTROM, 1993). De modo geral, os modelos computacionais dos relés podem ser utilizados tanto para análises de desempenho em regime permanente quanto transitório (MOONEY *et al.*, 1993). A sofisticação bem como os detalhes requeridos para representar um relé é determinado pelo propósito para o qual o mesmo será utilizado.

4.1 Arquitetura Básica dos Relés Numéricos

Na Figura 4.1 é exibida a arquitetura básica do *hardware* dos relés numéricos (JOHNS; SALMAN, 1995; ELMORE, 2003). Observa-se que, apesar da arquitetura ser subdividida em subsistemas com funções bem definidas, a presença de um número elevado de componentes mesmo para modelagem via *software* pode ser muito dispendiosa. Assim, na seção subsequente são investigadas as principais unidades com finalidade de obter um modelo simplificado que permita investigar o comportamento da proteção de distância frente aos sinais espúrios presentes na tensão secundária de TPC.



Figura 4.1 – Representação da estrutura básica de um relé digital.

4.1.1 Transformadores Auxiliares

Os transformadores auxiliares ou módulos de interface são o subsistema que adequam as tensões e correntes dos secundários dos transformadores para instrumentos instalados no sistema de potência, a níveis de tensão adequados aos microprocessadores, geralmente $\pm 10 V$ (COURY *et al.*, 2007). Esses transdutores também são responsáveis pelo isolamento elétrico dos circuitos e pela proteção do sistema de aquisição de dados contra surtos nos sinais de entrada (PEREZ, 2006).

4.1.2 Filtro Analógico Anti-aliasing

Os transitórios eletromagnéticos originados por faltas e operações de chaveamento possuem componentes de alta frequência superpostas a frequência fundamental. Logo, antes de processar os sinais oriundos dos TC e TPC que são equipamentos transdutores de corrente e tensão, respectivamente, é necessário realizar uma filtragem analógica para evitar a ocorrência da sobreposição de espectro (ou *aliasing*) no processo de digitalização desses sinais. Os filtros *anti-aliasing* são filtros do tipo passa-baixas e podem ser passivos, consistindo exclusivamente de resistores e capacitores ou ativos, utilizando amplificadores operacionais. Ambos podem ser utilizados nos relés digitais (PHADKE; THORP, 2009).

Pelo teorema da amostragem (LYONS, 2010), as componentes de frequência do sinal analógico que estão acima do dobro da frequência de amostragem devem ser atenuados a fim de evitar erros na discretização dos sinais. Assim, a frequência de corte dos filtros *antialiasing* corresponde, no mínimo, à metade da taxa amostral utilizada pelos conversores analógicos digitais dos relés computadorizados. O atraso de tempo da resposta, o tempo de subida, bem como o sobre-sinal (*overshoot*) para uma entrada tipo degrau são características dinâmicas importantes dos filtros *anti*aliasing, sobretudo quando utilizados nos relés de alta velocidade de decisão (JOHNS; SALMAN, 1995). De fato, a depender da taxa de amostragem, esses filtros introduzem um atraso 1, 5 a 2, 0 ms na estimação de fasores (PHADKE; THORP, 2009). Nesse sentido, Brahma *et al.* (2009) investigam uma metodologia baseada no processamento de sinais para a substituição desses filtros nos relés digitais. Embora cada fabricante decida qual tipo de filtro é o mais apropriado para seu relé, uma análise qualitativa pode ser feita sem perda de generalidade.

Um filtro ideal tem uma banda passante com ganho unitário e banda de rejeição com ganho nulo. A transição entre a banda passante e a banda de rejeição é abrupta. Todavia, os filtros reais apresentam uma transição entre a banda passante e a de rejeição. Existem diversos tipos de filtros analógicos como Chebyshev, Elíptico e Butterworth (SU, 2003). Contudo, segundo Coury *et al.* (2007) os filtros analógicos do tipo Butterworth são um dos mais empregados nos relés digitais, pois não apresentam oscilações na faixa de transição.

A Figura 4.2 é uma representação gráfica das especificações de projeto de um filtro passa-baixas tipo Butterworth. As frequências ω_p e ω_s dividem as frequências nas faixas de passagem, transição e corte. A frequência ω_c é denominada de frequência de corte e representa a frequência na qual o ganho do filtro é de -3 dB ou $\frac{1}{\sqrt{2}}$ PU. Os parâmetros δ_P e δ_S são as tolerâncias nas faixas de passagem e corte, respectivamente.



Figura 4.2 – Especificações de um filtro passa-baixas tipo Butterworth.

A proteção de distância baseada na medição da impedância usa informações contidas

no componente da frequência fundamental da tensão. Portanto, o processo de filtragem deve preservar este componente e rejeitar os demais. Para realizar a filtragem analógica da tensão secundária dos TPC foi adotado um filtro analógico passa-baixas do tipo Butterworth de terceira ordem com frequência de corte de 180 Hz. A função de transferência desse filtro pode ser obtida a partir do comando $[b, a] = butter(n, \omega_c, 's')$ no prompt do software MATLAB^{® 1}, sendo n é a ordem do filtro. Essa função retorna o numerador b e denominador a do filtro analógico H(s). A função de transferência do filtro H(s) de terceira ordem com uma frequência de corte de 180 Hz é dado na Equação (4.1).

$$H(s) = \frac{1,45 \cdot 10^9}{s^3 + 2,26 \cdot 10^3 s^2 + 2,56 \cdot 10^6 s + 1,45 \cdot 10^9} .$$
(4.1)

A resposta em frequência do ganho e da fase do filtro passa-baixas projetado é mostrada na Figura 4.3. No que concerne a resposta do ganho, observa-se que o filtro apresenta ganho unitário dentro da faixa de passagem. No que diz respeito a resposta de fase, o filtro proporciona um atraso em toda banda passante, inclusive na frequência fundamental do sistema. De modo geral, quanto maior a ordem do filtro maior será o atraso de fase da banda passante.



Figura 4.3 – Resposta em frequência do filtro *anti-aliasing*: (a) Ganho. (b) Fase.

Apesar do filtro *anti-aliasing* ter sido projetado no domínio *s*, os sinais de entrada do *software* que emula o IED são discretos, uma vez que são provenientes de simulações de transitórios ou de um banco de dados de RDP. Nesse sentido, o filtro deve estar habilitado a processar dados discretos. Enquanto no tempo contínuo o sinal de saída do

¹MATLAB é uma marca registrada da The Math Works, Inc.

filtro corresponde a solução de uma equação diferencial linear de coeficientes constantes, no tempo discreto as equações diferenciais podem ser transformadas em equações de diferença originando filtros digitais recursivos.

4.1.3 Circuito de Sample and Hold

De um modo geral, o processo de conversão de um sinal analógico para uma forma digital envolve uma sequência de quatro processos individuais, a saber: amostragem, retenção, quantização e codificação. Os processos de amostragem e retenção geralmente são realizados simultaneamente em um tipo de circuito denominado circuito de *Sample and Hold* (S/H) (TAUB; SCHILLING, 1982). Basicamente, esse circuito amostra e retém o sinal analógico por um tempo suficiente para evitar que durante a quantização e codificação, processos realizadas pelo conversor A/D, o sinal analógico sofra variação.

Seja $v_{sa}(t)$ a tensão de saída do filtro *anti-aliasing* e $v_d(t)$ a versão amostrada desse sinal por meio de uma sequência de impulsos. Matematicamente pode-se escrever (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006):

$$v_d(t) = v_{sa}(t)p(t)$$
, (4.2)

em que,

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s)$$
(4.3)

é um amostrador ideal formado por uma sequência de impulsos de período T_s e frequência de amostragem $\omega_s = 2\pi/T_s$.

Devido a propriedade de amostragem do impulso unitário, isto é,

$$v_{sa}(t)\delta(t-t_0) = v_{sa}(t_0)\delta(t-t_0) , \qquad (4.4)$$

o sinal amostrado pode ser representado pela seguinte soma de convolução:

$$v_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v_{sa}(nT_s)\delta(t - nT_s) . \qquad (4.5)$$

A representação no domínio da frequência de um sinal amostrado no tempo pode ser alcançado de várias formas (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006; OPPENHEIM *et al.*, 2010). Contudo, sabendo que a sequência de impulsos é um sinal periódico de período T_s , sua representação em série de Fourier na forma exponencial complexa vale:

$$p(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_s t} .$$
(4.6)

Logo, o sinal amostrado pode ser expresso por:

$$v_d(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_s t} v_{sa}(t)$$
 (4.7)

Fazendo uso da propriedade de deslocamento no domínio s (HAYKIN; VEEN, 2001), a transformada de Laplace de $v_d(t)$ assume a forma:

$$V_d(s) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_{sa} \left(s + jn\omega_s \right) , \qquad (4.8)$$

cuja resposta em frequência pode ser obtida substituindo $s = j\omega$,

$$V_d(j\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_{sa} \left(j(\omega + n\omega_s) \right) .$$
(4.9)

A partir da Figura 4.4, $V_d(j\omega)$ é uma função periódica em ω e consiste de uma sobreposição de réplicas deslocadas de $V_{sa}(j\omega)$. Note que na representação desta última, foi considerado que o sinal $v_{sa}(t)$ apresenta banda limitada em ω_m , isto é, $V_{sa}(j\omega) = 0$ para $\forall ||\omega|| > \omega_m$. Nesse sentido, a amostragem por uma sequência de impulsos pode ser considerada um sistema linear variante no tempo que escala o espectro do sinal analógico pelo fator $\frac{1}{T_s}$ e cria uma repetição periódica com período T_s .



Figura 4.4 – Efeito no domínio da frequência da amostragem no domínio do tempo por meio de um amostrador por trem de impulsos. (a) Espectro de amplitude do sinal original. (b) Espectro de amplitude do sinal amostrado com $\omega_s > 2\omega_m$.

Por meio da análise da Figura 4.4(b), observa-se que se a maior componente de frequência ω_m do sinal $v_{sa}(t)$ obedecer a desigualdade $\omega_m < (\omega_s - \omega_m)$, ou seja, $\omega_s > 2\omega_m$, então não existe sobreposição de espectro entre as réplicas deslocadas de $V_{sa}(j\omega)$, que é o resultado básico do teorema da amostragem. Portanto, se o teorema da amostragem for obedecido, o processo de amostragem do sinal analógico por meio do amostrador ideal não distorce a resposta em frequência do sistema analógico correspondente. Ao se admitir um amostrador ideal, verifica-se por meio da Equação (4.5) que o sinal $v_d(t)$ corresponde a uma sequência de impulsos de duração $\epsilon \to 0$ e amplitudes $v_{sa}(nT_s)$. Contudo, sob o aspecto prático, os valores do sinal amostrado devem ser mantidos constantes antes de serem digitalizados, pois o processo de conversão analógico-digital realizado pelo conversor A/D requer um tempo para o processamento do sinal analógico. Conforme Oppenheim *et al.* (2010), uma modelagem mais realista de um dispositivo amostrador é aquela formada pela cascata entre o amostrador ideal (sequência de impulsos) e um pulso retangular de duração T_s , denominado segurador de ordem zero ou ZOH (*Zero-Order-Hold*). O segurador de ordem zero tem a função de manter o valor do sinal amostrado constante e igual ao valor do impulso durante todo o período de amostragem.

Como a convolução entre uma sequência de impulsos e um pulso retangular consiste em uma sequência de impulsos retangulares, o sinal de saída de um amostrador pode ser melhor definido pela convolução:

$$v_{d1}(t) = v_d(t) * h_{ZOH}(t) = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} v_{sa}(nT_s)\delta(t - nT_s)\right) * h_{ZOH}(t) , \qquad (4.10)$$

sendo,

$$h_{ZOH}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \le t < T_s \\ 0, & \text{se } t > T_s \end{cases}.$$
(4.11)

Note que o índice n da soma de convolução foi alterado de $-\infty$ para 0, pois os TPC e os demais elementos a montante do amostrador são sistemas causais.

No domínio s, o sinal de saída do amostrador pode ser representado na forma:

$$V_{d1}(s) = V_d(s)H_{ZOH}(s)$$

$$= \left(\frac{1}{T_s}\sum_{n=0}^{+\infty} V_{sa}\left(s+jn\omega_s\right)\right)H_{ZOH}(s) , \qquad (4.12)$$

sendo:

$$H_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$$
(4.13)

a transformada de Laplace do degrau $h_{ZOH}(t)$ que inicia em t = 0 e termina em $t = T_s$.

Logo, sob o ponto de vista de resposta em frequência, pode-se escrever:

$$H_{ZOH}(s)|_{s=j\omega} = \frac{1 - e^{-j\omega T_s}}{j\omega}$$

$$= \frac{e^{-j\omega \frac{T_s}{2}}}{\omega} \left(\frac{e^{j\omega \frac{T_s}{2}} - e^{-j\omega \frac{T_s}{2}}}{j}\right)$$

$$= \frac{e^{-j\omega \frac{T_s}{2}}}{\omega} \left(2 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)\right)$$

$$= T_s e^{-j\omega \frac{T_s}{2}} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)}{\omega \frac{T_s}{2}}.$$
(4.14)

Substituindo (4.14) em (4.12) e fazendo $s = j\omega$, o espectro do sinal de saída do amostrador pode ser representado por:

$$V_{d1}(j\omega) = H'_{ZOH}(j\omega) \sum_{n=0}^{+\infty} V_{sa} \left(j(\omega + n\omega_s) \right) .$$
(4.15)

Em que,

$$H'_{ZOH}(j\omega) = e^{-j\omega\frac{T_s}{2}} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)}{\omega\frac{T_s}{2}}$$

$$= e^{-j\omega\frac{T_s}{2}}\operatorname{sinc}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) .$$
(4.16)

Ou, de outra forma,

$$H'_{ZOH}(j\omega) = e^{-j\pi f_n} \operatorname{sinc}\left(\pi f_n\right) , \qquad (4.17)$$

sendo $f_n = \frac{f}{f_s}$ a frequência normalizada.

Na Figura 4.5 é apresentada a resposta em frequência do sistema $H'_{ZOH}(j\omega)$. Observase que esse sistema é uma estrutura passa-baixas e, portanto, atenua as réplicas deslocadas introduzidas pelo modelo do amostrador ideal.



Figura 4.5 – (a)Resposta em frequência do ganho e da fase do segurador de ordem zero. (b) Detalhes da reposta frequência para baixos valores da frequência normalizada.

A título de exemplo, considere que o sinal $v_{sa}(t)$, cujo espectro de amplitude é mostrado na Figura 4.4(a), deva ser amostrado. Sabendo que esse sinal possui banda limitada em $f_m = \frac{1}{3}f_s$, apresenta-se na Figura 4.6 o espectro de frequência do sinal amostrado, $v_{d1}(t)$, por meio das duas técnicas analisadas, a saber: sequência de impulsos e pulsos retangulares. Na amostragem por pulsos retangulares, observa-se que o espectro do si-



Figura 4.6 – Efeito no domínio da frequência da amostragem no domínio do tempo por meio de um trem de impulsos e pulsos retangulares com $\omega_s > 2\omega_m$.

nal resultante da amostragem é composto pelo espectro intacto do sinal de entrada do amostrador, $V_{sa}(j\omega)$, mais alguns lóbulos indesejáveis. Note que estes lóbulos limitados em banda estão presentes mesmo que o teorema da amostragem seja satisfeito, isto é, $(f_s \ge 2f_m)$. Contudo, devido a atenuação dos lóbulos, acredita-se que o espectro frequência presente no sinal $v_{sa}(t)$ não irá sofrer distorções devido ao processo de amostragem.

Desprezando os lóbulos, a Equação (4.15) pode ser expressa por:

$$V_{d1}(j\omega) = H'_{ZOH}(j\omega)V_{sa}(j\omega) + \underbrace{\sum_{n=1}^{+\infty} V_{sa}\left(j(\omega + n\omega_s)\right)}_{V_{erro}(j\omega)} .$$
(4.18)

Sendo $V_{erro}(j\omega)$ o termo correspondente aos lóbulos presentes na resposta em frequência apresentada na Figura 4.6. Assim, desconsiderado o efeito dos lóbulos, observa-se a seguinte relação entre a tensão de saída do filtro *anti-aliasing*, $V_{sa}(j\omega)$, e a tensão de saída do amostrador com pulsos retangulares, $V_{d1}(j\omega)$,

$$\frac{V_{d1}(j\omega)}{V_{sa}(j\omega)} = H'_{ZOH}(j\omega) .$$
(4.19)

Com auxílio da Figura 4.5(b), observa-se que se a relação $f_n \leq 0, 1$ PU é satisfeita, a resposta em frequência do segurador de ordem zero, $H'_{ZOH}(j\omega)$, aproxima-se da resposta

de um sistema sem distorção. Logo, nessas condições, pode-se utilizar a aproximação:

$$V_{d1}(j\omega) \approx V_{sa}(j\omega) . \tag{4.20}$$

Portanto, o processo de amostragem por pulsos retangulares não proporciona mudanças significativas no espectro do sinal de entrada do amostrador e, por consequência, não altera a dinâmica daqueles sinais. Nesse sentido, a representação do S/H pôde ser desprezada para fins de modelagem do *hardware* de um IED. Contudo, vale salientar que, conforme Proakis & Manolakis (2006), os circuitos de S/H podem ser afetados por erros na periodicidade do processo de amostragem, variações não lineares na duração da abertura das chaves e mudanças da tensão retida durante a conversão.

Conversão da Taxa de Amostragem

Sob o ponto de vista de um IED como um relé digital, a sua taxa de amostragem é definida pelo tamanho da janela de dados utilizados nos algoritmos das funções de proteção. Contudo, na representação via *software* este dispositivo é alimentado por registros oscilográficos obtidos por meio RDP ou através de simulações de transitórios eletromagnéticos em programas do tipo EMTP. Devido a elevada frequência de amostragem dos registros oscilográficos, faz-se necessário alterar ou, mais precisamente, reduzir a taxa de amostragem dos sinais antes dos mesmos serem processados pelos algoritmos de proteção. A redução da taxa de amostragem sem a necessidade de converter a sequência de tempo discreto para o tempo contínuo e depois refazer a amostragem, é denominada decimação ou compressão no domínio do tempo (HAYKIN; VEEN, 2001). A decimação de um sinal discreto por um fator M_d é o mesmo que reduzir sua taxa de amostragem em M_d vezes ou, de outra forma, equivale a manter somente uma a cada M_d amostras do sinal original (DINIZ *et al.*, 2004).

Definindo $v_c(t)$ como um sinal analógico de tensão, v(n) a correspondente sequência que define o registro oscilográfico e $v_d(n)$ a sequência decimada, observam-se as seguintes relações no domínio do tempo discreto (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006):

$$v_d(n) = v(nM_d) = v_c(nM_d\Delta t_1)$$
 (4.21)

Nessa equação, Δt_1 corresponde ao passo de amostragem utilizado para obter o registro oscilográfico do sinal $v_c(t)$ e $M_d = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$ é o fator inteiro de decimação, sendo $\Delta t_2 \ge \Delta t_1$ o passo de amostragem requerido para definir a nova sequência do registro oscilográfico.

A partir da Equação (4.21), observa-se que $v_d(n)$ equivale a uma sequência obtida diretamente de $v_c(t)$ segundo o período de amostragem $\Delta t_2 = M_d \Delta t_1$. Nos casos em que Δt_2 não é um múltiplo de Δt_1 , isto é, M_d é um fator racional, as amostras podem ser obtidas através de uma combinação entre as técnicas de decimação e interpolação (LYONS, 2010).

No domínio da frequência, se o espectro de $v_c(t)$ é $V_c(j\omega)$ e o de v(n) é $V(e^{j\omega})$, o espectro do sinal decimado $V_d(e^{j\omega})$ pode ser expresso por (OPPENHEIM; SCHAFER, 1989):

$$V_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{M_d \Delta t_1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} V_c \left(j \left(\frac{\omega}{M_d \Delta t_1} - \frac{2\pi k}{M_d \Delta t_1} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{M_d} \sum_{k=0}^{M_d - 1} V(e^{j(\frac{\omega}{M_d} - \frac{2\pi k}{M_d})}) .$$
(4.22)

Isto é, a transformada discreta de Fourier $V_d(e^{j\omega})$ é composta de M_d cópias de $V(e^{j\omega})$, as quais possuem amplitude reduzida pelo fator $\frac{1}{M_d}$ e são repetidas a cada 2π rad para análises no domínio digital e a cada f_s Hz (frequência de amostragem) para análises no domínio analógico.

A título de exemplo, apresentam-se na Figura 4.7 as versões originais e decimadas de um registro oscilográfico gerado pela expressão:

$$v_c(n\Delta t_1) = 100\cos(2\pi 60n\Delta t_1) + 20\cos(2\pi 180n\Delta t_1) , \qquad (4.23)$$

o qual foi amostrado a uma taxa de $f_{s1} = 4000$ amostras por segundo ou, de forma equivalente, amostrado a cada $\Delta t_1 = 0,25$ ms. Realizando a decimação do registro pelo fator $M_d = 4$, obtém-se um novo registro com taxa de amostragem de $f_{s2} = \frac{f_{s1}}{M_d} = 1000$ amostras por segundo ou 16 amostras por ciclo da fundamental.

A análise no domínio da frequência do registro oscilográfico pode ser realizada com o auxílio da DFT. As Figuras 4.8(a) e 4.8(b) apresentam a amplitude do espectro das sequências $v(n) e v_d(n)$, respectivamente. Com base nessas figuras, nota-se que o espectro do registro decimado apresenta amplitude reduzida pelo fator $\frac{1}{M_d}$ ou $\frac{1}{4}$. Contudo, a amplitude do espectro do sinal decimado pode ser recuperado através de um novo fator de correção da amplitude da DFT.

Ainda com base nas Figuras 4.8(a) e 4.8(b), a primeira e terceira harmônicas presentes na sequência v(n) reaparecem como harmônicos de ordem 66 e 64, ao passo que na sequência decimada $v_d(n)$ aparecem como harmônicos de ordem 16 e 14, respectivamente. Assim, a fim de evitar a sobreposição dos espectros deve-se garantir que

$$\frac{f_{s1}}{M_d} \ge 2f_m \tag{4.24}$$



Figura 4.7 – Decimação no tempo por um fator $M_d = 4$. (a) Registro oscilográfico. (b) Registro decimado. (c) Sequência do registro oscilográfico. (d) Sequência do registro decimado.



Figura 4.8 – Efeito da decimação no tempo no espectro do sinal. (a) Espectro original do registro oscilográfico. (b)Espectro do registro oscilográfico decimado por um fator $M_d = 4$.

ou, no caso do presente exemplo, $M_d \leq 11$. Logo, desde que (4.24) seja obedecida, subamostrar por um fator M_d os sinais discretos oriundos do registro oscilográfico não altera a informação contida na sequência original.

4.1.4 Circuito Multiplexador

Esse circuito é o responsável pelo compartilhamento de um canal físico de comunicação entre os diferentes canais de informação analógica oriundos do circuito S/H com destino ao conversor A/D. O compartilhamento desse meio físico ocorre através de um gerenciamento apropriado do tempo, fazendo passar um sinal por vez. Basicamente, o multiplexador consiste de um conjunto de chaves analógicas com entradas individuais e saídas conectadas em comum (JOHNS; SALMAN, 1995). A representação do circuito de multiplexação geralmente não é levada em consideração quando da modelagem via *soft*- ware de IED (MCLAREN et al., 1994; SIDHU et al., 1998).

4.1.5 Conversor Analógico Digital

Os conversores Analógico Digital (A/D) são responsáveis pela quantização e codificação das amostras de um sinal analógico, isto é, transformam o sinal analógico em uma palavra digital de vários bits, tipicamente de 8 a 16 bits. Contudo, diferentemente dos sinais analógicos que podem assumir infinitos valores dentre de uma faixa contínua, a amplitude de um sinal digital só poderá assumir um número finito de valores. Para facilitar a compreensão, considere que as amplitudes das amostras de um sinal analógico v(t)estejam compreendidas entre $-V \in V$. Antes de transformar as amplitudes das amostras do sinal analógico em um sinal digital binário, a faixa de operação de v(t) é particionada em L subintervalos, definidos como níveis de quantização. Sendo b o número de bits que um conversor A/D opera, então esse dispositivo possui $L = 2^b$ níveis de quantização com b bits de resolução cada nível ou, de outra forma, o valor da amplitude de uma amostra de v(t) será representada por um dos L diferentes números com b bits de resolução. Assim, observa-se que a amplitude de cada amostra v(n) deve ser truncada ou arredondada para o nível de quantização mais próximo. Nesse sentido, as amostras v(n) quando quantizadas, estão separadas por um intervalo $\Delta=\frac{2V}{L}$ também denominado passo de quantização ou resolução do conversor (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006; LATHI, 2007; LYONS, 2010).

A título de ilustração, apresentam-se na Figura 4.9 as amostras retidas pelo circuito de S/H bem como as amostras quantizadas por meio de um conversor A/D com 4 bits de resolução. No presente exemplo, as amplitudes das amostras do sinal estão compreendidas



Figura 4.9 – Quantização das amostras retidas pelo circuito de sample and hold.

entre ±1 V, logo, para a resolução empregada, os níveis de quantização estão separados pelo passo $\Delta = 125$ mV. A partir da figura, observa-se que as amplitudes das amostras tanto podem ser truncadas quanto arredondas para o nível de quantização mais próximo. Assim, nota-se que o erro introduzido pela quantização não excede a metade do passo de quantização, isto é,

$$-\frac{\Delta}{2} < e_q(n) \le \frac{\Delta}{2} . \tag{4.25}$$

Portanto, o erro introduzido pela quantização de uma amostra n é da ordem de $\pm 62, 5$ mV que, em termos percentuais, corresponde a um erro máximo de 6,25% do valor pico do sinal analógico. O erro elevado deve-se ao baixo nível de resolução do conversor.

Em se tratando de um conversor de b bits, o erro máximo percentual em termos da amplitude de pico do sinal é (LATHI, 2007):

$$e_{q\%}(n) = \frac{100}{2^b} . \tag{4.26}$$

Logo, uma vez que os IED são passíveis de serem projetados com conversores de 16 bits, observa-se que o erro introduzido pela quantização das amostras pode ser desconsiderado, pois, no máximo, é da ordem 0,15% do valor pico sinal analógico. De acordo com Johns & Salman (1995), níveis de quantização compreendidos entre 5 μ V e 300 μ V são comuns em relés numéricos.

Codificação

Cada um dos L níveis de quantização é representado por uma palavra digital segundo a técnica de codificação/representação de números binários implementada no conversor A/D. Embora a codificação binária usada para representar os níveis de quantização seja importante para o projeto do conversor, bem como para a subsequente computação numérica a nível binário, ela não apresenta efeitos no desempenho dos conversores A/D, podendo, portanto, ser desconsiderada das análises dos conversores. De fato, conforme Proakis & Manolakis (2006), a única degradação a ser introduzida em um conversor A/D ideal é o erro de quantização que, por sua vez, pode ser reduzido pelo aumento do número de bits do conversor.

4.1.6 Microprocessador e Unidades de Memória

O microprocessador controla o funcionamento do IED e faz a filtragem digital dos sinais para extração da componente fundamental. As lógicas das funções de proteção são desenvolvidas via *software* e gravadas em memória ROM, enquanto a memória RAM é utilizada para armazenar quantidades e operações intermediárias necessárias à execução de algoritmos. Os ajustes do relé são armazenados na memória EPROM. Conforme Coury *et al.* (2007), os IED apresentam basicamente a mesma estrutura, pois é via *software* que as diversas funções de proteção são implementas. Sob a ótica da função 21, o *software* do IED é responsável pela detecção, classificação e localização da falta, pela verificação da zona de proteção e envio de sinal de abertura dos disjuntores para eliminação da falha.

O processo de detecção pode se dar de diversas maneiras. Provavelmente, a forma mais simples de se detectar uma falta é por meio da comparação entre uma amostra presente dos sinais de corrente e a correspondente a um ciclo anterior. Uma mudança significativa entre as amostras de corrente é uma evidência de falta. Contudo, as técnicas baseadas na comparação de amostras não conseguem diferenciar uma falta de distúrbios associados à qualidade da energia elétrica, tais como afundamentos de tensão e transitórios de chaveamento. Assim, tem-se justificado a extensa pesquisa para obtenção de informações que auxiliem o processo de distinção entre distúrbios associados à qualidade de sistema. Os métodos de processamento digital de sinais, tal como a Transformada *Wavelet* (HE *et al.*, 2010; COSTA *et al.*, 2010), bem como as técnicas de inteligência artificial (KEZUNOVIC *et al.*, 1995; VENKATESAN; BALAMURUGAN, 2001) vêm sendo empregadas como uma alternativa para otimizar o desempenho do módulo de detecção de faltas.

O módulo de classificação de faltas permite uma rápida identificação das fases sob falta. Existem vários algoritmos de classificação de faltas. Do ponto de vista do número de publicações, destacam-se aqueles que utilizam as RNA para o reconhecimento dos padrões das tensões e correntes associados a cada tipo de falta (DALSTEIN; KULICKE, 1995; MAHANTY; GUPTA, 2004) e a Transformada *Wavelet* pela capacidade de extrair informações dos sinais transitórios da corrente que ajudam a definir um conjunto de regras que estabelecem a classificação dos tipos de faltas (YOUSSEF, 2001; VALSAN; SWARUP, 2009; SARTORI; SEVEGNANI, 2010; COSTA *et al.*, 2010).

O módulo de localização de faltas é um dos sistemas que mais tem despertado o interesse dos pesquisadores, pois, a partir da otimização desse módulo é possível eliminar as faltas de forma rápida e segura por meio da aceleração do *trip* para os disjuntores associados. Uma rápida eliminação da falta preserva a integridade dos equipamentos

do SEP e evita o desencadeamento de outros problemas, tal como a retirada indevida de outras LT (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2010). Sob a ótica da eliminação do defeito, isto é, abertura dos disjuntores associados aos terminais da LT, o módulo de localização geralmente faz uso de algoritmos para estimar os fasores da componente fundamental dos sinais de tensão e corrente, cujos são utilizados como dados de entrada dos comparadores de fase ou de amplitude para decidir se a unidade deve ou não atuar. Outro ponto importante do módulo de localização de faltas é sobre o ponto de vista de inspeção do defeito da LT. Diferentemente da localização da zona de atuação, o aspecto inspeção não requer a localização do defeito em *tempo real*. Contudo, deve ser suficientemente preciso para que as equipes de manutenção possam localizar visualmente o defeito e prover um rápido restabelecimento do sistema. Como a inspeção é realizada de forma *off-line*, a localização exata do defeito pode ser obtida por meio de diversas técnicas tais quais as apresentadas em Babu *et al.* (2011).

4.2 Relé para Análise de Compensação de TPC

A modelagem via *software* de um IED pode ser muito dispendiosa, pois requer a representação das inúmeras funções de proteção, controle e serviços de comunicação (ZHU *et al.*, 2011). Nesse sentido, apenas a função de distância associada ao requisitos mínimos de *hardware* e de *software* serão levados em consideração. De acordo a exposição delineada acerca dos elementos de *hardware* de um IED, bem como dos princípios da proteção de distância abordados no Capítulo 3, a estrutura básica contemplando os elementos essenciais à representatividade da função de distância é apresentada na Figura 4.10.

Os registros oscilográficos de tensão e corrente obtidos via simulação digital ou por meio do banco de dados de RDPs são os dados de entrada das rotinas desenvolvidas na plataforma computacional MATLAB[®], as quais realizam a simulação dos componentes essenciais de um IED para estudos de dinâmica. Após cada registro oscilográfico ser processado pelo filtro *anti-aliasing* do tipo Butterworth de 3^a ordem com frequência de corte de 180 Hz, os dados das oscilografia são reamostrados de acordo com a taxa requerida pelo relé. Como pode ser observado, a fim de eliminar a componente DC do decaimento exponencial presente nos sinais de corrente, estes são processados por meio de filtro mímico, mais especificamente aquele proposto por Benmouyal (1995), cuja saída é utilizada como dados de entrada do bloco de estimação de fasores. Apesar da existência de diver-



Figura 4.10 – Modelo do relé numérico para análise do desempenho da função de distância frente aos distúrbios da tensão secundária de TPC.

sas técnicas para computação dos fasores, nesta Tese optou-se por utilizar os algoritmos tradicionalmente empregados na proteção de sistemas elétricos de potência: algoritmo de Fourier de um e de meio ciclo (JOHNS; SALMAN, 1995; PHADKE; THORP, 2009). Devido ao atraso de fase proporcionado pelo filtro mímico, os fasores corrente possuem sua fase corrigida antes de serem utilizados pelas unidades de medição das impedâncias.

Estimados e corrigidos, os fasores são utilizados para o cálculo da impedância de sequência positiva da LT faltosa que é traçada contra uma característica de operação (figura geométrica que indica a região de operação da proteção) do tipo quadrilateral. Cabe salientar que, embora relés de distância tenham sido fabricados baseados neste princípio, os mesmos geralmente apresentam baixo desempenho dinâmico por serem autopolarizados (ROBERTS *et al.*, 1993). De fato, a função de distância dos relés numéricos modernos geralmente é concebida a partir da polarização em quadratura e por memória de tensão de sequência positiva (ZIEGLER, 2008). De modo a investigar de forma generalizada o desempenho da proteção de distância diante dos transitórios da tensão secundária de TPC, foram implementados seis modelos de relés, cujas denominações e características incorporadas são mostradas na Tabela 4.1 e obedecem às seguintes especificações:

• Taxa de amostragem de 32 amostras por ciclo da fundamental;

- Ângulo característico do relé θ_R como sendo 90% do valor do ângulo da impedância de sequência positiva da LT;
- Alcances para unidades FT e FF de primeira zona como sendo 80%;
- Alcances para unidades FT e FF de segunda zona como sendo os 20% não protegidos pela primeira zona mais 50% da LT que parte do terminal receptor.

	Algoritmo de estimação de fasor		Tipo de polarização		
Relé	Fourier de um ciclo	Fourier de meio ciclo	Autopolarizada	Quadratura	Memória de tensão
R_{01}	\checkmark		\checkmark		
R_{02}	\checkmark			\checkmark	
R_{03}	\checkmark		—		\checkmark
R_{04}		\checkmark	\checkmark		
R_{05}		\checkmark		\checkmark	
R_{06}		\checkmark	—		\checkmark

Tabela 4.1 – Classificação e parâmetros dos relés de distância implementados.

De acordo com seção 3.5, a depender do esquema de teleproteção utilizado na proteção de LT, os relés podem operar indevidamente para falhas a jusante do terminal receptor e a montante do terminal emissor. Devido a existência de diversos esquemas de teleproteção, preferiu-se não adotar um esquema particular e sim, fazer uma análise qualitativa dos resultados obtidos a priori, diante dos principais esquemas de teleproteção.

Nota-se que, apesar do modelo de IED implementado permitir uma análise do comportamento dinâmico da proteção de distância durante o processo de detecção e eliminação de falhas em LT, tema associado esta Tese, não é possível ter uma visão do comportamento do SEP após a eliminação da falta. Para que isto seja possível, faz-se necessário incorporar o modelo do IED em uma rotina computacional que interaja em tempo de execução com o programa do tipo EMTP utilizado durante as simulações das redes elétricas. Em se tratando do ATP, a linguagem MODELS (DUBE, 1996) possui uma interface pré-definida que pode ser utilizada pelo usuário para conectar programas desenvolvidos em FORTRAN, C, e C++ e incorporadas em tempo de execução ao ATP.
Capítulo 5 Método Proposto

Conforme evidenciado no capítulo 2, empresas e pesquisadores vêm buscando o aprimoramento de técnicas que permitam corrigir a resposta transitória de TPC, sobretudo daqueles que alimentam os relés de atuação rápida. Apesar do esforço, as técnicas investigadas apresentam uma ou mais das seguintes limitações: domínio de estudo restrito ao tempo ou frequência, uso de um modelo específico de TPC, necessidade do conhecimento dos parâmetros do modelo e das condições operativas do sistema. Na prática, existem diferentes topologias de TPC e não se conhece ao certo os parâmetros do modelo. Logo, o desenvolvimento de uma técnica de compensação que seja independente do modelo de TPC, bem como das características operativas do SEP possui importância prática.

5.1 Fundamentação

O algoritmo proposto para correção da resposta transitória de TPC parte da definição de transmissão sem distorção (HAYKIN; VEEN, 2001). Sob o aspecto de medição, diz-se que um sinal x(t) é transmitido através de um sistema sem sofrer distorções se o sinal de saída y(t) puder ser expresso na forma:

$$y(t) = Kx(t - t_0)$$
, (5.1)

sendo K uma constante responsável por uma mudança na amplitude no sinal de entrada e t_0 é um retardo na transmissão do sinal. Aplicando a transformada de Fourier e usando a propriedade de deslocamento no tempo da transformada, obtém-se:

$$Y(j\omega) = KX(j\omega)e^{-j\omega t_0} .$$
(5.2)

Portanto, a resposta em frequência de um sistema sem distorções pode ser expressa por:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = Ke^{-j\omega t_0} = K\angle -\omega t_0 .$$
(5.3)

Isto é, possui módulo constante e fase linear para todas as frequências de interesse.

A Equação (5.1) evidencia que um sistema idealmente sem distorção não altera a dinâmica do sinal de entrada. Contudo, as características no domínio da frequência de um sistema sem distorção podem ser obtidas apenas de forma aproximada, isto é, dentro de uma faixa de frequência. Para estabelecer uma relação entre a largura de banda, definida neste contexto por B_{ω} , com um dos índices de desempenho da resposta transitória para uma entrada do tipo degrau, a saber: tempo de subida T_r , foram utilizados filtros passabaixa do tipo Butterworth e elíptico de quinta ordem. Estes filtros apresentam um ganho de resposta em frequência semelhante ao de um sistema sem distorção com largura de banda restrita, pois, a largura de banda é equivalente a sua frequência de corte.

Nas Figuras 5.1(a) e 5.1(b) apresentam-se a relação obtida entre B_{ω} e o tempo de subida da reposta transitória dos filtros. Observam-se que as curvas $B_{\omega} \times T_r$ apresentam-



Figura 5.1 – Relação entre a largura de banda e o tempo de subida para um filtro passabaixa de 5^a ordem do tipo elíptico e Butterworth. (a) Escala linear. (b) Escala logarítmica.

se linearizadas quando da aplicação da escala logarítmica. Portanto, a equação não linear que rege a relação entre a largura de banda e o tempo de subida pode ser expressa por:

$$T_r = \delta B^{\lambda}_{\omega} . \tag{5.4}$$

A partir da Figura 5.1(b), os parâmetros $\lambda \in \delta$ podem ser obtidos pelas expressões:

$$\lambda = \frac{log_{10}(T_r^{max}) - log_{10}(T_r^{min})}{log_{10}(B_w^{min}) - log_{10}(B_w^{max})} \quad [PU]$$
(5.5)

$$\delta = \frac{T_r}{B_{\omega}^{\lambda}}, \quad \forall \ B_{\omega}, T_r \quad [\text{ms} \cdot \text{Hz}^{-\lambda}] .$$
(5.6)

Para os filtros em exemplo, isto é, o Butterworth e o elíptico tem-se, respectivamente,

$$T_r = 800 B_{\omega}^{-1,00}$$

$$T_r = 1720 B_{\omega}^{-1,00} .$$
(5.7)

Uma vez que o tempo de subida e a banda passante do sistema apresentam uma relação inversa, a resposta do sistema a entradas arbitrárias pode tornar-se mais rápida através do aumento da largura de banda do sistema. Essa mesma constatação pode ser verificada com o auxílio da Figura 5.2, em que é apresentado o comportamento do polo dominante de cada filtro em função da largura de banda. Apesar da Figura 5.2(b) evidenciar uma certa instabilidade do polo dominante do filtro Butterworth, observa-se uma relação inversa.



Figura 5.2 – Relação entre a largura de banda e o polo dominante de um filtro passa-baixa de 5^a ordem. (a) Filtro elíptico. (b) Filtro Butterworth.

5.2 Concepção do Método

A partir da medição da resposta em frequência de TPC (CARVALHO JUNIOR, 2008), estes podem ser considerados sistemas¹ que apresentam distorções de amplitude e de fase. Essas distorções devem-se ao fato de que as componentes de frequência presentes na tensão do primário de um TPC serem transmitidas ao secundário com ganhos e atrasos diferentes. A fim de corrigir as componentes que estão dentro de uma largura de banda de interesse, pode-se projetar um compensador tal que as respostas de módulo e de fase do conjunto TPC – compensador se aproximem de $H(j\omega)$, dentro dos limites de banda prescritos.

De maneira análoga aos filtros elíptico e Butterworth, a relação entre a largura de banda e os índices de desempenho da resposta transitória pode ser estendida a sistemas mais complexos, tais como sistemas em cascata. Nesse sentido, a resposta transitória da tensão de saída pode ser definida a partir da especificação da largura de banda do sistema equivalente da cascata. Além de caracterizar o tempo de subida para uma entrada

¹O termo sistema é empregado neste contexto se referindo a um TPC tipo caixa-preta na qual se conhece sua resposta em frequência, mas não se determina o circuito que a provê, nem são conhecidas suas características internas.

arbitrária, a largura de banda define quais componentes de frequência serão transmitidas sem distorção. Contudo, a largura de banda não deve ser muito grande, pois requer compensadores com atrasos de fase excessivos e, ao mesmo tempo, facilita a introdução de sinais espúrios.

Sob a ótica de proteção de distância, apenas a componente fundamental é utilizada. Assim, essa componente deve ser transmitida sem sofrer distorções de ganho e de fase pelos transformadores para instrumentos e dispositivos de hardware presentes nos relés numéricos. Conforme evidenciado no Capítulo 4, os elementos de um relé numérico apresentam uma largura de banda superior à fundamental, portanto não alteram o comportamento dos sinais dentro dessa banda. Apesar dos TPC garantirem a transmissão sem distorção à custa da inserção de um reator de compensação, esses transdutores geralmente não apresentam uma largura de banda bem definida, o que compromete a resposta transitória. Nesse sentido, o método aqui proposto é baseado em um filtro digital simples que, no domínio da frequência, compensa a largura de banda dos TPC e, no domínio tempo, corrige os distúrbios de baixa frequência presentes na resposta transitória da tensão secundária. A síntese do compensador ou filtro corretor de tensão (FCT) é função apenas da resposta em frequência entre a tensão secundária e primária do TPC, mais especificamente, de uma largura de banda cujos limites superior e inferior são, respectivamente, a componente fundamental e a frequência de cruzamento de ganho unitário. Como resultado da definição precedente, é proposto o seguinte postulado:

Postulado 5.1 Sob a ótica da proteção de distância, a frequência de cruzamento de ganho unitário e a fundamental constituem a largura de banda ótima para transmissão sem distorção, pois a utilização de um limite superior menor provoca distorções no sinal da fundamental e um limite superior maior ou um limite inferior menor facilitam a introdução de ruídos aos sinais processados pela estimação fasorial. Em virtude de ganhos maiores que a unidade, um limite inferior maior permite a amplificação de sinais com frequências próximas à fundamental e, portanto, afeta o desempenho da estimação fasorial.

Devido à dificuldade de medição da resposta em frequência de TPC nas baixas frequências e com a finalidade de normatizar o limite inferior da largura de banda, utilizou-se 10 Hz como limite inferior da largura de banda para transmissão sem distorção. Assim, o FCT é baseado apenas nas informações da banda compreendida entre 10 e 60 Hz presentes na resposta em frequência dos TPC. De caráter inovador, o presente método permite obter compensadores que são independentes do modelo de TPC, dos parâmetros do modelo, bem como das condições operativas e topológicas da rede elétrica, pois apenas a resposta em frequência do TPC é utilizada. Por fazer uso de uma banda reduzida, o FCT é um sistema de baixa ordem e pequena complexidade computacional para processamento em *tempo real*. Nesse sentido, pode ser implementado em um dispositivo dedicado para correção da resposta de TPC, tal como um DSP, ou, por outro lado, conforme Figura 5.3, pode tornar-se uma função adicional dos IED. Em virtude da tendência natural do uso dos dispositivos inteligentes, no presente trabalho de Tese avalia-se a segunda metodologia.



Figura 5.3 – Incorporação do FCT ao modelo do relé numérico introduzido no Capítulo 4.

5.3 Síntese do Compensador

Por se tratar de um filtro a ser implementado via *software*, o FCT será modelado por uma função racional. Tomando-se os dados de resposta em frequência do sistema físico, é possível obter um modelo matemático baseado no ajuste de funções racionais no domínio s, para sistemas contínuos e no domínio z para sistemas discretos. Ainda que o modelo matemático não forneça a função de transferência do sistema físico em estudo, ele deve fornecer com precisão suas características dinâmicas. Na literatura, essa metodologia encontra aplicações na representação de linhas de transmissão com parâmetros dependentes da frequência (MARTÍ, 1982; FERNANDES; NEVES, 1999; TOMMASI et al., 2010), bem como na representação de transformadores (SOYSAL; SEMLYEN, 1993; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999; ABED; MOHAMMED, 2010) e equivalentes de redes (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999; ANNAKKAGE et al., 2012) em estudos de transitórios eletromagnéticos. A modelagem de um sistema físico por uma função racional com mesma resposta em frequência possui uso difundido em programas do tipo EMTP (*Electromagnetic Transients Program*). Nesse caso, o objeto em estudo é um modelo caixa preta (*black box model*), pois o modelo computacional é obtido apenas com base em grandezas medidas nos terminais do equipamento. Isto é, o modelo não leva em consideração a descrição física do objeto em estudo.

A identificação dos coeficientes das funções racionais é realizada a partir de um método de minimização da função objetivo dos quadrados mínimos. Nesta Tese, uma versão do método de Levenberg-Marquardt é implementado para realizar a síntese do FCT. Apesar de ser mais lento que o *vector fitting*, técnica bastante utilizada para síntese de funções racionais, o método de Levenberg-Marquardt apresenta, em geral, uma melhor precisão (KNOCKAERT *et al.*, 2009). No Apêndice B são delineados os conceitos fundamentais da síntese de funções racionais e exemplos numéricos que visam avaliar o desempenho do método de Levenberg-Marquardt em detrimento do *vector fitting*.

Por ser um método do tipo Newton, o método de Levenberg-Marquardt requer uma boa estimativa inicial para assegurar uma solução apropriada nos parâmetros a serem identificados. Assim, na seção subsequente será apresentada uma versão do algoritmo de Levy (1959) para obter as estimativas iniciais que serão utilizadas como parâmetros de entrada do método de Levenberg-Marquardt. De acordo com Payne (1970), as funções racionais ajustadas pelo algoritmo de Levy (1959) podem ser instáveis no domínio do tempo. Uma possível solução para esse impasse é obter o sistema sobreterminado dos quadrados mínimos linearizados e utilizar uma técnica de otimização com restrições para solução do sistema. Contudo, para assegurar que o polinômio de grau m seja estável no domínio do tempo, as restrições aplicadas aos coeficientes polinomiais devem obedecer algumas parametrizações regidas pelo teorema de Kharitonov (MINNICHELLI *et al.*, 1989; TAN; ATHERTON, 2000), o que dificulta a implementação.

Existem trabalhos devotados para estabilização de sistemas previamente identificados como instáveis. D'haene *et al.* (2006) apresentam um método iterativo baseado no critério dos quadrados mínimos em que os polos são estabilizados à custa da penalidade da faixa de frequência do ajuste, isto é, o sistema estabilizado apresenta bons resultados somente numa banda restrita que deve ser previamente informada. Introduzindo um atraso de transporte em um sistema instável previamente identificado, Balogh & Pintelon (2008) apresentam um algoritmo baseado nos quadrados mínimos para a obtenção de um sistema estável. Apesar de sempre ser possível obter um sistema estável (BALOGH; PINTELON, 2008), o mesmo pode apresentar um atraso de fase excessivo.

Nesta Tese, optou-se por solucionar o sistema sobreterminado dos quadrados mínimos linearizados sem restrições e introduzir no segundo estágio do ajuste, a ser realizado pela solução direta dos quadrados mínimos não lineares, condições de contorno para a obtenção de funções estáveis no domínio do tempo.

5.3.1 Computação das Estimativas Iniciais

Considere disponível um conjunto de *npt* pontos oriundos do levantamento experimental da resposta em frequência de um TPC. O ajuste de resposta em frequência aqui proposto tem por objetivo a identificação de uma função racional que possa representar adequadamente os dados experimentais. Portanto, o processo de determinação dos parâmetros desconhecidos pode ser formalizado como um problema de otimização, cujo objetivo é minimizar a função

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{v=1}^{npt} |(\alpha_v + j\beta_v) - H_a(\gamma_v, \mathbf{x})|^2$$
(5.8)

que quantifica a similaridade entre a resposta em frequência de referência $(\alpha_v + j\beta_v)$ e a resposta do modelo computacional do FCT

$$H_{a}(\gamma_{v}, \mathbf{x}) = \frac{a_{0} + a_{1}\gamma_{v} + \ldots + a_{n}\gamma_{v}^{n}}{1 + b_{1}\gamma_{v} + \ldots + b_{m}\gamma_{v}^{m}}.$$
(5.9)

Em (5.9), $\gamma_v = j\omega_v$ para identificação na frequência analógica e $\gamma_v = z^{-1} = e^{-j\Omega_v}$ para identificação na frequência discreta², em que $1 \le v \le npt$ e $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_a \quad \mathbf{x}_b]^T$ sendo:

$$\mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_n \end{bmatrix}^T \tag{5.10}$$

$$\mathbf{x}_b = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_m \end{bmatrix}^T . \tag{5.11}$$

²A frequência angular discreta Ω possui unidades de rad/amostra e está associada a frequência angular analógica por $\Omega_v = \frac{\omega_v}{F_s} = \omega_v \Delta t$. Sendo F_s e Δt a frequência de amostragem e o passo de discretização no domínio do tempo contínuo, respectivamente, (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006).

Considerando, a priori, que $H_a(\gamma_v, \mathbf{x})$ representa adequadamente os dados experimentais, o vetor de resíduos de (5.8) é aproximadamente nulo, isto é,

$$R(\mathbf{x}) = (\alpha_v + j\beta_v) - \frac{a_0 + a_1\gamma_v + \ldots + a_n\gamma_v^n}{1 + b_1\gamma_v + \ldots + b_m\gamma_v^m} \approx 0.$$
(5.12)

Logo,

$$\frac{a_0 + a_1 \gamma_v + \ldots + a_n \gamma_v^n}{1 + b_1 \gamma_v + \ldots + b_m \gamma_v^m} = (\alpha_v + j\beta_v) , \qquad (5.13)$$

para todo $1 \le v \le npt$.

Reescrevendo (5.13) para identificação na frequência analógica, $\gamma_v=j\omega_v,$ tem-se:

$$\frac{a_r(\omega_v) + ja_i(\omega_v)}{1 + b_r(\omega_v) + jb_i(\omega_v)} = \alpha_v + j\beta_v .$$
(5.14)

Em que,

$$a_{r}(\omega_{v}) = a_{0} - a_{2}\omega_{v}^{2} + a_{4}\omega_{v}^{4} - a_{6}\omega_{v}^{6} + \cdots$$

$$a_{i}(\omega_{v}) = a_{1}\omega_{v} - a_{3}\omega_{v}^{3} + a_{5}\omega_{v}^{5} - a_{7}\omega_{v}^{7} + \cdots$$

$$b_{r}(\omega_{v}) = -b_{2}\omega_{v}^{2} + b_{4}\omega_{v}^{4} - b_{6}\omega_{v}^{6} + b_{8}\omega_{v}^{8} - \cdots$$

$$b_{i}(\omega_{v}) = b_{1}\omega_{v} - b_{3}\omega_{v}^{3} + b_{5}\omega_{v}^{5} - b_{7}\omega_{v}^{7} + \cdots$$
(5.15)

A partir de (5.14), pode-se escrever:

$$a_r(\omega_v) + ja_i(\omega_v) = (\alpha_v + j\beta_v) \left[1 + b_r(\omega_v) + jb_i(\omega_v)\right] .$$
(5.16)

Igualando as partes reais e imaginárias de (5.16), obtém-se duas equações com coeficientes reais que podem ser expressas por:

$$a_r(\omega_v) - \alpha_v b_r(\omega_v) + \beta_v b_i(\omega_v) = \alpha_v$$

$$a_i(\omega_v) - \alpha_v b_i(\omega_v) - \beta_v b_r(\omega_v) = \beta_v .$$
(5.17)

Incorporando (5.15) em (5.17), tem-se o seguinte sistema linear sobreterminado:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$
(5.18)

cujos elementos da $v - \acute{esima}$ linha e $j - \acute{esima}$ coluna das submatrizes \mathbf{s}_{11} , \mathbf{s}_{12} , \mathbf{s}_{21} e \mathbf{s}_{22} podem ser expressos na forma:

$$\mathbf{s}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\omega_v^2 & 0 & \dots & sen\left(j\frac{\pi}{2}\right)\omega_v^{(j-1)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}_{12} = \begin{bmatrix} \beta_v\omega_v & \alpha_v\omega_v^2 & -\beta_v\omega_v^3 & -\alpha_v\omega_v^4 & \dots & sen\left(j\frac{\pi}{2}\right)\omega_v^j\beta_v - \cos\left(j\frac{\pi}{2}\right)\omega_v^j\alpha_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_v & 0 & -\omega_v^3 & \dots & -\cos\left(j\frac{\pi}{2}\right)\omega_v^{(j-1)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}_{22} = \begin{bmatrix} -\alpha_v\omega_v & \beta_v\omega_v^2 & \alpha_v\omega_v^3 & -\beta_v\omega_v^4 & \dots & -sen\left(j\frac{\pi}{2}\right)\omega_v^j\alpha_v - \cos\left(j\frac{\pi}{2}\right)\omega_v^j\beta_v \end{bmatrix},$$
(5.19)

ao passo que $\mathbf{A} \in \Re^{2v \times (n+m-1)}, \mathbf{x} \in \Re^{(n+m-1)}$ e $\mathbf{b} \in \Re^{2v}$.

A identificação na frequência discreta pode ser realizada substituindo $\gamma_v = e^{-j\Omega_v} = cos(\Omega_v) - jsen(\Omega_v)$ em (5.13), o que permite obter:

$$\frac{a_r(\Omega_v) - ja_i(\Omega_v)}{1 + b_r(\Omega_v) - jb_i(\Omega_v)} = \alpha_v + j\beta_v .$$
(5.20)

Sendo,

$$a_{r}(\Omega_{v}) = a_{0}cos(0) + a_{1}cos(\Omega_{v}) + \dots + a_{n}cos(n\Omega_{v})$$

$$a_{i}(\Omega_{v}) = a_{0}sen(0) + a_{1}sen(\Omega_{v}) + \dots + a_{n}sen(n\Omega_{v})$$

$$b_{r}(\Omega_{v}) = b_{1}cos(\Omega_{v}) + b_{2}cos(2\Omega_{v}) + \dots + b_{m}cos(m\Omega_{v})$$

$$b_{i}(\Omega_{v}) = b_{1}sen(\Omega_{v}) + b_{2}sen(2\Omega_{v}) + \dots + b_{m}sen(m\Omega_{v}) .$$
(5.21)

A partir de (5.20) pode-se escrever:

$$a_r(\Omega_v) - ja_i(\Omega_v) = (\alpha_v + j\beta_v) \left[1 + b_r(\Omega_v) - jb_i(\Omega_v)\right] .$$
(5.22)

Igualando-se as partes reais e imaginárias, obtém-se duas equações com coeficientes reais as quais podem ser expressas na forma:

$$a_r(\Omega_v) - \alpha_v b_r(\Omega_v) - \beta_v b_i(\Omega_v) = \alpha_v$$

$$-a_i(\Omega_v) + \alpha_v b_i(\Omega_v) - \beta_v b_r(\Omega_v) = \beta_v .$$
 (5.23)

Incorporando (5.21) em (5.23),

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{11} & \mathbf{z}_{12} \\ \mathbf{z}_{21} & \mathbf{z}_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} .$$
(5.24)

A Equação (5.24) corresponde a um sistema linear sobreterminado, cujos elementos da $v - \acute{esima}$ linha das submatrizes \mathbf{z}_{11} , \mathbf{z}_{12} , \mathbf{z}_{21} e \mathbf{z}_{22} são expressos pelas equações:

$$\mathbf{z}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\Omega) & \cos(2\Omega_v) & \dots & \cos(n\Omega_v) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_{12} = -\begin{bmatrix} \alpha_v \cos(\Omega_v) + \beta_v \sin(\Omega_v) & \dots & \alpha_v \cos(m\Omega_v) + \beta_v \sin(m\Omega_v) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_{21} = -\begin{bmatrix} 0 & \sin(\Omega_v) & \sin(2\Omega_v) & \dots & \sin(n\Omega_v) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_{22} = \begin{bmatrix} \beta_v \sin(\Omega_v) - \alpha_v \cos(\Omega_v) & \dots & \beta_v \sin(m\Omega_v) - \alpha_v \cos(m\Omega_v) \end{bmatrix}.$$
(5.25)

Sendo $\mathbf{A} \in \Re^{2v \times (n+m-1)}, \mathbf{x} \in \Re^{(n+m-1)} \in \mathbf{b} \in \Re^{2v}.$

Solução da Aproximação Linear dos Quadrados Mínimos não Lineares

As Equações (5.18) e (5.24) correspondem a uma aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares no domínio da frequência analógica e discreta, respectivamente. Por se tratarem de sistemas sobreterminados, não possuem uma solução exata que satisfaça todas as 2v equações simultaneamente. Nesse contexto, uma prática comum é obter a solução do sistema por meio dos quadrados mínimos, pois, de acordo com Chapra & Canale (2006), este método fornece o vetor de soluções que mais se aproxima de satisfazer todas as 2v equações de forma simultânea.

Se $\mathbf{A} \in \Re^{2v \times (n+m-1)}$ possui posto³ máximo ou completo, \mathbf{x} é único e corresponde a solução da equação normal dos quadrados mínimos lineares (BJöRCK, 1996):

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} . (5.26)$$

Embora simples, o método da equação normal enfrenta um grande problema: o mal condicionamento.

Definindo-se $\kappa(\mathbf{A})$ como o número de condição⁴ do sistema linear (5.18) ou (5.24), o sistema é computacionalmente solucionável se:

$$log_{10}\kappa(\mathbf{A}) \ll d$$
, (5.27)

sendo d o número de dígitos significativos usados nos cálculos (PINTELON; KOLLáR, 2005).

No caso da equação normal, pode-se mostrar que (GOLUB; LOAN, 1996):

$$\kappa(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \approx \kappa(\mathbf{A})^2$$
 (5.28)

Logo, a precisão da solução computada por meio da equação normal depende do quadrado do número de condição da matriz **A**. Nesse sentido, sob a ótica da estabilidade numérica, técnicas de decomposição que permitam obter a solução direta do sistema linear sobreterminado são preferíveis.

A decomposição ou fatoração de uma matriz consiste em representa-lá por um produto de matrizes. Se **A** apresenta posto completo, então existe uma única matriz $\mathbf{Q}_{2v\times(n+m-1)}$

³O posto de uma matriz corresponde ao número de linhas não nulas quando a matriz está escrita na forma reduzida escalonada por linhas (HOWARD; RORRES, 2001) ou, de modo equivalente, ao número de colunas ou linhas linearmente independentes, pois estes números são os mesmos (STRANG, 2011). O posto é máximo ou completo quando o posto de **A** assume o menor dos valores 2v e n + m - 1.

⁴Definido como a relação, em módulo, entre o maior e menor valor singular de **A**. Mede a sensibilidade da solução do sistema linear mediante a pequenas perturbações no sistema, isto é, o erro relativo no vetor de soluções **x** pode ser κ (**A**) vezes o erro relativo introduzido no sistema (TREFETHEN; BAU III, 1997).

ortogonal⁵ e uma única matriz $\mathbf{R}_{(n+m-1)\times(n+m-1)}$ triangular superior, tal que $\mathbf{A} = \mathbf{QR}$ (DEMMEL, 1997; TREFETHEN; BAU III, 1997; STRANG, 2011). Substituindo \mathbf{A} pela sua decomposição QR, (5.26) assume a forma equivalente:

$$\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{Q}^T \mathbf{b} , \qquad (5.29)$$

cuja solução pode ser obtida por retrosubstituição, pois \mathbf{R} é triangular superior. Conforme Fernandes (1997), esse sistema possui um melhor condicionamento que a equação normal, pois, apresenta o mesmo número de condição do sistema sobreterminado.

Nos casos em que a matriz **A** possui posto incompleto, o uso da fatoração QR permite obter apenas uma solução básica dentre as infinitas soluções⁶ (GOLUB; LOAN, 1996; MO-LER, 2004). Contudo, isso não é um problema agravante, pois a solução dos quadrados mínimos lineares é apenas a estimativa inicial do método de ajuste não linear.

Pré-Condicionamento da Aproximação Linear

A partir da lei de formação da matriz dos coeficientes da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares na frequência analógica, Equação (5.19), observa-se que as colunas da matriz **A** possuem diferentes potências de ω_v , o que torna o sistema mal condicionado. Nesse sentido, independentemente do método a ser utilizado para solucionar o sistema linear, método direto ou iterativo, é recomendável utilizar técnicas de précondicionamento a fim de se obter um sistema equivalente melhor condicionado. No que tange aos métodos iterativos, diversas estratégias de pré-condicionamento têm sido avaliadas com a finalidade melhorar o condicionamento e, consequentemente, acelerar o processo de convergência da solução (DECKER *et al.*, 1996; BENZI, 2002; SAAD, 2003; POMA, 2010; PAZ, 2012). Nos métodos de solução direta, o pré-condicionamento é mais simples e consiste basicamente em equilibrar (escalonar) as linhas ou colunas antes inicializar a fatoração do sistema.

As colunas da matriz dos coeficientes podem ser equilibradas a partir da inserção de uma matriz diagonal $\mathbf{D}_C \in \Re^{(n+m-1)\times(n+m-1)}$, tal que o sistema equivalente

$$\mathbf{A}\mathbf{D}_C\mathbf{D}_C^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{b}$$
(5.30)

⁵Uma matriz Q é dita ortogonal se $Q^T Q = I$ (STRANG, 2011).

⁶Entre as infinitas soluções, a que proporciona menor norma euclidiana para o resíduo de $F(\mathbf{x})$ é aquela computada por (GOLUB; LOAN, 1996; DENNIS; SCHNABEL, 1996): $\mathbf{x} = \mathbf{A}^+ \mathbf{b}$. Sendo, $\mathbf{A}^+ \in \Re^{(n+m-1)\times 2v}$ a pseudo-inversa de \mathbf{A} .

seja melhor condicionado.

A solução do sistema transformado para o espaço original, isto é, sem escalonamento das colunas, pode ser obtida por meio da equação:

$$\mathbf{D}_C^{-1}\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} \ . \tag{5.31}$$

Sob a ótica dos quadrados mínimos, a solução do sistema sobredeterminado escalonado por coluna é invariante para qualquer matriz \mathbf{D}_C não singular. Na literatura, existem diferentes formas de obter a matriz \mathbf{D}_C por meio de métodos recursivos (GAJULAPALLI; LASDON, 2006; BRADLEY, 2010; RUIZ; UÇAR, 2011).

Uma prática comum para melhorar o condicionamento durante a identificação de sistemas no domínio da frequência é a normalização da faixa de frequência envolvida no ajuste (SCHRAMA, 1992; PINTELON; KOLLáR, 2005; PINTELON; SCHOUKENS, 2012). Embora seja utilizada na literatura de forma heurística, no presente trabalho de Tese tem-se verificado que a normalização da frequência pode ser interpretada como um escalonamento das colunas de **A** por meio da matriz

$$\mathbf{D}_C = diag \left(1 \quad \frac{1}{\omega_b} \quad \cdots \quad \frac{1}{\omega_b^{(n-1)}} \quad \frac{1}{\omega_b} \quad \frac{1}{\omega_b^2} \quad \cdots \quad \frac{1}{\omega_b^m} \right) \quad . \tag{5.32}$$

Em que, $\omega_b = \frac{\omega_{v,max} + \omega_{v,min}}{2}$ (SCHRAMA, 1992) ou $\omega_b = median\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_v\}$ (PINTELON; KOLLÁR, 2005).

Apesar da normalização da frequência analógica melhorar o condicionamento, ela pode ser insuficiente para viabilizar o uso da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares. A título de exemplo, apresenta-se na Figura 5.4 o comportamento do número de condição da matriz **A** durante a síntese de um sistema $G_{inv}(j\omega)$, cujas frequências estão compreendidas entre 10Hz e 1kHz. Através da Figura 5.4(a), observa-se que, mesmo para funções racionais de segunda ordem, é praticamente impossível utilizar a aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares sem fazer uso de recurso para melhorar o condicionamento. Por meio da Figura 5.4(b), se forem considerados quinze algarismos significativos na solução dos sistemas lineares, a normalização da frequência analógica pode viabilizar o ajuste funções racionais de até ordem dez, pois, $log_{10} (\kappa(\mathbf{A})) < d$.

Apesar da frequência discreta ser normalizada, isto é, $-\pi \leq \Omega \leq \pi$ (PROAKIS; MA-NOLAKIS, 2006), o sistema sobreterminado expresso pela Equação (5.24) também pode apresentar problemas de mal condicionamento. Nesse sentido, como uma alternativa aos



Figura 5.4 – Comportamento do número de condição da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares. (a) Sistema original. (b) Sistema com frequência normalizada.

métodos recursivos e visando melhorar o condicionamento dos sistemas sobreterminados tanto no domínio analógico quanto no discreto, propõem-se a matriz de escalonamento:

$$\mathbf{D}_{C} = diag \left(\frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{2v} |a_{i1}|^{p}\right)^{\frac{1}{p}}} \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{2v} |a_{i2}|^{p}\right)^{\frac{1}{p}}} \cdots \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{2v} |a_{i(n+m-1)}|^{p}\right)^{\frac{1}{p}}} \right) .$$
(5.33)

Sendo $\left(\sum_{i=1}^{2v} |a_{ij}|^p\right)^{\frac{1}{p}}$ com $j = 1, \ldots, n + m - 1$ e $1 \leq p < \infty$, a norma-p da j-ésima coluna de **A** (DEMMEL, 1997). Considerando as normas mais comuns, a saber: 1, 2 e ∞ , apresenta-se na Figura 5.5 o comportamento do número de condição da matriz **A** durante a síntese de $G_{inv}(j\omega)$. Comparando-se os resultados obtidos com aqueles apresentados através da Figura 5.4(b), observa-se a obtenção de um sistema melhor condicionado, indiferentemente da norma-p utilizada.

De modo análogo ao escalonamento das colunas, as linhas também podem ser equilibradas por meio da inserção de uma matriz \mathbf{D}_L na Equação (5.30), obtendo-se:

$$\underbrace{\mathbf{D}_{L}\mathbf{A}\mathbf{D}_{C}}_{\tilde{\mathbf{A}}}\mathbf{D}_{C}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{D}_{L}\mathbf{b} \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{b}} .$$
(5.34)

Embora as equações sejam matematicamente equivalentes, pode ser verificado que, sob a ótica dos quadrados mínimos, a solução do sistema sobredeterminado escalonado por linha depende da escolha da matriz \mathbf{D}_L . De fato, conforme evidenciado por Strang (2011), ao multiplicar pela esquerda ambos os lados da igualdade de um sistema sobreterminado por uma matriz não nula, gera-se um problema de quadrados mínimos ponderados. Nesse sentido, \mathbf{D}_L corresponde a uma matriz de pesos ou ponderação.



Figura 5.5 – Número de condição da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares com frequência e colunas normalizadas. (a) p = 1. (b) p = 2. (c) $p = \infty$.

Espaço de Busca do Compensador

Um dos problemas associados a identificação de sistemas é a determinação da ordem do modelo. Na Figura 5.6 é apresentado o comportamento típico da função objetivo $F(\mathbf{x})$ (Equação (5.8)), em função do grau do numerador e do denominador da função racional que rege o modelo matemático do FCT.



Figura 5.6 – Função multiobjetivo em função do grau do numerador e denominador. (a) Identificação no domínio s. (b) Identificação no domínio z.

Nota-se que, se a ordem do FCT for baseada no menor valor assumido por $F(\mathbf{x})$, o FCT é

de ordem elevada, pois a função objetivo decresce com o aumento do grau dos polinômios. Com finalidade de aprimorar este processo seletivo, geralmente se recorre ao método do AIC (*Akaike Information Criterion*) ou do MDL (*Minimum Description Length*) (PINTE-LON; SCHOUKENS, 2012). Contudo, nesta Tese, preferiu-se construir um espaço de busca definido por funções racionais cujo maior grau admissível para os polinômios do numerador e do denominador é da ordem da função de transferência de TPC (FERNANDES JÚNIOR, 2003; PAJUELO *et al.*, 2008). Por se tratar de um espaço de busca relativamente pequeno, o método da busca exaustiva (HEIJDEN *et al.*, 2004) foi utilizado para selecionar os modelos factíveis do espaço de busca, isto é, aqueles cuja função objetivo obedece à desigualdade $F(\mathbf{x}) \leq tol$.

O conjunto de modelos factíveis pode conter as seguintes classes de funções racionais:

- Impróprias m < n;
- Próprias $m \ge n$;
 - Estritamente própria m > n;
 - Biprópria m = n.

De modo geral, a classe da função racional a ser utilizada para modelar um sistema físico deve ser função do comportamento do ganho desse sistema em $\omega \to \infty$. Denominando $|G(j\omega)|$ o ganho da função racional em $\omega \to \infty$, verificam-se que:

- Nas funções impróprias $|G(j\omega)| = \infty$;
- Nas funções estritamente próprias $|G(j\omega)| = 0;$
- Nas funções bipróprias $|G(j\omega)| = constante \neq 0$.

Nesta Tese, por não haver interesse em altas frequências, quaisquer das funções racionais poderiam ser utilizadas para definir o modelo matemático do FCT. Contudo, preferiu-se utilizar as funções racionais próprias, haja vista que funções racionais impróprias resultam em diferenciadores no domínio do tempo os quais, consequentemente, fariam o sinal de saída do FCT apresentar impulsos quando da presença de transitórios no sinal de entrada.

Os modelos obtidos a partir da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares são factíveis sob a ótica da ordem e do erro da função objetivo. Contudo, devem passar por uma triagem, pois seu processo de síntese está sujeito aos erros numéricos do mal condicionamento da aproximação linear e não apresenta garantia dos modelos serem estáveis para estudos no domínio do tempo. Assim, o refinamento dos modelos e o provimento da estabilidade para estudos no domínio do tempo são realizadas em um segundo estágio, a ser realizado por um método de ajuste não linear.

Na Figura 5.7, é apresentado o fluxograma que descreve o algoritmo utilizado para a criação de um conjunto de compensadores factíveis.



Figura 5.7 – Algoritmo utilizado para criação de um conjunto de filtros factíveis.

5.3.2 Método de Ajuste não Linear

Uma prática comum na área de identificação de sistemas é expressar o modelo matemático de um sistema físico por meio de uma função racional do tipo

$$H_a(\gamma, \mathbf{x}) = \frac{a_0 + a_1 \gamma + \ldots + a_{n-1} \gamma^{n-1} + a_n \gamma^n}{1 + b_1 \gamma + \ldots + b_{m-1} \gamma^{m-1} + b_m \gamma^m} , \qquad (5.35)$$

em que $\gamma = s$ para identificação na frequência analógica e $\gamma = z^{-1}$ para identificação na frequência discreta. Uma das vantagens de (5.35) é que as estimativas iniciais dos quadrados mínimos não lineares podem ser obtidas diretamente por meio da solução da aproximação linear do problema. Contudo, à medida que a ordem dos polinômios aumenta, a ordem de grandeza dos parâmetros torna-se muito discrepante. Além de proporcionar erros numéricos, a discrepância dos parâmetros pode degradar o desempenho dos algoritmos de otimização (DENNIS; SCHNABEL, 1996; ROMA, 2005; GAJULAPALLI; LASDON, 2006). Outra alternativa para escrever $H_a(\gamma, \mathbf{x})$ é a representação em frações parciais, tal como realizado em Gustavsen & Semlyen (1999). Contudo, segundo Pintelon & Schoukens (2012), essa representação pode se mostrar mal condicionada se existirem polos com multiplicidade maior que um. Além do mais, observa-se que a ordem do numerador não pode ser escolhida independentemente da ordem do denominador.

Almejando um melhor condicionamento dos sistemas lineares presentes no segundo estágio do ajuste e com a finalidade de facilitar a aplicação das condições de contorno que garantam sistemas estáveis no tempo, o modelo do FCT foi escrito na forma:

$$H_{a}(\gamma, \mathbf{x}) = \frac{a_{n}(\gamma^{n} + \frac{a_{n-1}}{a_{n}}\gamma^{n-1} + \dots + \frac{a_{1}}{a_{n}}\gamma + \frac{a_{0}}{a_{n}})}{b_{m}(\gamma^{m} + \frac{b_{m-1}}{b_{m}}\gamma^{m-1} + \dots + \frac{b_{1}}{b_{m}}\gamma + \frac{1}{b_{m}})}$$

$$= \frac{a_{n}(\gamma - z_{n})(\gamma - z_{n-1})\cdots(\gamma - z_{1})(\gamma - z_{0})}{b_{m}(\gamma - p_{m})(\gamma - p_{m-1})\cdots(\gamma - p_{1})(\gamma - p_{0})}$$

$$= p_{0}\frac{\prod_{k=1}^{n}(\gamma^{2} + a_{1k}\gamma + a_{0k})}{\prod_{k=1}^{m}(\gamma^{2} + b_{1k}\gamma + b_{0k})},$$
(5.36)

sendo $p_0 = \frac{a_n}{b_m}$.

Por serem polinômios de segunda ordem, as condições de contorno que garantem sistemas estáveis no domínio do tempo podem ser implementadas de forma fácil e prática. Outra vantagem desse modelo é a modularidade da implementação, pois as expressões das derivadas do módulo e da fase são facilmente obtidas e podem ser avaliadas de forma eficiente para qualquer grau dos polinômios. Não menos importante, cada seção na forma de pares de polinômios racionais pode ser interpretada como um subfiltro, cujos coeficientes podem ser pré-selecionados por meio de um processo de pareamento dos polos e zeros de (5.36). Tal pareamento pode minimizar o erro durante a avaliação numérica das derivadas e, portanto, na formação da matriz Hessiana.

Função Objetivo

Apesar dos TPC serem sistemas de fase mínima, a resposta em frequência do FCT é de fase não mínima, pois o ângulo de fase destes filtros em $\omega \to \infty$ é diferente de $-90^{\circ}(m-n)$. Nos sistemas de fase não mínima, a identificação do modelo matemático não pode ser obtida de forma unívoca apenas a partir da curva de módulo. Logo, tanto o módulo quanto a fase devem ser levadas em consideração durante a identificação dos coeficientes de $H_a(\gamma, \mathbf{x})$, evidenciando, portanto, um problema de otimização multiobjetivo.

O problema de otimização multiobjetivo parte da necessidade de encontrar um vetor paramétrico $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_a \ \mathbf{x}_b]^T$ que minimize as funções $||H_a(\gamma, \mathbf{x})|| \in \angle H_a(\gamma, \mathbf{x})$. Existem vários métodos para solução de problemas multiobjetivos, sendo o da soma ponderada um dos mais simples (MIETTINEN, 1999). Definindo-se $F_H(\mathbf{x}) \in F_F(\mathbf{x})$ como funções objetivo do módulo e da fase, respectivamente,

$$F_H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} \left(\|\alpha_v + j\beta_v\| - \|H_a(\gamma_v; \mathbf{x})\| \right)^2$$
(5.37)

$$F_F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} \left(\angle (\alpha_v + j\beta_v) - \angle H_a(\gamma_v; \mathbf{x}) \right)^2 , \qquad (5.38)$$

a função uniobjetivo do problema multiobjetivo pode ser definida por:

$$F(\mathbf{x}) = \lambda_1 F_H(\mathbf{x}) + \lambda_2 F_F(\mathbf{x}) .$$
(5.39)

Em que,

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1 . \tag{5.40}$$

O método da soma ponderada foi escolhido por apresentar fácil programação e permitir a utilização de informações qualitativas durante o cômputo da solução de compromisso entre a resposta do ganho e da fase.

Na Figura 5.8 apresenta-se uma versão adaptada de Madsen *et al.* (2004) para realização do algoritmo de Levenberg-Marquardt. Este algoritmo foi implementado nos domínios $s \in z$ com a finalidade de refinar as estimativas iniciais dos parâmetros do FCT e provê-lo de estabilidade para estudos no domínio do tempo.

Entrada:

k = 0 $\nu = 2$ $\varepsilon_1 = 10^{-15}$ $\varepsilon_2 = 10^{-10}$ $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ $\mathbf{g} = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x})$ $\mathbf{A} = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x})$ $\mu = \tau \cdot max\{\mathbf{A}_{ii}\}$ Escrever o modelo segundo a Equação (5.36) Corrigir polos instáveis **Resultado**: $\|\mathbf{g}\|_{\infty} \leq \varepsilon_1$ Inicialização do processo iterativo enquanto $(\|\boldsymbol{g}\|_{\infty} \leq \varepsilon_1) e (k < k_{max})$ faça k = k + 1solucionar $(\mathbf{A} + \mu \mathbf{I})\mathbf{p}_v = -\mathbf{g}$ $\| \mathbf{p}_v \| \leq \varepsilon_2 (\| \mathbf{x} \| + \varepsilon_2)$ então encerrar execução senão $\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x} + \mathbf{p}_v$ Corrigir polos instáveis das seções de segunda ordem $L = \frac{1}{2} \mathbf{p}_v^T (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{p}_v - \mathbf{g})$ $\varrho = \frac{\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \vec{\mathbf{F}}(\mathbf{x}_{new})}{\mathbf{L}}$ se $\rho > 0$ então $\mathbf{\bar{x}} = \mathbf{x}_{new}$ $\mathbf{A} = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x})$ $\mathbf{g} = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x})$ solucionar $(\mathbf{A} + \mu \mathbf{I})\mathbf{p}_v = -\mathbf{g}$ $\mu = \mu \cdot max\{\frac{1}{3}, 1 - (2\varrho - 1)^3\}$ $\nu = 2$ senão $\mu = \mu \cdot \nu$ $\nu = 2 \cdot \nu$ fim fim fim

Figura 5.8 – Algoritmo do método de Levenberg-Marquardt implementado.

5.3.3 Implementação na Forma de Filtros Digitais

A análise no domínio do tempo permite verificar o comportamento da resposta do FCT tanto em regime permanente quanto transitório. Contudo, como o mesmo está representado no domínio da frequência, para obter sua resposta no domínio do tempo é necessário realizar a conversão entre esses dois domínios. Quando a identificação ocorre no domínio z, a transição para o domínio do tempo discreto é direta. Contudo, o mesmo não ocorre na identificação no domínio s.

Discretização do Protótipo Analógico

Identificando os parâmetros do FCT no domínio da frequência analógica com $\gamma = s = j\omega$, o modelo computacional pode ser expresso no domínio de Laplace por:

$$H_a(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{a_0 + a_1s + \ldots + a_{n-1}s^{n-1} + a_ns^n}{1 + b_1s + \ldots + b_{m-1}s^{m-1} + b_ms^m} .$$
 (5.41)

A equação dinâmica do FCT é obtida a partir da aplicação da transformada inversa de Laplace sobre a Equação (5.41), obtendo-se:

$$a_{n}\frac{d^{n}v_{out}(t)}{dt^{n}} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}v_{out}(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{1}\frac{dv_{out}(t)}{dt} + a_{0}v_{out}(t) = b_{m}\frac{d^{m}v_{in}(t)}{dt^{m}} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}v_{in}(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{1}\frac{dv_{in}(t)}{dt} + v_{in}(t) .$$
(5.42)

Essa equação diferencial linear de coeficientes constantes corresponde à equação dinâmica de um protótipo analógico cuja solução no tempo fornece a tensão secundária corrigida.

As equações diferencias de coeficientes constantes podem ser solucionadas diretamente por meio de métodos numéricos de integração que permitem discretizar e, portanto, tornar as equações diferenciais em equações de diferença. Ogata (1995) apresenta sete formas diferentes para se obter as equações de diferença a partir das equações diferenciais. Nem todas as características de um sistema são mantidas após sua discretização. Um sistema pode apresentar um grau de distorção diferente tanto na resposta transitória como na resposta em frequência, dependendo do período de amostragem e da forma de discretização (ZANETTA Jr., 2003; ARAÚJO; NEVES, 2005).

Os programas do tipo EMTP utilizam o método de integração trapezoidal cuja técnica de mapeamento entre o plano s e o plano z é denominada de transformação bilinear (DOMMEL, 1996). Essa transformação é obtida adotando

$$s = \frac{2}{\Delta t} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) . \tag{5.43}$$

Aplicando essa transformação ao protótipo analógico do FCT, tem-se:

$$\frac{V_{out}(z)}{V_{in}(z)} = \frac{c_0 + c_1 z^{-1} + \ldots + c_m z^{-m}}{1 + d_1 z^{-1} + \ldots + d_m z^{-m}} .$$
(5.44)

Em que, c_i para i = 0, ..., m e d_j para j = 1, ..., m são funções do passo de integração Δt e dos coeficientes a_i e b_j da equação diferencial linear no tempo contínuo.

Reescrevendo a Equação (5.44), obtém-se:

$$V_{out}(z) = [c_0 + c_1 z^{-1} + \ldots + c_m z^{-m}] V_{in}(z) - [d_1 z^{-1} + \ldots + d_m z^{-m}] V_{out}(z) , \qquad (5.45)$$

cuja transformada inversa fornece a equação de diferenças no domínio do tempo discreto

$$v_{out}(n) = [c_0 v_{in}(n) + c_1 v_{in}(n-1) + \ldots + c_m v_{in}(n-m)] - [d_1 v_{out}(n-1) + \ldots + d_m v_{out}(n-m)].$$
(5.46)

Em (5.46), os sinais $v_{in}(n)$ e $v_{out}(n)$ correspondem as mostras atuais na saída do amostrador e do FCT, respectivamente. Observa-se que a amostra atual $v_{in}(n)$ é função da amostra atual disponível na saída do amostrador, bem como de amostras passadas da entrada e da saída do FCT. Nesse sentido, o FCT é denominado filtro digital recursivo ou sistema tipo ARMA (Autoregressive Moving Average) (HEIJ et al., 2007).

Escolha da Estrutura do Filtro Digital

A Equação (5.46) corresponde a realização direta do filtro digital. Durante o processo de síntese, os coeficientes são calculados com alta precisão inerente ao computador empregado. Contudo, quando esses coeficientes são quantizados⁷, comumente por arredondamento, as repostas do filtro digital no domínio do tempo e da frequência podem se desviar da resposta de projeto devido às pequenas mudanças nos coeficientes. A sensibilidade da resposta do filtro a erros nos coeficientes é dependente do tipo de estrutura empregada (PROAKIS; MANOLAKIS, 2006). Filtros digitais recursivos quando implementados em seções de segunda ordem são menos suscetíveis a erros de quantização dos coeficientes e a problemas de estabilidade (LYONS, 2010). A formação dos pares de polos e zeros em seções de segunda ordem e a ordenação dessas seções possuem um amplo espectro de possibilidades. Um método simples de dispor as cascatas em seções de segunda ordem foi proposto por Oppenheim & Schafer (1989) e adaptado a seguir na forma de um algoritmo:

- 1. Fatorar a função racional do filtro na forma de polos e zeros;
- 2. Determinar os polos, ou par de polos próximos da origem;
- Determinar o zero, ou par de zeros, próximo do polo, ou par de polos, encontrado no passo 2;
- 4. Combinar esses polos e zeros em filtros de seções de segunda ordem;
- 5. Repetir os passos 2-4 até que todos os polos e zeros tenham sido combinados em seções de segunda ordem;

 $^{^7{\}rm O}$ princípio da quantização é apresentado na seção 4.1.5.

- A disposição final da ordem das cascatas deverá obedecer a ordem crescente ou decrescente da distância dos polos a origem do plano z.
- A conexão de seções de segunda ordem na forma cascata pode ser expressa na forma:

$$H_d(z) = k_0 \prod_{i=1}^p \frac{1 + c_{i1} z^{-1} + c_{i2} z^{-2}}{1 + d_{i1} z^{-1} + d_{i2} z^{-2}} .$$
(5.47)

Sendo, p o número de seções de segunda ordem e k_0 a constante de escalamento⁸ do FCT. O filtro digital exibido em (5.47) é utilizado nesta Tese para corrigir numericamente os transitórios de baixa frequência presentes no sinal do secundário de TPC.

Na Figura 5.9, é apresentado o fluxograma que descreve o algoritmo utilizado para obter filtros corretores de baixa ordem e estáveis para estudos no domínio do tempo. Aspectos relativos aos compensadores obtidos⁹, bem como as particularidades da implementação computacional da identificação, podem ser visualizados na Tabela 5.1. Com exceção ao item da generalidade do projeto, o domínio z mostra-se mais atrativo para realização da síntese dos filtros corretores de tensão.

Evento	Identificação em s	Identificação em z
Nível de dificuldade	Moderado	Baixo
da implementação		
Esforço computacional	Moderado	Baixo
Número de condição	Alto	Moderado
Generalidade do projeto	A frequência de amostragem a ser	Definido para uma única frequên-
	utilizada pode ser definida depois	cia de amostragem. Portanto, im-
	da identificação do FCT. Nesse	plementável em relés com mesma
	sentido, o FCT pode ser adaptado	taxa de amostragem
	em relés com diferentes taxas de	
	amostragem	
Discretização	Requer	Não Requer
Oscilações numéricas	Pode apresentar	Não apresenta
Ordem requerida	≥ 3	≥ 2

Tabela 5.1 – Análise do desempenho da identificação do compensador.

Os filtros corretores de tensão identificados nos domínios $s \in z$, os resultados obtidos com a utilização da estratégia de correção dos transitórios de baixa frequência de TPC, bem como suas respectivas análises, são apresentados no capítulo subsequente.

⁸Essa constante equivale ao termo c_0 na realização direta do filtro digital (Equação (5.44)). ⁹Ver Tabelas 6.1 a 6.6.



Figura 5.9 – Algoritmo utilizado para obtenção dos filtros corretores de tensão.

Capítulo 6 Análise dos Resultados

Neste capítulo, o desempenho do método proposto para correção numérica da resposta transitória de TPC é avaliado. Apresentam-se resultados da compensação de quatro TPC reportados na literatura: 138 kV (KOJOVIC et al., 1994), 230 kV (FERNANDES JÚNIOR, 2003), 230 kV (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE, 2004) e outro de 500 kV (PAJUELO et al., 2008). Tomando-se como dados de entrada a resposta em frequência dos TPC, os compensadores foram obtidos nos domínios $s \in z$. Resultados da compensação são apresentados no domínio da frequência e do tempo. No primeiro domínio, são exibidas as respostas do ganho e da fase dos TPC compensados, ao passo que no segundo são exibidos os resultados do impacto do uso do compensador frente à proteção de distância de LT. Com o objetivo de gerar os registros oscilográficos, duas topologias de SEP foram modeladas e simuladas via programas tipo EMTP: uma do tipo radial constituída por dados de LT reais do sistema elétrico de potência de 230 e 500 kV da CHESF, e uma outra não-radial correspondente a parte do SIN referente à interligação Norte-Nordeste em 500 kV. Neste último caso, foi possível uma modelagem detalhada do sistema de transmissão devido a disponibilização dos dados pela CHESF e ONS para a configuração de carga leve referente ao mês de maio 2013.

6.1 Compensação no Domínio da Frequência

A análise no domínio da frequência consiste em uma etapa importante do processo de compensação dos TPC, uma vez que a tensão secundária desses transdutores é utilizada pelo processo de estimação de fasores normalmente adotado pelos algoritmos de proteção. Conhecida a resposta em frequência de dois ou mais sistemas, a resposta do sistema definido pela cascata é obtida pelo produto das respostas em frequência dos subsistemas envolvidos (LYONS, 2010). Dessa forma, utilizando a resposta em frequência do TPC e do compensador, pretende-se avaliar o comportamento do TPC compensado no espectro de 10 Hz a 60 Hz.

Fazendo uso dos parâmetros RLC dos TPC de 138 kV, 230 kV (FERNANDES JÚNIOR, 2003) e 500 kV, foram geradas as curvas de resposta em frequência de amplitude e fase da relação de tensão, conforme se apresenta na Figura 6.1.



Figura 6.1 – Resposta em frequência dos TPC sob análise. (a) Ganho. (b) Fase.

Considerando apenas a banda a ser compensada, isto é, espectro compreendido entre 10 e 60 Hz, uma frequência de amostragem de 120 Hz ou 2 amostras/ciclo da fundamental é a menor frequência que satisfaz ao teorema da amostragem e, portanto, pode ser empregada para discretizar o filtro analógico obtido em s. Essa mesma frequência pode ser empregada quando da identificação dos coeficientes do compensador no domínio z. Contudo, uma vez que os compensadores devem ser implementados em um relé que opera a 32 amostras por ciclo da fundamental, os coeficientes daquele foram obtidos com passo de amostragem $\Delta t = \frac{1}{60.32} = 520,8333 \mu s.$

Adotando-se uma tolerância de 0, 1 para o erro médio relativo da função multiobjetivo, uma função racional de sexta ordem no domínio s é capaz de representar a resposta em frequência dos compensadores dos TPC sob análise. Nas Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3 mostramse os coeficientes dos compensadores dos TPC de 138, 230 e 500 kV, respectivamente, obtidos a partir da transformação bilinear sobre o protótipo analógico do compensador. Utilizando a mesma tolerância para a identificação no domínio z, as Tabelas 6.4, 6.5 e 6.6 apresentam os coeficientes do compensador dos respectivos TPC.

Fazendo uso dos compensadores cujos coeficientes foram apresentados nas Tabelas 6.1 a 6.6, mostram-se nas Figuras 6.2 e 6.3 as respostas em frequência do ganho e da fase dos TPC compensados. Observa-se que, apesar da resposta do ganho obedecer às especifica-

			Coeficien	ntes	
Seção i	c_{i1}	c_{i2}	d_{i1}	d_{i2}	$k_0 = 3,4838$
1	-1,5169	0,5987	1,6296	0,9593	
2	-1,8415	0,8596	-1,8118	0,8474	
3	1,9594	0,9501	-0,0106	-0,9893	

Tabela 6.1 – Coeficientes do compensador para o TPC de 138 kV com identificação em s.

Tabela 6.2 – Coeficientes do compensador para o TPC de 230 kV com identificação em s.

			Coeficien	ites	
Seção i	c_{i1}	c_{i2}	d_{i1}	d_{i2}	$k_0 = 4,2277$
1	-1,4369	0,6315	0,2493	-0,7093	
2	-1,9418	0,9463	-1,8955	0,8960	
3	-1,9874	0,9875	-1,9977	0,9977	

Tabela 6.3 – Coeficientes do compensador para o TPC de 500 kV com identificação em s.

			Coeficien	ntes	
Seção i	c_{i1}	c_{i2}	d_{i1}	d_{i2}	$k_0 = 6,2188$
1	-1,5847	0,6765	-1,7525	0,7814	
2	-1,9281	0,9373	0,0591	-0,9409	
3	-1,8839	0,8873	-1,9996	0,9996	

Tabela 6.4 – Coeficientes do compensador para o TPC de 138 kV com identificação em z.

	Coeficientes				
Seção i	c_{i1}	c_{i2}	d_{i1}	d_{i2}	$k_0 = 2,5514$
1	-1,6426	0,7063	-1,8174	0,8543	
2	-1,8350	0,8531	-0,9998	0	

 $\textbf{Tabela 6.5} _ \textbf{Coeficientes do compensador para o TPC de 230 kV com identificação em z.}$

			Coeficient	es	
Seção i	c_{i1}	c_{i2}	d_{i1}	d_{i2}	$k_0 = 3,6475$
1	-1,4315	0,6465	-1,9998	0,9998	
2	-1,9417	0,9462	0	0	
3	-1,5087	0,5121	-1,6526	0,6774	

Tabela 6.6– Coeficientes do compensador para o TPC de 500 kV com identificação em z.

			Coeficient	es	
Seção i	c_{i1}	c_{i2}	d_{i1}	d_{i2}	$k_0 = 5,2071$
1	-1,5500	0,6538	-1,7553	0,7833	
2	-1,9280	0,9371	-2,0000	1,0000	
3	-1,4362	0,4654	0	0	



Figura 6.2 – Resposta em frequência dos TPC compensados com compensador identificado em s. (a) Ganho. (b) Fase.

ções de erro, o mesmo pode não acontecer com a fase. Isso ocorre porque a correção dos polos instáveis durante o ajuste não-linear pode provocar distorção na resposta de fase. Contudo, com base nessas Figuras, pode ser observado que a resposta em frequência do equipamento compensado aproxima-se das características desejadas para um TPC ideal, isto é, relação de transformação unitária e deslocamento de fase nulo, independentemente do domínio da identificação.



Figura 6.3 – Resposta em frequência dos TPC compensados com compensador identificado em z. (a) Ganho. (b) Fase.

6.2 Compensação no Domínio do Tempo

A análise no domínio do tempo permite verificar o comportamento em regime permanente e transitório do TPC com e sem o uso da técnica de compensação proposta. As respostas no domínio do tempo dos TPC foram obtidas por meio da simulação digital considerando-se um passo de cálculo de $10\mu s$. Por outro lado, como os compensadadores foram computados com um passo de discretização de $520,8333\mu s$, fez-se necessário realizar uma decimação no tempo segundo fator de decimação $M_d = \frac{520,8333\mu s}{10\mu s} \approx 52$. Assim, a cada 52 amostras da tensão secundária, apenas uma é compensada. Nas Figuras 6.4, 6.5 e 6.6 são apresentadas as respostas dos TPC de 138, 230 e 500 kV, respectivamente, durante uma mudança súbita da tensão de entrada do terminal primário. Nesta figura, os sinais V_b , V_s e V_{sc} representam, respectivamente, a amplitude do fasor tensão, cujas amostras no domínio tempo foram obtidas, a saber: de uma réplica da tensão de fase da LT, do secundário do TPC e da tensão secundária corrigida pelo FCT.



Figura 6.4 – Análise do compensação no domínio do tempo. (a) Comportamento transitório do TPC de 138 kV. (b) Transitório em primeira escala. (c) Transitório em segunda escala.

A partir dos resultados, pode ser observado que os compensadores corrigem os transitórios de baixa frequência presentes na tensão secundária dos TPC. Contudo, através das Figuras 6.4(c), 6.5(c) e 6.6(c), observa-se que os compensadores identificados em s e em z proporcionam comportamentos transitórios ligeiramente diferentes. Acredita-se que essas diferenças não estão associadas aos domínios de identificação do compensador, mas sim aos diferentes comportamentos da resposta em frequência dos compensadores fora da banda de interesse (10 a 60 Hz). Com base na definição da transformada de Fourier inversa (ZANETTA Jr., 2003; OPPENHEIM *et al.*, 2010), uma condição suficiente para que os compensadores apresentem a mesma resposta no domínio do tempo é que eles possuam a



Figura 6.5 – Análise do compensação no domínio do tempo. (a) Comportamento transitório do TPC de 230 kV. (b) Transitório em primeira escala. (c) Transitório em segunda escala.

mesma resposta em frequência no intervalo $[-\infty, +\infty]$.

Observa-se que a resposta transitória dos TPC, quando corrigidas pelos filtros discretizados pela transformação bilinear, podem apresentar problemas de oscilação numérica, tais quais as apresentadas na Figura 6.6(c). Contudo, tais oscilações podem ser corrigidas se o mapeamento entre os planos $s \in z$ ocorrer por meio da técnica trapezoidal com amortecimento (ALVARADO *et al.*, 1983; SANTOS, 2011).

6.3 Desempenho da Proteção de Distância de LT

O desempenho de equipamentos como relés e localizadores de falta dependem fortemente da precisão dos dados de entrada dos mesmos. De fato, conforme evidenciado em Machado *et al.* (2012), devem ser investigadas soluções para correção/eliminação dos transitórios da tensão secundária dos TPC, pois as unidades de distância que usam os algoritmos de Fourier de um ou de meio ciclo podem operar de forma incorreta devido aos distúrbios presentes no sinal secundário dos TPC. Nesse sentido, esta seção busca quantificar a influência da correção numérica dos transitórios da tensão secundária de dois TPC,



Figura 6.6 – Análise do compensação no domínio do tempo. (a) Comportamento transitório do TPC de 500 kV. (b) Transitório em primeira escala. (c) Transitório em segunda escala.

a saber: um de 500 kV reportado de trabalhos que buscam extrair de forma mais precisa a componente fundamental da tensão transitória do TPC (PAJUELO *et al.*, 2008; PAJUELO *et al.*, 2010) e outro de 230 kV utilizado como modelo de referência no estudo da proteção de LT (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE, 2004).

O desempenho da proteção de distância dar-se-á a partir da análise de três requisitos necessários a uma proteção (ANDERSON, 1999): segurança, velocidade e confiabilidade.

- A proteção é dita segura se evita atuações desnecessárias como, por exemplo, não é sobrealcançada em primeira zona;
- A proteção é veloz se proporciona um mínimo de danos ao sistema protegido e garante a estabilidade dinâmica do SEP;
- O sistema de proteção é dito confiável se ele atua corretamente quando necessário.
 Por exemplo, o *trip* permanece ininterrupto para falhas de primeira zona.

Diferentes topologias são utilizadas para avaliar o desempenho da proteção de distância frente aos distúrbios da tensão secundária dos modelos de TPC de 230 e 500 kV. A primeira

topologia avaliada é do tipo radial e constituída por dados de LT reais do sistema elétrico de potência de 230 e 500 kV da CHESF. A segunda rede analisada apresenta compensação série e em derivação e corresponde à interligação Norte-Nordeste em 500 kV referente a configuração de 2009 (EPE, 2006).

A topologia radial é apresentada na Figura 6.7. A rede é composta por quatro barras e três LT de mesmo comprimento físico, cujos parâmetros utilizados são apresentados nas Tabelas 6.7 a 6.11. Com respeito ao comprimento físico das LT, estas são classificadas como curtas quando a topologia da rede é em 230 kV e como longas quando a rede é em 500 kV. Contudo, utilizando-se como base o SIR (IEEE C37.113, 2000), as LT são classificadas como curtas quando o *trip* ocorre no sentido a jusante da barra BUSA01, e como médias quando o *trip* ocorre no sentido a montante da barra BUSA04.



Figura 6.7 – Rede elétrica com topologia radial utilizada para simulação de faltas.

	Sequência zero			Sequência positiva			
Tensão da LT (kV)	$\frac{R_0}{(\Omega/km)}$	$\begin{array}{c} X_0\\ (\Omega/km) \end{array}$	$\begin{array}{c} Y_0\\ (\mu\mho/km) \end{array}$	$\frac{R_1}{(\Omega/km)}$	$\begin{array}{c} X_1\\ (\Omega/km) \end{array}$	$\begin{array}{c} Y_1 \\ (\mu \mho / km) \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{Comp.} \\ (km) \end{array}$
$\begin{array}{c} 230\\ 500 \end{array}$	$0,4366 \\ 0,3763$	$1,5034 \\ 1,4110$	$3,3489 \\ 3,0640$	$0,0494 \\ 0,0246$	$0,2750 \\ 0,3219$	$6,2656 \\ 5,1200$	$\frac{80}{250}$

 ${\bf Tabela} \ {\bf 6.7} - {\rm Par} \hat{\rm a} {\rm metros} \ {\rm das} \ {\rm linhas} \ {\rm de} \ {\rm transmiss} \tilde{\rm ao} \ {\rm analisadas}.$

Tabela 6.8 – Reator de linha representado como impedância constante.

Tensão da L T $\rm (kV)$	V_{base} (kV)	Potência (Mvar)	Impedância (Ω)
230	230	17,6	3000
500	500	100	2500

Tensã	lo da LT	(kV)	V_{base} (k	V)	Potência (MVA)
	230		230			
	500		500		445,10 + j	64,70
Tabela 6.10 – Tensão das fontes.						
	Fonte	Módu	ılo (PU)	Fa	ase $(graus)$	-
	1		$1,\!0$		20	
	2	(0,95		0	

Tabela 6.9 – Cargas representadas como impedâncias constantes.

Tabela 6.11 – Equivalentes do sistema.

	Z_{f1}	(Ω)	$Z_{f2}(\Omega)$		
Tensão da L T $\rm (kV)$	Seq. positiva	Seq. negativa	Seq. positiva	Seq. negativa	
230	0,41 + j198,00	7,79+j220,90	0,97 + j44,00	1,13+j66,80	
500	55,30+j724,20	60, 80 + j730, 50	12, 30 + j160, 90	15, 10 + j170, 50	

Para fins de análise de falhas, as linhas foram consideradas como sendo ideal/transpostas e apresentam parâmetros distribuídos com independência da frequência. Por outro lado, vale salientar que LT sem ciclo de transposição podem proporcionar erros de sobrealcance de primeira zona da ordem de 7,5% (ZIEGLER, 2008). Apesar disso, este tipo de erro é naturalmente contornado, pois um ajuste da primeira zona entre 80% e 90% já apresenta uma margem de segurança suficiente para acomodar os erros da não transposição.

Sob cada terminal das LT encontram-se instalados os modelos de TC e TPC que fornecem os sinais de corrente e tensão, respectivamente, às unidades de distância implementadas. Os TC foram considerados ideais, ao passo que os modelos computacionais dos TPC de 500 e 230 kV são mostrados nas Figuras 6.8 e 6.9, respectivamente. Os parâmetros destes equipamentos são apresentados nas Tabelas 6.12 e 6.13, respectivamente.

Ω,
r
3

Tabela 6.12 – Parâmetros do TPC de 500 kV (PAJUELO et al., 2008).



Figura 6.9 – Modelo do TPC de 230 kV.

Tabela 6.13 – Parâmetros do TPC de 230 kV (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COM-MITTEE, 2004).

Divisor Capacitivo	$C_1 = 2,43 \ nF, \ C_2 = 82 \ nF$
Reator de Compensação	$R_c = 228 \ \Omega, \ X_c = 58 \ k\Omega, \ C_c = 100 \ pF,$
	$C_p = 150 \ pF, \ R_p = 400 \ \Omega, \ X_c = 2997 \ \Omega,$
Transformador Intermediário	$R_s = 0,001 \ \Omega, X_s = 0,001 \ \Omega, { m relação} = 6584/115,$
	$R_m = 1 \ M\Omega, \ L_m : I = 0,001421 \ A, \ \Phi = 13,7867 \ Vs$
CSF	$R_f = 40 \ \Omega, \ C_f = 9,6 \ \mu F$
Indutância do Transformador do CSF	$L_f: I = 0, 1 \ A, \Phi = 0,035 \ Vs$
Transformador do CSF	$R_p = 0,02 \ \Omega, X_p = 0,02 \ \Omega, R_s = 0,001 \ \Omega$
	$X_s = 0,001 \ \Omega$, relação: 1,98/1
Carga Secundária	$R_b = 100 \ \Omega$

Diversos parâmetros podem modificar a trajetória da impedância computada pela função 21 do IED, tais como resistência de falta, fluxo de carga, ângulo de incidência, localização e tipo de falta (ZIEGLER, 2008). As configurações utilizadas para gerar o banco de registros oscilográficos de falhas de primeira e segunda zona são descritas na Tabela 6.14. Enquanto as falhas de primeira zona, falhas compreendidas entre 0,05 e 0,80 PU da LT sob análise, são utilizadas para avaliar a velocidade e a confiabilidade da proteção, as falhas de segunda zona, aquelas compreendidas entre os 10% não protegidos pela primeira zona mais os 50% da LT que parte do terminal receptor, são utilizadas para investigar a segurança da proteção.

Variáveis de simulação	Valores utilizados
Resistência de falta (Ω)	1,0
Ângulo de incidência da falha (graus)	$0 \ 10, \ 20, \ \dots, \ 180$
Localização da falha (PU)	$0, 05, 0, 10, 0, 15, \ldots, 1, 50$
Tipo de falha	AT, AB, ABT e ABC

Tabela 6.14 – Variáveis utilizadas para gerar o banco de registros oscilográficos.

A partir das variáveis de simulação presentes na Tabela 6.14, verifica-se que são definidos 570 registros oscilográficos para cada tipo de falha. Destes, 304 estão associados às falhas de primeira zona, enquanto os 266 restantes dizem respeito às falhas de segunda zona, perfazendo um total de 2.280 eventos associados aos quatro tipos de falhas. Os seis tipos diferentes de unidades de distância implementadas nesta Tese (ver seção 4.2) processam cada um daqueles eventos, totalizando $6 \times 2280 = 13.680$ registros oscilográficos. A respeito do grande número de registros, realizou-se um levantamento estatístico e foram identificados os casos mais severos nos estudos de detecção de falhas, denominados aqui de determinísticos. Assim, os registros determinísticos são utilizados para avaliar o impacto da correção numérica dos transitórios de baixa frequência presentes na tensão secundária dos TPC sobre a segurança, a velocidade e a confiabilidade do sistema de proteção. Sendo desejável investigar o desempenho das unidades de distância para falhas de primeira e segunda zona, tanto no sentido direto quanto reverso do *trip*, apenas as unidades instaladas nas barras BUSA02 e BUSA03 foram utilizadas para análises da proteção.

Com base no SEP de 230 kV, apresenta-se na Figura 6.10 o resultado da convolução entre a corrente de falta vista pelo secundário do TC e os filtros *anti-aliasing* e o mímico digital. Superposta a essas, encontra-se a amplitude do fasor corrente obtida a partir do sinal de saída do mímico digital proposto por Benmouyal (1995). Pode ser observado que a componente de decaimento exponencial presente na corrente de falta é completamente eliminada pelo filtro mímico. Contudo, isso só é possível quando a constante de tempo do filtro é ajustada para ser igual a constante de tempo da componente unidirecional do sinal avaliado. Conforme Silva (2009), sob o aspecto prático, não é possível conhecer a



priori o valor desse parâmetro, pois o mesmo depende da resistência da falta.

Figura 6.10 – Comportamento da corrente secundária do TC instalado na fase A da barra BUSA02 do SEP de 230 kV durante uma falha do tipo ABC em $0, 9C_{LT2}$.

O comportamento da tensão de entrada e do trip da unidade Z_{BC} do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 são apresentadas na Figura 6.11. Nesta figura ou, mais precisamente nesta Tese, os comandos de $trip: Trip_b, Trip_s$ e $Trip_{sc}$ foram obtidos com base nas tensões V_b , V_s e V_{sc} , respectivamente. Os resultados obtidos sem a eliminação da componentes unidirecional da corrente de falha são apresentados na Figura 6.11(a). Percebe-se que, independentemente dos sinais de tensão utilizados para gerar os comandos de trip, a componente unidirecional da corrente proporciona o sobrealcance da primeira zona, pois provoca um erro de estimação na amplitude da corrente que fica oscilando em torno do seu valor de regime permanente de falta (BENMOUYAL, 1995). Tal fenômeno explica o esforço da comunidade científica em propor soluções para eliminação da componente unidirecional da corrente. Os resultados obtidos com a eliminação desta componente são apresentados na Figura 6.11(b), onde se observa que a unidade Z_{BC} continua operando incorretamente quando da utilização da tensão secundária do TPC. Este resultado corrobora que o sobrealcance deve-se tanto à presença da componente unidirecional da corrente, quanto aos distúrbios da tensão secundária do TPC. Considerando essa mesma falta, pode ser observado por meio da Figura 6.12 que a função de localização de faltas da unidade de distância pode ser utilizada para indicar a distância entre a barra e o ponto de falta. No caso do TPC sem compensação, a distância informada oscila em torno do valor de referência até que os transitórios da tensão secundária sejam amortecidos.



Figura 6.11 – Influência da componente unidirecional da corrente de curto-circuito no *trip* da unidade Z_{BC} do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 durante uma falha do tipo ABC em $0,9C_{LT2}$. (a) Unidade sem filtro mímico. (b) Unidade com filtro mímico.



Figura 6.12 – (a) Distância mensurada pela unidade Z_{BC} do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 durante uma falha do tipo ABC em 0,9 C_{LT2} . (b) Ampliação do comportamento da localização da falta devido ao transitório do TPC.

6.3.1 Velocidade da Proteção

As falhas de primeira zona devem ser eliminadas sem atraso proposital, visando preservar a estabilidade do SEP e a integridade dos equipamentos sujeitos às elevadas correntes de curto-circuito. No Brasil, conforme ONS (2010), o tempo total de extinção de faltas, incluindo o tempo de abertura dos disjuntores de todos os terminais da LT protegida, não deve exceder 100 ms em LT de interligação entre sistemas e LT com tensão nominal maior ou igual a 345 kV. Conforme Ziegler (2008), esse tempo de extinção de falhas geralmente é suficiente para garantir a estabilidade de sistemas estáveis de energia elétrica.

A detecção é o evento que inicia o processo de eliminação de uma falha sendo, portanto, essencial para rápida operação do sistema de proteção. Diferentemente da proteção de sobrecorrente, em que apenas os níveis de corrente são suficientes para detectar a fase sob falha, na proteção de distância tanto a corrente quanto a tensão são utilizados no processo
de detecção. A partir dos resultados apresentados nas Figuras 6.13 e 6.14, onde se exibem a redução do tempo de detecção de falha (RTDF) para falhas compreendidas na primeira zona de proteção da LT2 dos sistemas de 230 e 500 kV, respectivamente, verificam-se que os transitórios dos TPC são um dos problemas associados a dificuldade de tornar os algoritmos da proteção de distância extremamente rápidos. Os resultados foram obtidos



Figura 6.13 – Valores determinísticos da redução do tempo de detecção de falhas devido à correção da tensão secundária dos TPC de 230 kV. (a) Relé R_{01} . (b) Relé R_{02} . (c) Relé R_{03} . (d) Relé R_{04} . (e) Relé R_{05} . (c) Relé R_{06} .

a partir dos relés R_{01} - R_{06} instalados na barra BUSA02, sendo a RTDF definido por:

$$RTDF = t_s - t_{sc} \quad [ms]. \tag{6.1}$$

Em que,

• t_s - Tempo de detecção da falha com a tensão secundária do TPC;



• t_{sc} - Tempo de detecção da falha com a compensação da tensão secundária do TPC.

Figura 6.14 – Valores determinísticos da redução do tempo de detecção de falhas devido à correção da tensão secundária dos TPC de 500 kV. (a) Relé R_{01} . (b) Relé R_{02} . (c) Relé R_{03} . (d) Relé R_{04} . (e) Relé R_{05} . (c) Relé R_{06} .

Considerando as falhas sob análise, são mostradas nas Tabelas 6.15 e 6.16 as principais medidas estatísticas (WALPOLE *et al.*, 2007) associadas a RTDF. Com base nos resultados, independentemente da localização da falha, a correção da resposta transitória dos TPC é capaz de reduzir de forma substancial o tempo de detecção, sobretudo no caso das falhas bifásicas. De modo geral, os relés que utilizam a característica mho autopolarizada são mais vulneráveis aos transitórios da tensão dos TPC, podendo ter seu desempenho bastante otimizado quando processam sinais de tensão corrigidos, sobretudo quando as falhas estão próximas à localização do relé (*close-in-faults*). Ressalta-se que na característica mho autopolarizada, o sinal de polarização corresponde à própria tensão de entrada da unidade de medição, permitindo corroborar que os transitórios presentes no sinal secundário dos TPC podem afetar o desempenho da proteção de distância. Para um mesmo tipo de falha e, indiferentemente, ao tipo de polarização e ao filtro de Fourier implementados nos relés, a correção dos transitórios de baixa frequência dos TPC foi capaz de aumentar a velocidade de detecção contribuindo para redução do tempo de eliminação da falha.

Nas falhas trifásicas, o tempo de detecção corresponde ao menor valor dentre aqueles apresentados pelas unidades fase-fase e fase-terra, o que vem a justificar uma suscetibilidade, relativamente baixa, diante dos transitórios dos TPC. Apesar de alguns casos a RTDF ter assumido valores da ordem 1,0 ms, conforme Calero *et al.* (2010), tempos de operação da ordem de subciclos são necessários em diversas aplicações da proteção de distância de linhas de transmissão.

6.3.2 Confiabilidade da Proteção

Um sistema de proteção é dito confiável se ele atua corretamente quando necessário como, por exemplo, atua de modo iminente para falhas dentro da primeira zona. Os distúrbios da tensão secundária dos TPC podem subalcançar (falhas de primeira zona são vistas como de segunda zona) de forma transitória a proteção de distância e, portanto, comprometer a confiabilidade dessa filosofia. Na Figura 6.15 estão evidenciados alguns transitórios na amplitude do fasor tensão e no sinal de *trip* do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 do SEP de 230 kV, quando ocorrem falhas em 0, $1C_{LT2}$, sendo C_{LT2} o comprimento físico da LT2. Por se tratar de uma falha dentro da primeira zona, as unidades de distância deveriam disponibilizar um comando de *trip* de forma ininterrupta, garantindo, assim, a confiabilidade de uma atuação correta. As interrupções no comando de *trip* podem ser interpretadas como subalcances transitórios proporcionados pelos distúrbios da tensão secundária dos TPC. Por outro lado, ainda com base na Figura 6.15, quando o relé é equipado com a técnica de correção numérica da tensão secundária de TPC, verifica-se que o subalcance transitório pode ser eliminado tornando, portanto, a atuação da proteção mais confiável.

Com base nos resultados da Figura 6.16, observa-se um comportamento similar para o trip do relé R_{01} instalado na Barra BUSA03 do SEP de 500 kV durante falhas em meados

		Principais medidas estatísticas da RTDF					
Falha	Modelo do relé	Intervalo	Média	Mediana	Moda	Variância	Desvio
		(ms)	(ms)	(ms)	(ms)	$(ms)^2$	(ms)
AT	R_{01}	6,76	1,32	0,52	$0,\!52$	3,82	1,96
AT	R_{02}	3,64	$0,\!93$	0,52	$0,\!52$	$1,\!15$	$1,\!07$
AT	R_{03}	$3,\!64$	$0,\!81$	0,52	$0,\!52$	$1,\!02$	$1,\!01$
AT	R_{04}	$17,\!16$	8,46	$9,\!88$	$0,\!52$	$31,\!33$	$5,\!60$
AT	R_{05}	5,72	$2,\!83$	4,16	$0,\!52$	$3,\!85$	$1,\!96$
AT	R_{06}	5,20	2,70	$3,\!64$	$0,\!52$	$3,\!58$	$1,\!89$
AB	R_{01}	$18,\!20$	$7,\!06$	$7,\!80$	$0,\!52$	$35,\!83$	$5,\!99$
AB	R_{02}	$3,\!64$	$1,\!26$	0,52	$0,\!52$	$1,\!60$	1,26
AB	R_{03}	4,16	$1,\!05$	0,52	$0,\!52$	$1,\!37$	$1,\!17$
AB	R_{04}	$19,\!24$	$12,\!34$	$14,\!56$	$15,\!08$	$24,\!87$	$4,\!99$
AB	R_{05}	$6,\!24$	$3,\!04$	4,16	$0,\!52$	$4,\!34$	$2,\!08$
AB	R_{06}	5,20	$2,\!82$	$_{3,12}$	$4,\!68$	$3,\!80$	$1,\!95$
ABT	R_{01}	18,72	$5,\!38$	$1,\!04$	$0,\!52$	$37,\!28$	$6,\!11$
ABT	R_{02}	$3,\!64$	$1,\!23$	0,52	$0,\!52$	$1,\!54$	1,24
ABT	R_{03}	$4,\!16$	$1,\!01$	0,52	$0,\!52$	$1,\!33$	$1,\!15$
ABT	R_{04}	19,76	12,77	$15,\!60$	$15,\!60$	$28,\!17$	$5,\!31$
ABT	R_{05}	6,24	3,25	$4,\!68$	$0,\!52$	$4,\!36$	$2,\!09$
ABT	R_{06}	5,20	$2,\!98$	4,16	$4,\!68$	$4,\!00$	$2,\!00$
ABC	R_{01}	$4,\!68$	$0,\!61$	0,52	$0,\!52$	$0,\!36$	$0,\!60$
ABC	R_{02}	3,64	$1,\!04$	0,52	$0,\!52$	$1,\!03$	$1,\!01$
ABC	R_{03}	3,64	$0,\!57$	0,52	$0,\!52$	$0,\!49$	0,70
ABC	R_{04}	$17,\!16$	$7,\!00$	$7,\!80$	$0,\!52$	$33,\!37$	5,78
ABC	R_{05}	3,64	$0,\!83$	0,52	$0,\!52$	$1,\!06$	$1,\!03$
ABC	R_{06}	$1,\!56$	$0,\!50$	0,52	$0,\!52$	$0,\!11$	$0,\!33$

Tabela 6.15 – Análise estatística da RTDF no SEP de 230 kV.

da posição correspondente a $0, 6C_{LT2}$. Apesar da LT possuir um comprimento físico que permita classificá-la como longa, notam-se que os transitórios do TPC de 500 kV fazem, mesmo que de forma transitória, as unidades de distância subalcançarem.

A estratégia de compensação proposta também pode reduzir os erros do processo de classificação de faltas, quando as unidades de distância são concebidas a partir da polarização em quadratura. As unidades fase-terra e fase-fase do relé R_{02} (relé que faz uso da polarização em quadratura (ver seção 4.2)), quando processam sinais de tensão sem correção numérica dos transitórios podem ser sensibilizadas indevidamente, pois as primeiras atuam para falhas bifásicas sem contato com a terra, enquanto as segundas para falhas fase-terra. De modo geral, (ALEXANDER; ANDRICHAK, 1991):

• Em falhas monofásicas envolvendo a terra, apenas a unidade de proteção sujeita a falha deve operar;

		Principais medidas estatísticas da RTDF					
Falha	Modelo do relé	Intervalo	Média	Mediana	Moda	Variância	Desvio
		(ms)	(ms)	(ms)	(ms)	$(ms)^2$	(ms)
AT	R_{01}	$16,\!64$	1,79	$1,\!04$	$1,\!04$	$5,\!59$	$2,\!36$
AT	R_{02}	$4,\!16$	$1,\!80$	$1,\!04$	$1,\!04$	$1,\!94$	$1,\!39$
AT	R_{03}	$4,\!16$	$1,\!45$	$1,\!04$	$0,\!52$	$1,\!55$	1,24
AT	R_{04}	$22,\!36$	$11,\!68$	$13,\!00$	$1,\!56$	$50,\!07$	7,08
AT	R_{05}	5,20	$4,\!45$	5,72	5,72	$3,\!38$	$1,\!84$
AT	R_{06}	$5,\!20$	$4,\!13$	5,20	5,72	$3,\!53$	$1,\!88$
AB	R_{01}	$35,\!36$	$17,\!06$	$16,\!64$	$1,\!04$	$117,\!18$	$10,\!82$
AB	R_{02}	$4,\!68$	$2,\!68$	$2,\!60$	$4,\!16$	2,58	$1,\!61$
AB	R_{03}	$4,\!68$	$2,\!61$	$2,\!08$	$4,\!16$	2,51	1,58
AB	R_{04}	$47,\!84$	$29,\!56$	31,72	$32,\!24$	$146,\!06$	12,09
AB	R_{05}	$6,\!24$	3,49	$4,\!68$	5,20	$3,\!80$	$1,\!95$
AB	R_{06}	5,72	3,44	$4,\!68$	5,20	$3,\!36$	$1,\!83$
ABT	R_{01}	$34,\!84$	$16,\!96$	$17,\!16$	$1,\!04$	$117,\!92$	$10,\!86$
ABT	R_{02}	$4,\!68$	$2,\!82$	$3,\!64$	4,16	$2,\!55$	$1,\!60$
ABT	R_{03}	$4,\!68$	$2,\!66$	$2,\!60$	$4,\!16$	$2,\!44$	1,56
ABT	R_{04}	$48,\!88$	$29,\!21$	31,72	31,72	$143,\!20$	$11,\!97$
ABT	R_{05}	6,76	$3,\!76$	5,20	5,20	$3,\!86$	$1,\!96$
ABT	R_{06}	5,72	3,58	$4,\!68$	5,20	$3,\!44$	$1,\!85$
ABC	R_{01}	$27,\!04$	5,12	1,56	$1,\!04$	$46,\!09$	6,79
ABC	R_{02}	$14,\!56$	$2,\!13$	1,56	$1,\!04$	$2,\!84$	$1,\!69$
ABC	R_{03}	$4,\!16$	$0,\!99$	$1,\!04$	$1,\!04$	$0,\!43$	$0,\!65$
ABC	R_{04}	$44,\!20$	$16,\!55$	18,72	$1,\!04$	$117,\!43$	$10,\!84$
ABC	R_{05}	5,20	$2,\!13$	1,56	3,64	$1,\!84$	$1,\!35$
ABC	R_{06}	3,12	$1,\!30$	1,56	$1,\!56$	$0,\!63$	0,79

Tabela 6.16 – Análise estatística da RTDF no SEP de 500 kV.

- Em falhas bifásicas, as unidades de terra não devem operar;
- Em falhas bifásicas envolvendo a terra, as duas unidades de terra ou uma das unidades de fase deverá operar. Preferencialmente devem operar as unidades de fase.

Considere a ocorrência de falhas do tipo AT na LT 3 do SEP de 500 kV. Na Figura 6.17(a) é apresentado o comportamento da tensão de entrada e do *trip* da unidade Z_{BC} do relé R_{02} quando este é alimentado pelos TPC de 500 kV, instalados localmente à barra BUSA03. Com exceção dos sinais de tensão utilizados por cada uma das três unidades, a saber: réplica da tensão do SEP (Unidade Z_{BC} com V_b), tensão secundária do TPC (Unidade Z_{BC} com V_s) e tensão secundária corrigida numericamente (Unidade Z_{BC} com V_{sc}), as três unidades de medição são idênticas. Apesar da tensão de entrada das três unidades apresentar-se estável quanto ao defeito na LT, observa-se que a unidade

Figura 6.15 – Tensão de entrada e comando de *trip* das unidades de medição do relé R_{01} instalado na barra BUSA02 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo ABT em 0, 1 C_{LT2} . (a) Unidade Z_{AB} . (b)Unidade Z_{AT} . (c) Unidade Z_{BT} .

Figura 6.16 – Tensão de entrada e comando de *trip* das unidades de medição do relé R_{01} instalado na barra BUSA03 do SEP de 500 kV durante falhas do tipo ABT em 0,6 C_{LT2} . (a) Unidade Z_{AB} . (b)Unidade Z_{AT} . (c) Unidade Z_{BT} .

alimentada pelos fasores oriundos da tensão secundária do TPC (Unidade Z_{BC} com V_s) é sensibilizada de forma indevida. Essa ocorrência é melhor avaliada a partir da análise dos sinais de polarização de cada uma das três unidades de medição, conforme se apresenta na Figura 6.17(b). Os erros de amplitude e a reversão da fase observados na tensão secundária do TPC fazem do sinal de polarização \hat{V}_{AT} uma referência insegura ocasionando, portanto, na perda de direcionalidade. Logo, a depender do esquema de teleproteção utilizado ou no caso de falha destes, os distúrbios da tensão secundária do TPC levariam a ocorrência aberturas e religamentos tripolares indevidos, inviabilizando a maximização da capacidade de transmissão de potência da linha através da abertura somente da fase sob falha.

Figura 6.17 – Falha do tipo AT a 25 km da barra BUSA03 no sentido a jusante. (a) Comportamento do *trip* da unidade Z_{BC} do relé R_{02} . (b) Comportamento do ganho e da fase do sinal de polarização da unidade Z_{BC} .

A partir da Figura 6.18(a), observa-se que a unidade Z_{CT} do relé R_{02} também pode ser sensibilizada erroneamente durante uma falha do tipo AB não envolvendo a terra. De fato, conforme se observa na Figura 6.18(b), os distúrbios da tensão secundária do TPC de 500 kV causam erros de amplitude e invertem a fase do sinal de polarização desta unidade, fazendo-a perder a direcionalidade. Ainda que as outras duas unidades fase-terra sejam polarizadas pela tensão de linha, em que apenas uma das fases encontra-se sob falha, conforme se observa nas Figuras 6.19 e 6.20, os transitórios de baixa frequência da tensão secundária dos TPC podem provocar a operação indevida destas unidades.

Resultados similares ao da Figura 6.18 foram observados nas unidades Z_{AT} e Z_{BT} durante falhas do tipo BC e CA, respectivamente.

Figura 6.18 – Falha do tipo AB a 37,5 km da barra BUSA03 no sentido a jusante. (a) Comportamento do *trip* da unidade Z_{CT} do relé R_{02} . (b) Comportamento do ganho e da fase do sinal de polarização da unidade Z_{CT} .

Figura 6.19 – Falha do tipo AB a 37,5 km da barra BUSA03 no sentido a jusante. (a) Comportamento do *trip* da unidade Z_{AT} do relé R_{02} . (b) Comportamento do ganho e da fase do sinal de polarização da unidade Z_{AT} .

Figura 6.20 – Falha do tipo AB a 37,5 km da barra BUSA03 no sentido a jusante. (a) Comportamento do *trip* da unidade Z_{BT} do relé R_{02} . (b) Comportamento do ganho e da fase do sinal de polarização da unidade Z_{BT} .

6.3.3 Segurança da Proteção

No que concerne a segurança, são exibidos os resultados do *trip* das unidades de distância instaladas nas barras BUSA02 e BUSA03, cuja direcionalidade está voltada para a LT2. Todas as falhas foram aplicadas na LT3, o que permite investigar os transitórios da tensão secundária do TPC de 230 kV acerca do sobrealcance da primeira zona das unidades de distância instaladas na barra BUSA02 e da perda de direcionalidade das unidades instaladas na barra BUSA03. Para falhas fora da LT2, os relés instalados nas barras do terminal emissor e receptor com direcionalidade voltada para linha, via de regra, não devem operar em primeira zona, pois, caracteriza sobrealcance ou perda de direcionalidade, respectivamente. Contudo, devido aos transitórios da tensão secundária dos TPC, a operação indevida da proteção pode ocorrer nos seguintes casos:

- Os relés do terminal local perdem a direcionalidade devido a falhas próximas ao barramento da LT (*close-in faults*). Nessa situação, o relé do terminal remoto pode ou não apresentar sobrealcance em primeira zona. Caso exista sobrealcance, independentemente do esquema de teleproteção empregado, os dois relés enxergam a falha em primeira zona e retiram erroneamente a LT de operação. Se não existe sobrealcance, os relés que apresentam perda momentânea de direcionalidade podem ou não operar, a depender da lógica empregada pela teleproteção.
- Um dos relés é sobrealcançado em primeira zona. No presente caso, a unidade de distância do terminal remoto pode vir a apresentar perca transitória de direcionalidade. Havendo esta última, os relés de ambas as extremidades da LT vêem a falha em primeira zona e atuam de forma indevida, indiferentemente ao esquema da teleproteção utilizado. Se não existe perca de direcionalidade, o relé sobrealcançado pode ou não operar, a depender da lógica utilizada na teleproteção.

Com base nestes casos, conclui-se que os relés de distância irão operar de forma indevida, independentemente da lógica empregada no esquema de teleproteção, quando ocorrer de forma simultânea a sensibilização da unidade instantânea do relé do terminal remoto e a perca de direcionalidade do relé do terminal local.

Apresentam-se nas Tabelas 6.17-6.20 o desempenho das unidades de distância implementadas nos relés R_{01} - R_{06} . Nos casos de falhas bifásicas e trifásicas envolvendo a terra, as unidades de medição fase-fase e fase-terra das fases envolvidas na falha devem operar

•

(PAITHANKAR; BHIDE, 2007). Assim, nestes tipos de falhas é apresentada a notação de união das unidades de medição, isto é, o relé irá operar se pelo menos uma das unidades de medição for sensibilizada pela falha.

	Taxa de atuações incorretas (%)					
	Por sobrealcance		Por perda de direcionalida			
Modelo do relé	sem FCT	$\operatorname{com} \operatorname{FCT}$	sem FCT	$\operatorname{com} \operatorname{FCT}$		
R_{01}	16,3	0,0	66,3	0,0		
R_{02}	21,1	0,0	$0,\!0$	0,0		
R_{03}	20,5	0,0	0,0	$0,\!0$		
R_{04}	$55,\!8$	0,0	$88,\!9$	2,1		
R_{05}	$67,\!9$	0,0	$10,\! 0$	$0,\!0$		
R_{06}	67,4	0,0	8,9	0,0		

Tabela 6.17 – Desempenho da unidade Z_{AT} dos relés R_{01} - R_{06} instalados nas barras BUSA02 e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo AT na LT3.

Tabela 6.18 – Desempenho da unidade Z_{AB} dos relés R_{01} - R_{06} instalados nas barras BUSA02 e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo AB na LT3.

	Taxa de atuações incorretas (%)						
	Por sobrealcance		Por perda de direcionalidad				
Modelo do relé	sem FCT	$\operatorname{com} \operatorname{FCT}$	sem FCT	$\operatorname{com}\operatorname{FCT}$			
R_{01}	77,4	0,0	$95,\!8$	3,1			
R_{02}	80,5	0,0	6,8	3,1			
R_{03}	80,5	0,0	6,3	0,0			
R_{04}	64,2	0,0	$46,\!3$	13,1			
R_{05}	96,3	0,0	$72,\!6$	0,0			
R_{06}	96,3	0,0	72,1	0,0			

Tabela 6.19 – Desempenho do conjunto $Z_{AB} \cup Z_{AT} \cup Z_{BT}$ dos relés R_{01} - R_{06} instalados nas barras BUSA02 e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo ABT na LT3.

	Taxa de atuações incorretas $(\%)$						
	Por sobrealcance		Por perda de direcionalidad				
Modelo do relé	sem FCT	$\operatorname{com} \operatorname{FCT}$	sem FCT	$\operatorname{com} \operatorname{FCT}$			
R_{01}	80,5	0,0	97,8	10,0			
R_{02}	94,7	0,0	$52,\!6$	0,0			
R_{03}	84,2	0,0	5,8	0,0			
R_{04}	$96,\!8$	0,0	100	21,0			
R_{05}	100	8,9	$97,\!4$	$0,\!0$			
R_{06}	$98,\!9$	$1,\!6$	$82,\!1$	0,0			

	Taxa de atuações incorretas (%)						
	Por sobrealcance		Por perda de direcionalida				
Modelo do relé	sem FCT	$\operatorname{com} \operatorname{FCT}$	sem FCT	com FCT			
R_{01}	100	0,0	100	10,0			
R_{02}	100	0,0	100	$10,\!0$			
R_{03}	100	0,0	$50,\!0$	$0,\!0$			
R_{04}	100	0,0	100	$_{30,0}$			
R_{05}	100	0,0	100	$_{30,0}$			
R_{06}	100	0,0	100	$0,\!0$			

Tabela 6.20 – Desempenho do conjunto $Z_{AB} \cup Z_{BC} \cup Z_{CA} \cup Z_{AT} \cup Z_{BT} \cup Z_{BT}$ dos relés R_{01} - R_{06} instalados nas barras BUSA02 e BUSA03 do SEP de 230 kV durante falhas do tipo ABC na LT3.

6.3.4 Análise da Proteção de LT com Compensação Série

Com a finalidade de avaliar estratégia de correção numérica da tensão secundária de TPC para um SEP de maior porte e complexidade, foi realizada a implementação computacional do sistema exibido na Figura 6.21, o qual corresponde a uma parte da interligação Norte-Nordeste em uma configuração de carga leve referente ao ano de 2009 (EPE, 2006). Apesar do relatório técnico apresentado pela EPE (2006) não dispor de alguns dados do sistema, a saber: curva de magnetização dos transformadores, grau de compensação *shunt* e série de algumas LT e a tensão dos equivalentes, os primeiros dados puderam ser obtidos através de uma solicitação junto à CHESF, os segundos foram computados considerando-se os valores base $V_{\text{Base}} = 500 \text{ kV}$ e $S_{\text{Base}} = 100 \text{ MVA}$, ao passo que as fontes de tensão foram ajustadas de modo que o fluxo de potência na LT de interesse fosse compatível com aqueles apresentados nos estudos realizados pelo ONS (2013) no âmbito do planejamento da operação elétrica do SIN de Maio/2013 - Agosto/2013.

Para os fins de análise da correção numérica da tensão secundária de TPC proposta nesta Tese, será investigada a proteção da LT de 500 kV situada entre as subestações de São João do Piauí (SJP) e Boa Esperança (BE). A LT possui um comprimento físico de 233,8 km e apresenta uma Compensação Série (CS) de modo a compensar cerca de 70 % da reatância da linha. Além da CS instalada na subestação SJP, observa-se a presença de uma compensação em derivação por meio de reatores de linha em ambos os terminais da LT. Os relés instalados em ambas subestações são supridos pelos sinais da tensão secundária do modelo de TPC de 500 kV reportado por Pajuelo *et al.* (2008) e por sinais de corrente oriundos de um modelo de TC ideal.

Figura 6.21 – Diagrama unifilar de parte da interligação Norte-Nordeste referente a configuração de 2009 (EPE, 2006).

Sendo d a distância em por unidade compreendida entre a falha e uma subestação, as Figuras 6.22 e 6.23 exibem o comportamento da tensão de entrada dos relés instalados em SJP e BE, respectivamente, durante a ocorrência de falhas em diferentes localidades da LT. A partir do comportamento da amplitude do fasor tensão, a depender da localidade da falha podem surgir componentes de frequências em função dos diversos modos de ressonância que podem ocorrer. Segundo Lambert *et al.* (1994), durante um curto-circuito em uma LT com compensação em derivação ou série, os sinais de tensão apresentam componentes de frequência cujos valores e amplitudes são exibidas na Tabela 6.21.

Tabela 6.21 – Componentes de frequência e suas influências na tensão durante um curtocircuito em LT com compensação em derivação ou série.

Elementos envolvidos na ressonância	Frequência da oscilação (Hz)	Amplitude nas tensões (PU)
Reator shunt e Capacitor série	5-20	0,25
Reatância série do SEP e susceptância da LT	70 - 100	0,10
Reatância série do SEP e Capacitor série	25 - 30	0,03

Dentre as componentes, aquela decorrente da ressonância entre o banco de capacitores

Figura 6.22 – (a) Amplitude do fasor tensão dos relés instalados em SJP durante a ocorrência de falhas em diferentes localidades da LT. (b) Transitórios no início falha.

Figura 6.23 – (a) Amplitude do fasor tensão dos relés instalados em BE durante a ocorrência de falhas em diferentes localidades da LT. (b) Transitórios no início falha.

e a indutância série da LT assume o valor mais severo, sendo reportada na literatura como oscilação subsíncrona (ANDERSON, 1999). Com base na resposta em frequência dos filtros de Fourier (Ver seção 3.6.2), estes não são aptos a eliminar completamente aquelas componentes de frequência o que pode comprometer a estimação dos fasores fundamentais de tensão e corrente e, portanto, o desempenho dos relés de distância.

Analisando os resultados da amplitude do fasor fundamental da tensão exibidos nas Figuras 6.22 e 6.23, além das oscilações subsíncronas presentes nas tensões das barras de BE e SJP, as faltas próximas ao banco de capacitores proporcionam sobretensões sustentadas na subestação de SJP. Contudo, as sobretensões atingem valores da ordem de 4 PU porque os equipamentos de proteção da CS não foram incorporados às simulações digitais. Conforme ZANETTA Jr. (2003), o sistema de compensação série apresenta equipamentos de proteção contra sobretensão tal qual o MOV (*Metal Oxide Varistor*) e centelhadores que realizam o *bypass* dos capacitores e, portanto, mitigam as sobretensões.

A influência das diferentes componentes de frequência sobre o comportamento da im-

pedância no plano R - X pode ser visualizada por meio das Figuras 6.24(a) e 6.24(b). Os relés instalados em SJP exibem uma impedância com trajetória em forma de espiral,

Figura 6.24 – Trajetória da impedância do relé R_{03} durante a ocorrência de falhas em diferentes localidades da LT. (a) Relé instalado em SJP. (b) Relé instalado em BE.

a qual pode proporcionar o sobrealcance e subalcance dos relés de distância. O comportamento em forma de espiral está atrelado ao fato dos filtros de estimação de fasores não eliminarem completamente as componentes de baixa frequência presentes nos sinais de tensão e corrente. De fato, a tensão do lado de SJP é dominada pelas oscilações subsíncronas e, portanto, exibe uma mudança de estado relativamente lenta. Como os transitórios da tensão secundária dos TPC é proporcional a taxa de variação de estado da tensão primária, a réplica da tensão da barra, a tensão secundária e a tensão secundária corrigida proporcionam resultados similares quanto ao comportamento da trajetória da impedância estimada pelos relés instalados em SJP. Por outro, a partir da Figura 6.23(b), a tensão do lado BE exibe uma mudança abruta de estado para em seguida apresentar oscilações subsíncronas. À medida que a falha se aproxima da compensação série, a taxa de variação da tensão primária é reduzida e, por consequência, os transitórios dos TPC. Contudo, a mudança de estado do sinal do primário é suficiente para proporcionar distúrbios no sinal do secundário do TPC de modo a comprometer o desempenho, em termos de velocidade e segurança, dos relés de distância, tal como se verifica na Figura 6.24(b).

Apesar das falhas avaliadas sempre ocorrerem no sentido da direcionalidade dos relés, aqueles instalados nas proximidades da CS podem perder a direcionalidade sinalizando as falhas como externas, pois a impedância em regime permanente de falta estaciona sobre o terceiro ou quarto quadrante do plano R - X. A fim de entender melhor a influência da compensação série nos relés de distância e compreender a origem das sobretensões presentes na Figura 6.22, considere o deslocamento de uma falta simétrica partindo dos terminais da CS seguindo em direção à subestação de BE. Com o deslocamento, a impedância vista pelos relés instalados na subestação de SJP pode ser expressa por:

$$Z_{21} = \frac{\hat{V}_{R1}}{\hat{I}_{R1}} = dR_L + j(dX_L - X_C) .$$
(6.2)

Sendo:

- \widehat{V}_{R1} o fasor da tensão de sequência positiva da tensão primária do TPC;
- \widehat{I}_{R1} o fasor da corrente de sequência positiva presente no primário do TPC;
- d a distância compreendida entre os relés instalados na subestação de SJP e o ponto de falha;
- $R_L + jX_L$ a impedância por unidade de comprimento da LT;
- X_C a reatância por fase do banco de capacitores da CS.

Uma vez que Z_{21} corresponde a impedância acumulada da linha entre o relé instalado na subestação de SJP e a falta, a depender da localização desta, a impedância pode convergir para o quarto quadrante do plano R - X, caracterizando que, durante a falha, o terminal da LT que emana de SJP absorve potência reativa e injeta potência ativa, ou para o primeiro quadrante, condição normal quando ocorrem falhas no sentido direto do trip do relé, isto é, a barra injeta potência ativa e reativa para a falta.

A partir da Equação (6.2), a impedância vista pelo relé estará no quarto quadrante quando $X_C > dX_L$ e, portanto, para falhas compreendidas entre $0 < d < \frac{X_C}{X_L}$. Considere uma falta simétrica na fração d do comprimento da LT. Negligenciando a resistência da LT e tomando-se $V_{TH} \angle 0^\circ$ e jX_{TH} como sendo, respectivamente, a tensão e a impedância do equivalente que representa o sistema a jusante da subestação de SJP, a componente de regime da corrente de falta que atravessa o primário do TC pode ser expressa pelo fasor

$$\widehat{I}_{R1} = \pm j \frac{V_{TH} \angle 0^{\circ}}{|X_{TH} + dX_L - X_C|} = \frac{V_{TH}}{|X_{TH} + dX_L - X_C|} \angle \phi_I , \qquad (6.3)$$

em que $\phi_I \in \{90^\circ, -90^\circ\}$. Devido a presença dos capacitores, a corrente de curto pode atingir níveis bem superiores à corrente nominal da LT. Caso o circuito de falta apresente predominância indutiva ($(X_{TH} + dX_L) > X_C$), a corrente \hat{I}_{R1} encontra-se atrasada de \hat{V}_{TH} de noventa graus ($\phi_I = -90^\circ$) e, portanto, fluindo da fonte em direção ao curtocircuito. Por outro lado, se a malha apresenta característica capacitiva ($(X_{TH} + dX_L) < X_C$), \hat{I}_{R1} sofre uma mudança de 180°, isto é, ($\phi_I = 90^\circ$), portanto flui da falta em direção ao equivalente. Esse fenômeno é reportado na literatura como inversão de corrente (ANDERSON, 1999). Devido a polaridade a que os TC encontram-se instalados, a inversão da corrente pode comprometer a direcionalidade dos relés de proteção, tais como aquelas visualizadas na Figura 6.24(a).

Além da inversão da corrente, falhas que venham a ocorrer na região descrita pela desigualdade $0 < d < \frac{X_C}{X_L}$ também podem apresentar o fenômeno de inversão de tensão. A fim evidenciar este fenômeno, considere que os relés instalados em SJP sejam supridos por TPC barra. Assim, em regime de falha, a tensão no primário do TPC de barra vale:

$$\widehat{V}_{R} = j(dX_{L} - X_{C})\widehat{I}_{R1} \quad \because \quad X_{C} > dX_{L}$$

$$= |dX_{L} - X_{C}|\widehat{I}_{R1}\angle -90^{\circ}$$

$$= \frac{|dX_{L} - X_{C}|V_{TH}}{|X_{TH} + dX_{L} - X_{C}|}\angle \phi_{V} ,$$
(6.4)

sendo $\phi_V = \phi_I - 90^\circ$.

A partir da Equação (6.4), as sobretensões na barra de SJP (Figura 6.22) explicam-se pela presença da reatância capacitiva no circuito de falta. Os níveis das sobretensões é função do grau de compensação série da LT, do sistema equivalente a jusante do banco de capacitores e da impedância acumulada entre a falta e barra avaliada e, portanto, da localização do curto-circuito na LT.

Ocorrendo inversão de corrente, $\phi_V = 0^\circ$ e, portanto, \hat{V}_R estará em fase com \hat{V}_{TH} , a qual corresponde a uma condição normal para pontos eletricamente próximos. Por outro lado, se a inversão de corrente não for estabelecida durante a falha, \hat{V}_R estará 180° atrasada ($\phi_V = -180^\circ$) de \hat{V}_{TH} , indicando o fenômeno de inversão de tensão. Com a utilização de TPC de barra, as inversões de corrente e tensão não são passíveis de ocorrerem simultaneamente. Contudo, utilizando TPC instalados no lado LT, somente ocorrerá inversão de tensão se houver inversão de corrente. De modo análogo ao fenômeno de inversão de corrente, a inversão de tensão pode provocar a perda de direcionalidade dos relés de proteção, pois $\phi_V - \phi_I = -90^\circ$ propiciando o relé declarar uma impedância no terceiro¹ ou quarto² quadrante do plano R - X e, portanto, uma falha externa a

¹O terceiro quadrante é um indicativo de falhas no sentido reverso a direcionalidade do relé de distância. ²O quarto quadrante geralmente caracteriza a perda de excitação das máquinas síncronas quando estas são protegidas por relés de distância (KINDERMANN, 2008; MORAIS *et al.*, 2009).

zona de proteção. Apesar dos fenômenos supracitados estarem presentes em LT com CS, a utilização de relés com polarização por memória de tensão podem mitigar aqueles problemas (ANDERSON, 1999; DUTRA *et al.*, 2005; ZIEGLER, 2008).

A medida que a falta é deslocada no sentido a montante da CS, a trajetória da impedância vista pelo relé tende a entrar no primeiro quadrante do plano R - X. De fato, quando $d = \frac{X_C}{X_L}$ a impedância medida pelo relé corresponde a resistência da LT entre o relé e ponto de falha. Como a resistência da LT é pequena, a depender da resistência presente na falta, a impedância converge para um ponto próximo a origem do plano R - X. Assim, falhas nas proximidades de $d = \frac{X_C}{X_L}$ pode levar o relé a declarar uma falha no sentido direto, reverso ou mesmo apresentar um tempo detecção de falha demasiadamente longo, pois essa região de operação caracteriza uma *close-in fault*.

Influência do Método Proposto na Velocidade da Proteção

Falhas que venham a ocorrer a partir da localização $d > \frac{X_C}{X_L}$, a reatância entre o relé e falta é maior que a reatância capacitiva da compensação série, portanto, o circuito que caracteriza a falha possui predominância indutiva, propiciando a ausência dos fenômenos de inversão de corrente e tensão. Por causa da CS, os terminais emissor e receptor estão eletricamente mais próximos, de modo que a reatância acumulada entre esses terminais vale, no máximo

$$X_{21,max} = X'_{L} - X_{C} = X'_{L} - \frac{X_{C}}{X'_{L}} X'_{L} = (1 - K_{C}) X'_{L} .$$
(6.5)

Sendo X'_L a reatância em Ohms da LT e K_C o grau de compensação série, em por unidade.

De modo análogo as LT com predominância indutiva, o alcance da primeira zona da proteção de distância de LT com CS deve ser reduzido (*underreach zone*) a fim de evitar o sobrealcance. Contudo, o alcance da unidade instantânea geralmente é função da proteção contra sobretensão utilizada para o banco de capacitores, a saber: varistor de óxido metálico (MOV) ou centelhador (ANDERSON, 1999; ZIEGLER, 2008). Conforme Altuve *et al.* (2009), valores típicos do alcance variam entre 0,5 e 0,8.

Os relés instalados na subestação de BE sempre vêem circuitos com predominância indutiva, logo, não estão sujeitos aos problemas associados aos fenômenos de inversão de corrente ou tensão. Nesse sentido, na Figura 6.25 são apresentados os resultados determinísticos da RTDF dos relés R_{01} - R_{06} instalados na subestação de Boa Esperança quando da correção numérica dos transitórios de baixa frequência presentes na tensão secundária dos TPC de 500 kV. O levantamento estatístico da RTDF é mostrado na Tabela 6.22.

Figura 6.25 – Valores determinísticos da redução do tempo de detecção de falhas devido à correção da tensão secundária dos TPC de 500 kV instalados na subestação de BE. (a) Relé R_{01} . (b) Relé R_{02} . (c) Relé R_{03} . (d) Relé R_{04} . (e) Relé R_{05} . (c) Relé R_{06} .

Diferentemente da subestação BE, onde as unidades R_{01} - R_{06} possuem habilidades para proteger a LT sob análise, a presença da compensação série na subestação SJP torna recomendável a utilização de relés com polarização por memória de tensão (ANDERSON, 1999; DUTRA *et al.*, 2005; ZIEGLER, 2008), tais quais as unidades R_{03} e R_{06} .

Fazendo uso de TPC de barra, mostram-se nas Figuras 6.26 os resultados da RTDF dos relés R_{03} e R_{06} instalados na subestação SJP. A correção dos transitórios de baixa frequência dos TPC pode aumentar a velocidade de operação dos relés de distância com polarização por memória de tensão, independentemente do uso dos filtros de Fourier de

		Principais medidas estatísticas da RTDF					
Falha	Modelo do relé	Intervalo (ms)	Média (ms)	$egin{array}{c} { m Mediana} \ { m (ms)} \end{array}$	Moda (ms)	$Variância (ms)^2$	Desvio (ms)
AT	R_{01}	3,64	0,90	0,52	0,52	0,97	0,99
AT	R_{02}	$3,\!64$	$0,\!86$	0,52	$0,\!52$	0,98	$0,\!99$
AT	R_{03}	$3,\!64$	$0,\!83$	0,52	$0,\!52$	$0,\!89$	$0,\!94$
AT	R_{04}	5,72	$1,\!43$	0,52	$0,\!00$	$2,\!58$	$1,\!61$
AT	R_{05}	$4,\!69$	$1,\!48$	0,53	$0,\!52$	$2,\!03$	$1,\!42$
AT	R_{06}	$4,\!16$	$1,\!40$	$1,\!04$	$0,\!52$	$1,\!68$	1,29
AB	R_{01}	$4,\!18$	$1,\!00$	0,52	$0,\!52$	$0,\!81$	$0,\!90$
AB	R_{02}	$4,\!16$	$0,\!90$	0,52	$0,\!52$	$0,\!93$	$0,\!96$
AB	R_{03}	3,65	$0,\!80$	0,52	$0,\!52$	0,70	$0,\!84$
AB	R_{04}	6,76	$2,\!49$	$1,\!04$	$0,\!52$	$5,\!09$	2,26
AB	R_{05}	4,69	$2,\!49$	1,56	$1,\!04$	$2,\!93$	1,71
AB	R_{06}	$4,\!68$	$2,\!35$	1,56	$1,\!04$	$2,\!68$	$1,\!64$
ABT	R_{01}	$4,\!16$	$0,\!94$	0,52	$0,\!52$	$0,\!80$	$0,\!90$
ABT	R_{02}	3,64	$0,\!85$	0,52	$0,\!52$	0,76	$0,\!87$
ABT	R_{03}	3,65	$0,\!81$	0,52	$0,\!52$	$0,\!78$	$0,\!88$
ABT	R_{04}	6,76	$2,\!41$	$1,\!04$	$0,\!52$	$4,\!77$	2,18
ABT	R_{05}	$4,\!68$	$2,\!40$	1,56	$1,\!04$	$2,\!80$	$1,\!67$
ABT	R_{06}	$4,\!68$	$2,\!38$	1,56	$0,\!52$	$2,\!91$	1,71
ABC	R_{01}	3,12	$0,\!70$	0,52	$0,\!52$	$0,\!20$	$0,\!45$
ABC	R_{02}	3,12	$0,\!70$	0,52	$0,\!52$	$0,\!18$	$0,\!43$
ABC	R_{03}	3,12	$0,\!60$	0,52	$0,\!52$	0,19	$0,\!43$
ABC	R_{04}	$4,\!68$	$0,\!97$	$1,\!04$	$0,\!52$	$0,\!68$	$0,\!82$
ABC	R_{05}	3,64	$1,\!49$	$1,\!04$	$1,\!04$	$1,\!02$	$1,\!01$
ABC	R_{06}	3,64	$1,\!21$	$1,\!04$	$1,\!04$	$0,\!66$	$0,\!81$

Tabela 6.22 – Análise estatística da RTDF dos relés instalados na subestação de BE.

um ou de meio ciclo. Por outro lado, no caso de falhas bifásicas próximas a compensação série, nota-se por meio das Figuras 6.26(g) e 6.26(f) que os filtros de meio ciclo quando utilizam a tensão secundária corrigida podem apresentar problemas na detecção da falha. Tal fato está associado a restauração dos componentes de frequência compreendidos entre 10 e 60 Hz presentes no sinal do primário, mas que se encontram atenuados sob o sinal secundário do TPC. De fato, apesar de proporcionarem uma atuação mais rápida dos relés, os filtros de Fourier de meio ciclo são mais vulneráveis às componentes de baixa frequência. Nesse sentido, a fim de detectar falhas de primeira zona em LT com compensação série de forma rápida e segura, pode-se utilizar a correção numérica dos transitórios dos TPC e o esquema de filtragem dual apresentada em Guzman *et al.* (2010).

Figura 6.26 – Valores determinísticos da redução do tempo de detecção de falhas dos relés R_{03} (Figuras entre (a) e (d)) e R_{06} (Figuras entre (e) e (h)) devido à correção da tensão secundária dos TPC de 500 kV instalados no lado da barra da subestação de São João do Piauí. (a)-(e) Falhas AT. (b)-(f) Falhas AB. (c)-(g) Falhas ABT. (d)-(h) Falhas ABC.

Capítulo 7 Conclusões

A partir do conceito de transmissão sem distorção, um novo método para correção dos transitórios de baixa frequência presentes na tensão secundária de transformadores de potencial capacitivos foi proposto. Diferentemente das técnicas reportadas na literatura, o método permitiu obter filtros corretores que são independentes da topologia dos transformadores de potencial capacitivos e do conhecimento dos seus parâmetros, bem como das condições operativas e topológicas da rede elétrica, pois apenas a resposta em frequência do transformador de potencial capacitivo é utilizada. Por utilizar uma pequena largura de banda, o filtro corretor é um sistema de baixa ordem e pequena complexidade computacional para processamento em *tempo real*. Nesse sentido, pode ser implementado em um dispositivo dedicado para correção do sinal secundário dos transformadores de potencial capacitivos, tal como microprocessadores especializados em processamento digital, ou, por outro lado, tornar-se uma função adicional a ser incorporada aos relés numéricos. Uma vez que as diversas funções de proteção e controle presentes nestes dispositivos são implementadas via *software*, o filtro corretor de tensão poderia ser empregado de modo análogo aos filtros de estimação fasorial e o mímico digital.

Quatro transformadores de potencial capacitivos reportados da literatura, três com diferentes níveis de tensão, tiveram suas respostas investigadas no domínio da frequência e do tempo através de simulações digitais. No domínio da frequência, a relação de transformação entre tensão secundária e primária mostraram que os transformadores de potencial capacitivos amplificam sinais com componentes sub-harmônicos, o que compromete o desempenho dos filtros de estimação de fasores. O filtro proposto corrigiu estes componentes de frequência a partir do conceito de transmissão sem distorção com limites de banda restritos. Dentro da largura de banda, a relação de transformação de tensão é unitária e o deslocamento de fase é nulo, independentemente do domínio de identificação do filtro corretor. No que concerne aos estudos no domínio do tempo, investigou-se o comportamento transitório dos transformadores de potencial capacitivos quando estes são submetidos a uma mudança abruta do estado de operação. Pôde ser verificado que o filtro corretor mitigou os transitórios proporcionados pelos elementos armazenadores de energia dos transformadores, pois a tensão secundária corrigida é praticamente uma réplica da tensão primária, portanto, livre de sinais espúrios introduzidos pelo equipamento.

A partir de uma análise criteriosa dos principais elementos de *hardware* e *software* de um relé numérico, foram implementados três modelos com diferentes formas de polarização, a saber: autopolarizada, quadratura e memória de tensão, com a finalidade de avaliar o comportamento da proteção de distância frente aos transitórios da tensão secundária dos transformadores de potencial capacitivos. Para tanto, um grande número de falhas em linhas de transmissão de 230 e 500 kV foi simulado, a fim de obter dados estatísticos que permitissem comparar o desempenho dos relés numéricos de distância equipados com o filtro corretor de tensão. Os resultados obtidos no domínio do tempo indicaram que a estratégia de compensação proposta pode trazer melhorias acerca da velocidade, da confiabilidade e da segurança da função de distância.

Nas análises de desempenho da velocidade da proteção, o filtro corretor de tensão foi capaz de reduzir de forma substancial o tempo de detecção de falhas dentro da primeira zona da proteção de distância. A depender do tipo de polarização e do algoritmo de estimação de fasores empregados no relé, a redução do tempo de detecção de falhas pôde chegar a dois ciclos da fundamental. De modo geral, os relés que utilizam a característica mho autopolarizada e os filtros de meio ciclo foram mais vulneráveis aos transitórios da tensão dos transformadores de potencial capacitivos, podendo ter seu desempenho bastante otimizado quando processam sinais de tensão corrigidos, sobretudo quando as falhas estão próximas à localização do relé (*close-in-faults*). Por outro lado, nos casos dos relés que empregaram os filtros de um ciclo e as polarizações em quadratura e por memória de tensão, a redução do tempo de detecção de falhas assumiu valores da ordem de um milissegundo. Não obstante, tempos de operação da ordem de subciclos podem ser necessários para a proteção.

Durante a ocorrência de falhas na primeira zona, alguns modelos de relés numéricos apresentaram interrupções no comando de *trip* devido aos subalcances transitórios proporcionados pelos distúrbios da tensão secundária dos transformadores de potencial capacitivos. Contudo, quando o relé foi equipado com o filtro corretor, o subalcance transitório foi eliminado, proporcionando um comando de *trip* ininterrupto para uma atuação mais confiável da proteção. Conforme resultados apresentados, o filtro corretor pôde reduzir os erros do processo de classificação de faltas, quando as unidades de distância são concebidas a partir da polarização em quadratura.

No que concerne à segurança, os transformadores de potencial capacitivos provocaram sobrealcance e perca de direcionalidade das unidades de distância. Ainda que esquemas de teleproteção sejam utilizados, os relés instalados nos terminais emissor e receptor das linhas de transmissão de 230 e 500 kV podem sobrealcançar e perder a direcionalidade, respectivamente, quando da ocorrência de falhas em linhas adjacentes e, portanto, promoverem a retirada indevida da linha. O filtro corretor melhorou o desempenho da segurança, pois foi capaz de evitar o sobrealcance em falhas de segunda zona e a perda de direcionalidade para falhas no sentido reverso. Embora em alguns casos, o filtro corretor não tenha provido sinais de tensão com as características necessárias à segurança da proteção, em todos os casos avaliados ele evitou que a perca de direcionalidade e o sobrealcance das unidades de distância ocorressem de modo simultâneo. Logo, o mesmo pode assistir aos esquemas de teleproteção, quanto à segurança da proteção.

O filtro corretor de tensão também foi testado durante a proteção de linhas de transmissão com compensação série e em derivação. Para tanto, foram utilizados registros oscilográficos obtidos via simulação digital de uma parte da interligação Norte-Nordeste em 500 kV referente a uma configuração de carga leve. Assim como nos resultados do sistema menor porte, o filtro corretor melhorou o desempenho da velocidade dos relés de distância. Não obstante, por se tratar de um sistema elétrico com SIR relativamente baixo, a redução do tempo de detecção de falhas atingiu valores mais modestos.

Como continuação dos estudos realizados nesta Tese, são sugeridas as seguintes propostas de trabalhos futuros:

 Alguns relés numéricos disponibilizam para o usuário apenas os fasores tensão e corrente, não permitindo incorporar filtros digitais, tais quais o filtro corretor de tensão, antes do processo de estimação de fasores. Nesse sentido, fazendo uso da representação fasorial das equações de diferenças (ver Apêndice A), avaliar o desempenho da correção dos transitórios do fasor tensão por meio do algoritmo proposto.

- 2. Neste trabalho, os equipamentos de proteção da compensação série não foram modelados e, portanto, estavam ausentes durante a avaliação do desempenho da proteção numérica de distância. Para uma análise mais detalhada da influência do filtro corretor na proteção de linhas de transmissão com compensação série, aqueles dispositivos devem ser inseridos às simulações de transitórios evitando os elevados níveis de sobretensão observados nas simulações.
- 3. Embora a metodologia de obtenção dos filtros corretores faça uso de uma largura de banda mínima, pode-se realizar uma análise paramétrica para avaliar a robustez do filtro corretor mediante variações na resposta em frequência de referência.
- 4. Investigar a utilização do filtro corretor para otimizar o desempenho do chaveamento controlado de linhas de transmissão, haja vista que, nas baixas frequências, os erros de amplitude e fase da relação de transformação de tensão dos transformadores de potencial capacitivos podem afetar o desempenho de algumas técnicas reportadas na literatura.
- 5. Avaliar a influência da correção dos transitórios da tensão secundária dos transformadores de potencial capacitivos no processo de detecção, classificação e evolução dos vários tipos de distúrbios aos quais os sistemas elétricos podem ser submetidos.
- 6. Investigar a influência da correção dos transitórios dos transformadores de potencial capacitivos em relés que operam com outras taxas de amostragem, haja vista que o comprimento da janela de dados é um fator determinante para velocidade de operação. Nesse sentido, pode-se investigar a combinação do filtro corretor de tensão com outros algoritmos de estimação de fasores, a saber: Walsh, Kalman, quadrados mínimos, transformada *wavelet*, entre outros.
- 7. Realizar a implementação física do filtro corretor em um relé numérico e fazer o comissionamento para ensaios via simulações em *tempo real*. Nesse sentido, pode-se investigar a influência do filtro corretor de tensão no comando das manobras de equipamentos representados na simulação digital.

Referências Bibliográficas

- ABB (Ed.). ABB Application Guide for Instruments Transformers. [S.I.]: ABB, 2009.
- ABED, N.; MOHAMMED, O. Physics-Based High-Frequency Transformer Modeling by Finite Elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 46, n. 8, p. 3249 –3252, August 2010.
- ADES, R.; SILVEIRA, M. A. da. Problema H₂/H∞: Soluções Aproximadas por meio de Expansões em Bases. Sociedade Brasileira de Automatica: Controle & Automação , scielo, v. 13, p. 193 – 218, 09 2002.
- AIEE COMMITTEE REPORT. Effects of Coupling Capacitor Potential Device Transients on Protective Relay Operation. AIEE Transactions, v. 70, n. Part II, p. 2089– 2096, 1951.
- AJAEI, F. B.; SANAYE-PASAND, M. Minimizing the Impact of Transients of Capacitive Voltage Transformers on Distance Relay. Joint International Conference on Power System Technology and IEEE Power India Conference, 2008.
- AJAEI, F. B.; SANAYE-PASAND, M.; DAVARPANAH, M.; REZAEI-ZARE, A.; IRA-VANI, R. Mitigating the Impacts of CCVT Subsidence Transients on the Distance Relay. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 2, p. 497 –505, April 2012.
- ALEXANDER, G.; ANDRICHAK, J.; TYSKA, W.; WILKINSON, S. Effects of Load Flow on Relay Performance. In: Texas A&M Relay Conference. College Station, Texas: [s.n.], 1986.
- ALEXANDER, G. E.; ANDRICHAK, J. G. Ground Distance Relaying: Problems and Principles. In: Proceedings of the 19st Annual Western Protective Relay Conference. [S.l.: s.n.], 1991. p. 1–36.

- ALSTOM. Network Protection & Automation Guide. 2. ed. Stafford, United Kingdom: Alstom, 2011.
- ALTUVE, H.; MOONEY, J. B.; ALEXANDER, G. E. Advances in Series-Compensated Line Protection. In: 62nd Annual Conference for Protective Relay Engineers. [S.l.: s.n.], 2009. p. 263-275.
- ALVARADO, F.; LASSETER, R.; SANCHEZ, J. J. Testing Of Trapezoidal Integration With Damping For The Solution Of Power Transient Problems. *IEEE Transactions* on Power Apparatus and Systems, PAS-102, n. 12, p. 3783 –3790, December 1983.
- ANDERSON, P. M. Power System Protection. Piscataway, New Jersey, USA: IEEE Press Series on Power Engineering, 1999.
- ANNAKKAGE, U.; NAIR, N.; LIANG, Y.; GOLE, A.; DINAVAHI, V.; GUSTAVSEN,
 B.; NODA, T.; GHASEMI, H.; MONTI, A.; MATAR, M.; IRAVANI, R.; MAR-TINEZ, J. Dynamic System Equivalents: A Survey of Available Techniques. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 1, p. 411 –420, January 2012.
- ARAÚJO, A. E. A.; NEVES, W. L. A. Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Energia. 1. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2005.
- BABU, K. V.; TRIPATHY, M.; SINGH, A. K. Recent Techniques Used in Transmission Line Protection: A Review. International Journal of Engineering, Science and Technology, v. 3, n. 3, p. 1–8, 2011.
- BALOGH, L.; PINTELON, R. Stable Approximation of Unstable Transfer Function Models. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 57, n. 12, p. 2720 -2726, December 2008.
- BENMOUYAL, G. Frequency-Domain Charaterization of Kalman Filters as Applied to Power System Protection. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 7, p. 1129–1138, July 1992.
- BENMOUYAL, G. Remival of DC-Offset in Current Waveforms Using Digital Mimic Filtering. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 10, n. 2, p. 621–630, Abril 1995.

- BENZI, M. Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A survey. Journal of Computational Physics, v. 182, p. 418–477, July 2002.
- BJöRCK, Å. Numerical Methods for Least Squares Problems. Philadephia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996.
- BRADLEY, A. M. Algorithms for the Equilibration of Matrices and Their Application to Limited-Memory Quasi-Newton Methods. Tese (Thesis) — Standford University, 2010.
- BRAHMA, S.; LEON, P. D.; KAVASSERI, R. Investigating the Option of Removing the Antialiasing Filter From Digital Relays. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 24, n. 4, p. 1864 –1868, October 2009.
- CALERO, F.; GUZMáN, A.; BENMOUYAL, G. Adaptive Phase and Ground Quadrilateral Distance Elements. Journal of Reliable Power - Schweitzer Engineering Laboratories, v. 1, n. 1, p. 65–82, 2010.
- CAMPELLO, R. J. G. B.; OLIVEIRA, G. H. C.; AMARAL, W. C. Identificação e Controle de Processos via Desenvolvimentos em Séries Ortonormais. Parte A: Identificação. Sociedade Brasileira de Automatica: Controle & Automação, scielo, v. 18, p. 301 – 321, 09 2007.
- CARVALHO, F. S.; CARNEIRO Jr., S. Transient Conditions in CCVTs Outputs and Their Effects on the Detection of Traveling Waves. *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 8, p. 616 – 625, 2006.
- CARVALHO JUNIOR, A. V. de. Interação Transitória entre Transformadores de Potencial Capacitivos e Linhas de Transmissão: Uma Contribuição para Minimizar Falhas. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Agosto 2008.
- CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. Numerical Methods for Engineers. 5. ed. New York, USA: McGraw-Hill Companies, Inc., 2006.
- CHONG, E. K. P.; ZAK, S. H. An Introduction to Optimization. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2001.

- COSTA, F. B.; SOUZA, B. A. de; BRITO, N. S. D. Detecção de Faltas Evolutivas e Múltiplos Distúrbios em Registros Oscilográficos Baseada na Transformada Wavelet Discreta. Sociedade Brasileira de Automatica: Controle & Automação, p. 173–184, 2010.
- COSTELLO, D.; ZIMMERMAN, K. CVT Transients Revisited Distance, Directional Overcurrent, and Communications-Assisted Tripping Concerns. In: 65th Annual Conference for Protective Relay Engineers. [S.l.: s.n.], 2012. p. 73 -84.
- COURY, D. V.; OLESKOVICZ, M.; GIOVANINI, R. Proteção Digital de Sistemas Elétricos de Potência: dos Relés Eletromecânicos aos Microprocessados Inteligentes. São Carlos: Edgard USP, 2007.
- DALSTEIN, T.; KULICKE, B. Neural Network Approach to Fault Classification for High Speed Protective Relaying. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 2, p. 1002–1011, April 1995.
- DANTAS, K. M. C. Chaveamento Controlado Aplicado ao Religamento Rápido de Linhas de Transmissão. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Abril 2012.
- DECKER, I. C.; FALCãO, D. M.; KASZKUREWICZ, E. Conjugate Gradient Methods for Power System Dynamic Simulation on Parallel Computers. *IEEE Transactions* on Power Systems, v. 11, n. 3, p. 1218–1227, 1996.
- DEMMEL, J. W. Applied Numerical Linear Algebra. Philadephia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
- DENNIS, J. E.; SCHNABEL, R. B. Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations. Philadephia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996.
- DESCHRIJVER, D.; GUSTAVSEN, B.; DHAENE, T. Advancements in Iterative Methods for Rational Approximation in the Frequency Domain. *IEEE Transacti*ons on Power Delivery, v. 22, n. 3, p. 1633-1642, July 2007.
- DESCHRIJVER, D.; MROZOWSKI, M.; DHAENE, T.; ZUTTER, D. D. Macromodeling of Multiport Systems Using a Fast Implementation of the Vector Fitting Method .

IEEE Microwave and Wirelees Components Letters, v. 18, n. 6, p. 383 – 385, June 2008.

- D'HAENE, T.; PINTELON, R.; VANDERSTEEN, G. An Iterative Method to Stabilize a Transfer Function in the s - and z -Domains. *IEEE Transactions on Instrumentation* and Measurement, v. 55, n. 4, p. 1192 –1196, August 2006.
- DINIZ, P. S. R.; SILVA, E. A. B.; NETTO, S. L. Processamento Digital de Sinais Projeto e Análise de Sistemas. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- DOMMEL, H. W. Electromagnetic Transients Program (EMTP)-Theory Book. Portland: BPA, 1996.
- DOMZALSKI, M. J.; NICKERSON, K. P.; ROSEN, P. R. Application of Mho and Quadrilateral Distance Characteristics in Power Systems. In: Seventh International Conference on Developments in Power System Protection. [S.l.: s.n.], 2001. p. 555–558.
- DONG, X.; WANG, S.; SHI, S. Research on Characteristics of Voltage Fault Traveling Waves of Transmission Line. In: Proceedings of the International Symposium on Modern Electric Power Systems. [S.l.: s.n.], 2010.
- DUBE, L. Models in ATP: Language Manual. [S.I.], February 1996.
- DUTRA, R. de A.; SANTOS, L. F. dos; CARDOSO Jr., G. Soluções de Aplicações de Sistemas de Proteção de Distância em Linhas com Compensação Série. VIII Seminário Técnico de Proteção e Controle, Rio de Janeiro, 2005.
- ELMORE, W. A. Protective Relaying Theory and Applications. 2. ed. Madison Avenue, New York: Marcel Dekker, Inc., 2003.
- EPE. Estudo de Expansão da Interligação N-NE LT 500 kV Colinas Ribeiro Gonçalves
 São João do Piauí Milagres. Brasília, Novembro 2006.
- FERNANDES, A. B.; NEVES, W. L. A. Frequency-Dependent Low Order Approximation of Transmission Lines Parameters. In: International Conference on Power Systems Transients. Budapest, Hungary: [s.n.], 1999. p. 43 – 48.
- FERNANDES, E. E. da G. Computação Numérica. 2. ed. Portugal, Braga: Universidade do Minho, 1997.

- FERNANDES JÚNIOR, D. Modelo de Transformadores de Potencial Capacitivos para Estudos de Transitórios Eletromagnéticos. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Dezembro 2003.
- FINNEY, D.; ZHANG, Z.; CARDENAS, J. Ultra Fast Distance Protection. Proceedings of the 10th International Conference on Developments in Power System Protection, Manchester, United Kingdom, March 2010.
- FRANKLIN, G. A.; HORTON, R. Determining Distance Relay Zone-1 Reach Settings to Prevent CCVT Transient Overreach. proceedings of IEEE, Southeastcon, March 2011.
- GAJULAPALLI, R. S.; LASDON, L. S. Scaling Sparse Matrices for Optimization Algorithms. Working Paper series of IIMA, Indian Institute of Management, Ahmedabad, India, 2006.
- GERS, J. M.; HOLMES, E. J. Protection of Electricity Distribution Networks. 2. ed. London, United Kindom: IET Power and Energy Series 47, 2005. (47).
- GHASSEMI, F.; GALE, P.; CUMMING, T.; COUTTS, C. Harmonic Voltage Measurements Using CVTs. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 20, n. 1, p. 443 – 449, January 2005.
- GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J. Power System Analysis and Design.5. ed. [S.l.]: CENGAGE Learning, 2011.
- GOLDSTINE, H. A History of Numerical Analysis From the 16th Through the 19th Century. [S.l.]: Springer-Verlag, 1977. (Studies in the history of mathematics and physical sciences).
- GOLUB, G.; LOAN, C. V. Matrix Computations. 3. ed. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 1996.
- GUSTAVSEN, B. Improving the Pole Relocating Properties of Vector Fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 21, n. 3, p. 1587–1592, July 2006.
- GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Rational Approximation of Frequency Domain Response by Vector Fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 1, p. 1052–1061, July 1999.

- GUZMAN, A.; MOONEY, J.; BENMOUYAL, G.; FISCHER, N.; KASZTENNY, B.
 Transmission Line Protection System for Increasing Power System Requirements.
 In: Proceedings of the International Symposium Modern Electric Power Systems.
 [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–11.
- HAMMING, R. W. Numerical Methods for Scientists and Engineers. 2. ed. New York, USA: McGraw-Hill Inc., 1973.
- HARDER, E. L. Transient Compensation of Potential-Device Burdens. United States Patent, April 1951.
- HAYKIN, S.; VEEN, B. V. Sinais e Sistemas. [S.l.]: BOOKMAN COMPANHIA ED, 2001.
- HE, Z.; FU, L.; LIN, S.; BO, Z. Fault Detection and Classification in EHV Transmission Line Based on Wavelet Singular Entropy. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 25, n. 4, p. 2156-2163, 2010.
- HEIJ, C.; RAN, A.; SCHAGEN, F. van. Introduction to Mathematica Systems Theory -Linear System, Identification and Control. Berlin: Birkhäuser Basel, 2007.
- HEIJDEN, F. van der; DUIN, R.; RIDDER, D. de; TAX, D. Classification, Parameter Estimation and State Estimation: An Engineering Approach using MATLAB. 1. ed. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- HENDRICKX, W.; DHAENE, T. A Discussion of Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 1, p. 441–443, February 2006.
- HOROWITZ, S. H.; PHADKE, A. G. Power System Relaying. 3. ed. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- HOU, D.; ROBERTS, J. Capacitive Voltage Transformers: Transient Overrreac Concerns and Solutions for Distance Relaying. In: Schweitzer Engineering Laboratories.
 Pullman, USA: [s.n.], 1995.
- HOWARD, A.; RORRES, C. Álgebra Linear com Aplicações. 8. ed. Porto Alegre: Bookmam, 2001.

IEC 186. International Standard - Voltage Transformers. 2. ed. [S.l.]: IEC, 1987.

- IEEE C37.113. IEEE Guide for Protective Relay Applications to Transmission Lines. 2000.
- IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE. EMTP Reference Models for Transmission Line Relay Testing. 2004.
- IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE. Understanding Microprocessor-Based Thechnology Applied to Relaying. January 2009.
- IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE. Use of Synchrophasor Measurements in Protective Relaying Applications. August 2012.
- IZYKOWSKI, J.; KASZTENNY, B.; ROSOLOWSKI, E.; SAHA, M. M.; HILLSTROM, B. Dynamic Compensation of Capacitive Voltage Transformers. *IEEE Transactions* on Power Delivery, v. 13, n. 1, p. 116–122, January 1998.
- JOHNS, A.; BO, Z.; SONG, Y.; AGGARWAL, R. Spectrum Analysis of Fault-Induced Transients for the Development of Protection Equipment. In: 2nd International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management. [S.l.: s.n.], 1993. v. 1, p. 72–76.
- JOHNS, A. T.; SALMAN, S. K. Digital Protection for Power Systems. Herts, United Kingdom: Peter Peregrinus Ltd., 1995. (IEE Power Series 15).
- KANG, Y.-C.; ZHENG, T.-Y.; CHOI, S.-W.; KIM, Y.-H.; KIM, Y.-G.; S.-I.JANG; KANG, S.-H. Design and Evaluation of a Compensating Algorithm for the Secondary Voltage of a Coupling Capacitor Voltage Transforme in Time Domain. *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 3, p. 793–800, May 2009.
- KASZTENNY, B.; SHARPLES, D.; ASARO, V.; POZZUOLI, M. Distance Relays and Capacitive Voltage Transformers-Balancing Speed and Transient Overreach. In: Annual Conference for Protective Relay Engineers. Ontario Canada: [s.n.], 2000. v. 53.
- KEZUNOVIC, M.; KOJOVIC, L.; SKENDZIC, V.; FROMEN, C. W.; SEVCIK, D. R.; NILSSON, S. L. Digital Models of Coupling Capacitor Voltage Transformers for

Protective Relay Transient Studies. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 7, n. 4, p. 1927–1935, October 1992.

- KEZUNOVIC, M.; RIKALO, I.; SOBAJIC, D. J. High-Speed Fault Detection and Classification With Neural Nets. *Electric Power Systems Research*, v. 34, n. 2, p. 109–116, 1995.
- KHANNA, A. Methods to Improve Transient Performance of CVTs: Analysis and Recommendations. *European Transactions on Electrical Power*, 2010.
- KHINCHA, H. P.; PARTHASARATHY, K.; KUMAR, B. S. A.; ARUN, C. G. New Possibilities in Amplitude and Phase-Comparison Techniques for Distance Relays. *Eletrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, v. 117, n. 11, p. 2133–2141, November 1970.
- KINDERMANN, G. Proteção de Sistemas Elétricos de Potência. 2. ed. Florianópolis: Edição do autor, 2005.
- KINDERMANN, G. Proteção de Sistemas Elétricos de Potência. 1. ed. Florianópolis: Edição do autor, 2008.
- KNOCKAERT, L.; FERRANTI, F.; DHAENE, T. Vector Fitting vs. Levenberg-Marquardt : Some Experiments. In: *IEEE Workshop on Signal Propagation on Interconnects*, SPI. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–4.
- KOJOVIC, L.; KEZUNOVIC, M.; SKENDZIC, V.; FROMEN, C. W.; SEVCIK, D. R. A New Method for the CCVT Performance Analysis Using Field Measurements, Signal Processing and EMTP Modeling. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 4, p. 1907–1915, October 1994.
- LAMBERT, J.; PHADKE, A. G.; NABB, D. M. Accurate Voltage Phasor Measurement in a Series-Compensated Network. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 1, p. 501–509, January 1994.
- LATHI, B. P. Sinais e Sistemas Lineares. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- LEFTERIU, S.; ANTOULAS, A. C. On the Convergence of the Vector-Fitting Algorithm. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, v. 61, n. 4, p. 1435–1443, April 2013.

- LEVY, E. C. Complex Curve Fitting. Ire Transactions On Automatic Control, v. 4, n. 1, p. 37–43, 1959.
- LIANG, F.; JEYASURYA, B. Transmission Line Distance Protection Using Wavelet Transform Algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 2, p. 545–553, 2004.
- LOPES, F. V.; FERNANDES, D.; NEVES, W. L. A. A Traveling-Wave Detection Method Based on Park's Transformation for Fault Locators. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 28, n. 3, p. 1626–1634, 2013.
- LYONS, R. G. Understanding Digital Signal Processing. 3. ed. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 2010.
- MACHADO, E. P. Uma Técnica para Compensação Dinâmica de Transformadores de Potencial Capacitivos. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Campina Grande, Março 2009.
- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. A Recursive Filter to Correct Disturbance in the Secondary Voltage of Coupling Capacitor Voltage Transformers. Proceedings of the 16th International Symposium on High Voltage Engineering, Cape Town, South Africa, August 2009.
- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Correção Numérica de Distúrbios da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos. XVIII Congresso Brasileiro de Automática-CBA, Bonito-MS, Setembro 2010.
- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Correção de Distúrbios da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos - Impacto Sobre a Estimação de Fasores. XIV Encontro Regional Iberoamericano do Cigré-ERIAC, Ciudad del Este, Paraguay, Junho 2011.
- MACHADO, E. P.; FERNANDES JÚNIOR, D.; NEVES, W. L. A. Investigação dos Distúrbios da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos no Desempenho da Proteção de Distância de Linhas de Transmissão. XIX Congresso Brasileiro de Automática-CBA, Campina Grande - PB, Setembro 2012.

- MADSEN, K.; NIELSEN, H.; TINGLEFF, O. Methods for Non-Linear Least Squares Problems. 2. ed. Richard Petersens Plads, Building 321, DK-2800 Kgs. Lyngby: Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU, 2004.
- MAESTRELLI, R.; OLIVEIRA, G. H. C. Método para Identificação de Sistemas Contínuos Mal Amortecidos no Domínio da Frequência Usando Funções Ortonormais. XVIII Congresso Brasileiro de Automática-CBA, Bonito-MS, Setembro 2010.
- MAHANTY, R. N.; GUPTA, P. D. Application of RBF Neural Network to Fault Classification and Location in Transmission Lines. *IEE Proceedings on Generation, Transmission & Distribution*, v. 151, n. 2, p. 201–212, March 2004.
- MARTí, J. R. Accurate Modelling of Frequency-Depedent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and* Systems, PAS-101, n. 1, p. 147–157, January 1982.
- MARTÍNEZ, E. V. A travelling Wave Distance Protection Using Principal Component Analysis. Electrical Power & Energy Systems, v. 25, n. 6, p. 471–479, 2003.
- MCLAREN, P.; SWIFT, G.; NEUFELD, A.; ZHANG, Z.; DIRKS, E.; HAYWOOD, R. W. Open Systems Relaying. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 3, p. 1316-1324, July 1994.
- MEKONNEN, Y.; SCHUTT-AINE, J.; TAN, J.; KUMAR, C.; MILOSEVIC, D. Combining Rational Interpolation With the Vector Fitting Method. In: *IEEE 14th Topical Meeting on Electrical Performance of Electronic Packaging*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 51 - 54.
- MIETTINEN, K. M. Nonlinear Multiobjective Optimization. Norwell, Massachusetts, USA: Kuwer's International Series, 1999. (Series in Operations Research & Management Science).
- MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. Ata da 85^a Reunião do Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico. [S.l.], Agosto 2010.

- MINNICHELLI, R. J.; ANAGNOST, J. J.; DESOER, C. A. An Elementary Proof of Kharitonov's Stability Theorem With Extensions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 34, p. 995–998, September 1989.
- MOLER, C. B. Numerical Computing with MATLAB. Philadephia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.
- MOONEY, J. B.; HAU, D.; PLUMPTRE, F.; HENVILLE, C. Computer Models Simplify Relay Application Studies. In: Western Protective Relay Conference. Spokane, Washington: [s.n.], 1993.
- MORAIS, A. P. de; CARDOSO Jr., G.; MARIOTTO, L. Avaliação do Desempenho dos Métodos de Porteção Contra a Perda de Excitação em Geradores Síncronos. Sociedade Brasileira de Automatica: Controle & Automação, p. 526-543, 2009.
- NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A.; FERNANDES JÚNIOR, D.; COSTA, E. G.; AL-MEIDA, G. J. C.; LIRA, G. R. S.; SILVA, C. A.; MACHADO, E. P.; VASCONCE-LOS, J. C. R. S. A.; GODOY, M. V. Relatório de Projeto de Pesquisa e Desenvolvimento - Representação de Transformadores de Potencial Capacitivos em Estudos de Transitórios Eletromagnéticos. Campina Grande, Abril 2007.
- NINNESS, B.; GUSTAFSSON, F. A Unifying Construction of Orthonormal Bases for System Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 42, p. 515–521, 1997.
- OGATA, K. Discrete-Time Control Systems. 2. ed. [S.I.]: Prentice-Hall, 1995.
- ONS. Submódulo 2.6: Requisitos Mínimos dos Sistemas de Proteção e de Telecomunicações. Brasília, Julho 2008.
- ONS. Submódulo 2.6: Requisitos Mínimos dos Sistemas de Proteção e de Telecomunicações. Brasília, Setembro 2010.
- ONS. Casos de Referência Diretrizes para a Operação Elétrica Quadrimestral. Junho 2013. Disponível em: ">http://www.ons.org.br/plano_ampliacao-/c_referencia_permanente_quadrimestral.aspx>">http://www.ons.org.br/plano_ampliacao-
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. Discrete-Time Signal Processing. [S.1.]: Prentice-Hall, 1989.
- OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; NAWAB, H. Sinais e Sistemas. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- PAITHANKAR, Y. G.; BHIDE, S. R. Fundamentals of Power System Protection. New Delhi, India: Prentice-Hall, 2007.
- PAJUELO, E. An Improved Voltage Phasor Estimation Technique to Minimize the Impact of CCVT Transients in Distance Protection. In: Canadian Coference on Electrical and Computer Engineering. [S.l.: s.n.], 2005. p. 454–457.
- PAJUELO, E.; RAMAKRISHNA, G.; SACHDEV, M. Phasor Estimation Technique to Reduce the Impact of Coupling Capacitor Voltage Transformer Transients. IET Generation, Transmission & Distribution, v. 2, n. 4, p. 588–599, 2008.
- PAJUELO, E.; RAMAKRISHNA, G.; SACHDEV, M. Strengths an Limitations of a New Phasor Estimation Technique to Reduce the CCVT Impact in Distance Protection. *Electric Power Systems Research*, v. 80, n. 4, p. 417–425, 2010.
- PAYNE, P. An Improved Technique for Transfer Function Synthesis from Frequency Response Data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 15, n. 4, p. 480 – 483, August 1970.
- PAZ, A. R. A. Aplicação do Método GMRES na Solução de Problemas de Estabilidade em Sistemas de Energia Elétrica. Tese (Doutorado) — Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, Novembro 2012.
- PEREZ, S. G. A. Modeling Relays for Power System Protection Studies. Tese (Doutorado)
 University of Saskatchewan, Saskatoon, Saskatchewan, Canada, July 2006.
- PHADKE, A. G.; THORP, J. S. Synchronized Phasor Measurements and Their Applications. 1. ed. Blacksburg, Virginia: Springer, 2008.
- PHADKE, A. G.; THORP, J. S. Computer Relaying for Power Systems. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd, 2009.

- PINTELON, R.; GUILLAUME, P.; ROLAIN, Y.; SCHOUKENS, J.; HAMME, H. V. Parametric Identification of Transfer Functions in the Frequency Domain - A Survey. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 39, n. 11, p. 2245 –2260, November 1994.
- PINTELON, R.; KOLLáR, I. Macromodeling of Multiport Systems Using a Fast Implementation of the Vector Fitting Method . *IEEE Transacions on Instrumentation* and Measurement, v. 54, n. 1, p. 318 – 321, February 2005.
- PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. System Identification: A Frequency Domain Approach.2. ed. Piscataway, New-Jersey: John Wiley & Sons, 2012.
- POMA, C. E. P. Um Solucionador Iterativo Para Sistemas-Lineares: Aplicação no Problema do Fluxo de Carga. Tese (Doutorado) — Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, Agosto 2010.
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. Numerical Recipes- The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- PROAKIS, J.; MANOLAKIS, D. G. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications. New Delhi: Prentice Hall, 2006.
- RAO, S. S. Engineering Optimization: Theory and Practice. 4. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- ROBERTS, J.; GUZMAN, A.; SCHWEITZER, E. O. Z = V/I Does not Make a Distance Relay. In: 20th Western Protective Relay Conference. Washington, USA: [s.n.], 1993.
- ROLAIN, Y.; PINTELON, R.; XU, K. Q.; VOLD, H. On the Use of Orthogonal Polynomials in High Order Frequency Domain System Identification and its Application to Modal Parameter Estimation. In: *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control.* [S.l.: s.n.], 1994. v. 4, p. 3365 –3373.
- ROMA, M. Dynamic Scaling Based Preconditioning for Truncated Newton Methods in Large Scale Unconstrained Optimization. Optimization Methods and Software, v. 20, n. 6, p. 693-713, December 2005.

- ROSA, A. da. Desenvolvimento de Modelos Discretos de Volterra Usando Funções de Kautz. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Fevereiro 2005.
- RUIZ, D.; UÇAR, B. A Symmetry Preserving Algorithm for Matrix Scaling. Technical Report INRIA RR-7552., 2011.
- SAAD, Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. 2. ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- SACHDEV, M.; BARIBEAU, M. A New Algorithm for Digital Impedance Relays. *IEEE Transactions Power Apparatus and Systems*, PAS-98, p. 2232–2240, 1979.
- SAHA, M. M.; IZYKOWSKI, J.; LUKOWICZ, M.; ROSOLOWSKI, E. Application of ann Methods for Instrument Transformer Correction in Transmission Line Protection.
 In: IEE. Developments in Power System Protection. [S.I.], 2001. p. 303-306.
- SALEH, S. M.; ABOULD-ZAHAB, E. M.; ELDIN, E. T.; IBRAHIM, D. K.; GILANY,
 M. I. Neural Network-Based Technique Used for Recovery the CCVT Primary Signal. Power & Energy Society General Meeting, 2009.
- SANATHANAN, C.; KOERNER, J. Transfer Function Synthesis as a Ratio of two Complex Polynomials. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 8, n. 1, p. 56 – 58, January 1963.
- SANTOS, A. K. X. Um Compensador para a Correção em Tempo Real da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Campina Grande, Setembro 2011.
- SARTORI, C. A. F.; SEVEGNANI, F. X. Fault Classification and Detection by Wavelet-Based Magnetic Signature Recognition. *IEEE Transaction on Magnetics*, v. 46, n. 8, p. 2880–2883, August 2010.
- SCHRAMA, R. J. Approximate Identification and Control Design with Application to a Mechanical System. Tese (Thesis) — Delft University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering and Marine Technology, Delft, Netherlands, 1992.

- SCHWEITZER, E. O. New Developments in Distance Relay Polarization and Fault Type Selection. In: 16th Annual Western Protective Relay Conference. Washington, USA: [s.n.], 1989.
- SCHWEITZER, E. O.; HOU, D. Filtering for Protective Relays. In: 19th Annual Western Protective Relay Conference. Spokane, Washington: [s.n.], 1992.
- SCHWEITZER, E. O.; ROBERTS, J. Distance Relay Element Design. In: 46th Annual Conference for Protective Relay Engineers. Texas, USA: [s.n.], 1993.
- SIDHU, T.; HFUDA, M.; SACHDEV, M. Generating Relay Models for Protection Studies. IEEE Computer Applications in Power, v. 11, n. 4, p. 33 –38, October 1998.
- SIGUERDIDJANE, H. B.; GAONACH, J.; ROHELLEC, N. L. Applications of Digital Power Simulators: Advantages. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 3, p. 1137–1142, July 1997.
- SILVA, C. A. Correção da Tensão Secundária de Transformadores de Potencial Capacitivos em Tempo Real. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Campina Grande, Março 2010.
- SILVA, E. C. Retrofit Quando o Velho e o Novo não se Entendem. Seminário Técnico de Proteção e Controle, Rio de Janeiro - RJ, 2005.
- SILVA, K. M. e. Estimação de Fasores Baseada na Transformada Wavelet para Uso na Proteção de Distância de Linhas de Transmissão. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Abril 2009.
- SINGH, R. P. *Digital Power System Protection*. [S.l.]: Prentice-Hall Of India Pvt. Limited, 2007.
- SOYSAL, A.; SEMLYEN, A. Practical Transfer Function Estimation and its Application to wide Frequency Range Representation of Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3, p. 1627 –1637, July 1993.
- STRANG, G. Álgebra Linear e suas Aplicações. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- SU, K. Analog Filters. New York: Kluwer Academic Publishers, 2003.

- SWEETANA, A. Transient Response Characteristics of Capacitive Potential Devices. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS, n. 90, p. 1989–2001, September 1971.
- TAN, N.; ATHERTON, D. P. Stability and Performance Analysis in an Uncertain World. Computing Control Engineering Journal, v. 11, n. 2, p. 91-101, April 2000.
- TAUB, H.; SCHILLING, D. Eletrônica Digital. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.
- TOMMASI, L. D.; GUSTAVSEN, B.; DHAENE, T. Robust Transfer Function Identification via an Enhanced Magnitude Vector Fitting Algorithm. *Control Theory Applications, IET*, v. 4, n. 7, p. 1169 –1178, July 2010.
- TREFETHEN, L. N.; BAU III, D. Numerical Linear Algebra . Philadephia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
- VALSAN, S. P.; SWARUP, K. S. High-Speed Fault Classification in Power Lines: Theory and FPGA-Based Implementation. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, v. 56, n. 5, p. 1793–1800, May 2009.
- VENKATESAN, R.; BALAMURUGAN, B. A Real-Time Hardware Fault Detector Using an Artificial Neural Network for Distance Protection. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 16, n. 1, p. 75–82, 2001.
- VRIES, D. de; HOF, P. Van den. Frequency Domain Identification With Generalized Orthonormal Basis Functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 43, n. 5, p. 656-669, May 1998.
- WALPOLE, R. E.; MYERS, R. H.; MYERS, S. L.; YE, K. Probability & Statistics for Engineers & Scientists. 8. ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007.
- WARRINGTON, A. R. V. C. Protective Relay: Their Theory and Practice. 1. ed. London: Chapman and Hall, 1969.
- WILSON, R.; NORDSTROM, J. EMTP Transient Modeling of a Distance Relay and a Comparison with EMTP Laboratory Testing. *IEEE Transactions on Power Deli*very, v. 8, n. 3, p. 984 –992, July 1993.

- WULHYNEK, S. Identificação de Sistemas no Domínio da Frequência Utilizando Conjunto Geradores Otimizados. Dissertação (Mestrado) — Instituto Militar de Engenharia, Janeiro 2002.
- XIAO, Y.; FU, J.; HU, B.; LI, X.; DENG, C. Problems of Voltage Transducer in Harmonic Measurement. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 3, p. 1483–1487, July 2004.
- YOUSSEF, O. A. S. Fault Classification Based on Wavelet Transforms. *IEE PES Trans*mission and Distribution Conference and Exposition, p. 531–536, 2001.
- ZADEH, H. K. Correction of Capacitive Voltage Transformer Distorted Secondary Voltages Using Artificial Neural Networks. In: 7th Seminar on Neural Network Applications in Electrical Engineering. Serbia and Montenegro: [s.n.], 2004.
- ZADEH, H. K.; LI, Z. A Compensation Scheme for CVT Transient Effects Using Artificial Neural Network. Chicago, USA, 2007.
- ZANETTA Jr., L. C. Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência. 1. ed. São Paulo: EDUSP, 2003.
- ZHAO, S.; LI, H. Y.; GHASSEMI, F.; CROSSLEY, P. Impact of Power Quality Sensor Technique on Power System Protection Voltage Transient Measurements. In: 10th IET International Conference on Developments in Power System Protection (DPSP 2010). [S.l.: s.n.], 2010.
- ZHU, L.; SHI, D.; DUAN, X. Standard Function Blocks for Flexible IED in IEC 61850-Based Substation Automation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 26, n. 2, p. 1101 –1110, April 2011.
- ZIEGLER, G. Numerical Distance Protection: Principles and Applications. 3. ed. Berlin, Germany: Siemens, 2008.

Apêndice A

Filtros Digitais Recursivos na Forma de Fasores

A função de transferência de um filtro digital recursivo é dada por:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^{gn} a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{gd} b_i z^{-i}} .$$
(A.1)

Nesse sentido, o sinal de saída do filtro pode ser expresso como sendo:

$$Y(z) = \sum_{i=0}^{gn} a_i X(z) z^{-i} - \sum_{i=1}^{gd} b_i Y(z) z^{-i} .$$
 (A.2)

Aplicando-se a transformada z inversa a (A.2), tem-se a equação de diferenças:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{gn} a_i x(k-i) - \sum_{i=1}^{gd} b_i y(k-i) , \qquad (A.3)$$

sendo y(k) um sinal de tempo discreto.

Definindo-se h_c e h_s como sendo os filtros digitais responsáveis por extrair a componente real e imaginária de uma janela móvel contendo N amostras de y(k), as componentes reais e imaginárias do fasor $\hat{Y}(k)$ podem ser expressas, respectivamente, por:

$$Y_{c1}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(k-n)h_c(n+1)$$
(A.4a)

$$Y_{s1}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(k-n)h_s(n+1) .$$
 (A.4b)

Substituindo (A.3) em (A.4)

$$Y_{c1}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{gn} a_i x(k-n-i) h_c(n+1) - \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{gd} b_i y(k-n-i) h_c(n+1) \quad (A.5a)$$

$$W_c(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{gn} a_i x(k-n-i) h_c(n+1) - \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{gd} b_i y(k-n-i) h_c(n+1) \quad (A.5b)$$

$$Y_{s1}(k) = \sum_{n=0} \sum_{i=0} a_i x(k-n-i)h_s(n+1) - \sum_{n=0} \sum_{i=1} b_i y(k-n-i)h_s(n+1) . \quad (A.5b)$$

Ou, de modo equivalente,

$$Y_{c1}(k) = \sum_{i=0}^{gn} a_i \sum_{n=0}^{N-1} x(k-n-i)h_c(n+1) - \sum_{i=1}^{gd} b_i \sum_{n=0}^{N-1} y(k-n-i)h_c(n+1)$$
(A.6a)

$$Y_{s1}(k) = \sum_{i=0}^{gn} a_i \sum_{n=0}^{N-1} x(k-n-i)h_s(n+1) - \sum_{i=1}^{gd} b_i \sum_{n=0}^{N-1} y(k-n-i)h_s(n+1) .$$
(A.6b)

Uma vez que os filtros digitais h_c e h_s extraem, respectivamente, as componentes real e imaginária das N amostras de x e de y, pode-se escrever

$$Y_{c1}(k) = \sum_{i=0}^{gn} a_i X_{c1}(k-i) - \sum_{i=1}^{gd} b_i Y_{c1}(k-i)$$
(A.7a)

$$Y_{s1}(k) = \sum_{i=0}^{gn} a_i X_{s1}(k-i) - \sum_{i=1}^{gd} b_i Y_{s1}(k-i) .$$
 (A.7b)

Escrevendo $\widehat{Y}(k)$ na forma cartesiana,

$$\widehat{Y}(k) = \left(\sum_{i=0}^{gn} a_i X_{c1}(k-i) - \sum_{i=1}^{gd} b_i Y_{c1}(k-i)\right) + j \left(\sum_{i=0}^{gn} a_i X_{s1}(k-i) - \sum_{i=1}^{gd} b_i Y_{s1}(k-i)\right)$$
$$= \sum_{i=0}^{gn} a_i \left(X_{c1}(k-i) + j X_{s1}(k-i)\right) - \sum_{i=1}^{gd} b_i \left(Y_{c1}(k-i) + Y_{s1}(k-i)\right)$$
$$= \sum_{i=0}^{gn} a_i \widehat{X}(k-i) - \sum_{i=1}^{gd} b_i \widehat{Y}(k-i) .$$
(A.8)

Portanto, a Equação (A.8) corresponde a representação fasorial da equação de diferenças de tempo discreto (Equação (A.3)).

Apêndice B Síntese de Funções Racionais

A princípio, a forma aproximada da função de transferência (modelo matemático) de um sistema físico analógico pode ser obtida como a razão entre dois polinômios em s:

$$H(s) = \frac{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^{m} b_i s^i} .$$
(B.1)

Definindo-se h_v como a resposta em frequência do sistema físico na v-ésima frequência ω_v , o erro da função racional ou o resíduo nessa frequência pode ser expresso por:

$$R_v = h_v - \frac{\sum_{i=0}^n a_i (j\omega_v)^i}{1 + \sum_{i=1}^m b_i (j\omega_v)^i} .$$
(B.2)

Nota-se que a Equação (B.2) é linear nos coeficientes desconhecidos $(a_i, i = 0, 1, ..., n)$, porém não linear em $(b_i, i = 1, ..., m)$.

De modo geral, os coeficientes dos polinômios podem ser obtidos por meio da técnica dos quadrados mínimos não lineares, cuja função objetivo pode ser expressa na forma (CHONG; ZAK, 2001; MADSEN *et al.*, 2004):

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} \left(h_v - H(\omega_v; \mathbf{x}) \right)^2 = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} \left(R_v(\mathbf{x}) \right)^2 , \qquad (B.3)$$

sendo $F(\mathbf{x})$ a função objetivo a ser minimizada, npt o número de pontos do levantamento experimental da resposta em frequência e $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_a \quad \mathbf{x}_b]^T$ o vetor de parâmetros a ser determinado, em que:

$$\mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_n \end{bmatrix}^T \tag{B.4}$$

$$\mathbf{x}_b = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_m \end{bmatrix}^T . \tag{B.5}$$

Por ser não linear em **x**, a minimização da função objetivo é realizada de forma iterativa por meio de métodos numéricos (DENNIS; SCHNABEL, 1996). Por outro lado, considerando,

a priori, $R_v \approx 0$ para todo v = 0, 1, ..., npt, obtém-se uma aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares do tipo

$$\sum_{i=0}^{n} a_i (j\omega_v)^i - h_v \left(\sum_{i=1}^{m} b_i (j\omega_v)^i\right) = h_v , \qquad (B.6)$$

cujo sistema linear equivalente pode ser expresso por:

$$\begin{bmatrix} 1 & j\omega_1 & \dots & (j\omega_1)^n & -h_1(j\omega_1) & -h_1(j\omega_1)^2 & \dots & -h_1(j\omega_1)^m \\ 1 & j\omega_2 & \dots & (j\omega_2)^n & -h_2(j\omega_2) & -h_2(j\omega_2)^2 & \dots & -h_2(j\omega_2)^m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & j\omega_v & \dots & (j\omega_v)^n & -h_2(j\omega_v) & -h_2(j\omega_v)^2 & \dots & -h_v(j\omega_v)^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_v \end{bmatrix} (B.7)$$

Conforme Hamming (1973), geralmente a solução desse tipo sistema é sensível a pequenas alterações nos dados ou a erros introduzidos pelos cálculos, pois, a matriz dos coeficientes torna-se cada vez mais próxima da singularidade à medida que n ou m aumenta.

Vários matemáticos e astrônomos tentaram resolver o problema dos quadrados mínimos: R. Boscovich (1711-1787), J. T. Mayer em 1748 e mais tarde em 1760, P. S. Laplace em 1799 com a 'Mécanique Célest' publicada em 1805, Legendre em 1805 foi o primeiro a propor a soma dos quadrados dos erros, R_v , se tornasse mínima e Gauss, em 1809, relacionou a teoria das probabilidades com o método dos quadrados mínimos (FERNANDES, 1997 apud GOLDSTINE, 1977). Apesar da origem ser bastante antiga, ainda hoje a comunidade científica busca meios de aprimorar o processo de obtenção de modelos matemáticos para descrever sistemas físicos.

B.1 Solução por Aproximação Linear dos Quadrados Mínimos não Lineares

Várias técnicas têm sido propostas para computar os coeficientes da função racional. Sanathanan & Koerner (1963) verificaram que a Equação (B.7) dá ênfase aos componentes de alta frequência apresentando, em geral, um ajuste ruim para as componentes de baixa frequência. A partir de tal motivação, os autores apresentaram um método iterativo que corrige a influência das componentes de alta frequência, permitindo um melhor ajuste nas baixas frequências. Apesar de ter superado uma das inconveniências da linearização, o método iterativo de Sanathanan & Koerner (1963), conhecido na literatura como SK *iteration*, apresenta problemas de convergência que não são muito bem entendidos teoricamente (KNOCKAERT *et al.*, 2009). Além disso, Payne (1970) verificou o método pode apresentar funções racionais instáveis no domínio do tempo, pois não apresenta qualquer restrição quanto aos parâmetros.

Soysal & Semlyen (1993) propuseram a superposição de três métodos independentes para a solução do ajuste paramétrico, a saber: Gauss-Seidel, SVD (*Singular Value Decomposition*) e Gauss-Newton. O primeiro método é utilizado como técnica padrão para obter os coeficientes da função racional particionada segundo uma soma de r seções de segunda ordem, enquanto a técnica SVD é utilizada para solução direta do sistema linear com restrições de desigualdade para os valores singulares. Nos casos em que esses métodos apresentam solução com baixa precisão, o método não linear de Gauss-Newton é acionado para o refinamento das estimativas das técnicas anteriores.

Gustavsen & Semlyen (1999) desenvolveram um método de ajuste a partir de expansões em frações parciais que culminou numa melhoria do condicionamento numérico da matriz da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares. No método intitulado *vector fitting*, a aproximação da função de transferência do sistema físico é escrita na forma:

$$H(s) \cong \sum_{i=1}^{m} \frac{c_i}{s - p_i} + d + hs = h \frac{\prod_{i=1}^{m+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{m} (s - p_i)} .$$
(B.8)

Os resíduos c_i , os polos p_i e os zeros z_i podem ser reais ou pares complexos conjugados, enquanto $d \in h$ são reais. Embora essa equação seja não linear nos polos, o vector fitting resolve o problema da determinação dos resíduos e polos sequencialmente, como um problema linear em dois estágios. No primeiro estágio, estimativas iniciais dos polos, \tilde{p}_i , devem ser fornecidas. Com estes polos, duas funções são construídas:

$$\sigma(s) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\tilde{c}_i}{s - \tilde{p}_i} + 1 = \frac{\prod_{i=1}^{m} (s - \tilde{z}_i)}{\prod_{i=1}^{m} (s - \bar{p}_i)}$$
(B.9)

$$p(s) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\bar{c}_i}{s - \tilde{p}_i} + \bar{d} + s\bar{h} = \bar{h} \frac{\prod_{i=1}^{m+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{m} (s - \bar{p}_i)} , \qquad (B.10)$$

cujos resíduos \tilde{c}_i, \bar{c}_i para i = 1, 2, ..., m e os parâmetros \bar{d} e \bar{h} devem ser determinados. Ressalta-se que aquelas funções diferem apenas quanto ao polinômio do numerador, apresentando o mesmo denominador conhecido.

Na primeira etapa do ajuste, definida como identificação dos polos, impõem-se a igual-

dade (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999):

$$\sigma(s)H(s) \approx p(s) \iff \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\tilde{c}_i}{s - \tilde{p}_i} + 1\right) H(s) \approx \sum_{i=1}^{m} \frac{\bar{c}_i}{s - \tilde{p}_i} + \bar{d} + s\bar{h} .$$
(B.11)

Rearranjando (B.11) e substituindo-se $s = j\omega_v$ para todos os npt pontos experimentais de H(s), obtém-se um sistema sobredeterminado de equações lineares nas variáveis $\tilde{c}_i, \bar{c}_i, \bar{d}$ e \bar{h} , isto é, um problema dos quadrados mínimos lineares. Com os resíduos computados, a fase seguinte do algoritmo é definida pela obtenção dos zeros aproximados \tilde{z}_i de $\sigma(s)$, cujos valores são computados por meio dos autovalores do sistema (GUSTAVSEN, 2006):

$$A - b\tilde{c}^T , \qquad (B.12)$$

em que A e b são, respectivamente, a matriz dos coeficientes e o vetor independente dos quadrados mínimos lineares de (B.11). Analisando esta equação na forma de divisão,

$$\frac{p(s)}{\sigma(s)} = \bar{h} \frac{\prod_{i=1}^{m+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{m} (s - \tilde{z}_i)} \approx H(s) .$$
(B.13)

Portanto, os zeros de $\sigma(s)$ fornecem os polos ajustados de H(s). Contudo, para um ajuste mais preciso pode ser necessário realocar os polos de H(s) realizando mais iterações. Conforme Hendrickx & Dhaene (2006), o processo iterativo de realocação dos polos de H(s) é essencialmente uma reformulação do SK *iteration* usando frações parciais.

Na segunda etapa do algoritmo, tendo obtido os polos aproximados da função H(s)na primeira etapa, procura-se os seus demais parâmetros $c_i, d \in h$ a partir da imposição:

$$H(s) \approx \sum_{i=1}^{m} \frac{c_i}{s - p_i} + d + hs$$
 (B.14)

Observa-se que a Equação (B.14) é linear nos parâmetros c_i , $d \in h$. Assim, com os polos p_i estimados na primeira fase do algoritmo, resolve-se outro problema dos quadrados mínimos lineares para obter os parâmetros de interesse.

Com a finalidade de melhorar o *vector fitting*, diversas estratégias têm sido propostas: otimização da inicialização dos polos (MEKONNEN *et al.*, 2005; GUSTAVSEN, 2006), utilização de polinômios ortogonais como funções base (DESCHRIJVER *et al.*, 2007) e aceleração do método por meio do tratamento de matrizes esparsas (DESCHRIJVER *et al.*, 2008). Apesar do *vector fitting* ter sucesso no ajuste de funções racionais contendo dezenas e até centenas de polos, o método pode apresentar dificuldades de convergência quando as amostras da resposta em frequência são contaminadas por ruídos (LEFTERIU; ANTOULAS, 2013) ou quando o método é utilizado para identificação de sistemas inversos¹ (MACHADO et al., 2010). A fim de corroborar esta informação, na seção B.3 são apresentados alguns experimentos a cerca da identificação destes sistemas.

Uma revisão das variações da aproximação linear dos quadrados mínimos não lineares, apontando algumas vantagens e desvantagens de cada técnica, pode ser encontrada em Pintelon *et al.* (1994).

B.2 Solução por Quadrados Mínimos não Lineares

O problema de minimização da função objetivo dos quadrados mínimos não lineares está diretamente associado à solução de sistemas de equações não lineares. Seja f(x): $\Re \longrightarrow \Re$ uma função continuamente diferenciável na variável real $x \in \Re$ e g(x) uma aproximação em série de Taylor de ordem n em torno de um ponto $x^{(0)}$,

$$g(x) = f(x^{(0)}) + pf'(x^{(0)}) + \frac{p^2}{2!}f''(x^{(0)}) + \dots + \frac{p^n}{n!}f^{(n)}(x^{(0)}) , \qquad (B.15)$$

sendo $p = (x - x^{(0)}).$

Da teoria do cálculo, o ponto no qual a derivada de primeira ordem é nula corresponde a um *ponto crítico ou estacionário* da função f(x). Apesar de ser uma condição necessária, a informação da derivada de primeira ordem não é suficiente para garantir um ponto de mínimo, pois, um ponto crítico poder ser um ponto de máximo, de mínimo ou mesmo de inflexão. A classificação de um ponto crítico pode ser realizada com a informação do sinal das derivas de ordem superior.

Seja x^* um ponto crítico de f(x). Dado $f'(x^*) = f''(x^*) = \ldots = f^{(n-1)}(x^*) = 0$, mas $f^{(n)}(x^*) \neq 0$. Então $f(x^*)$ é um ponto de mínimo se $f^{(n)}(x^*) > 0$ e n é par, um ponto de máximo se $f^{(n)}(x^*) < 0$ e n é par e um ponto de inflexão se n é ímpar (RAO, 2009). Assim, considerando g(x) uma aproximação quadrática ou segunda ordem de f(x), um ponto crítico daquela função pode ser obtido pela solução da equação:

$$\frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}f(x^{(0)}) + \frac{d}{dx}\left(f'(x^{(0)})(x - x^{(0)})\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}f''(x^{(0)})(x - x^{(0)})^2\right) = 0$$

$$= f'(x^{(0)}) + f''(x^{(0)})(x - x^{(0)}) = 0.$$
(B.16)

Ou, de outra forma,

$$f'(x^{(k)}) + f''(x^{(k)})\underbrace{(x^{(k+1)} - x^{(k)})}_{p} = 0.$$
(B.17)

¹No referido contexto, o sistema inverso corresponde a um modelo matemático que equaliza (corrige ou compensa) a reposta em frequência de TPC.

A Equação (B.17) fornece um meio para prever o valor de $x^{(k+1)}$ que é um ponto crítico de g(x). Por outro lado, como g(x) é uma aproximação quadrática de f(x), $x^{(k+1)}$ é apenas uma aproximação de um ponto crítico desta. Contudo, nota-se que a Equação (B.17) fornece um meio para prever o valor de $x^{(k+1)}$ que caminha no sentido de um ponto crítico de f(x). Se $x^{(k)}$ está próximo de x^* , então uma melhor aproximação para x^* é $x^{(k+1)}$ obtido pelo método de Newton:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + p , (B.18)$$

em que p satisfaz a Equação (B.17), isto é, $p = -\frac{f'(x^{(k)})}{f''(x^{(k)})}$. Para que o processo iterativo convirja para um mínimo de f(x), faz-se necessário que a derivada de segunda ordem seja positiva em cada iteração. Logo, para o método ser inicializado com sucesso, deve-se garantir que $f''(x^{(0)}) > 0$, o que mostra que o método é dependente da estimativa inicial.

B.2.1 Minimização de Funções Multidimensionais

De forma análoga ao caso unidimensional, se $F(\mathbf{x}) : \Re^{ma} \longrightarrow \Re$ é continuamente diferenciável em $\mathbf{x} \in \Re^{ma}$, então uma aproximação quadrática de $F(\mathbf{x})$ em torno de um ponto $\mathbf{x}^{(k)}$ pode ser expressa por (PRESS *et al.*, 2007):

$$G(\mathbf{x}) \approx F(\mathbf{x}^{(k)}) + [\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}]^T \nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) + \frac{1}{2} [\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}]^T \nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)}) [\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}] .$$
(B.19)

Os operadores $\nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) \in \nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)})$ são denominados vetor gradiente e matriz Hessiana, respectivamente. O primeiro é o vetor que contém as primeiras derivadas da função $F(\mathbf{x})$ e o segundo é a matriz que contém informações relacionadas às primeiras e segundas derivadas da função $F(\mathbf{x})$. As expressões que definem esses operadores são:

$$\nabla F(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$
(B.20)

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_n \partial x_1} \\ \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_n \partial x_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_2 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_n^2} \end{pmatrix} .$$
(B.21)

Um ponto crítico de $G(\mathbf{x})$ é obtido impondo-se que suas derivadas parciais com relação cada elemento de \mathbf{x} seja nula ou, equivalentemente, tomando-se o gradiente de $G(\mathbf{x})$ como um vetor nulo. Expandindo $G(\mathbf{x})$ e tomando-o como um vetor nulo, pode-se mostrar que:

$$\nabla G(\mathbf{x}) = \nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) + \nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)})[\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}] = 0 .$$
(B.22)

Ou de outra forma,

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)}) \underbrace{[\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}]}_{\mathbf{p}^{(k)}} = -\nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) .$$
(B.23)

Como no caso unidimensional, a Equação (B.23) fornece um meio para prever o valor de $\mathbf{x}^{(k+1)}$ que é um ponto crítico $G(\mathbf{x})$ e que caminha no sentido de um ponto estacionário de $F(\mathbf{x})$. Se $\mathbf{x}^{(k)}$ está próximo de \mathbf{x}^* , então uma melhor aproximação para \mathbf{x}^* é $\mathbf{x}^{(k+1)}$ que pode ser obtida pelo método de Newton para o caso multidimensional:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{p}^{(k)}$$
 (B.24)

Sendo $\mathbf{p}^{(k)}$ a direção de busca que satisfaz a Equação (B.23).

A respeito do comportamento da Hessiana, pode-se verificar que (DENNIS; SCHNABEL, 1996): se a matriz $\nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)})$ é definida positiva em todas as iterações, então $\mathbf{x}^{(k+1)}$ caminha no sentido de um ponto de mínimo de $F(\mathbf{x})$, se $\nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)})$ é definida negativa, então $\mathbf{x}^{(k+1)}$ caminha no sentido de um ponto de máximo de $F(\mathbf{x})$. Uma matriz é dita definida positiva se todos os seus autovalores são positivos, definida negativa se todos os seus autovalores são negativos e indefinida se apresenta tanto autovalores positivos quanto negativos. Neste último caso, o ponto $\mathbf{x}^{(k+1)}$ caminha no sentido de um ponto de sela $F(\mathbf{x})$.

B.2.2 O Método dos Quadrados Mínimos não Lineares

Do ponto de vista de estimação dos parâmetros de um modelo conhecido, a função objetivo a ser minimizada pode ser escrita na forma (MADSEN *et al.*, 2004):

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} \left(h_v - H(\omega_v; \mathbf{x}) \right)^2 = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} \left(R_v(\mathbf{x}) \right)^2 .$$
(B.25)

Em que, $R_v(\mathbf{x})$ o vetor de resíduos.

Usando o método de Newton, o vetor de soluções \mathbf{x} na k-ésima iteração é dado por:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{p}^{(k)}$$
 (B.26)

Sendo $\mathbf{p}^{(k)}$ a direção de busca que satisfaz:

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)}) \mathbf{p}^{(k)} = -\nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) .$$
(B.27)

A partir da definição da função objetivo, nota-se que $R_v(\mathbf{x}) = y_v - H(\omega_v; \mathbf{x})$, para v = 1, 2, ..., npt. Logo, definindo um vetor resíduos $\mathbf{R}(\mathbf{x}) \in \Re^{npt \times 1}$ como:

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_{npt} \end{pmatrix} , \qquad (B.28)$$

verifica-se que a função objetivo pode ser expressa na forma:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{npt} (R_v(\mathbf{x}))^2 = \frac{1}{2} \mathbf{R}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_{npt}^2) , \qquad (B.29)$$

cujo resultado é um escalar, pois, de fato, a função objetivo é definida em $\Re^{ma} \longrightarrow \Re$.

O gradiente e a Hessiana da função objetivo podem ser representados, respectivamente, por (DENNIS; SCHNABEL, 1996):

$$\nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) = J(\mathbf{x}^{(k)})^T \mathbf{R}(\mathbf{x}^{(k)})$$
(B.30)

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}^{(k)}) = J(\mathbf{x}^{(k)})^T J(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{v=1}^{npr} R_v(\mathbf{x}^{(k)}) R_v''(\mathbf{x}^{(k)}) .$$
(B.31)

Nessas equações, $J(\mathbf{x}^{(k)}) \in \Re^{npt \times ma}$ é definido como jacobiano e contém as primeiras derivadas parciais da função residual $R_v(\mathbf{x}^{(k)})$, isto é:

$$J(\mathbf{x}^{(k)}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial R_1(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial R_1(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial \mathbf{x}_{ma}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial R_{npt}(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial R_{npt}(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_{ma}} \end{pmatrix} .$$
 (B.32)

Analisando a Equação (B.31), observa-se que o método de Newton apresenta a inconveniência do cálculo das segundas derivadas do vetor de resíduos. Além disso, o método apresenta convergência local e, portanto, para garantir que o processo iterativo convirja para um ponto estacionário da função objetivo, é necessário que a estimativa inicial $\mathbf{x}^{(k)}|_{k=0}$ esteja próxima da solução (RAO, 2009).

Método de Gauss-Newton

Com intuito de eliminar o cálculo das segundas derivadas da função objetivo para computar a matriz Hessiana, Karl Friedrich Gauss (1777-1855) sugeriu que a parte das segundas derivadas da função objetivo fosse ignorada. Assim, as equações na k-ésima iteração ficam da seguinte forma:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{p}^{(k)}$$
 (B.33)

Sendo $\mathbf{p}^{(k)}$ a direção de busca dada pela solução da equação:

$$\left[J(\mathbf{x}^{(k)})^T J(\mathbf{x}^{(k)})\right] \mathbf{p}^{(k)} = -\nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) .$$
(B.34)

O método iterativo obtido a partir da aplicação da Equação (B.34) é conhecido como método de Gauss-Newton. Conforme Dennis & Schnabel (1996), esse método supera a inconveniência do cálculo das segundas derivadas dos resíduos, contudo, assim como o método de Newton, apresenta características de convergência local e pode não convergir em problemas com grandes resíduos.

Método de Levenberg-Marquardt

Levenberg (1944) e mais tarde Marquardt (1963) sugeriram a Equação (B.35) como modificação do método de Gauss-Newton para torná-lo global e superar problemas de convergência (DENNIS; SCHNABEL, 1996; MADSEN *et al.*, 2004).

$$\left[J(\mathbf{x}^{(k)})^T J(\mathbf{x}^{(k)}) + \mu^{(k)} \mathbf{I}\right] \mathbf{p}^{(k)} = -\nabla F(\mathbf{x}^{(k)}) .$$
(B.35)

Em (B.35), $\mathbf{I} \in \Re^{ma \times ma}$ é a matriz identidade e $\mu^{(k)} \ge 0$ é um parâmetro definido na *k*-ésima iteração o qual proporciona os seguintes efeitos (MADSEN *et al.*, 2004; RAO, 2009):

- 1.Para todo $\mu^{(k)} > 0$, a matriz Hessiana de $F(\mathbf{x})$ é positivo definida, o que assegura que $\mathbf{p}^{(k)}$ está na direção descendente de $F(\mathbf{x})$;
- 2.Para grandes valores de $\mu^{(k)}$, $\mathbf{p}^{(k)} = -\frac{\nabla F(\mathbf{x}^{(k)})}{\mu^{(k)}}$ é um pequeno passo na direção de busca definida pelo gradiente, aproximando-se do método do máximo declive descendente ou método do gradiente;
- 3.Se $\mu^{(k)}$ é muito pequeno, então o método iguala-se ao método de Gauss-Newton que é bom quando a iteração atual está próxima da solução ótima \mathbf{x}^* .

De acordo com Schrama (1992), o problema dos quadrados mínimos não lineares geralmente é mal condicionado se a faixa de frequência é larga ou quando as funções de transferências requerem um número elevado de polos. Visando superar essas inconveniências, estratégias como utilização de polinômios ortogonais (ROLAIN *et al.*, 1994) e funções base ortonormais (NINNESS; GUSTAFSSON, 1997; ADES; SILVEIRA, 2002) têm sido investigadas. Neste último caso, a função racional é expressa por uma combinação linear de funções que são numericamente estáveis:

$$H(s) = \sum_{v=0}^{n} \lambda_v G_v(s) . \qquad (B.36)$$

Em (B.36), o escalar $\lambda_v \in \Re$ enquanto $G_v(s)$ corresponde a um conjunto de funções racionais que formam uma base ortonormal. As bases comummente utilizadas são as de Laguerre (WULHYNEK, 2002; CAMPELLO et al., 2007), de Kautz (ROSA, 2005), as ortonormais generalizadas (NINNESS; GUSTAFSSON, 1997; VRIES; HOF, 1998; MAESTRELLI; OLIVEIRA, 2010) e as bases formadas por conjunto geradores otimizados (ADES; SILVEIRA, 2002; WULHYNEK, 2002). Sem dúvida, uma das motivações para o uso de base de funções ortonormais é que a solução do problema sempre é alcançada por meio do incremento do número funções base. Por outro lado, essa metodologia de identificação enfrenta alguns problemas: a seleção dos polos que definem a base das funções e o número elevado de funções base para representação dos sistemas. De modo geral, quanto mais próximo o polo estiver da dinâmica dominante do sistema, menor será a quantidade de funções na base necessárias para aproximar o sistema com uma dada precisão (CAMPELLO et al., 2007). Apesar do ajuste sempre ser possível por meio do incremento do número funções base, o modelo polinomial resultante é de ordem elevada podendo inviabilizar a síntese de filtros digitais para os fins de processamento em tempo real, tal como é requerido na compensação de TPC.

B.3 Vector Fitting versus Levenberg-Marquardt

Através de simulações numéricas, esta seção apresenta algumas comparações entre RVF (*Relaxed Vector Fitting*) o qual consiste de uma versão aprimorada do *vector fitting* (GUSTAVSEN, 2006) e o método de Levenberg-Marquardt (LM), que um dos métodos mais bem sucedidos na solução do quadrados mínimos não lineares. Por se tratar de um método tipo Newton, o LM requer uma boa estimativa inicial para assegurar uma solução plausível. Neste sentido, nas simulações numéricas apresentadas, o LM foi inicializado por meio de estimativas iniciais cuja metodologia de obtenção foi delineada na seção 5.3.1 desta Tese.

Diferentemente do LM, em que a síntese de funções racionais é apenas uma aplicação particular, o *vector fitting* foi concebido especialmente para tal finalidade. Sem dúvida, além de ter sua eficiência já validade mediante um grande número de publicações nas mais diversas áreas de estudos, um dos fatores que levaram popularização do método é a interface do código fonte que proporciona flexibilidade durante o ajuste de funções racionais contendo dezenas e até centenas de polos. Contudo, conforme Knockaert *et al.* (2009), o *vector fitting* ainda não tem sido bem aceito na comunidade de identificação de sistemas em detrimento da convergência do processo iterativo de realocação dos polos, que se trata de um problema matemático pouco entendido teoricamente. De fato, como a maioria dos métodos iterativos, o *vector fitting* pode apresentar problemas de convergência (LEFTERIU; ANTOULAS, 2013), ou mesmo não apresenta a solução ótima sob a ótica do número de polos necessários para representar uma determinada resposta em frequência.

Machado *et al.* (2010) evidenciaram que filtros *anti-aliasing* podem dificultar ou mesmo inviabilizar a síntese de filtros corretores² por meio de funções racionais. A fim de corroborar aquela constatação, os dados da resposta em frequência de cada um dos três TPC, a saber: 138 kV (KOJOVIC *et al.*, 1994), 230 kV (IEEE POWER SYSTEM RELAYING COM-MITTEE, 2004) e 500 kV (PAJUELO *et al.*, 2010) foram convoluídos com resposta de um filtro *anti-aliasing* do tipo Butterworth de 3^a ordem com frequência de corte de 180 Hz e utilizados para síntese de filtros corretores por meio do RVF e do LM.

Os filtros corretores devem processar, em tempo real, a resposta oriunda do secundário dos TPC e disponibilizar um sinal de tensão o mais fiel possível para os equipamentos de medição e proteção do SEP. Nesse contexto, funções racionais de ordem elevada não devem ser candidatas ao protótipo analógico de tais filtros, pois, sob a perspectiva de implementação em *hardware*, podem demandar um elevado processamento para operações em tempo real e serem mais suscetíveis aos erros de quantização.

Nas Figuras B.1, B.2 e B.3 apresentam-se a síntese do ganho e da fase dos filtros corretores associados aos TPC de 138, 230 e 500 kV, respectivamente. Uma vez que a rotina computacional que implementa o método LM determina de forma automática a ordem das funções, os filtros dos TPC de 138, 230 e 500 kV foram identificados como sendo de ordem seis, oito e oito, respectivamente. Essas mesmas ordens foram consideras como referência nos experimentos realizados com o RVF. A partir dos resultados apresentados, quando comparado com o RVF, o LM externa os melhores resultados durante a síntese dos filtros corretores. Contudo, como base nas figuras que ilustram os erros do ajuste, não foi possível realizar um ajuste idealizado para todas as respostas em frequência sob

²Filtros que restauram a tensão do primário a partir de amostras do sinal secundário.

investigação. Provavelmente, a dificuldade na obtenção de um ajuste mais preciso está associada a correção dos polos instáveis, geralmente associados ao método de computação das estimativas que inicializam o LM.



Figura B.1 – Identificação do filtro corretor para o TPC de 138 kV. (a) Comportamento do ganho. (b) Comportamento da fase. (c) Erro do ganho. (d) Erro da fase.

Na Figura B.4 é apresentado o comportamento dinâmico de algumas variáveis de controle do método de Levenberg-Marquardt implementado. Em todas as simulações numéricas apresentadas, percebeu-se que a partir de um determinado número de iterações, o parâmetro μ_k aumenta de forma excessiva na tentativa manter a aproximação da matriz Hessiana de $F(\mathbf{x}_k)$ definida positiva. No algoritmo do LM, valores elevados de μ_k proporcionam um pequeno passo na direção de busca definida pelo gradiente, sinalizando que a solução ótima pode estar longe da solução atual e, portanto, que o encerramento da rotina computacional deve ser realizado.

No caso do TPC de 138 kV (Figura B.4(a)), observa-se uma certa instabilidade da função objetivo $F(\mathbf{x}_k)$ e do parâmetro de controle μ_k . Apesar do parâmetro μ_k assumir valores relativamente pequenos, tornando o LM equivalente ao método de Gauss-Newton, pode ser necessário um número elevado de iterações para obtenção de resultados plausíveis.



Figura B.2 – Identificação do filtro corretor para o TPC de 230 kV. (a) Comportamento do ganho. (b) Comportamento da fase. (c) Erro do ganho. (d) Erro da fase.



Figura B.3 – Identificação do filtro corretor para o TPC de 500 kV. (a) Comportamento do ganho. (b) Comportamento da fase. (c) Erro do ganho. (d) Erro da fase.



Figura B.4 – Comportamento do vetor gradiente $(\nabla F(\mathbf{x}_k))$, da função objetivo $(F(\mathbf{x}_k))$ e do parâmetro de controle (μ_k) do LM durante o processo de refinamento das estimativas iniciais. (a) TPC de 138 kV. (b) TPC de 230 kV. (c) TPC de 500 kV.